

***Taras Shevchenko National University of Kyiv
(Faculty of Cybernetics)
International Institute for Applied Systems Analysis
(Austria)
Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of
Ukraine
Crimean Humanitarian University
System Analysis Committee of Presidium National
Academy of Sciences of Ukraine
Academy of Sciences "Vysha Skola" of Ukraine***

XXII International Conference

PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU-2013)

September 23-27, 2013

ABSTRACTS

Yalta- Foros, Ukraine

**Київ
2013**

УДК 007 (100)(06)

ББК 32.81я43

Надруковано за рішенням Вченої Ради факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка (протокол № 1 від 16 вересня 2013р.)

INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE

A.Nakonechny (Ukraine) - Chairman

***F.Chernousko (Russia), A.Chekriy (Ukraine),
M.Bratiychuk (Poland), Yu.Ermoliev (Austria),
I.Gaishun (Belarus), A.Gluzman (Ukraine),
I.Herlin (France), S.Hudak (Slovakia), J.Kaluski
(Poland), V.Korolyuk (Ukraine), A.Kurzhanskii
(Russia), J.Michalek (Czech Republik),
I.Sergienko (Ukraine), Yu.Shestopalov(Sweden),
O.Zakusylo (Ukraine))***

NATIONAL ORGANIZING COMMITTEE

A.Anisimov - Chairman

K.Malyshenko - Chairman

***M.Bartish, I.Beyko, F.Garashchenko,
Ya.Chabanuk, V.Donchenko, O.Iksanov,
P.Knopov, E.Lebedev, I.Lyashenko,
V.Marcenyuk, Yu. Mitsay, N.Pankratova,
E.Ponomareva, V.Romanenko, N.Semenova,
F.Sopronyuk, A.Vlasyuk, Ya.Yeleiko***

LOCAL ORGANIZING COMMITTEE

P.Zinko - Chairman

Yu. Smelyanski- Chairman

***O.Lukovych, O.Kapustian, T.Korobko, M.Loseva,
K.Golubeva, I.Nazaraga, O.Pavluchenko, I.Usar,
P. Chetyrbok, T.Polyanskaya***

ISBN 978-966-8725-08-1

**Члени міжнародного програмного
комітету і учасники конференції вітають кафедру
системного аналізу та теорії прийняття рішень з 25-річчям!**



Кафедра системного аналізу та теорії прийняття рішень заснована в 1988 році з ініціативи та підтримки директора Інституту кібернетики ім. В.М.Глушкова академіка В.С.Михалевича з метою цільової підготовки спеціалістів для НАН України під назвою - кафедра теорії автоматизованих систем .

Кафедра здійснює підготовку бакалаврів за професійним спрямуванням "системний аналіз та теорія прийняття рішень" і на цій основі готує спеціалістів та магістрів по спеціальностях "Соціальна інформатика" і "Системи та методи прийняття рішень". Випускники кафедри працюють провідними спеціалістами та фахівцями в наукових центрах НАН України, в галузевих інститутах та підприємствах, аналітичних центрах, фірмах та банках в якості розробників математичних моделей та алгоритмів, спеціалістів з теорії прийняття рішень та оптимізації систем, системних аналітиків та системних інтеграторів, менеджерів та консультантів по розробці та впровадженню інформаційних технологій.

З 1996 року кафедру очолює відомий вчений, провідний спеціаліст з теорії оптимальних рішень, мінімакських методів,

ідентифікації, оцінювання та керування складними системами, доктор фізико-математичних наук, професор Наконечний О.Г.

З 1998 року рішенням Вченої ради Київського університету кафедру теорії автоматизованих систем переіменовано на кафедру системного аналізу та теорії прийняття рішень.

На кафедрі активно працює міцний злагоджений колектив з 10 викладачів: завідувач кафедри, професор, доктор фіз.-мат. наук Наконечний О.Г., професори Акіменко В.В. і Донченко В.С., доценти Бондарчук Ю.В., Доленко Г.О., Загородній Ю.В., Зінько П.М., Івохін Є.В., Машенко С.О., асистент Демиденко С.В., а також висококваліфіковані фахівці, досвідчені педагоги та відомі вчені з Інституту кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, Інституту Космічних досліджень НАН України, які сформували міцний науковий та педагогічний осередок, де охоче спеціалізуються студенти та аспіранти. До складу кафедри входили науковий сектор математичного забезпечення та лабораторія Інтелектуальних вирішуючих систем. З 6 вересня 2007 року при кафедрі функціонує науково-дослідний сектор “Проблем системного аналізу”.

Кращі випускники кафедри продовжують навчання в аспірантурі та докторантурі, а кращі з них продовжують навчання за кордоном. На кафедрі в середньому кожен рік навчається 10-12 аспірантів та один докторант. За 25 років кафедра випустила понад 400 спеціалістів. Вся наукова та навчальна робота на кафедрі має конкретне професійне спрямування, яке визначається світовими кваліфікаційними вимогами. Навчальні плани, дипломні та курсові проекти, науково-дослідна робота аспірантів та студентів кафедри тісно пов'язані з науковими дослідженнями кафедри та відповідними підрозділами інститутів НАН України.

Кафедра має наукові зв'язки з Інститутом кібернетики, ім. В.М.Глушкова НАН України, Обчислювальним центром РАН, Інститутом проблем управління РАН, Білоруським державним університетом, Інститутом математики АН Білорусії, Московським університетом ім. М.В.Ломоносова, Військовою Інженерно-космічною академією ім. А.Ф.Можайського (Санкт-Петербург), Харківським Інститутом радіоелектроніки, Інститутом проблем машинобудування НАН України, Інститутом прикладного системного аналізу (IIASA, Лаксенбург, Австрія), Технічним університетом та Економічним університетом (Відень, Австрія), Університетом Манітоба (Вінніпег, Канада), Йельським університетом (США), Університетом ім. Масарика (Брно, Чехія) та іншими.

CONTENT¹

ЗМІСТ

Bakhrushin V.E., Dudko A.V. Application of empirical distribution functions for the risks estimation	11
Bakhrushin V.E. One paradox in statistical decision making	12
Beyko I., Poltorackyi M. Optimal control optimization under uncertainties	13
Biriukov D., Zaslavskii V. Interdependency modeling for critical infrastructure resilience analysis	14
Boychuk Z.G. The distribution of variable SDA	15
Chechelnitski A., Gubeladze A., Kucherenko O. The properties of the stationary behavior of the some network and a separate queueing system which operate in parallel	16
Kalas J., Novotny J., Michalek J., Nakonechnyi O. Mathematical model for cancer prevalence and cancer mortality	17
Kolyada Yu.E., Fedun V.I., Bulanchuk O.N. Modeling propagation of the elastic solitary pulses in an acoustic waveguide.....	18
Livinska H., Lebedev E. On multi-channel networks with nonhomogeneous Poisson inputs	20
Nakonechny A.G., Podlipenko Yu.K. Guaranteed estimates of solutions to systems of two variational equations in Hilbert spaces and its applications.....	21
Nazarenko N.V. Mathematical modeling of non-stationary solidification processes of continuous casting slabs.....	22
Pashko A. Simulation of one class of Gaussian stationary random processes	24
Petlenko Y. Framework for safeguarding stability ukrainian financial system of under uncertainty.....	25
Ponomarov V. On multichanel queues with constant retrial rate.....	26

¹ The abstracts are publishing in authors edition
Тези друкуються в авторській редакції

Rozora I.V., Lukovych O.V. Incomplete data in statistical surveys.....	27
Sharapov M., Navruzov F. On optimal number of Bernoulli trials ...	29
Slabospitsky A. S. Two forms of recurrent representation for least squares estimate with least deviation norm from ‘attraction’ points for systems under uncertainties	30
Stefanyshyn D.V. Prediction of indexes of dynamic system with use of observational data as time series	31
Timashova L.A., Skachko D.O., Skachko I.O Solving securities portfolio optimization problem in the stock market with the help of the fuzzy group method of data handling	33
Venherskyi P.S. Application interval methods for solving equation of surface flow in kinematic wave approximation.....	35
Vergunov V.V. Clusterization of unstructured data	36
Vergunova I.M. The fuzzy cognitive model for prediction of outcome of technological scheme for growing crops.....	37
Yeleyko Ya., Lebediev O. Additive functionals predetermined on a family of Markov processes.....	38
Zaslavska O. Optimal infrastructure development problems under uncertainty	39
Аджубей Л.Т. Про один спосіб використання нейронних мереж в задачах розпізнавання CAPTCHA.....	40
Бартіш В.Я., Огородник Н.П. Трикроковий ітераційно-різницевий метод з порядком $1 + \sqrt{2}$ для розв’язування задач мінімізації.....	41
Бартіш М.Я., Ковальчук О.В. Про один трикроковий метод з порядком збіжності $1 + \sqrt{2}$ для розв’язування систем нелінійних функціональних рівнянь	42
Бейко І.В., Зінько П.М. Чисельні методи підвищеної точності для прогнозування і оптимізації керованих процесів	44
Бейко І.В., Підвальна Я.І. Методи побудови оптимального керування на основі апроксимації допустимих фазових множин..	46

Бейко І.В., Поліщук А.І., Шаповал М.І. Новітні математично-комп'ютерні технології наукових досліджень та інтегрованого навчання	47
Біла Г.Д. Властивості оцінки невідомого параметру функції, що знаходиться під дією гаусівського випадкового поля	49
Бовсунівський О.М. Рациональні альтернативи задачі з нечіткою множиною альтернативних цілей	50
Болдырева В.О. Вероятность неразорения для модели страховой компании, функционирующей на (B,S)-рынке, с учетом рекламной деятельности	51
Верес М.М. Гарантовані оцінки лінійних операторних рівнянь з випадковими параметрами. Рівняння Шредінгера.....	52
Власюк А.П., Багнюк О.М. Знаходження невідомих параметрів джерел забруднень в двовимірних нестационарних задачах фільтраційного масопереносу	53
Власюк А.П., Цветкова Т.П. Математичне моделювання солеперенесення при сумісній фільтрації та вологоперенесенні в насичено-ненасичених шаруватих ґрунтових середовищах у випадку зволожуючого стаціонарного режиму	55
Власюк А.П., Федорчук Н.А. Математичне моделювання напружено-деформованого стану ґрунтового масиву з урахуванням тепло-масопереносу при наявності рівня ґрунтових вод та сил зв'язності в одновимірному випадку.....	57
Власюк А.П., Дроздовський Т.А. Математичне та комп'ютерне моделювання зміни напружено-деформованого стану ґрунтового масиву при нагнітанні в'язучого розчину в осесиметричній постановці	60
Власюк А.П., Жуковський В.В. Математичне моделювання вертикальної міграції радіонуклідів у каталітичному пористому середовищі при наявності дрен-вловлювачів в нелінійному випадку	62
Гандзюк Н.М. Про побудову оцінок експоненціальної стійкості в нелінійних системах із запізненням.....	63
Гаркуша Н.І. Про співвідношення моделей Лотки-Вольтера та Гудвина.....	64

Гололобов Д. О. Емпірична оцінка для однорідних випадкових полів при спостереженнях на паралелепіпеді.....	65
Гребенник И.В., Титова О.С. Свойства смежности циклических перестановок, отображенных в евклидово пространство	66
Гребенник И.В., Иванов В.Г., Урняева И.А. Модели и методы формирования рациональных маршрутов в задачах транспортной компоновки, IT-приложениях и грузоперевозках	67
Двірничук К.В., Стоян В.А. Дослідження динаміки дискретно-спостережуваної товстої пружної плити	69
Дерев'янюк І.В., Куліш Є.В. Моделюванням попиту на платні освітні послуги	71
Дєєва Н.М., Семенов В.В. Сучасні підходи до міжрегіонального розподілу ресурсів	72
Доленко Г.О. Інтеграція методів прийняття рішень, візуалізації інформації та аналізу соціальних мереж	73
Донченко В.С., Зінько Т.П. Абстрактна схема перетворення Гока в розпізнаванні зображень символів.....	74
Донченко В.С., Назарага І.М., Лисицький І.В. Про одну модель конкуренції для ринку інформаційно-комунікаційних технологій.....	77
Донченко В.С., Лисицький І.В. , Назарага І.М. Конкуренція загалом та ринкова конкуренція: альтернативність та змагальність	78
Доценко С.И., Тменова Н.Ф. Игровые ситуации в задаче оптимального выбора с групповым просмотром.....	79
Жуковська О.А. Інтервальна модель оцінки оптимальних резервів страхової компанії	80
Івохін Є.В. Про одну модифікацію схеми шифрування методом рюкзака	81
Какойченко А.І. Розробка алгоритму перевірки стратегій статистичного арбітражу	82

Капустян О.А., Мазур О.К. Наближене оптимальне керування для одного еліптичного рівняння з нелокальними крайовими умовами	83
Касьянюк В.С. Об одном подходе к задаче спектрального оценивания по данным с погрешностями	84
Квасній М.М. Математичне моделювання діяльності банку.....	85
Ковальчук П.І., Герус А.В. Математична модель поширення консервативних речовин у відкритих водотоках	86
Коковська Я.В. Аналіз збіжності розв'язку задачі руслового стоку рідини при зміні поверхні дна потоку.....	87
Корягіна О.В. Вибір оптимальних об'єктів інвестування.....	88
Косаревич К.В. Оцінювання міри ризику виробників у випадку залежних випадкових випусків	89
Коцур М.П. Принцип максимуму Понтрягіна для оптимізації нестационарного процесу термоелектричного охолодження	90
Кукурба В.Р., Чабанюк Я.М., Кінаш А. В. Генератор оптимізаційної процедури з імпульсними збуреннями	92
Лебсєва Т.Т., Семенова Н.В., Сергієнко Т.І. Якісні характеристики стійкості векторних задач дискретної оптимізації.....	94
Малицкий Ю.В., Семенов В.В., Харченко О.А. Новые гибридные методы для вариационных неравенств	95
Марценюк В.П., Кучвара О. М. Задача оптимальної вакцинації в моделі співіснування двох штамів вірусу	96
Марценюк В.П., Гандзюк Н.М. Про побудову оцінок експоненціальної стійкості в нелінійних системах із запізненням	98
Марценюк В.П., Сарабун Р.О. Стационарні стани моделі Фовлера-МакГюйнса із запізненням в часі	99
Марценюк В.П., Майхрук З.В. Вивчення біфуркацій на основі дослідження квазіполінома в моделях імунного захисту	100
Марценюк В.П., Помазанський Ю.О. Проблеми прийняття рішень в задачах фармацевтичної логістики	101

Марценюк В.П., Багрій-Заяць О.А. Задача оптимального керування в моделях росту патологічних утворень на основі динаміки Ріхарда	102
Марценюк В.П., Андрущак І.Є., Климук Н.Я., Меленчук І.Б. Задача мінімізації страхових виплат за рахунок оптимальної вакцинації.....	104
Матяш Т.В., Балихіна Г.А. Платне водокористування в системі інтегрованого управління водними ресурсами.....	105
Махорт А.П. Про рівновагу у відкритій економічній системі з монополіями та залежною від технологій виробництва структурою споживання товарів	106
Мащенко С.О., Саад М. Задачи оптимизации с нечетким множеством ограничений	107
Меньшиков Ю.Л. Адекватні математичні описи: визначення та можливі алгоритми їх побудови.....	108
Мякухин Ю.В. Применение разработанного усовершенствованного метода парных сравнений для решения основных задач радиолокации	110
Наконечний О.Г., Демиденко С.В. Апостеріорні оцінки параметрів лінійних рівнянь при нестационарних спостереженнях	113
Наконечний О.Г., Філіпенков А.О. Наближені оцінки розв'язків лінійних рівнянь в умовах невизначеності.....	114
Нікітін А.В., Літвінчук Ю.А. Стійкість в середньому та стійкість у середньому квадратичному лінійних систем диференціальних рівнянь з випадковими лінійними стрибками розв'язків.....	115
Нікітченко М.С., Шкільняк О.С., Шкільняк С.С. Першопорядкові логіки, розширені реномінаціями з невизначеним значенням змінних та предикатами-індикаторами наявності значення	116
Огуленко А.П., Кичмаренко О.Д. Схема полного усреднения для неуправляемых и управляемых систем на временных шкалах	117
Оноцький В.В., Кудін В.І., Тодоріко Б.Д. Про оцінювання множин оптимальності гравців матричної гри у змішаних стратегіях методом базисних матриць.....	118

Павлюченко О. Г. Використання ігрового підходу для розв'язку задач оптимального керування в умовах неповної інформації.....	119
Павлюченко О.Г., Юнькова О.О. Про ідентифікацію параметрів математичної моделі.....	120
Подлипенко Ю.К., Головач В.Н. О задаче оценивания функционалов от правой части уравнения в краевой задаче Стокса	121
Прищепа О.В. Про системи з обмеженнями на число спроб почати обслуговування	122
Романенко В.Д., Реутов О.А. Оптимальне прийняття рішень для стабілізації динамічних процесів фінансової інфраструктури з різномірною дискретизацією	124
Романчук К.Г. Про застосування методу Байеса в задачах ідентифікації причин аварій в складних системах	125
Россада Т.В. Модели реляционных номинативных данных	126
Самосёнок А.С. Использование теории марковских полей при решении задач мониторинга ошибок в коммуникационных сетях.....	127
Семенов В.В. Справедливість як дистрибутивний компроміс.....	128
Семенова Н.В., Ломага М.М. Властивості квадратичних задач лексикографічної оптимізації.....	130
Судацова В.С., Гончаров І.А., Галініч В.І., Шевченко М.О., Кудін В.Г., Кудін Г. І. Прогнозування термодинамічних властивостей розплавів	131
Тимашов А.А. Методы полунатурного моделирования многоуровневых процессов управления	133
Тимофієва Н.К. Комбінаторні множини, фрактали та ситуація невизначеності	135
Третинник В.В. Створення медичної інтелектуальної інформаційної системи	136
Усар І. Я., Макушенко І.А. Аналіз стаціонарного режиму систем з повторними викликами та змінною інтенсивністю вхідного потоку	136

Харченко І.І., Удовенко А.А. Візуалізація динаміки пучків та оптимізація параметрів лінійного прискорювача методами недиференційованої оптимізації	137
Хусаїнов Д.Я., Мановицька Д.О. Аналіз моделі процесу розповсюдження захворювання	138
Черній Д.І. Обчислювальні технології комп'ютерного моделювання	139
Шахно С.М. Про збіжність двокрокового комбінованого методу за узагальнених умов Ліпшиця.....	141
Швець О.І., Чабанюк Я.М., Будз І.С. Процедура стохастичної апроксимації з імпульсним збуренням в умовах локального балансу.....	142
Шпига С.П. Властивості оцінки максимальної вірогідності параметра зсуву для випадкових полів з дробовим броунівським рухом.....	144
Шушарін Ю.В. Моментна стійкість розв'язків стохастичних різницевих рівнянь	145

APPLICATION OF EMPIRICAL DISTRIBUTION FUNCTIONS FOR THE RISKS ESTIMATION

Bakhrushin V.E., Dudko A.V.

Classic Private University, Zaporizhia

Vladimir.Bakhrushin@gmail.com

Development of methods for risks estimation is one of the important scientific and applied problems. One approach to its solution is using the VaR index, which may be defined as the maximum losses expected with a given probability in a given period [1]. For VaR estimation it is need to know the distribution function of losses (or gains). Most often it is assumed that there is a normal distribution, and its parameters can be determined from historical data or otherwise. If there are deviations from the normal distribution Cornish – Fisher decomposition or other approximations may be used to estimate the required quantiles of the distribution function [2].

In this report we propose an alternative approach to the estimation of the distribution function quantiles. It includes the construction of empirical distribution function of losses (gains), in accordance with [3], determination of its theoretical model using technique, which was described in [4], and estimation of the required quantiles based on the obtained model. The proposed approach allows increasing the estimation accuracy when there are strong deviations from the normal distribution and inhomogeneous distributions. The possibility of its application in the analysis of the risk for several applied problems was demonstrated.

References

1. Долматов А.С. Математические методы риск-менеджмента / А.С. Долматов. – М.: Экзамен, 2007. – 319 с.
2. Liang B. Risk Measures for Hedge Funds: A Cross-Sectional Approach / B. Liang, H. Park // European Financial Management. 2007. – V.13, No.2. – P. 317 – 354.
3. Бахрушин В.Є. Методи аналізу даних / В.Є. Бахрушин. – Запоріжжя: КПУ, 2011. – 268 с.
4. Бахрушин В.Є. Уточнення моделей нормального розподілу на основі мінімізації критерію Колмогорова – Смирнова / В.Є. Бахрушин, І.О. Дудко // Системні технології: Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. Дніпропетровськ, 2012. - № 5(82). – С. 95 – 103.

ONE PARADOX IN STATISTICAL DECISION MAKING

Bakhrushin V.E.

Classic Private University, Zaporizhia

Vladimir.Bakhrushin@gmail.com

There are a number of publications devoted to the statistical paradox associated with p-values in statistical hypothesis testing. The essence of the paradox is that p-value for the hypothesis H_2 which implicates hypothesis H_1 , sometimes may be lower than for H_1 . As an example such problem is considered in [1]. We know that the data come from a normal distribution with variance 1 and unknown mean μ . Let's consider the hypothesis $\mu \in [\mu_1; \mu_2]$ and suppose, that we observe $X = x$. P-values for this hypothesis may be determined as follows:

$$p_{\mu_1, \mu_2}(x) = \begin{cases} \Phi(x - \mu_1) + \Phi(x - \mu_2) & \text{if } x < 0.5(\mu_1 + \mu_2); \\ \Phi(\mu_1 - x) + \Phi(\mu_2 - x) & \text{if } x \geq 0.5(\mu_1 + \mu_2), \end{cases} \quad (1)$$

where $\Phi(x)$ is standard normal distribution function.

Let's compare p-values for two hypotheses: H_1 hypothesis is that $\mu \in [-0,5; 0,5]$ and H_2 hypothesis is that $\mu \in [-0,82; 0,52]$. Set $x = 2.18$, then we obtain $p_{-0,5,0,5} = 0.5016$ and $p_{-0,82,0,52} = 0.4981$. So despite the fact that H_2 implicates H_1 since $[-0,5; 0,5] \subset [-0,82; 0,52]$, we obtain $p_{-0,82,0,52} < p_{-0,5,0,5}$. Choosing the significance level equal 0.05 we may accept the hypothesis H_1 , but have to reject the hypothesis H_2 . John de Cook [2] gave such joke interpretation of this paradox: the evidence that some animal is a bear is greater than the evidence that it is a mammal.

In our opinion the reason of this paradoxical result is as follows. In fact formula (1) assumes not only that $\mu \in [\mu_1; \mu_2]$, but also that the most probable value is $\mu^* = (\mu_1 + \mu_2)/2$. So the hypothesis to be tested is complex and may be reformulated as: $\mu \in [\mu^* - \delta; \mu^* + \delta]$; $\delta = (\mu_2 + \mu_1)/2$. For H_1 $\mu^* = 0$ and for H_2 $\mu^* = -0,15$. Thus H_2 is not really implicate H_1 . Therefore, increase of the p-value due to expanding of the interval boundaries is compensated by its decrease due to a greater deviation of x from μ^* .

References

1. Schervish M.J. P-values: What they are and what they are not? / M.J. Schervish // The American Statistician. – 1996. – V. 50, No 3. – P. 203 – 206.
2. <http://www.johndcook.com/blog/2010/03/03/p-values-are-inconsistent>.

OPTIMAL CONTROL OPTIMIZATION UNDER UNCERTAINTIES

Beyko I., Poltorackyi M.

National Technical University of Ukraine “Kyiv Politechnic Institute”
ivan.beyko@gmail.com

In this report we investigate models and algorithms for optimal control and stabilization of inverted pendulums on a cart. Modeling is based on Euler-Lagrange equations derived by minimizing Lagrangian of kinetic and potential energy of the pendulums system. This results in a control system of three 2-nd order differential equations. The system is transformed to the unified type of control systems

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t), w(t)), \quad x(t) \in R^q$$

with a bounded controls set $u(t) \in U \subset R^r$ and a bounded incomplete data $w(t) \in W \subset R^s$.

Using convex approximations of the families of optimal terminal surfaces of terminal states we develop numerical algorithms for optimal minimal time control strategies optimization. The designed strategies are based on observation data $(\tau, x(\tau))$, that is used to calculate controls $(\bar{u}(\tau), \bar{w}(\tau)) = \arg \max_{u \in U} \min_{w \in W} (\varphi(\tau), f(\bar{x}(\tau), u, w))$, where $(\bar{x}, \varphi)$ is the solution of the boundary value problem

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = f(\bar{x}(t), \bar{u}(t), \bar{w}(t)), \quad \bar{x}(\tau) = x(\tau), \quad \bar{x}(T) = 0,$$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = -[f'_x(\bar{x}(t), \bar{u}(t))]^T \varphi(t), \quad t \in [\tau, T].$$

Numerical algorithms are designed to calculate optimal controls in real time under incomplete data. Practical examples are given using complex control systems, described by the differential equations of double inverted pendulum.

INTERDEPENDENCY MODELING FOR CRITICAL INFRASTRUCTURE RESILIENCE ANALYSIS

Biriukov Dmytro¹, Zaslavskii Volodymyr²

¹National Institute for Strategic Studies, Kyiv, Ukraine

²Taras Shevchenko National University of Kyiv

¹**dmytro.biriukov@niss.gov.ua**, ²**zas@unicyb.kiev.ua**

Critical infrastructure (CI) protection plays significant role in contemporary security environment. CI is referred to those systems, networks and facilities which are essential for economic, social, cultural, political sustainable development of the state.

The study of interdependence is recognized as a cornerstone of critical infrastructure (CI) resiliency analysis (RA). CI facilities have a strong influence on each other, which is caused by a direct functional interaction, information and control connections, norms and operational procedures, as well as geo-spatial closeness [1]. The interdependency causes numerous cascading effects which should be considered in CIRA. There are many examples of interdependencies among energy infrastructure, water services, electronics and telecommunications [2].

To model CI interdependency several mathematical technics were used [3,4]: simulation, system dynamics, network models (including the input-output inoperability model). A number of software packages were developed to investigate and visualize CI interdependencies within specific sectors (energy, telecommunications, transport etc.) and among different sectors [5,6]. Although physical dependence between CI elements were investigated and visualized by means of GIS [7].

We consider the three-layer network model to couple CI interdependencies. At the first level the environmental factors which affect the operation of CI are located. The range of these factors may contain climatic variations, terrorist attacks, regulatory documents' restrictions etc. The second layer presents CI facilities, which are interconnected. Four types of connections are considered: direct functional (supply chains), cyber (control impact), spatial (territorial location), regulatory. And the third layer presents CI performance indices which estimate the impact of CI functioning state on economics, environment and social spheres.

References

1. Hyslop M., Critical information infrastructures: Resilience and protection. – 2007. – 360 p.
2. Ness L., Securing utility and energy infrastructures. – Wiley, 2006. – 340 p.

3. Critical Infrastructure Interdependency Modeling: A Survey of U.S. and International Research. – Idaho National Laboratory, 2006. – 116 p.
4. Robert B., De Calan R., Morabito L., Modelling interdependencies among critical infrastructures // Int. J. of CI. – 2008. – 4. – P. 392 – 408.
5. Methodologies and applications for critical infrastructure protection: State-of-the-art / Yusta J.M., Correa G.J., Lacal-Arantequi R. // Energy Policy. – 2011. – 39. – P. 6100 – 6119.
6. Tolone W.J., Interactive visualizations for critical infrastructure analysis // Int. J. CI Protection. – 2009. – Vol.2. – P. 124 – 134.
7. Robert B., Morabito L., The operational tools for managing physical interdependencies among critical infrastructures // Int. J. of CI. – 2008. – 4(4). – P. 353 – 367.

THE DISTRIBUTION OF VARIABLE SDA

Boychuk Z. G.

Ivan Franko National University of Lviv

Z_Boichuk@yahoo.com

Within the Bernoulli trial [1] problems, the independence of tests and the similar probability p of the appearance of events A in each experiment may be caused by neglecting the time factor for a particular type of a problem. Such a neglect brings about erroneous predictions in social relationships. For the first time in paper [2], there was presented a definition 1: The reaction of the event B to the event A that took place prior to the event B : $RA(B) = PA(B) - PA(B)$.

Some properties of reaction R . For every events A, B :

1. $-1 \leq RA(B) \leq 1$;
 a) $(RA(B) = -1) \Leftrightarrow (B = \bar{A})$;
 b) $(RA(B) = 1) \Leftrightarrow (B = A)$;
2. In general, $RA(B) \neq RB(A)$;
3. For independent events A, B : $RA(B) = RB(A) = 0$:

We can see from the above properties that the response reaction $RA(B)$ may be the measure of the effect of one event A upon the following in time event B . We can now consider a series of n dependent events that are pairwise connected by arbitrary reactions $RA_i(A_{i+1})$; $i = 1, 2, \dots, n$. Unlike Markov chain, we have the chain of dependent events. A_{i+1} event "has past experience", and doing change the probability its own appearance according to the reaction $RA_i(A_{i+1})$; $i = 1, 2, \dots, n$.

The report describes the measure of the effect of the event on the subsequent events while researching the variable $SDA(m)$, that

determines the number of Simple(Prime) Dividers Additional of integer m . Each integer m in the interval $[2^n; 2^{(n+1)})$ contains no more than n simple additional divisors. For example: $SDA(\text{prime}) = 0$, $SDA(2^k) = k-1$, $SDA(140) = SDA(2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7) = 3$. Each integer within the interval $[2^n; 2^{(n+1)})$ can be considered as a result of a sequence of n depending experiments, in each of with the natural number will receive simple multiplier additional, or may be not. $SDA(m)$ is not $\tau(m)$ function, because the latter determines the number of all divisors of m . The report managed to find the reactions $RA_{i-1}(A_i)$; $i = 1, 2, \dots, n$: There have been constructed distributions of the $SDA(m)$ variable on the discrete set $\{0, 1, \dots, n\}$ for different n . These distributions are similar to the binomial distribution, but not as the last, because events in the sequences of this research are dependent.

References

1. Gnedenko, B. The course in probability theory. "Kyiv University", 2010.(ukr.)
2. Z. G. Boychuk, The reaction of random events. Thirteenth International Conference named academician M.Kravchuk: Kyiv, 2010, p. 318.(ukr.)

THE PROPERTIES OF THE STATIONARY BEHAVIOR OF THE SOME NETWORK AND A SEPARATE QUEUEING SYSTEM WHICH OPERATE IN PARALLEL

Chechelnski A., Gubeladze A., Kucherenko O.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

alex_che@voliacable.com

We consider a model which consists of two parts. One part of the model is an open multichannel network type and second part is a separate multichannel system. The parts of our model have the r common Poisson input flows of customers $(\nu_1^i(t), \nu_2^i(t))$, $i = 1, r$ with parameters b_i . One of the customers arrives to the part operating as a network with nodes $E_1, \dots, E_r$. Another customer goes for a service to the separate queueing system E_0 . After completing server in only one part they depart the model. The service times at the node E_i ($i = 0, r$) have the exponential distribution with parameter $\mu_i > 0$. Suppose that

$X_i(t)$, $(i=0, r)$ is the number of customers in the nodes, $\Phi(z, t)$ is the generation function of the vector $X(t) = (X_0(t), \dots, X_r(t))$.

Theorem. The stochastic process $X(t)$ has the limit distribution of the following type

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \Phi(z, t) = \exp \left\{ - \left(\mu_0^{-1} \sum_{i=1}^r b_i - \left(bP^*(\mu_0), \vec{1} \right) \right) (1 - z_0) - \right. \\ \left. - \left(\alpha D^{-1}(\mu) - bP^*(\mu_0), \vec{1} - z \right) - \left(bP^*(\mu_0), \vec{1} - z_0 z \right) \right\}, \text{ where } D(\mu) = \left\| \mu_i \delta_{ij} \right\|_{i,j=1}^r, \\ P^*(\mu_0) (I - Q^*(\mu_0))^{-1} D(g(\mu)), Q^*(\mu_0) = \left\| -p_{ij}(\mu_0 - \mu) \right\|_{i,j=1}^r$$

References

1. Чечельницький О.А., Кучеренко О.В. Дифузійні властивості систем Ерланга з двовимірним потоком вимог. Обчислювальна та прикладна математика, №2(101), 2010, С.150-155.

MATHEMATICAL MODEL FOR CANCER PREVALENCE AND CANCER MORTALITY

¹Kalas J., ²Novotny J., ²Michalek J., ³Nakonechniy O.

¹Masaryk University, Czech Republic

kalas@math.muni.cz

²Brno University of Technology, Czech Republic

michalek@fme.vutbr.cz, ynovot35@stud.fme.vutbr.cz

³Taras Shevchenko National University of Kiev

nakonechniy@unicyb.kiev.ua

The first part of the paper designs a deterministic model to describe cancer prevalence and mortality in a population. Next the asymptotic properties of the model are investigated. In the second part, the model is applied to real-world data. For selected model data, a numerical solution is found to the differential equations describing the model, a long-term prediction is made with its results compared with those of predictions made by regression analysis, which are often used to model the prevalence and mortality in the present literature. It is shown that, although for short-term predictions (up to 10 years) both approaches are nearly equivalent, there is a major difference between them if a longer-term prediction is made and finding a reliable

prediction for a period longer than 10 years based on short time series seems to be unlikely.

References

1. Abramson M. A. et al. The nomad project. Software available at www.gerad.ca/nomad. August 2009.
2. Hartman P.: Ordinary differential equations, Society for Industrial and applied mathematics (SIAM), Philadelphia, 2002, (Second edition).
3. Konecny M. et al. Cancer prevalence in the Czech Republic 1989 - 2005 - 2015 PF MU Brno, 2008, p. 1-69.

MODELING PROPAGATION OF THE ELASTIC SOLITARY PULSES IN AN ACOUSTIC WAVEGUIDE

Kolyada¹ Yu.E., Fedun² V.I., Bulanchuk² O.N.

¹Mariupol State University, yukol@ukr.net

²Priazovskyi State Technical University

Using elastic solitary pulse finds wide application in production of hydrocarbons intensification technology. Pulses generated at the surface oil well proagate in zone of layer, exert on it an elastic effect, which leads to increased oil recovery. In some cases, production rate increased as high as several hundred percent. Therefore, this method production stimulation of hydrocarbons is very promising. In this regard, the study propagation of a solitary pulses in an acoustic waveguide is of practical interest, which will manage the process of energy input into the oil reservoir.

Currently, there are only theoretical studies confirm the existence of solitary waves - solitons in the pipeline, described by the Korteweg-de Vries equation [1].

The authors set the goal of numerical solution of the problem of propagation of solitary pulses in an acoustic waveguide. To solve it, you must set the initial acoustic pulse to the input of the system. This can be done, for example by modeling the process of electrical discharge in the water-filled hole. The initial system of equations in this case is the law of conservation of energy, the expressions for the internal energy and the work done on the fluid, and the equation for the pressure at the interface of two media (gas - liquid), as is done in [2]. Next, the generated pulse numerically subjected to the Fourier decomposition. It was assumed that each harmonic is damped with a characteristic value for its frequency attenuation coefficient. Since in the propagation of

oscillations in the pipe the bulk of the absorption effect associated with the presence of the wall, the absorption coefficient was taken as [3]:

$$\gamma = \frac{\sqrt{\omega}}{\sqrt{2}Rc} \left[\sqrt{\nu} + \left(\frac{C_p}{C_v} - 1 \right) \sqrt{\chi_\theta} \right],$$

where ω - the frequency of the harmonics, R - the radius of the tube, ν - the coefficient of kinetic viscosity of the fluid, C_p and C_v - fluid the specific heat at constant pressure and volume, χ_θ - coefficient of thermal diffusivity of the liquid. Then, pulse shape is restored using the inverse Fourier transform. The figure graphs presents dependences of the spatial sampling analogue-pulses obtained in this way, at depths 0 and 3 km for different energy input by means of electrical discharge in liquid.

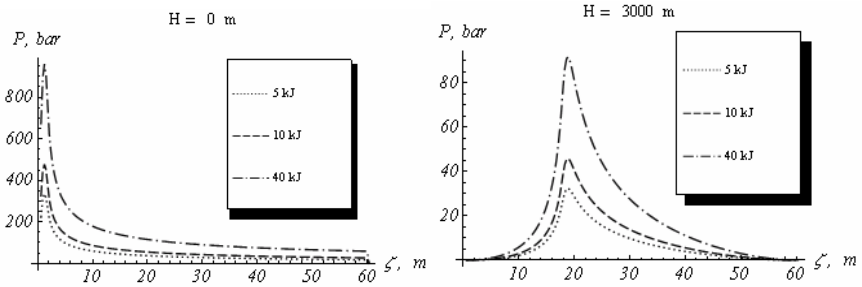


Fig. Dynamics of shape and amplitude of the elastic pulses propagating along the acoustic waveguide depending on its length for various energies input into the fluid at the entrance of the system. for various energies

The graphs illustrate the dynamics of pulse propagation in a water-filled hole that allows to predict them parameters and further development of the process of interaction with the producing formation.

References

1. Tkachenko O.P. The existence of solitary waves in the pipeline. Proceedings of the 45th International scientific conference of scientists transport universities, engineering professionals and representatives of academic science. Moscow, 7-9 November 2007, pp.69-74.
2. Naugolnykh K.A., Roy N.A. Electrical discharges in water. - Moscow: Nauka, 1971. - 155p.
3. Landau L.D., Lifshitz E.M. Theoretical Physics. Hydrodynamics. - Moscow: Nauka, 1986. - V.6. - 486p.

ON MULTI-CHANNEL NETWORKS WITH NONHOMOGENEOUS POISSON INPUTS

Hanna Livinska¹, Eugene Lebedev²

National Taras Shevchenko University of Kyiv, Ukraine

¹ livinskaav@gmail.com , ² leb@unicyb.kiev.ua

We consider a multi-channel stochastic network of the $[M_t | GI | \infty]^r$ - type consisting of “r” service nodes in heavy traffic. In the i-th node service time is distributed with distribution function $G_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, r$. Using the method of Gaussian approximation we study the r-dimensional service process $Q'(t) = (Q_1(t), \dots, Q_r(t))$, where $Q_i(t)$ is the number of calls in the i-th node at t moment of time. The heavy traffic regime for this network is determined by the following behavior of network parameters.

Condition 1. Poisson input flows and their leading functions $\Lambda_i(t)$ depend on “n” (series number) so that in any finite interval

$$n^{-1} \Lambda_i^{(n)}(nt) \xRightarrow[n \rightarrow \infty]{U} \Lambda_i^{(0)}(t), \quad i = 1, 2, \dots, r,$$

where the limit functions satisfy Holder’s condition.

$$\textbf{Condition 2.} \quad G_i^{(n)}(nt) \xRightarrow[n \rightarrow \infty]{d} G_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

In these conditions the service process $Q(t)$ normalized by suitable way converges weakly in the uniform topology to Gaussian limit. Characteristics of the limit process are given by $\Lambda_i^{(0)}(t), G_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, r$ and a switching matrix $P = \|p_{ij}\|$ of the network in explicit form. This proposition generalizes the main result of [1].

References

1. Livinska A.V., Lebedev E.A. A limit theorem for multi-channel networks in heavy traffic // Cybernetics and systems analysis, 2012, № 6, P. 106 - 113.

GUARANTEED ESTIMATES OF SOLUTIONS TO SYSTEMS OF TWO VARIATIONAL EQUATIONS IN HILBERT SPACES AND ITS APPLICATIONS

A.G. Nakonechny, Yu.K. Podlipenko

Taras Shevchenko National University of Kyiv

yourip@mail.ru

Let V_1 , V_2 , H_1 , and H_2 be Hilbert spaces over $\mathbb{R}$ such that the following inclusions hold $V_1 \subset H_1$ and $V_2 \subset H_2$ with $\|\cdot\|_{H_1} \leq c_1 \|\cdot\|_{V_1}$ and $\|\cdot\|_{H_2} \leq c_2 \|\cdot\|_{V_2}$ where c_1 and c_2 are positive constants.

Consider the problem: given $f_1 \in H_1$, $f_2 \in H_2$, find $\phi_1 \in V_1$, $\phi_2 \in V_2$, such that

$$a_1(\phi_1, \psi_1) = (B\phi_2 + f_1, \psi_1)_{H_1} \quad \forall \psi_1 \in V_1, \quad (1)$$

$$a_2(\phi_2, \psi_2) = (f_2, \psi_2)_{H_2} \quad \forall \psi_2 \in V_2 \quad (2)$$

where $B \in \mathcal{L}(H_2, H_1)$, $a_1 : V_1 \times V_1 \rightarrow \mathbb{R}$, and $a_2 : V_2 \times V_2 \rightarrow \mathbb{R}$ are continuous bilinear forms. We assume that problem (1),(2) is well-posed.

We suppose that functions f_1 and f_2 in the right hand sides of equations (1) and (2) are not known exactly. The estimation problem consists in the following: from the observations $y = C\phi_1 + \eta$, find optimal, in a certain sense, estimate of the functional $l(\phi_1) = (l_0, \phi_1)_{H_1}$ in

the class of estimates linear w.r.t. observations, $\hat{l}(\phi_1) = (y, u)_{H_0} + c$ under the assumption that errors $\eta = \eta(\omega)$ in observations are realizations of random variables defined on a certain probability space $(\Omega, \mathcal{B}, P)$ with values in a Hilbert space H_0 and finite second moments belonging to the set G_0 , and $(f_1, f_2) \in G_1$. Here $C \in \mathcal{L}(H_1, H_0)$ is a linear continuous operator, $u \in H_0$, $c \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} G_1 &:= \{(\tilde{f}_1, \tilde{f}_2) \in H_1 \times H_2 : (Q_1(\tilde{f}_1 - f_1^0), \tilde{f}_1 - f_1^0)_{H_1} + \\ &\quad + (Q_2(\tilde{f}_2 - f_2^0), \tilde{f}_2 - f_2^0)_{H_2} \leq 1\} \\ G_0 &:= \{\tilde{\eta} : E\tilde{\eta} = 0, E(Q_0\tilde{\eta}, \tilde{\eta})_{H_0} \leq 1\}, \end{aligned}$$

$l_0, f_1^0 \in H_1$, and $f_2^0 \in H_2$ are given elements, Q_1 , Q_2 , and Q_0 are bounded selfadjoint positive definite operators in H_1 , H_2 , and H_0 ,

respectively, for which there exist bounded inverse operators Q_1^{-1} , Q_2^{-1} , and Q_0^{-1} .

For systems described by problem (1), (2), we obtain representations for the guaranteed estimates of $l(\phi)$, which are expressed via solutions of certain systems of variational equations, and give applications of the obtained results to the concrete estimation problems of mathematical physics.

MATHEMATICAL MODELING OF NON-STATIONARY SOLIDIFICATION PROCESSES OF CONTINUOUS CASTING SLABS

N.V. Nazarenko

Mariupol State University,

spreenn@rambler.ru

The work deals with the problem of optimization of secondary cooling modes for slab CCM on the basis of mathematical modeling of non-stationary solidification processes and the formation of chemical heterogeneity of continuous casting slabs.

Optimization of the cooling mode in the secondary cooling zone was carried according to a number of criteria: thermal criterion, complex criterion subject to the requirements of reducing axial macroheterogeneity, complex criterion subject to expert judgement of the slabs quality.

To specify the thermal conditions of the SCZ, optimality criterion, similar to the known solutions, was used [1]:

$$\begin{aligned}
 J_T(\vec{\alpha}) = & \int_0^{z_{\max}} \{w_1 |\alpha(z)|^2 + w_2 \max(0, \alpha(z) - \bar{\alpha})^2 + w_3 \min(0, \alpha(z) - \underline{\alpha})^2 + \\
 & + w_4 |T^*(z) - T(z)|^2 + w_5 \max(0, T(z) - \bar{T}^*(z))^2 + w_6 \min(0, T(z) - \underline{T}^*(z))^2\} dz + \\
 & + \sum_{i=1}^9 w'_i (\bar{T}_i - T'_i) \rightarrow \min
 \end{aligned} \tag{1}$$

where $w_1 \dots w_6$, $w'_1 \dots w'_9$ – weighting coefficients.

To specify the thermal conditions of the secondary cooling subject to the requirements of reducing the axial heterogeneity there was made a family of more complicated complex criteria [2]:

$$J(\vec{\alpha}) = J_T(\vec{\alpha}) + \sum_k w''_k \cdot \frac{c_k^{\max} - \bar{c}_k}{\bar{c}_k} + \sum_j w'''_j \cdot \frac{f_k - f_{opt}}{f_{norm}} \tag{2}$$

where w_k'' – weighting coefficients for minimization of chemical macroheterogeneity on k –element ; f_k , f_{opt} , f_{norm} – current, particular optimum and normalized value of the accounted quality criterion.

The optimization algorithm for all variants of the criteria - penalty function method with the use of the Nelder-Mead modified method.

Temperature and concentration fields in the axial section were calculated using the mathematical model of the continuous casting slabs formation.

Boundary conditions were put down in terms of the conditions of the slab heat exchange with the environment:

$$\begin{aligned} -\lambda \partial T / \partial z \Big|_{z=0} &= \alpha_{\text{зеркало}}(T) \cdot (T - T_{o.c.}) + v \cdot c_g \cdot \rho \cdot (T_{\text{ex}} - T); \\ \partial T / \partial z \Big|_{z=L} &= 0; \partial T / \partial x \Big|_{x=0} = 0; -\lambda \partial T / \partial x \Big|_{x=R} = \alpha_{\text{axl}}(T, q_{\text{axl}}) \cdot (T - T_{\text{axl}}) + \\ &+ \varepsilon \sigma \cdot (T^4 - T_{o.c.}^4), \end{aligned} \quad (3)$$

where $\alpha_{\text{зеркало}}(T)$ - heat transfer coefficient, which was calculated for the conditions of heat exchange subject to slag occurrence on the mirror surface of the metal. Heat transfer coefficient against the cooling agent on the side faces of the slab in the SCZ was calculated out of the results of the experiments on a particular CCM.

The process of macroheterogeneity formation was described by a slightly modified diffusion-convection equation (for each chemical element considered):

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial \tau} + \rho \nabla(uC) &= \nabla(D_{\text{эфф}, \text{жс}} \nabla(1-\psi)C_{\text{жс}} + D_{\text{эфф}, \text{мс}} \nabla\psi C_{\text{мс}}) = \nabla D_{\text{эфф}}(\nabla C) \\ D_{\text{эфф}} \partial C / \partial z \Big|_{z=0} &= v C_{\text{ex}}, \quad \partial C / \partial z \Big|_{z=L} = 0, \quad \partial C / \partial x \Big|_{x=0} = \partial C / \partial x \Big|_{x=R} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

A set of criteria of optimality of the casting thermal regime has been formulated (1)-(2), taking into account the requirements for the quality of the surface and internal structure of continuous casting slabs. The method of calculation of solidification kinetics and formation of the slabs chemical heterogeneity under conditions of non-stationary casting mode has been worked out and adapted according to industrial data. It has been found that the optimized secondary cooling mode reduces rejecting of sheet metal due to its surface defects, decreases points on the internal cracks and axial heterogeneity as well.

References

1. Camisani-Calzolari F. R. Specification Framework for Control of the Secondary Cooling Zone in Continuous Casting / F. R. Camisani-Calzolari,

I. K. Craig, P. C. Pistorius // ISIJ Internetal. – 1998. – Vol. 38, № 5. – С. 447–453.

2. Назаренко Н.В. Повышение качества непрерывнолитых заготовок путем совершенствования температурно-скоростного режима разлива, установленного математическим моделированием // Монография / Н.В. Назаренко; Мариупольский государственный ун-т. – Донецк : Світ книги, 2013. – 197 с.

SIMULATION OF ONE CLASS OF GAUSSIAN STATIONARY RANDOM PROCESSES

Pashko A.

European University

pashkoua@mail.ru

When constructing models of stationary random processes with given accuracy and reliability in different dimensions it is necessary to assess growth $F(\infty) - F(\Lambda)$, $\Lambda > 0$, where $F(u)$ - the spectral function of the process. When the stochastic process has a spectral density and it is known or known its spectral function, then we can estimate of this growth is does not cause difficulty. A completely different situation in the case where a known correlation function and spectral explicitly can not be found. The paper studied assessment of increases $F(\infty) - F(\Lambda)$ for a wide class of random processes.

Theorem 1. Let the correlation function $r(\tau)$ of a stationary random process $X = \{X(t), t \in R^1\}$ analytic in some neighborhood of zero and there are numbers $\tau > 0$ and $\alpha > 0$ that for all $k \geq 1$ there is inequality $|r^{(2k)}(0)| \leq r(0)(\tau k)^{k\alpha} = F(\infty)(\tau k)^{k\alpha}$, while $h > (e\tau)^{\frac{\alpha}{2}}$ in the case $1 - F(h) \leq r(0) \exp \left\{ -\alpha h^{\frac{2}{\alpha}} (2e\tau)^{-1} \right\}$.

For random process $X(t)$ with correlation function $r(\tau) = A_\gamma \exp \left\{ -C_\gamma |\tau|^\gamma \right\} \cos(\beta\tau)$, $0 < \gamma < 2$ model building in mind

$$X_n(t, \Lambda) = \sum_{i=0}^{n-1} \left(\cos(tu_i) \xi_{1i} + \sin(tu_i) \xi_{2i} \right), \quad \Lambda = \left(\frac{3r_\gamma n^2 \gamma}{2T^2} \right)^{\frac{1}{\gamma+2}}.$$

Theorem 2. The model $X_n(t, \Lambda)$ brings to the reliability $\alpha > 0$ and accuracy $\delta > 0$ of the process $X(t)$ in $L_2([0, T])$ when

$$n \geq \max_{i=1,2,3} (N_i), \text{ where } N_1 = (1.5r_\gamma \gamma)^{\frac{1}{\gamma}} T, \quad N_2 = \Lambda^{\frac{2+\gamma}{2}} \left(2(3\gamma r_\gamma)^{-1} \right)^{\frac{1}{2}} T,$$

$$N_3 = \sqrt{2} T^{\frac{3\gamma+2}{2\gamma}} A_\gamma^{\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma}} (r_\gamma \gamma)^{\frac{1}{\gamma}} (\gamma + 2)^{\frac{\gamma+2}{2\gamma}} \left(\sqrt{3} \left(\delta^2 \min(1, s_a^{-1}) \right)^{\frac{\gamma+2}{2\gamma}} \right)^{-1}.$$

FRAMEWORK FOR SAFEGUARDING STABILITY UKRAINIAN FINANCIAL SYSTEM OF UNDER UNCERTAINTY

Y. Petlenko

Taras Shevchenko National University of Kyiv

f_knu_4@mail.ru

Ukrainian finance is becoming more integrated into the international financial system, while the safeguarding financial stability of under uncertainty, including decision-making processes for providing financial-stability public goods, and has remained unresolved. Ministry of Finance and National Bank of Ukraine launched an initiative to explore ways to further develop financial stability arrangements in the Ukraine on the basis of the experiences of a crisis simulation exercise. Within this initiative, the starting point is that an effective crisis management framework must evolve, as markets already have done. The initiative also endeavors to further develop general principles and procedures for resolving financial crisis including the policy issue of ex ante burden sharing agreements on the fiscal cost of banking crisis.

Unfortunately, there is a dearth of literature that provides much analytical guidance on these important Ukrainian issues and, in particular, for assessing the existing architecture's ability to safeguard national financial stability.

Financiers are aware of the limitations of the existing institutional setting, but opinions how to proceed of under uncertainty, including reducing the debt burden on the economic system in general and particularly financial, are required to take into social needs. Along with substantial benefits, the emergence of a Ukrainian financial system will most likely be accompanied by a greater propensity for market turbulence and systemic risk.

This paper applies establishes benchmarks for assessing the ability of Ukraine's existing institutional architecture to efficiently allocate resources to protect national financial system against systemic threats to stability, such as the inability to perform obligations.

References

1. Garcia Gillian G. H. Preserving Financial Stability: A dilemma for the European Union/ Gillian G.H.Garcia, Maria J. Nieto // Contemporary Economic Policy Vol. 25, No. 3, July 2007. — P. 444-458.
2. Schinasi G.J. Safeguarding Financial Stability: Theory and Practice /G.J. Schinasi. — Washington,DC: International Monetary Fund, 2006.

ON MULTICHANEL QUEUES WITH CONSTANT RETRIAL RATE

Vadym Ponomarov

Taras Shevchenko national university of Kyiv

vponomarov@gmail.com

In many queueing systems the request, that cannot get service immediately leaves the system or joins queue and waits for service. But in real world systems customer often decides to leave the system and return after some random period of time. Queues with such customer behavior are called retrial queues and are widely spread in practice. Rich comprehensive review of retrial queues can be found in [1].

Most retrial queues assume that each retrial customer tries to get service after some random period of time. Usually it is assumed that period between successive retrials of one customer is exponential distributed random variable with parameter μ . Thus the retrial intensity is $j\mu$ when there are j sources of retrial requests in the system. But in some systems this condition does not hold (computer networks, communication protocols, etc.): the intensity of retrial flow remains constant independently from number of retrial requests. Queues with such behavior of retrials are called retrial queue with constant retrial rate.

Markov chain that describes service process in retrial queue with constant retrial rate is multidimensional and has infinite state space. Transaction matrix of such process usually does not have special properties that would streamline the explicit solution of Kolmogorov set of equations. Therefore only the simplest models are explicitly researched on this moment (see [2], [3]).

This paper deals with the Markov model of the retrial queue with the Poisson incoming flow, constant retrial rate and c identical servers.

The conditions of stationary regime existence are given. Analytical representations of steady-state probabilities are obtained in the vector-matrix form. Method of investigation is based on finding explicit formulas for the stationary distribution of the similar system with truncated state space and taking the limit when truncation level tends to infinity.

References

1. Falin G.I., Templeton J.G.C. Retrial Queues //Chapman and Hall, London, 1997.
2. Artalejo J.R. Stationary analysis of the characteristics of the M/M/2 queue with constant repeated attempts. - Opsearch 33, 1996, P. 83-95.
3. Choi B.D., Shin Y.W., Ahn W.C. Retrial queues with collision arising from unsoltted CSMA/CD protocol.– Queueing Systems 11, 1992, P. 335-356.

INCOMPLETE DATA IN STATISTICAL SURVEYS

Rozora I.V., Lukovych O.V.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

irozora@bigmir.net

Missing data is a frequent topic of statistical research studies, which imply extensional data collection and analysis. Though commonly it is carried out operational procedures to have a complete data, the real-fact situation is that some data may be not collected for different reasons like some of responders decline to provide the data or conceal it to protect confidentiality.

Technology development makes possible implementation in practice complicated theoretical approaches and evolving more sophisticated computations. Recently the development of statistical methods were concentrated to address the incomplete data problem, which causes bias or inefficient analysis, including such methods like the imputation, likelihood and weighting approaches. Overviews of different methods are given in Little and Rubin (1990), GSS (1996), Schafer and Graham (2002), Ibrahim et al (2005), Little and Rubin (2002), Schaffer (1997), etc.

It is important to understand how sample was selected and implemented and why more data are missing if such in order to make correct assumptions for the model of estimation. Informally missing data can be thought of being caused by one of three ways – random process, measured process, and process that not measured. Modern missing data methods work well with first two, but not the last. More

formally, the major problem with missing data is that the distribution $f(R | H)$, referred to as the nonresponse mechanism.

It is distinguished (Rubin, 1987) 3 types of assumptions about missing data distribution: missing completely at random (MCAR), missing at random (MAR), not missing at random (NMAR).

Data are **missing completely at random (MCAR)**, defined as $f(R | H_{obs}, H_{mis}) = f(R)$, if the missingness depends neither on H_{obs} nor on H_{mis} . When data are MCAR missing cases are not different from not missing ones in terms of the analysis being performed. MCAR assumption is a strong assumption, which is likely to be violated in many social science applications thus it is considered some weaker assumptions.

If the distribution of the missing-data mechanism does not depend on the missing values H_{mis} it is said that the data are **missing at random (MAR)**, i.e. $f(R | H_{obs}, H_{mis}) = f(R | H_{obs})$, which implies that missingness does depend on the observed but not on the missing values. Under MAR it is possible that the missingness depends on y_i , however, when conditioning on other values x_i this dependency is wiped out and there is no residual relationship between y and r .

If the probability that an item is missing depends on the variable itself even when conditioning on the observed values, and therefore neither MAR nor MCAR hold, the missing-data mechanism is **not missing at random (NMAR)** or nonignorable (Schafer, 1997; Little and Rubin, 2002). Since the missing data depends on events, which researcher cannot measure, this is the most difficult situation for the analysis.

Often researchers regard the MAR assumption as a workable approximation although MAR may not hold in reality. To analyze the effects of MAR-based methods under a departure from MAR is therefore desirable.

References

1. Little, R.J.A. and Rubin, D.B.: *Statistical Analysis with Missing Data*, New York., 2002.
2. Schafer, J. L.: *Analysis of Incomplete Multivariate Data*, London, 1997.
3. Little, R.J.A. and Rubin, D.B.: The Analysis of Social Science Data with Missing Values, *Sociological Methods and Research*, 18, 3, 1990, P.292-326.
4. Schafer, J.L. and Graham, J.W. (2002): Missing Data: Our View of the State of the Art, *Psychological Methods*, 7, 2, P.147-177.
5. Ibrahim, J.G., Chen, M.H. Lipsitz, S.R. and Herring, A.H. (2005): Missing-Data Methods for Generalised Linear Models: A Comparative Review, *Journal of the American Statistical Association*, 100, 469, P.332-346.

ON OPTIMAL NUMBER OF BERNOULLI TRIALS

Sharapov M., Navruzov F.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

Let p be the probability of success at one experiment, n is the number of experiments, S_n is a number of successful experiments, $\varepsilon > 0$. The question is what is the minimal number $n = n_*$ of experiments to conduct in order to get the accuracy $\nu = 1 - \alpha$ (at least) of deviation

$$P\left\{\left|\frac{S_n}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right\} \geq 1 - \alpha = \nu.$$

The main problem is that the function

$$f(n) = \sum_{k=\max\{0, \text{ceil}(n(p-\varepsilon))\}}^{\min\{n, \text{floor}(n(p+\varepsilon))\}} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

is not monotonous. So sometimes one can increase n and get the smaller value $f(n)$. The only way to obtain the desired n_* is to take $n = 1, 2, 3, \dots$ one by one until $f(n) \geq 1 - \alpha$. All known methods like Chebyshev theorem and de Moivre-Laplace theorem give us only estimates for desired n_* . One more interesting question is what is the minimal n^* that guarantees $f(n) \geq 1 - \alpha$ for all $n \geq n^*$? We obtained some results for n_* and n^* , in particular we obtained empirically that $\max |n^*(p) - n_*(p)| \leq 23$ uniformly for all values of $p = 0.00001, 0.00002, \dots, 0.99999$, $\varepsilon \in (0; 1)$ i $\nu \in (0; 1)$. This result must be rather useful because it will make it possible to obtain values of $n_{\max}^* = n_{\max}^*(\varepsilon, \nu)$ while p is often unknown.

References

1. Кибзун А.И. «Теория вероятностей и математическая статистика», 2002, С. 206-208.

TWO FORMS OF RECURRENT REPRESENTATION FOR LEAST SQUARES ESTIMATE WITH LEAST DEVIATION NORM FROM ‘ATTRACTION’ POINTS FOR SYSTEMS UNDER UNCERTAINTIES

Alexander S. Slabospitsky

Taras Shevchenko National University of Kyiv

sl@univ.kiev.ua

Consider the construction problem of recurrent algorithm for least squares parameter estimate with variable forgetting factor $\lambda(i)$ and least deviation norm from ‘attraction’ points for regression model

$$y(k) = x^T(k)\alpha + \xi(k), \quad k = \overline{1, N}, \quad N \in \mathbb{N},$$

where $\lambda(i) \in (0, 1]$, $i \in \mathbb{N}$, unknown non-stationary parameter vector $\alpha \in \mathbb{R}^p$, $x(k)$ is given, $y(k)$, $\xi(k)$ are scalar observation and error model, respectively. Suppose that for parameter vector α its ‘attraction’ point $\alpha_*(N)$ is known at any moment N ($N = 0, 1, 2, \dots$).

The estimation problem is investigated in non-classical case when this estimate may be not unique and set of these estimates is defined as

$$\text{Arg min}_{\alpha} Q(\alpha, N)$$

where $Q(\alpha, N) = \sum_{k=1}^N w(k, N) \xi^2(k)$, $w(N, N) = 1$, $w(k, N) = \prod_{i=k}^{N-1} \lambda(i)$,
if $k = \overline{1, N-1}$.

The least squares estimate $\hat{\alpha}(N)$ with variable forgetting factor $\lambda(i)$ and least deviation from given ‘attraction’ point $\alpha_*(N)$ at moment N is proposed as unique estimate on this estimate set:

$$\hat{\alpha}(N) = \tilde{X}_N^+ \tilde{y}_N + (E_p - \tilde{X}_N^+ \tilde{X}_N) \alpha_*(N), \quad N \in \mathbb{N},$$

where $(^+)$ – Moore-Penrose pseudo-inverse operator,

$$\tilde{y}_N = \text{column} \left(\sqrt{w(1, N)} y(1), \dots, \sqrt{w(N, N)} y(N) \right),$$

$$\tilde{X}_N = \text{column} \left(\sqrt{w(1, N)} x^T(1), \dots, \sqrt{w(N, N)} x^T(N) \right).$$

Two forms of recurrent representation for estimate $\hat{\alpha}(N)$ are proposed. Recurrent procedure for weighted residual sum of squares $q(N) = Q(\hat{\alpha}(N), N)$ is obtained too.

PREDICTION OF INDEXES OF DYNAMIC SYSTEM WITH USE OF OBSERVATIONAL DATA AS TIME SERIES

Dmytro V. Stefanyshyn

The Institute of Telecommunications and Global Information Space of
the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

dvstefanyshyn@yahoo.com

In present time monitoring is considered as an essential component of the structure and organization of modern management of complex objects and processes. Monitoring as a tool for effective and reliable management includes regular, purposeful and systematic observations of certain components or aspects of an object or process, observations that are specially organized in space and time, as well as methods of analysis of accumulated data and methods of scientific predicting the behaviour of an object, a process, a phenomena on the basis of these data using appropriate mathematical models.

For example, in the last time in the world modern monitoring systems are actively implemented on large dams. Appropriate monitoring at large dams is also being implemented in Ukraine. As part of the renovation of the Hydroelectric Power Plants of the Dnister and Dnipro cascades new Automated Safety Monitoring System have to be installed at dams. The aim of this program is to upgrade the existing monitoring systems and improve the monitoring efficiency of hydraulic structures in compliance with modern safety requirements.

The main diagnostic models for assessing and forecasting of state of dams being under exploitation with using data of instrumental control are regression models. Results obtained after regression modelling can subsequently be used in solving complex problems of parametric identification of phenomenological models which use equations of elasticity, filtration theory, fluid mechanics, etc. with suitable conditions of uniqueness that may be corrected, tested and validated by new observations and with next regression models.

Practice shows the construction of adequate regression models for prediction of state of a dam can be a daunting task. Behaviour of dams may change over time, not only due to changes in external factors (load, effects), but also due to internal reasons. The evolution of states of dams, which are operating in normal conditions, without apparent violations, occurs rather slowly. In general, changes occur constantly in dams, but irreversible changes can accumulate over the years. Processes of wear and aging dams can develop simultaneously with the

processes of self-healing. Different processes may dominate at different times in dams even when the similar external loads and effects are. This is also reflected in the quality of regression models. It is exactly consideration of evolutionary changes is a condition of adequacy of predictive models of behaviour of dams, because periods of efficiency of dams and their structural elements can be up to several decades.

Indeed each adequate regression model, which was built for certain time interval of observation, reflects in fact the current phase state of the dam as a dynamic system in this range. The regression model becomes a kind of a phase portrait of the dynamic system in this interval. Accordingly, the evolution of diagnostic models presented as regressions that correspond to specific time intervals can reflect the evolution of the state of the dynamic systems throughout the all time period selected for the study.

Time periods, according to which the regression models are being built, are usually characterized by different dynamics independent variables. For example, these periods may characterize varying the direction or the intensity change of the independent variable. These time intervals can be allocated so: there is a “zero” dynamics of values of independent variable; values of independent variable are slowly increasing; values of the independent variable are rapidly increasing; the independent variable decreases slowly; the independent variable decreases rapidly. This can be very different options of a “forecasting background”.

Evolutions of model values of diagnostic parameters at each step of regression modelling are determined at fixed values of the exogenous variables. The values of the independent variables are among the values which have been observed in time intervals chosen, where the samplings data in constructing the regression models were formed. In some cases, allowed to go beyond the observed values of the independent variables in the regression models which have been built inside relatively short intervals of changing the values of the independent variable if there are analogues of the corresponding regressions constructed under similar conditions or under similar “forecasting backgrounds”. Thus obtained evolutions can be used to predict the appropriate diagnostic parameter and modelling regressions for next time periods depending on new observational data and the current forecasting background.

SOLVING SECURITIES PORTFOLIO OPTIMIZATION PROBLEM IN THE STOCK MARKET WITH THE HELP OF THE FUZZY GROUP METHOD OF DATA HANDLING

Timashova L.A., Skachko D.O., Skachko I.O

International Research and Training Centre for Information
Technologies and Systems, Ukraine
tnessik@gmail.com

1. Introduction

Over the last years, the problems of portfolio optimization have generated considerable interest in investment operations of organizations performing at the Ukrainian stock market. The problem is that optimizing the portfolio at the predetermined risk level requires expert assessment of portfolio return, which is, in its turn, attended by some risk.

2. Theoretical Part

Harry M. Markowitz [Markowitz H., 1952] is the pioneer of the modern portfolio investment theory. Sharp [Sharp W., 1963], Tobin [Tobin J., 1958, 1965], Merton [Merton R., 1973], and Ross [Ross S., 1976] [4-8] have contributed to the portfolio theory as well. One of the latest trends in this field is concerned with using the fuzzy group method of data handling for portfolio optimization. The object of writing this article is to study the portfolio optimization method for fuzzy models based on stock price prediction. The fuzzy group method of data handling, researched and suggested by Ivahnenko [Ивахненко А. Г. 1975,] [1] is used as the relevant method of portfolio return prediction.

The principal feature of this work is that no external assessment (expert inspection) took place while predicting, optimizing and analyzing the portfolio. No experts were invited to predict the portfolio return or define the substantial input variables.

General formulation: there is a securities portfolio that consists of $N=5$ components, bigname stocks, AZST («МКАзовсталь»), BAVL («РайффайзенБанкАваль»), CEEN («Центрэнерго»), DOEN («Донбасэнерго»), MSICH («МоторСич») and the portfolio behavior on the interval $[T,0]$. The data is received from “Ukrainian Stock Market” public joint-stock company and is based on securities auction results from 07/05/2013 to 29/05/2013. Each component of the portfolio is characterized by its financial viability (evaluated at the point T as the relative asset price increment over the period). Let us assume that the investor’s capital equals to 1. The main aim of securities portfolio optimization is to find the stock share distribution vector in the portfolio

$\{x = \{x_i\} | i = 1, N\}$ that could maximize the investor's income at the predetermined risk level (it is evident that $\sum_{i=1}^N x_i = 1$) [2]. Building the stock margin of profit forecasting model based on the fuzzy group method of data handling. Input time processes $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ are given, which are securities quotation rates at the stock market at the discrete time periods $t=0, 1, 2, \dots, T$. The task is to build the forecasting model to evaluate the quotation rate at the following period of time. Considering the nonstationarity of financial processes as well as the complex undefined interconnection of the input variables and the output $y_i(t) = x_i(t+1)$ it is recommended to consider using the group method of data handling, suggested in [3].

Conclusion

As the result of this work, we showed how to use the fuzzy group method of data handling for portfolio return prediction, which gives us a strong enough basis for portfolio optimization under fuzzy conditions. Using the fuzzy group method of data handling, an expert can simply calculate the band value where the future return on securities is expected to fluctuate.

References

1. Ivakhnenko A. G.: Polynomial theory of complex systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-1(1):364378, 1971.
2. Zaychenko Y.P., Kebkal A.G., and Krachkovsky V.F., (2000) "Fuzzy group method of data handling and its application in the problem of macroeconomic indexes forecasting." (Ukr) Scientific Notes of NTUU "KPI", no 2, pp. 18 - 26.
3. Zaychenko Y.P., Zayets I.O., Kamotsky A. V., and Pavljuck O.V., (2003) "The investigation of different membership functions in fuzzy group method of data handling." *Control Systems and Machines*, no 2, pp. 56 - 67.
4. Sharp W. Simplified model for portfolio analysis// *Management Sciences*. 1963, vol.9, № 2.
5. Tobin J. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk // *Review of Economic Studies*, 26, № 1 (February 1958).
6. Tobin J. The Theory of Portfolio Selection. *The Theory of Interest Rates*//ed. By Hahn F. and Brechlin, London, Macmillan and Co., 1965.
7. Merton R. An International Capital Asset Pricing Model // *Econometrica* (September 1973).
8. Ross S. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing // *Journal of Economic Theory*, 13, № 3 (December 1976).

APPLICATION INTERVAL METHODS FOR SOLVING EQUATION OF SURFACE FLOW IN KINEMATIC WAVE APPROXIMATION

Venherskyi P.S.

Ivan Franko National University of Lviv

petro.vengersky@gmail.com

We consider the model of shallow water flow in kinematic approximation[1]:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial q_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(q_i \frac{q_j}{h} \right) + \frac{h}{Fr^2} \frac{\partial h}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho Re} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial (\tau_{ij} h)}{\partial x_j} = \\ & = K_w \left(\frac{V_\infty^2 |q| q_i}{L Re C^2 h^3 \beta_i} - 1 \right), \quad i=1, 2, \\ & \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial q_j}{\partial x_j} = R. \end{aligned} \right.$$

Simplified equations of shallow water flow in the form of kinematic wave equation take this form:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial q_j}{\partial x_j} = R, \\ & q_i = \alpha_i h^m, i=1, 2 \text{ в } \Omega \times (0, T], \end{aligned} \right.$$

where

$$m=3/2, \quad \alpha_i = C \frac{\beta_i}{\sqrt{|\text{grad } \eta|}}, \quad i=1, 2,$$

C – coefficient Chezi, $\eta(x_1, x_2)$ – function of the relief surface runoff.

The variation problem which was solved by the finite-elements method is formulated. The result is a system of nonlinear equations which were solved by interval iterative methods.

References

1 Венгєрський П.С., Коковська Я.В.. Математична модель руслового стоку рідини у наближенні кінематичної хвилі. // Dynamical System Modeling and Stability Investigation: “DSMSI-2011”: International Conference: Theses of conference reports. May 27-29. – Kyiv, 2011. – P.250-251 .

CLUSTERIZATION OF UNSTRUCTURED DATA

V.V. Vergunov

Taras Shevchenko National University of Kyiv

victor.verg@hotmail.com

This approach designed for cases where it is not possible to use benchmarks to clustering when clustering elements are very similar overall features. Only if we find the partition of the features of the general description of the item may build links between the uniqueness of the element and the common features for all elements. The basic assumption is that the number of unique features in general much less than the number of elements.

The described approach entirely focused on software implementation. It based on the capabilities of modern programming languages, which support reflection and compiling as a service.

As result of the approach constructor will be obtain network, which will have [1]:

1. One input feature, which is at all, but it does not show the uniqueness of the element also from which will be possible to switch to the other features but not inversely;

2. Set of features connected to each other, passing each feature is cut set of elements that do not fulfil these features;

3. Pass through the features ends when no more features that can be pass. I.e. no more features that could lead to a particular element (have been fulfil all features).

To avoid ambiguities need to keep the entire path the passed during the search for an element. Also there will be recorded Points received from the fulfillment features. Points to indicate for which element is more correct property. Each particular feature it is method of the class from which inherit all the features of the design. Each particular feature it is method of the class from which inherit all the features of the design. The addition of these techniques become much easier due to the reflection and compiled as a service.

As features can be give very complex criteria and they will be available immediately after the addition of a particular the constructor the network. Setting is to check the features of the features that are already loaded and adding new ones. [2]

Adding elements begins on first check which of the existing features of performance and give them a pass on only to adding element.

References

1. Torgersen, Mads (October 27, 2008). "New features in C# 4.0". Microsoft. Retrieved October 28, 2008.
2. Abelson, Harold & Gerald Jay Sussman. Structure and Interpretation of Computer Programs. The MIT Press. ISBN 0-262-51087-1.

THE FUZZY COGNITIVE MODEL FOR PREDICTION OF OUTCOME OF TECHNOLOGICAL SCHEME FOR GROWING CROPS

Vergunova I.M.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

vergunova@bigmir.net

We consider the fuzzy cognitive map $G=(X,W)$, where $X=\{x_i\}$, $i=\overline{1,n}$ - the set of basic factors (hills), $W=\|w_{ij}\|_{n \times n}$, $w_{ij}: X \times X \rightarrow [-1,1]$ - set of arcs that reflect the presence and direction of the connection between factors in the form of the adjacency matrix. The parametric characteristics of arcs w_{ij} are specified as follows: $Z_{w_{ij}} = \langle L_{ij}, A_{ij}, F_{ij} \rangle$, where L_{ij} - the function, which determines the interval of functioning the arc (the life cycle of the arc); A_{ij} - the therm-set w_{ij} , $A_{ij} = \{a_{ij}^1, \dots, a_{ij}^{k_{ij}}\}$, each of $a_{ij}^p \in A_{ij}$, $p=\overline{1, k_{ij}}$, is the fuzzy subset; $F_{ij}(t)$ - the function, which characterizes the directions of influence of factor e_i by the factor e_j (vector effects). The direct task is solved – we carried out finding the vectors state of the situation $X(t), X(t+1), \dots, X(t+n)$ and cognitive consonance $C(t), C(t+1), \dots, C(t+n)$ for sequentially ordered in time the technological steps $t, t+1, \dots, t+n$ in order to receive forecasts of weakly structured dynamic situation, which consists of a set of diverse factors and corresponding process of growing agricultural crops within a certain technological scheme. As the T – and S – norms used: $T(a,b) = \min(a,b)$, $S(a,b) = \max(a,b)$.

To avoid the problem of ambivalence of cognitive map to the list of concepts of our map were not included parameters such as the number of man/hours per 1 ha, the cost of the resulting crop in UAH/Kg. These parameters are used separately to compare the results of technological schemes and calculated by with the relevant standards. The list of concepts includes only the components of technological

process (technical equipment used for technological operations, plant protection and fertilizer per 1 ha, main parameters of the state of the soil, quality parameters of the harvest of the crop).

ADDITIVE FUNCTIONALS PREDETERMINED ON A FAMILY OF MARKOV PROSESSES

Yeleyko Ya., Lebediev O.

Ivan Franko National University of Lviv

alex-lebedev@hotmail.com

Additive functionals predetermined in a random environment are studied in the paper.

Let us consider a Markov decision processes with the revaluation in a random environment. Let $A_1, A_2, \dots, A_m$ be the external factors, $P(A_i) = p_i$ - the probability of getting into each of them,

$V_\beta(\pi) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n P_n(\pi) r(f_{n+1})$ - the vector of total average profits [2]. Then

let us calculate the average income in the case of discrete time:

$$\sum_{i=1}^m p_i \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n P_n^{A_i}(\pi^{A_i}) r(f_{n+1}^{A_i}). \quad (1)$$

We can calculate in the same way the risk and the measure of risk. The average income in the case of continuous time:

$$\sum_{i=1}^m p_i(t) \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n P_n^{A_i}(\pi^{A_i}) r(f_{n+1}^{A_i}). \quad (2)$$

Also we can calculate in the same way the risk and the measure of risk for continuous time.

According to Ergodic theorem [1] we can say that total average profit vector almost everywhere converge to:

$$\frac{1}{t} \int_0^t V_\beta^{x(u)} du \longrightarrow \frac{\sum_{i=1}^m V_\beta^{A_i} p_i \frac{1}{\lambda_i}}{\sum_{i=1}^m p_i \frac{1}{\lambda_i}}. \quad (3)$$

References

1. Гихман И.И. Теория случайных процессов, т.П./И.И.Гихман, А.В.Скороход // Изд-во "Наука". Главная редакция физико-математической литературы, 1973 – 641с.
2. Майн Х. Марковские процессы принятия решений /Х.Майн, С.Осаки // Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука".-1977.-176с.

OPTIMAL INFRASTRUCTURE DEVELOPMENT PROBLEMS UNDER UNCERTAINTY

Zaslavska Olena

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine

zasla@univ.kiev.ua

The optimal allocation models which consider uncertainty may be divided into two classes: the first one explicitly considers the probability distribution of uncertain parameters, and the second captures uncertainty through scenarios (states of the “nature”) [1]. Unlike the well-known allocation problems the infrastructure development problems have the following features. These problems are formulated with Boolean and integer variables under several specific constraints: a) compatibility requirements (in a form of superposition of logical operations), b) interval limitation for integer variables, c) resource restrictions, d) the cost function contains fixed and variable parts [2]. For example, in the problem of social infrastructure development (schools, hospitals, restaurants etc.) fixed part is the cost of constructing the power lines, water and gas pipes (needed for further development), and variable part is the cost of building facilities for the appropriate number of consumers (depending on capacity) [3]. Development of infrastructure projects associated with several uncertainty factors: a) financing of public development programs can be reduced due to lack of budget resources, b) the demand for goods and services which infrastructure facilities provide (and therefore the payback period of facilities) may vary significantly on the period of development, c) for long-term infrastructure development projects the cost of construction may be changed.

We consider a number of problems of infrastructure development (social infrastructure, emergency services, roadside facilities) with multistage deployment of facilities in two different formulations: with known parameters' probability distributions, and under assumptions of several scenarios of parameters' values.

References

1. Owen S.H., Daskin M.S., Strategic facility location: A review / Europ. J. of Oper. Res. – 1998. – Vol. 111. – pp. 423 – 447.
2. Zaslavska O.V. Optimization problems of infrastructure facilities allocation/ XX Int. Conf. PDMU; Sept. 17-21, 2012, Brno, P.138.
3. Biriukov D.S., Zaslavska O.V., Optimization model of development of social infrastructure in small towns and villages of Ukraine // Information processing systems. – 2013. – Vol.5. – pp. 71 – 76.

ПРО ОДИН СПОСІБ ВИКОРИСТАННЯ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ В ЗАДАЧАХ РОЗПІЗНАВАННЯ САРТСНА

Аджубей Л.Т.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
adzhubey@ukr.net

У роботі розглянуто підхід для вирішення задач автоматизованого розпізнавання та класифікації тестових символьних послідовностей за допомогою штучних нейронних мереж. Проаналізовано основні етапи обробки вхідних даних та схеми функціонування нейронної мережі. Визначено проблеми, що пов'язані з формалізацією вхідної інформації. Методику апробовано на прикладі послідовності символів САРТСНА спеціального вигляду.

Традиційна задача розпізнавання та класифікації даних, отриманих в результаті спостережень, широко відома [1]. Заданий деякий набір вхідних даних, які вважаються зразковими. Нейронна мережа з довільного неідеального сигналу, поданого на її вхід, повинна виділити відповідний зразок (за його наявності) або дати висновок про його відсутність.

Використання нейронних мереж у процесах обробки зображення включає декілька етапів. На попередньому етапі досліджуються характеристики зображення, що дозволяє мінімізувати аномалії у представленні. Розроблено схеми прибирання шумів і виділення окремих символів. Для конструктивності процедур подальшої обробки розроблено процедуру необхідного навчання, яке послідовно фільтрує навчальні зображення і корегує вагові матриці в залежності від якості розпізнавання.

Проведене навчання дозволяє вибрати довільне зображення символів САРТСНА і розпізнати його. Процедура розпізнавання полягає у визначенні символу-зразку або класифікації зображення до деякої групи з подальшою більш детальною обробкою за допомогою нейронної мережі.

Проведений аналіз отриманих результатів, досліджено точність розпізнавання в залежності від виділених параметрів, проаналізовано швидкість навчання мережі.

Література

1. Круглов В.В. Нейронные сети. Теория и практика/ В.В. Круглов, В.В.Борисов. // – М: Горячая линия-Телеком, 2002. – 382 с.

ТРИКРОКОВИЙ ІТЕРАЦІЙНО-РІЗНИЦЕВИЙ МЕТОД З ПОРЯДКОМ $1 + \sqrt{2}$ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МІНІМІЗАЦІЇ

Бартіш В.Я., Огородник Н.П.

Львівський національний університет імені Івана Франка

ogorodnyk.nataly@gmail.com

Розглянемо задачу оптимізації

$$f(x) \rightarrow \min_{R^n}, \quad (1)$$

де $f: R^n \rightarrow R$.

Для розв'язування задачі (1), у [1] розглянуто різницький метод із швидкістю збіжності $1 + \sqrt{2}$.

Нами запропоновано трикрокову модифікацію даного алгоритму, а саме

$$x_1 = x_0 - [f'(x_0, \theta_0)]^{-1} f'(x_0) \quad (2)$$

$$\theta_k = x_k - [f'(x_{k-1}, \theta_{k-1})]^{-1} f'(x_k), \quad (3)$$

$$u_k = x_k - [f'(x_k, \theta_k)]^{-1} f'(x_k), \quad (4)$$

$$x_{k+1} = \arg \min_{\gamma} f(u_k + \gamma(\theta_k - u_k)), \quad (5)$$

де $k = 0, 1, \dots$, $\theta_0 = x_0$ – початкове наближення.

Для методу (2) – (5), при виконанні певних умов доведено швидкість збіжності $1 + \sqrt{2}$ із знаменником збіжності меншим, ніж знаменник збіжності методу з [1].

Теорема. Нехай

1. $f(x) \in C(D)$ – сильно-опукла, з константою опуклості $\theta > 0$, $D = \{x \in R^n, f(x) \leq f(x_0)\}$;

2. $f'(x)$ має розділені різниці першого порядку в D , причому для $x, y, z, t \in D$ виконується

$$\|f'(x, y) - f'(t, z)\| \leq N(\|x - t\| + \|y - z\|), \quad \|f'(x, y)\| \leq M,$$

де $N < \infty$, $0 < \theta < M < \infty$;

3. для $\forall x, y \in D$ існує $[f'(x, y)]^{-1}$ причому $\|(f'(x, y))^{-1}\| \leq B$,

де $B < \infty$ – деяка стала.

Тоді існує така константа $C < \infty$ і має місце оцінка

$$f(x_{k+1}) - f(x^*) \leq C^2 \left(f(x_k) - f(x^*) \right)^2 \left(f(x_{k-1}) - f(x^*) \right).$$

Якщо для x_0 виконується умова $\mu = C \left(f(x_0) - f(x^*) \right) < 1$, то

$$f(x_{k+1}) - f(x^*) \leq \mu^{D_{k+1}} \left(f(x_0) - f(x^*) \right),$$

де $D_0 = 0, D_1 = 1, D_{k+1} = 2D_k + D_{k-1} + 2, k > 1$.

У випадку "поганих" початкових наближень, у методі (2) – (5), а саме у (2) – (5) вводять кроковий множник $\alpha_k > 0$.

Як показали практичні дослідження, метод (2) – (5) ефективніший в сенсі кількості обчислень, ніж метод з [1].

Література

1. Бартиш М. Я. О некоторых итерационных методах решения функциональных уравнений / М. Я. Бартиш // Сиб. мат. журн. – 1969. – Т. 10, № 3. – С. 488–493.

ПРО ОДИН ТРИКРОКОВИЙ МЕТОД З ПОРЯДКОМ ЗБІЖНОСТІ $1 + \sqrt{2}$ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Бартиш М.Я., Ковальчук О.В.

Львівський національний університет імені Івана Франка
olyak2005@gmail.com

Розглянемо задачу

$$P(x) = 0, \quad (1)$$

де $P: R^n \rightarrow R^n$.

Одним із методів розв'язування задачі (1) є метод вигляду [1]

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k - [P'(\theta_k)]^{-1} P(x_k), \\ \theta_{k+1} &= x_{k+1} - \frac{1}{2} [P'(\theta_k)]^{-1} P(x_{k+1}), \\ \theta_0 &= x_0, \quad k = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Послідовність $\{x_n\}$ отримана згідно (2) при виконанні відповідних умов має порядок збіжності $1 + \sqrt{2}$.

Нами на основі методу (2) пропонується трикроковий алгоритм вигляду

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_0 - [P'(\theta_0)]^{-1} P(x_0), & \theta_0 &= x_0 \\
u_k &= x_k - [P'(\theta_{k-1})]^{-1} P(x_k), \\
v_k &= x_k - [P'(\theta_k)]^{-1} P(x_k), \\
x_{k+1} &= \arg \min \|P(v_k + \gamma(u_k - v_k))\|, \\
k &= 1, 2, \dots, \theta_k = \frac{u_k + x_k}{2}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Теорема. Нехай

- 1) $P(x) \in C^2(D)$ $D = \{x \in R^n, \|P(x)\| \leq \|P(x_0)\|\}$;
- 2) $\forall x \in D \quad \|P'(x)\| \leq M_1, \quad \|P''(x)\| \leq M_2$;
- 3) $\forall x, y \in D \quad P''(x)$ задовольняють умови Ліпшиця

$$\|P''(x) - P''(y)\| \leq N \|x - y\|;$$

- 4) $\forall x \in D$ існує оператор $[P'(x)]^{-1}$, причому $\|[P'(x)]^{-1}\| \leq B$;

5) в D існує точка x^* , яка є розв'язком задачі (1), причому $P(x^*) = 0$;

Тоді існує константа $0 < C < \infty$ така, що має місце оцінка $\|P(x_{k+1})\| \leq C^2 \|P(x_{k-1})\| \|P(x_k)\|^2$.

Якщо початкове наближення x_0 вибрано таким, що виконується умова $\mu = C\|(x_0)\| < 1$, то послідовність $\{x_k\}$ визначена згідно (2) збігається причому має місце оцінка

$$\|P(x_{k+1})\| \leq \mu^{D_{k+1}} \|P(x_0)\|,$$

де $D_{-1} = -1, D_0 = 0, D_{k+1} = 2D_k + D_{k-1} + 2$.

Порядок збіжності методу (2) становить $1 + \sqrt{2}$.

Практична реалізація методу (3) показала його ефективність в сенсі кількості обчислень в порівнянні з методом (2) і методом Ньютона.

Література

1. Бартіш М.Я. Про один ітераційний метод розв'язання функціональних рівнянь // Доп. АН УРСР. Сер. А. -1968. -5. -С.387-391.

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ПІДВИЩЕНОЇ ТОЧНОСТІ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ І ОПТИМІЗАЦІЇ КЕРОВАНИХ ПРОЦЕСІВ

Бейко¹ І.В., Зінько² П.М.

¹Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ivan.beyko@gmail.com

Розглядаються складні процеси і системи, які описуються узагальненими граф-операторними системами складеними із підсистем алгебро-диференціальних рівнянь із звичайними і/або частинними похідними. Для прогнозування допустимих фазових траєкторій таких процесів з потрібною підвищеною точністю використовуються методи прямих та чисельні алгоритми підвищення точності за допомогою методів асимптотично-розв'язуючих операторів, де частинні похідні по просторовим змінним замінюються різницевиими апроксимаціями потрібних високих порядків точності. При цьому алгебро-диференціальні рівняння із частинними похідними замінюються відповідними підсистемами алгебро-диференціальних рівнянь із звичайними похідними, що полегшує побудову розв'язуючих або асимптотично-розв'язуючих операторів. Побудовані процедури прискорених обчислень ґрунтуються на адекватній заміні найбільш трудомістких обчислювальних процесів оптимізованими чисельними алгоритмами підвищеного порядку точності інтегрування лінійних та нелінійних систем, побудованими у роботах [1], [2] із використанням асимптотично-розв'язуючих операторів для апроксимованих адекватно спрощених підсистем. За цим способом обчислення допустимої реалізації фазової траєкторії $x_{ki}(t, u_{ki}, q_{ki}, \theta_{ki})$ керованої k -ої підсистеми граф-операторної системи із випадковою векторною величиною $\theta_{ki} \in \mathbb{R}^{n_{ki}}$ в умовах вибраного керування u_{ki} та допустимого значення параметра неповних даних q_{ki} здійснюється за алгоритмом

$$\begin{aligned} t_0 = \bar{t}(u_{k0}, q_{k0}, \theta_{k0}) \in R, \quad x_{k0}(t_0) = \bar{x}_{k0}(t_0, u_{k0}, q_{k0}, \theta_{k0}) \in R^{n_{kx}}, \\ dx_{ki}(t) = a_{ki}(x_{ki}(t), u_{ki}, q_{ki}, \theta_{ki}, t, \omega_{ki}(x_{ki}(t_i), t_i, q_{ki}, \theta_{ksi}, t))dt, \\ t \in [t_i, t_{i+1}], \end{aligned}$$

$$t_{i+1} = \tau(x_{k(i-1)}(t_i), t_i, u_{ki}, q_{ki}, \theta_{ki}, z_{ki}) > t_i,$$

$$x_{k(i+1)}(t_{i+1}) = \psi(x_{ki}(t_{i+1}), t_{i+1}, u_{k(i+1)}, \theta_{k(i+1)}, z_{k(i+1)}),$$

де значення випадкової величини θ_{ki} обчислюється як його реалізація за адекватно вибраною параметричною функцією розподілу $\tilde{F}_{ki}(\tilde{\theta}_{ki} | (x_{k(i-1)}(t_i), t_i, q_{k(i-1)}, \theta_{k(i-1)}, z_{k(i-1)}))$. Нами доведено, що обчислене за методом асимптотично-розв'язуючих операторів

значення $\bar{x}(t+h) = p(t+h) + \int_t^{t+h} Q(\tau)(f(p(\tau), \tau) - dp(\tau)/d\tau) d\tau$ для

довільно заданих допустимих значеннях $\bar{q}, \bar{u}, \bar{\theta}$ та для функції

$$f(x(\tau), \tau) \triangleq a(x(\tau), \bar{u}, \bar{q}, \bar{\theta}, \tau, \omega(x(t_i), t_i, \bar{u}, \bar{q}, \bar{\theta}, \tau))$$

задовольняє асимптотичну рівність $\bar{x}(t+h) = x(t+h) + O(h^s)$,

$s=k+l+1$ в околі розв'язку $x = x(\tau) \triangleq x(\tau, \bar{u}, \bar{q}, \bar{\theta})$ системи $dx(\tau)/d\tau = f(x(\tau), \tau)$,

де значення l та k визначаються асимптотичними рівностями

$$p(\tau) = x(\tau) + O(h^l), \quad dQ(\tau)/d\tau = -Q(\tau)f'_x(x(\tau), \tau) + O(h^k),$$

$$Q(t+h) = I.$$

Побудовано алгоритми для різних порядків s , які використовуються для розв'язування задач прогнозування та задач стохастичної оптимізації

$$\min_{u \in \Omega} E_{\theta} \max_{q \in Q} \tilde{f}(x(u, q, \theta), u, q, \theta).$$

Література

- 1.Бейко І.В., Зінько П.М. Методи високих порядків для розв'язування задач Коші та багатомірних крайових задач за допомогою асимптотично-розв'язуючих операторів// Математичне та комп'ютерне моделювання, Кам'янець-Подільський національний університет, Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України, - К-ПНУ, 2009. - Вип.1. - С.18-25.
- 2.Бейко І.В., Зінько П.М., Наконечний О.Г. Задачі, методи і алгоритми оптимізації: Навчальний посібник. — К.: «Київський університет», 2012. — 799 с.
- 3.Ermoliev Yu.M. Stochastic quasi-gradient methods and their application to systems optimization, Stochastics 4, 1983. P.1-37.

МЕТОДИ ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ НА ОСНОВІ АПРОКСИМАЦІЇ ДОПУСТИМИХ ФАЗОВИХ МНОЖИН

Бейко І.В., Підвальна Я.І.

Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут»
ivan.beyko@gmail.com

Побудовано чисельні алгоритми апроксимації допустимих фазових множин для керованого процесу, що описується системою диференціальних рівнянь $\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t))$, $x(0) \in X^0 \subset R^n$ із заданою множиною допустимих керувань $u(t) \in \Omega \subset R^r$.

Розглядаються випадки керованих систем в контингенціях $\frac{dx(t)}{dt} \in f(x(t), u(t))$ та систем із багатьма підсистемами, зокрема, задачі оптимального керування рухом потягу за критеріями мінімізації енергетичних витрат при наявності часових обмежень в заданих точках фазової траєкторії з урахуванням сили тяги, сили тяжіння, сили опору повітря на заданій криволінійній траєкторії та додаткових збурень із заданих допустимих множин. Практична ефективність побудованих алгоритмів основана на використанні ефективних процедур побудови мажорант $M(T, \Omega, X^0)$ для термінальної множини

$$X(T, \Omega, X^0) = \{x \in R^n \mid \frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t)), x(0) \in X^0 \subset R^n,$$

$$u(t) \in \Omega \subset R^r, x = x(T)\}.$$

Множини $M(T, \Omega, X^0) = \{x \in R^n \mid (c^k, x) \leq d^k\}$ будуються за допомогою ефективних алгоритмів обчислення векторів c^k та значень чисел $d^k = \max_{x(0) \in X^0} \max_{\dot{x}(\cdot) \in co(f(x(\cdot), \Omega))} (c^k, x(T))$.

НОВІТНІ МАТЕМАТИЧНО-КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ

Бейко І.В., Поліщук А.І., Шаповал М.І.

Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут»

ivan.beyko@gmail.com

Глобальне впровадження математично-комп'ютерних методів у всіх сферах наукових досліджень призвело до швидкого прискорення та підвищення якості та глибини отримуваних результатів, до прискореного розширення сфери наукових досліджень, до удосконалення компютеризованих методів досліджень і до підвищення якості навчання, орієнтованого на різке збільшення вимог до підвищення кваліфікації, на потреби розробок все більш досконалого програмного забезпечення на все більш високому математичному рівні. Одночасно впроваджуються інтегровані математизовані міждисциплінарні навчальні програми з урахуванням того, що комп'ютерні засоби дозволяють вже здійснювати надвеликі обсяги робіт і одночасно вивільняють час на обдумування концептуальних проблем на належно високому науковому рівні. Це стимулює реорганізацію навчальних програм на опанування концептуальними основами сучасної науки. Сьогодні з допомогою комп'ютерів вже з'явилася можливість і в шкільну програму вносити, за прикладом Японії, **усвідомлене** школярами обчислення інтегралів, сумування рядів, та розв'язування алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, починаючи від найпростішого методу Гауса для розв'язування систем лінійних рівнянь $Ax=b$ великих розмірностей. Нами проводилися дослідження можливостей використання сучасних комп'ютерних засобів Matlab, Matcad, Maple та Mathematica для розв'язування узагальнених задач різними методами: градієнтними методами $x^{k+1} = x^k - \lambda A^T(Ax^k - b)$, методами узагальнених градієнтів $x^{k+1} = x^k - \lambda_k z^k$, $z^k = a^i \text{sign}(a^i x^k - b_i)$, $i = \text{argmax}_k |a^i x^k - b_i|$ та іншими методами із подальшим використанням побудованих програм для розв'язування крайових задач для систем лінійних диференціальних рівнянь та узагальнених крайових задач для систем із частинними похідними. Можливості успішного підвищення якості навчання відкрила нова версія Mathematica, яка зробила можливим наглядно і

поглиблено опановувати математичними знаннями із використанням комп'ютерів.

Новий надзвичайно важливий міждисциплінарний напрям наукової діяльності пов'язаний із добуванням нових знань (Data Mining) та підготовкою спеціалістів для добування нових знань із різнорідних сховищ у глобальних Інтернет мережах. До методів добування знань належать алгоритми основані на методах штучного інтелекту, методах розпізнавання та оцінювання, методах кластеризації та класифікації, побудови графічного образу даних тощо. Побудовані предметно-орієнтовані системи та статистичні пакети для добування нових знань (STATISTICA, SAS, SPSS, STATGRAPICS, EvIEWS) для відшукування нових знань за допомогою побудови дерева рішень, нейронних мереж із правилами виявлення IF THEN. Відомі нейронні мережі BrainMaker, NeuroShell, OWL та інші охоплюють багатoshарові перцептрони із імітацією роботи нейронів із навчанням на основі здобутих раніше даних і побудови адекватних математичних моделей причиннонаслідкових залежностей із використанням усієї нагромадженої в пам'яті інформації. У методах еволюційного програмування гіпотези про вигляд залежності цільової змінної від інших змінних формуються у вигляді генетичних алгоритмів із відшукуванням адекватних залежностей кількома генетичними лініями програм, що конкурують між собою за точністю вираження шуканої залежності. Прикладом такого алгоритму еволюційного програмування із пошуком залежності цільових змінних від решти у формі поліномів служить відомий київський метод групового врахування аргументів (МГВА), розроблений академіком Івахненком.

У доповіді наведені приклади новітніх математично-комп'ютерних технологій, які реалізовані в нових засобах Matlab, Matcad, Maple та Mathematica та інших для проведення нових потужних математичних досліджень.

ВЛАСТИВОСТІ ОЦІНКИ НЕВІДОМОГО ПАРАМЕТРУ ФУНКЦІЇ, ЩО ЗНАХОДИТЬСЯ ПІД ДІЄЮ ГАУСІВСЬКОГО ВИПАДКОВОГО ПОЛЯ

Біла Г.Д.

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

chesakg@mail.ru

Нехай задана періодична функція $x(s, t)$, $(s, t) \in R^2$, та гауссівське однорідне випадкове поле із сильною залежністю $\{n(s, t), (s, t) \in R^2\}$.

Досліджується задача оцінки параметра $\omega^0 = (\omega_1^0, \omega_2^0)$ за спостереженнями

$$\{y(s, t) = x(\omega_1^0 s, \omega_2^0 t) + G(n(s, t)), (s, t) \in [0, S] \times [0, T]\},$$

де $\omega_1^0 > 0$, $\omega_2^0 > 0$, $G: R^1 \rightarrow R^1$ – нелінійна борелівська функція, і $S \rightarrow \infty$, $T \rightarrow \infty$.

Для ідентифікації параметру вибрано метод періодограмної оцінки, в основі обчислення якої лежить функціонал вигляду

$$Q_{ST}(\omega) = \left| \frac{4}{ST} \int_0^T \int_0^S y(s, t) e^{i(\omega_1 s + \omega_2 t)} ds dt \right|^2, \quad \omega_1 \geq 0, \quad \omega_2 \geq 0.$$

Доведено строгу конзистентність та асимптотичну нормальність оцінки ω^{ST} невідомого параметра ω^0 , $Q_{ST}(\omega^{ST}) = \max_{\omega \geq 0} Q_{ST}(\omega)$.

Періодограмні оцінки такого типу при умові, що $n(t)$, $t \in R^n$ – випадкове поле із слабкою залежністю, вивчалися в [1].

Література

1. Knopov P. S. Empirical estimates in stochastic optimization and identification / P. S. Knopov, E. J. Kasitskaya. — New York : Kluwer Academic Publishers, 2002. — 250 p.

РАЦІОНАЛЬНІ АЛЬТЕРНАТИВИ ЗАДАЧІ З НЕЧІТКОЮ МНОЖИНОЮ АЛЬТЕРНАТИВНИХ ЦІЛЕЙ

Бовсунівський О.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
bovs@email.ua

В доповіді розглядається задача раціонального вибору альтернатив з нечіткою множиною нечітких цілей. Нехай на універсальній множині альтернатив X , особою, що приймає рішення (ОПР) визначено нечітку множину альтернатив D з функцією належності $\mu_D : X \rightarrow [0,1]$ і також визначено множину $N = \{1, 2, \dots, n\}$ можливих цілей, які задані деякими нечіткими підмножинами $\tilde{G}_i \subseteq X$, $i \in N$, а n - їх кількість. Задача полягає у досягненні хоча б однієї цільової множини.

На практиці досить часто виникають ситуації, коли в момент прийняття рішення ОПР не може чітко вказати, які саме множини $\tilde{G}_i$, $i \in N$, характеризують її ціль, але може задати їх деяку нечітку підмножину $[1] \tilde{N} \subseteq N$ з функцією належності $\eta : N \rightarrow [0,1]$.

Пропонується метод побудови агрегованої цілі $\tilde{G} = \bigcup_{i \in \tilde{N}} \tilde{G}_i$ ОПР, як нечіткої множини, значення функції належності якої також утворюють нечітку множину (так звана нечітка множина типу 2 [1]) і яка є об'єднанням нечіткої множини $\tilde{N}$ нечітких множин $\tilde{G}_i$, $i \in N$ з функцією належності $\mu_{\tilde{G}}(x) = \max_{j \in \tilde{N}} \mu_{G_j}(x)$, $x \in X$..

Загальним розв'язком задачі вважається нечітка множина $\tilde{X}^* = \tilde{G} \cup D$ типу 2. Досліджені властивості цієї множини. Якщо ОПР цікавить деякий конкретний розв'язок, то йому може бути запропонована "максимізуюча" альтернатива цієї множини.

Література

1. Mashchenko S. Decision making problem with fuzzy set of goal sets /Sergiy Mashchenko, Oleksandr Bovsunivskyi// Information Theories and Applications. – 2012. – 19. – N 3. – P. 249 – 257.

ВЕРОЯТНОСТЬ НЕРАЗОРЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ, ФУНКЦИОНИРУЮЩЕЙ НА (B,S)-РЫНКЕ, С УЧЕТОМ РЕКЛАМНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Болдырева В.О.

Донецкий национальный университет

valery.boldyreva@gmail.com

Основной целью данной работы является выведение интегро-дифференциальных уравнений на конечном и бесконечном промежутках для вероятности разорения компании при различных условиях для функционирования компании на (B,S) – рынке, где обязательным условием будут вложения в рекламу, а в качестве математической модели акции будет рассматриваться также модель Бондарева-Смолякова-Степанова

$$S(t) = S(0) \exp \left\{ \mu t + \sum_{i=1}^{Z(t)} \eta_i \right\}, \quad \text{где } Z(t) - \text{ процесс Пуассона, а}$$

$\{\eta_i\}, i \geq 1$ – независимые, одинаково распределенные случайные величины с функцией распределения $H(y)$. Суммарные иски

$\sum_{j=Z_1(t)}^{Z_1(t+\Delta t)} \xi_j$ составляют сложный пуассоновский процесс, что

представим в виде стохастического интеграла $\int_0^t \int_0^{+\infty} \alpha \nu(d\alpha, ds)$, где

$\nu(d\alpha, ds)$ – пуассоновская мера. Также рассмотрены случаи стохастических премий.

Литература

1. Бондарев Б.В. О вероятности разорения страховой компании на конечном интервале времени при инвестировании капитала на финансовом (B,S)-рынке / Б.В. Бондарев, Е.Ю. Рагулина // Кибернетика и системный анализ. – 2012. – № 5. – С.112-124.
2. Леоненко М.М. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці / Н.М. Леоненко, Ю.С. Мішура, В.М. Пархоменко, М.Й. Ядренко // – К.: Інформтехніка, 1995. – 380 с.
3. Pervozvansky A. A., Jr. Equation for survival probability in a finite time interval in case of non-zero real interest force / A. A. Pervozvansky, Jr. // Insurance: Mathematics and Economics. – 1998. – Vol. 23, Issue 3. – pp. 287–295.

ГАРАНТОВАНІ ОЦІНКИ ЛІНІЙНИХ ОПЕРАТОРНИХ РІВНЯНЬ З ВИПАДКОВИМИ ПАРАМЕТРАМИ. РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА

Верес М.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

veres@unicyb.kiev.ua

Нехай H - ермітів оператор, областю визначення якого є щільна множина в гільбертовому просторі X . Нехай φ_0 - власний вектор, який відповідає власному значенню λ_0 і яке є однократним, а вектор φ_1 є розв'язком рівняння $H\varphi_1 - \lambda_0\varphi_1 = (1 + \theta)V\varphi_0$, де V - обмежений оператор, що діє в просторі X , θ - випадкова величина, що приймає значення -1 та 1 з ймовірністю $\frac{1}{2}$. Таке рівняння виникає, наприклад, в квантовій механіці, коли ми застосовуємо теорію збурень до стаціонарного рівняння Шредінгера. Припустимо далі, що при деякому значенні θ спостерігаються числа $y_k = (C_k, \varphi_1) + V_k$, $k = \overline{1, N_1}$, де на V_k накладені умови $\sum_{k=1}^{N_1} |V_k|^2 \leq q^2$.

Нехай $V_k(\lambda)$, $k = \overline{1, \infty}$ є ортонормованим базисом в гільбертовому просторі вимірних функцій, норми яких інтегровані з квадратом по мірі $\mu(\cdot)$ функцій.

Тоді за гарантовану оцінку $\varphi_1(\lambda)$ можемо взяти вираз $\widehat{\varphi}_1(\lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\widehat{V_k, \varphi_1} \right) V_k(\lambda)$, де $\left(\widehat{V_k, \varphi} \right)$ - гарантована оцінка функціоналу.

В нашому випадку міра $\mu(\cdot)$ зосереджена в точці λ_0 , оператор $C(\lambda_0)$ діє із простору X в простір R^{N_1} наступним чином $C(\lambda_0)\varphi_1 = ((C_1, \varphi_1), \dots, (C_{N_1}, \varphi_1))$.

Гарантована оцінка $\widehat{\varphi}_1$ буде визначатись із розв'язку рівняння $H\widehat{\varphi}_1 - \lambda_0\widehat{\varphi}_1 = (1 + \widehat{\theta})V\varphi_0$, при $\widehat{\theta} = \left(q^2 + \sum_{k=1}^{N_1} |C_k, \varphi_2|^2 \right)^{-1} \sum_{k=1}^{N_1} \widetilde{y_k}(\overline{C_k, \varphi_2})$, де

φ_2 є розв'язком рівняння $H\varphi_2 - \lambda_0\varphi_2 = V\varphi_0$, а $\widetilde{y_k}$ - мають вигляд $\widetilde{y_k} = y_k - (C_k, \varphi_2)$.

Розглянуто задачі оцінювання розв'язків лінійних рівнянь в гільбертовому просторі з випадковими параметрами. Знайдено гарантовані оцінки розв'язків стаціонарного рівняння Шредінгера при наявності збурення.

Література

1. Наконечний О.Г. Гарантовані оцінки розв'язків лінійних рівнянь в гільбертовому просторі з випадковими параметрами / О.Г. Наконечний, Б.В. Сташук, М.М. Верес // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – 2011 – №1(104). – С. 85–97.
2. Верес М.М. Мінімаксні методи оцінювання в луніяхних задачах з параметром/М.М. Верес, О.Г. Наконечний // - Київ, -2007, -115с.
3. Наконечний О. Г. Оцінювання розв'язків алгебраїчно диференціальних рівнянь в умовах невизначеності/ О.Г. Наконечний, С.М. Жук // Рівне, - 2009, - 118с.

ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВІДОМИХ ПАРАМЕТРІВ ДЖЕРЕЛ ЗАБРУДНЕНЬ В ДВОВИМІРНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧАХ ФІЛЬТРАЦІЙНОГО МАСОПЕРЕНОСУ

¹Власюк А.П., ²Багнюк О.М.

¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янчука, м. Рівне

²Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, olga_bagnyk@ukr.net

Проведено математичне і комп'ютерне моделювання фільтраційно конвективно-дифузійного перенесення забруднень в обмеженій області $\Omega \in R^2$ від деякого точкового джерела потужності Q , розміщеного в точці $M(x_0, y_0) \in \Omega$. Потрібно за відомими замірами концентрації забруднень $C_i, i = \overline{1, N}$ в заданих точках з координатами $(x_i, y_i), i = \overline{1, N}$ в моменти часу $t_i, i = \overline{1, N}$ визначити потужність, координати і час спрацювання миттєвого точкового джерела забруднень, а також підобласть $\Omega_0 \in \Omega$, в якій концентрація $c(x, y, t)$ не перевищує заданої величини $\overline{C}_0$.

В обмеженій області $\Omega_1 = \Omega \times (0, T)$ шукається розв'язок сформульованої вище оберненої задачі, математична модель якої в загальноприйнятих позначеннях наступна:

$$Lc \equiv \sigma \frac{\partial c}{\partial t} - \text{div}(D \text{grad} c) + \vec{v} \text{grad} c + \gamma c = Q \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(t - t_0), \quad (1)$$

$$a \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (2)$$

$$h(x, y, 0) = \tilde{H}_0(x, y), \quad h|_{\Gamma_3} = H_1, \quad h|_{\Gamma_4} = H_2, \quad \frac{\partial h}{\partial n} \Big|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2}, \quad (3)$$

$$c(x, y, x_0, y_0, 0) = 0, \quad c(x, y, x_0, y_0, t)|_{\Gamma} = 0, \quad (4)$$

де (1) – диференціальне рівняння конвективно-дифузійного перенесення забруднень з швидкістю $\vec{v} = (V_x, V_y)$, (2) – рівняння фільтрації підземних вод, $c(x, y, x_0, y_0, t)$ – концентрація забруднень в точці (x, y) в момент часу t від джерела, розміщеного в точці (x_0, y_0) , δ – дельта-функція Дірака, t_0 – момент часу «спрацювання» миттєвого джерела, h – п'єзометричний напір.

Спряжена задача до (1),(4) має наступний вигляд:

$$-\frac{\partial c^*}{\partial t} - \vec{v} \text{grad} c^* + \gamma c^* - \text{div}(D \text{grad} c^*) = P_i, \quad (5)$$

$$c^*(x, y, t) = 0 \text{ при } t = T, \quad c^*|_{\Gamma} = 0. \quad (6)$$

Двоїсте представлення функціонала від концентрації наступне:

$$J_i = \int_0^T dt \int_0^a \int_0^b P_i c dx dy = Q \int_0^T dt \int_0^a \int_0^b c_i^* dx dy, \quad (7)$$

де $P_i = \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \delta(t - t_i)$, $i = \overline{1, N}$.

Для прямокутної області розв'язок прямої задачі (1),(3) з сталими коефіцієнтами і нульовими початковими та граничними умовами прийме вигляд

$$c(x, y, t) = \exp \left[\frac{V_x}{2D} (x - x_0) + \frac{V_y}{2D} (y - y_0) - \left(\frac{V_x^2 + V_y^2}{4D\sigma} + \frac{\gamma}{\sigma} \right) (t - t_0) \right] \cdot U(x, y, t),$$

де

$$U(x, y, t) = \frac{4}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F(m, n) \exp \left[-Dt \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b},$$

$$F(m, n) = Q \sin \frac{n\pi x_0}{a} \sin \frac{m\pi y_0}{b}.$$

Розв'язок спряженої до неї задачі запишеться

$$c^*(x, y, t_i) = \begin{cases} \exp \left[\frac{V_x}{2D} (x - x_i) + \frac{V_y}{2D} (y - y_i) - \left(\frac{V_x^2 + V_y^2}{4D\sigma} + \frac{\gamma}{\sigma} \right) (\tilde{t} - t_i) \right] \cdot U(x, y, \tilde{t}), & \tilde{t} \in [0, \tilde{t}_i) \\ 0, & \tilde{t} \in [\tilde{t}_i, T], \quad i = \overline{1, N} \end{cases}.$$

Тоді невідомі параметри x_0, y_0, t_0, Q знаходимо із розв'язку наступної системи рівнянь:

$$J_i = \overline{C_i} = Q_0 C_i^*(t_0, x_0, y_0), \quad i = \overline{1, N}.$$

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СОЛЕПЕРЕНЕСЕННЯ ПРИ СУМІСНІЙ ФІЛЬТРАЦІЇ ТА ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННІ В НАСИЧЕНО-НЕНАСИЧЕНИХ ШАРУВАТИХ ҐРУНТОВИХ СЕРЕДОВИЩАХ У ВИПАДКУ ЗВОЛОЖУЮЧОГО СТАЦІОНАРНОГО РЕЖИМУ

¹Власюк А.П., ²Цветкова Т.П.

¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім.акад.
С. Дем'янчука, ²Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, Tsvetkova@ukr.net

Досліджується солеперенесення при сумісній фільтрації підземних вод та вологоперенесенні в насичено-ненасичених шаруватих ґрунтових середовищах у випадку зволожуючого стаціонарного режиму (рис.1).

Математичну модель даної задачі в шарах $i = \overline{1, S}$ області повного насичення та $i = \overline{S+1, N}$ області неповного насичення у загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею [1]:

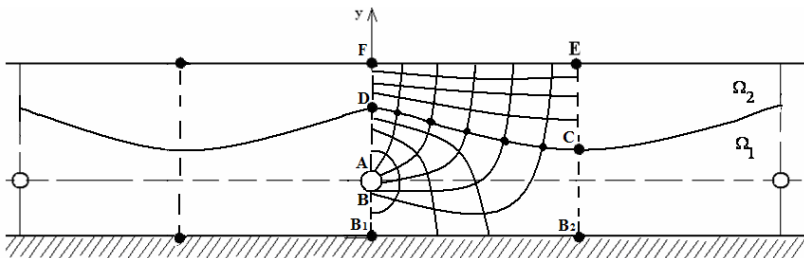


Рис.1. Солеперенесення при сумісній фільтрації та вологоперенесенні до горизонтального систематичного дренажу

$$\left(\frac{\partial \left(D_1(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_1(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial y} \right)}{\partial y} \right) - v_x(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial x} - v_y(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial y} - \gamma(c_1^i - C_1^*) = \sigma_1 \frac{\partial c_1^i}{\partial t}, \quad (1)$$

$$v_x = -k(c_1^i) \frac{\partial h_1^i}{\partial x}, \quad v_y = -k(c_1^i) \frac{\partial h_1^i}{\partial y}, \quad \text{div } \vec{v}_1 = 0, \quad (2)$$

$$c_1^i(x, y, 0) = \tilde{C}_0^i(x, y), \quad c_1|_{AB} = \tilde{C}_1(t), \quad \frac{\partial c_1^i}{\partial n} \Big|_{\Gamma^*} = 0, \quad (3)$$

$$h_1^i|_{AB} = \tilde{H}_1^i, \quad \frac{\partial h_1^i}{\partial n} \Big|_{\Gamma^*} = 0, \quad h_1^i|_{CD} = y, \quad \left(\frac{\partial h_1^i}{\partial y} - \frac{\partial h_1^i}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} \right) \Big|_{CD} = 0, \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial \left(D_2(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_2(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial y} \right)}{\partial y} \right) - v_1(\omega, c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial x} - v_2(\omega, c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial y} - f(\omega) c_2^i = \sigma_2 \frac{\partial c_2^i}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\mu(h_2^i) \frac{\partial h_2^i}{\partial t} = \text{div} \left(K(h_2^i, c_2^i) \text{grad } h_2^i \right), \quad v = -k(\omega, c_2^i) \text{grad } h_2^i, \quad (6)$$

$$c_2^i(x, y, 0) = \tilde{C}_0^i(x, y), \quad c_2^i|_{EF} = \tilde{C}_2^i(x, t), \quad \frac{\partial c_2^i}{\partial n} \Big|_{CE \cup FD} = 0, \quad (7)$$

$$h_2^i(x, y, 0) = \tilde{H}_0^i(x, y), \quad h_2^i|_{EF} = \tilde{H}_1^i, \quad \frac{\partial h_2^i}{\partial n} \Big|_{CE \cup FD} = 0. \quad (8)$$

Умови спряження для напору та концентрації задані на границях шарів ґрунту відповідно:

$$h_1^i(l_i, y, t) = h_2^i(l_i, y, t), \quad D_1^i(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial n} - v_1(c_1^i) = D_2^i(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial n} - v_2(c_2^i), \quad (9)$$

де $c_1^i(x, y, t)$, $c_2^i(x, y, t)$, $D_1(c_1^i)$, $D_2(c_1^i)$, v_x , v_y – концентрації сольових розчинів, коефіцієнти конвективної дифузії та компоненти швидкості фільтрації в областях Ω_1 та Ω_2 відповідно, $v_1(\omega, c_1^i)$, $v_2(\omega, c_2^i)$ – деякі залежності від швидкості, вологості і концентрації, $H(x)$ – висота нависання води, n – внутрішня нормаль, h_1^i – напір рідини, h_2^i – напір вологи, γ – коефіцієнт масообміну, C^* – концентрація граничного насичення, σ – пористість, $f(\omega)$ – функція джерел, ω – вологість, $k(\omega)$ – коефіцієнт вологопереносу, $\mu(h_2^i) = \frac{\partial \omega}{\partial h}$, $K(h_2^i)$ – коефіцієнт водопроникності,

$$\Gamma^* = BB_1 \cup B_1B_2 \cup B_2C \cup DA.$$

Література

1. Власюк А.П., Цветкова Т.П. Математичне моделювання фільтрації сольових розчинів та вологоперенесення в насичено-ненасичених ґрунтових середовищах в стаціонарному режимі // Тез. XVIII Міжн. конф. „Прогнозування та прийняття рішень в умовах невизначеності”, Ялта, 2011. – С. 53-55.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ҐРУНТОВОГО МАСИВУ З УРАХУВАННЯМ ТЕПЛО-МАСОПЕРЕНОСУ ПРИ НАЯВНОСТІ РІВНЯ ҐРУНТОВИХ ВОД ТА СИЛ ЗВ'ЯЗНОСТІ В ОДНОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

¹Власюк А.П., ²Федорчук Н.А.

¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. акад. Степана Дем'янчука, м. Рівне

²Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, N.A.Fedorchuk@mail.ru

Проведено математичне моделювання зміни напружено-деформованого стану (НДС) ґрунтового масиву товщиною l з урахуванням тепло-масопереносу при наявності рівня ґрунтових вод (РҐВ) та сил зв'язності в одновимірному випадку (рис. 1). На

рис. 1 область Ω_1 – це зона водонасиченого ґрунту, а область Ω_2 – зона ґрунту в природному стані. РГВ розміщений на глибині l_1 від водоупору ($x = 0$) і вважається нерухомим.

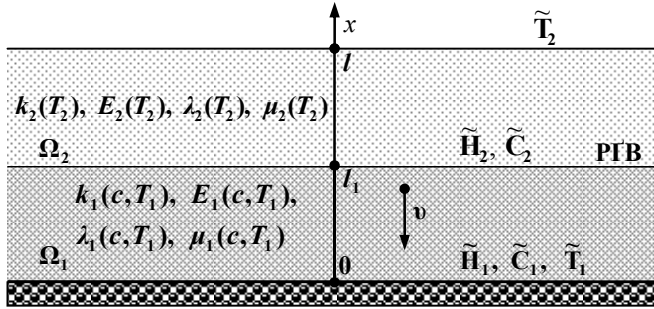


Рис.1. Ґрунтовий масив з урахуванням тепло-масопереносу при наявності РГВ та сил зв'язності

В загальноприйнятих позначеннях математичну модель поставленої задачі можна описати наступною крайовою задачею [1, 2]:

$$\begin{aligned} & (\lambda_i(c_i, T_i) + 2\mu_i(c_i, T_i)) \frac{d^2 u_i}{dx^2} + \frac{d(\lambda_i(c_i, T_i) + 2\mu_i(c_i, T_i))}{dx} \frac{du_i}{dx} - \\ & - (\lambda_i(c_i, T_i) + 2\mu_i(c_i, T_i)) \alpha_r^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial x} = X_i, \quad i = \overline{1, 2}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$X_i = \begin{cases} \gamma_{se} + \frac{dp}{dx} + f(c), & i = 1, \\ \gamma_{np}, & i = 2, \end{cases} \quad p = \gamma_p(h - x), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D(c, T_1) \frac{\partial c}{\partial x} \right) - v(c, T_1) \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma(c - C_*) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T^{(1)}(c, T_1) \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) = n_p \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_r^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) - \rho c_p \bar{v}_i(c, T_i) \frac{\partial T_i}{\partial x} = c_r^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad i = \overline{1, 2}, \quad (4)$$

$$\nu(c, T_1) = -k(c, T_1) \frac{dh}{dx} + \nu_c(c) \frac{\partial c}{\partial x} + \nu_r^{(1)} \frac{\partial T_1}{\partial x}, \quad \operatorname{div} \vec{\nu} + \frac{\partial n_p}{\partial t} = 0, \quad (5)$$

$$l_1 u_1(0) = 0, \quad l_2 u_2(l) = 0, \quad (6)$$

$$l_3 c(0, t) = \tilde{C}_1(t), \quad l_4 c(l_1, t) = \tilde{C}_2(t), \quad (7)$$

$$l_5 T_1(0, t) = \tilde{T}_1(t), \quad l_6 T_2(l, t) = \tilde{T}_2(t), \quad (8)$$

$$h(0) = \tilde{H}_1, \quad h(l_1) = \tilde{H}_2, \quad (9)$$

$$c(x, 0) = \tilde{C}_0(x), \quad T_i(x, 0) = \tilde{T}_0^{(i)}(x), \quad i = \overline{1, 2}, \quad (10)$$

та з відповідними умовами спряжень для зміщень та температури. Тут: $x \in [0, l]$; $f(c)$ – функція, яка виражає вплив щільності ґрунту на його НДС за рахунок сил зв’язності; $\bar{\nu}_i(c, T_i) = \nu(c, T_i)$ при $i = 1$ та $\bar{\nu}_i(c, T_i) = 0$ при $i = 2$; $l_i, i = \overline{1, 6}$ – диференціальні оператори, що задають граничні умови відповідно при $x = 0$ та $x = l$.

Отримано числовий розв’язок крайової задачі (1)-(10), на основі якого знайдено зміщення, напруження, деформації, а також розподіл напору, швидкості фільтрації, концентрації сольового розчину та температури в ґрунтовому масиві. Проаналізовано зміну НДС ґрунтового масиву з урахуванням тепло-масопереносу при наявності РГВ та сил зв’язності.

Література

1. Сергиенко И.В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека. // – К.: Наукова думка, 1991. – 432с.
2. Федорчук Н.А. Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву при фільтрації солевих розчинів в неізотермічних умовах та наявності рівня ґрунтових вод / Н.А.Федорчук // Матем. та комп. модел. Серія: Техн.. науки: зб. наук. праць – Кам’янець-Подільський: К.-ПНУ ім. І.Огієнка, 2010. – Вип. 4 – С. 204-215.

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІНИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ГРУНТОВОГО МАСИВУ ПРИ НАГНІТАННІ В'ЯЖУЧОГО РОЗЧИНУ В ОСЕСИМЕТРИЧНІЙ ПОСТАНОВЦІ

¹Власюк А.П., ²Дроздовський Т.А.

¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. академіка
Степана Дем'янчука, ²Національний університет водного
господарства та природокористування, Україна
A.P.Vlasyuk@rambler.ru, coldion@gmail.com

Проведено математичне моделювання зміни напружено-деформованого стану (НДС) ґрунтової основи гідротехнічного об'єкта внаслідок нагнітання в неї в'язучого розчину. Фронтом нагнітання область ділиться на дві підобласті Ω_1 - насичена в'язучим розчином, та Ω_2 - ненасичена.

Математичну модель процесу в осесиметричній постановці в загальноприйнятих позначеннях у циліндричній системі координат можна описати наступною крайовою задачею [1 - 4]:

$$a_{44}^i \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + a_{22}^i \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + (a_{12}^i + a_{44}^i) \frac{\partial^2 W}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \left((a_{23}^i + a_{44}^i) \frac{\partial W}{\partial z} + a_{44}^i \frac{\partial U}{\partial r} \right) = 0, \quad (1)$$

$$a_{11}^i \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + a_{44}^i \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + (a_{12}^i + a_{44}^i) \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial z} + \frac{a_{12}^i - a_{23}^i}{r} \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{a_{11}^i}{r} \frac{\partial W}{\partial r} - a_{33}^i \frac{W}{r^2} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0, \quad (3)$$

та відповідними крайовими умовами [5, 6].

Тут $\mathbf{u} = (U, W)$ - вектор зміщень, $a_{j,k}^i$ - пружні сталі, що характеризують ґрунтовий масив i -ї області, $i = 1, 2$ - номер області, $h(r, z)$ - напір в області нагнітання.

Побудовано числове конформне відображення областей Ω_1 та Ω_2 [7] та здійснено конформне перетворення в математичній моделі задачі до змінних ξ, η параметричного прямокутника.

Числовий розв'язок задачі (1)-(3) з відповідними крайовими умовами отримано методом скінченних різниць з використанням локально-одновимірною методу О.А. Самарського [6]. Розроблено обчислювальний алгоритм розв'язування крайової задачі та проведено серію числових експериментів при різних вхідних даних.

На основі візуалізації результатів проведених числових експериментів визначено динаміку еволюції фронту нагнітання та зміну розподілів напружень, деформацій, зміщень НДС.

Проведене математичне і комп'ютерне моделювання дає можливість здійснювати оцінку необхідної кількості ін'єкторів нагнітання та НДС ґрунтової основи гідротехнічної споруди при її закріпленні шляхом осесиметричного нагнітання в'язучого розчину. Це у свою чергу може бути використано для оцінки несучої здатності ґрунтів основи, стійкості і надійності споруди.

Література

- 1.Сергиенко И.В., Скопечкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах.-Киев: Наук.думка, 1991.- 432 с.
- 2.Філатова І.А. Математичне моделювання напружено-деформованого стану ґрунтових масивів в складних гідрогеологічних умовах / І.А. Філатова, Н.А. Федорчук // Вісник Київського університету. Серія: Фізико-математичні науки. – 2011. – Вип. 3. – С. 218–227.
- 3.Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. – М.: Наука, 1977. – 664 с.
- 4.Белоус П.А. Осесимметричные задачи теории упругости. – Одесса: ОГПУ, 2000. – С.46-48.
- 5.Власюк А.П. Математичне моделювання зміни напружено-деформованого стану ґрунтового масиву при нагнітанні в'язучого розчину та фільтрації солей ньому в двовимірній постановці / А.П. Власюк, Т.А. Дроздовський // Тез. доп. IV Всеукр. наук.-практ.конф. Інформатика та системні науки – Полтава, 2013. – С 45–48.
- 6.Самарский А.А. Численные методы: Учеб. пособие для вузов / А.А. Самарский, А.В. Гулин. // – М.:Научный мир, 2003. — 316 с.
- 7.Власюк А.П. Комп'ютерна генерація конформних і квазіконформних різницевих сіток в областях складної геометричної форми / А.П. Власюк, Т.А. Дроздовський // Тез. доп. XVI Міжнар. Конф. “Прийняття рішень в умовах невизначеності” – Ялта, 2010. – С.153–156.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНОЇ МІГРАЦІЇ РАДІОНУКЛІДІВ У КАТАЛІТИЧНОМУ ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ ПРИ НАЯВНОСТІ ДРЕН-ВЛОВЛЮВАЧІВ В НЕЛІНІЙНОМУ ВИПАДКУ

¹Власюк А.П., ²Жуковський В.В.

¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. акад. Степана Дем'янчука, м. Рівне

²Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, zeon@ukr.net

Проведено математичне моделювання процесу очищення горизонтального шару ґрунту від радіонуклідів при їх вертикальній міграції та під впливом каталітичного пористого середовища до системи горизонтально розміщених дрен-вловлювачів.

В загальноприйнятих позначеннях математичну модель поставленої задачі в двовимірному випадку в кожній з підобластей ґрунтового середовища та фільтрів-вловлювачів можна описати наступною крайовою задачею [1]:

$$\sigma_1 \frac{\partial c_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right) -$$

$$-V_x(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} - V_y(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} - \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2, \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} \right) + \gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 - \theta \frac{\partial q}{\partial r} \Big|_{r=R}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = D_0(q) \left(\frac{\partial^2 q}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial q}{\partial r} \right), \quad (3)$$

$$V_x(c_1) = -k_1(c_1) \frac{dh}{dx}, \quad V_y(c_1) = -k_2(c_1) \frac{dh}{dy}, \quad \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

при відповідних крайових умовах та умовах спряження.

Література

1. Власюк А.П. Математичне моделювання горизонтальної міграції радіонуклідів у каталітичному пористому середовищі при наявності фільтрів-вловлювачів/ А.П. Власюк, В.В. Жуковський // Матеріали Всеукр. наук. конф. «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів», 22–23 лютого 2013, Рівне: НУВГП, 2013. - С. 42.

ПРО ПОБУДОВУ ОЦІНОК ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ В НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМАХ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ

Гандзюк Н.М.

Тернопільський державний медичний університет

імені І.Я. Горбачевського

nadiagan84@gmail.com

За останні роки значна увага приділена дослідженням динамічних процесів, що описуються системами нелінійних диференціальних рівнянь та їх застосуванню в прикладних науках, зокрема в медицині, економіці, банківській справі. У зв'язку з численними застосуваннями нелінійні системи диференціальних рівнянь є важливим та актуальним об'єктом дослідження.

Розглянемо невід'ємну систему:

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + \sum_{i=1}^{n_d} f_{d_i}(x(t - \tau_i)), t > 0, \quad (1)$$
$$x(t) = \phi(t) \quad t \in [-\tau_{\max}, 0],$$

де $x(t) \in R^n$, $A \in R^{n \times n}$ – суттєво невід'ємна матриця, $f_{d_i} \in R^{n \times n}$, $i = \overline{1, n_d}$ – вектор, $\tau_{\max} = \max \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n_d}\}$; $\phi(t) \geq 0$, $t \in [-\tau_{\max}, 0]$ – покомпонентно невід'ємна функція.

Для побудови експоненціальної оцінки використано нерівність Хейла–Лунелла[1].

Результатом того є наступне твердження.

Теорема . Якщо для системи(1) виконуються умови:

1) нехай існує стала $\gamma > 0$, така, що:

$$\sum_{i=1}^{n_d} f_{d_i}(x) \leq \gamma x; \quad (2)$$

2) існує вектор $r > 0$, де $r > p$ для деякого $p > 0$, такого що:

$$p(A^T + \gamma I) + r = 0. \quad (3)$$

Тоді має місце така експоненціальна оцінка:

$$p^T x(t) \leq K e^{([e^{\tau_{\max}} - 1]^{\gamma-1})t}, t \geq 0. \quad (4)$$

Література

1. Марценюк В.П., Н.М. Гандзюк . Построение экспоненциальной оценки в компартментной системе с распределенными запаздываниями: подход на основе неравенства Хейла - Лунелла. // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – №3. – С.26-31.

ПРО СПІВВІДНОШЕННЯ МОДЕЛЕЙ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРА ТА ГУДВИНА

Гаркуша Н.І.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

nargakusha@gmail.com

Однією з досить популярних математичних моделей біології взаємодії двох видів є модель Лотки-Вольтера [1]. Вона має вигляд системи рівнянь

$$\dot{N}_1(t) = [\alpha_1 - \beta_1 N_2(t)] N_1(t), \quad \dot{N}_2(t) = -[\alpha_2 - \beta_2 N_1(t)] N_1(t) \quad (1)$$

з квадратичною правою частиною. Коефіцієнти $\alpha_i, \beta_i, i = \overline{1, 2}$ характеризують народжуваність та споживання їжі. Розглядається невід’ємна чверть площини, тобто $N_1 \geq 0, N_2 \geq 0$. Доведено [1], що існує одна точка спокою $N_1^* = \alpha_1 / \beta_2, N_2^* = \alpha_2 / \beta_1$. Трасекторії системи мають вигляд замкнених циклів, і рух йде навколо точки спокою. Ця модель обґрунтовує динаміку кількісної залежності «хижаків» та «жертви».

Стосовно динаміки взаємовідносин в суспільстві розроблена модель Гудвіна [2, с.53]. Розглядаються два суспільні прошарки: підприємці та робітники. Робітники мають дохід wL і витрачають його на прожиткові потреби, підприємці накопичують прибутки $Y - wL$. Тут Y – продукція виробництва. Нехай K – капітал, $Y/L = a = a_0 \exp\{gt\}$ – продуктивність праці, $k = K/Y$ – коефіцієнт капіталомісткості продукції, $N = N_0 \exp\{nt\}$ – пропозиція робочої сили. Частка витрат на оплату праці по відношенню до національного доходу складає $wL/Y = w/a$, а частка прибутку підприємця $1 - w/a$. Частка інвестицій складає $dK/dt = S = (1 - w/a)Y$. І мають місце співвідношення

$$Y^{-1} dY/dt - L^{-1} dL/dt = g,$$

i

$$K^{-1} dK/dT = k^{-1} (1 - w/a).$$

Звідси випливає, що

$$L^{-1} dL/dt = (1 - w/a) / k - g.$$

Вводяться нові змінні $y = w/a$ - частка витрат на оплату праці, $x = L/N$ - коефіцієнт зайнятості. Звідси, з врахуванням лінійної апроксимації $w^{-1} dw/dt = -r + bx$, модель Гудвіна взаємовідносин двох суспільних прошарків має вигляд

$$\frac{dx}{dt} = \left[\frac{1}{k} - (g + n) - \frac{y}{k} \right] x, \quad \frac{dy}{dt} = [-(g + r) + bx]. \quad (2)$$

Нескладно побачити, що має місце аналогія з моделлю Лотки-Вольтера «хижак-жертва». Таким чином, існує спільність між динамікою біологічних видів та взаємовідносин «підприємць-співробітник» в суспільстві. В доповіді проведено якісний аналіз динаміки систем, розглянуто ефект «післядії» прийняття рішень в суспільних системах. Окремо розглянуто динаміку більш складної моделі, яка містить асимптотичну стійку точку спокою.

Література

1. Вольтера В. Математическая теория борьбы за существование. – М., Наука, 1976. – 286 с.
2. Занг В.-В. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. М., Мир, 1999. – 335 с.

ЕМПІРИЧНА ОЦІНКА ДЛЯ ОДНОРІДНИХ ВИПАДКОВИХ ПОЛІВ ПРИ СПОСТЕРЕЖЕННЯХ НА ПАРАЛЕЛЕПІПЕДІ

Гололобов Д. О.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

dmitrygolobov9@gmail.com

У даній роботі розглядається емпірична оцінка невідомого параметра однорідного випадкового поля з неперервним часом при спостереженнях на паралелепіпеді, досліджується конзистентність та асимптотичні властивості цієї оцінки.

Розглядається оптимізаційна задача:

знайти

$$\min_{u \in I} E \{ f(\vec{u}, \xi(\vec{0})) \} = \min_{u \in I} F(\vec{u}).$$

Ця задача апроксимується задачею:

знайти мінімум функції:

$$F_{\vec{T}}(\vec{u}) = \frac{1}{\prod_{i=1}^m T_i} \int_{\Pi[\vec{0}, \vec{T}]} f(\vec{u}, \xi(\vec{t})) d\vec{t}, \vec{u} \in J,$$

де $\xi(\vec{t}) = \xi(\vec{t}, \omega), \vec{t} \in \mathcal{R}^m$ — однорідне у вузькому сенсі випадкове поле з неперервним часом, яке задовольняє умову сильного перемішування з коефіцієнтом:

$$\psi(d) \leq \frac{c}{d^{2m+\varepsilon}}, d > 0, c > 0, \varepsilon > 0;$$

J — замкнена підмножина множини $\mathcal{R}^l, l \geq 1$, можливо, $J = \mathcal{R}^l$;

$\{\xi(\vec{t}), \vec{t} \in \Pi[\vec{0}, \vec{T}]\}, \vec{T} = (T_i)_{i=1}^m$ — спостереження на паралелепіпеді $\Pi[\vec{0}, \vec{T}], 0 \leq t_i \leq T_i, i = \overline{1, m}, \vec{t} = (t_i)_{i=1}^m$.

В результаті роботи доводиться конзистентність даної емпіричної оцінки та збіжність отриманої сім'ї оцінок до нормального розподілу. При доведенні використовувались теорема 7 із [1] та ергодична теорема для випадкових полів із [2].

Література

1. *Knopov P. S., Kasitskaya E. J.* Empirical estimates in stochastic optimization and identification, Kluwer Academic Publishers: Boston\London\Dordrecht. — 250 p.
2. *Кнопов П. С.* Методы нелинейной идентификации и распознавания для стохастических систем с распределенными параметрами. Дисс. докт. физ.-мат. наук по спец. 01.01.09. — Киев, 1986. — 301с.

СВОЙСТВА СМЕЖНОСТИ ЦИКЛИЧЕСКИХ ПЕРЕСТАНОВОК, ОТОБРАЖЕННЫХ В ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО

Гребенник И.В., Титова О.С.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
igorgrebennik@gmail.com ; titovaolga90@gmail.com

В докладе рассматриваются некоторые свойства множества циклических перестановок.

Исследования выполняются на основе погружения множества перестановок в евклидово пространство. Множество циклических перестановок представляет собой подмножество множества перестановок. Элементы множества перестановок, погруженные в евклидово пространство, и только они, являются вершинами перестановочного многогранника, свойства которого широко исследованы.

Поскольку в настоящее время не описан комбинаторный многогранник циклических перестановок, в работе предлагается использовать известный перестановочный многогранник для исследования свойств циклических перестановок. Вводится множество Π_n^C вершин перестановочного многогранника, соответствующих циклическим перестановкам.

Одним из известных результатов для перестановочного многогранника является критерий смежности его вершин. В докладе вводится понятие смежных циклических перестановок. В основе этого понятия лежит смежность вершин перестановочного многогранника. Формулируются теоремы о свойствах смежности вершин перестановочного многогранника, соответствующих циклическим перестановкам на основе введенного понятия смежности. Данные теоремы, аналогично критерию смежности вершин Π_{nk} , рассматривают транспозиции компонент, с помощью которых можно получать смежные вершины, принадлежащие подмножеству Π_n^C .

Предлагается алгоритм генерации всех смежных циклических перестановок для заданной циклической перестановки. Оценивается его сложность.

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ МАРШРУТОВ В ЗАДАЧАХ ТРАНСПОРТНОЙ КОМПОНОВКИ, IT-ПРИЛОЖЕНИЯХ И ГРУЗОПЕРЕВОЗКАХ

Гребенник И.В., Иванов В.Г., Урняева И.А.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

igorgrebennik@gmail.com; valeryivanov@ukr.net

inna.u2111@gmail.com

В настоящее время существует большое количество математических моделей задач составления оптимальных маршрутов транспортных средств, учитывающих широкий спектр различных ограничений и требований [1].

К ним относится Vehicle Routing Problem, VRP – классическая задача построения маршрутов грузовых автомобилей для развозки заданного набора грузов множеству потребителей. Модификациями классической VRP являются задачи с дополнительными

ограничениями по грузоподъемности, возможности упаковки груза, времени доставки и др.

Другой класс задач построения маршрутов составляет Pickup and Delivery Problem, PDP, в которой предполагается, что грузы сосредоточены не в одном месте, а находятся в множестве отдельных пунктов (Pickup), их необходимо доставить во множество соответствующих пунктов потребления (Delivery). Задачи класса PDP также могут учитывать дополнительные ограничения, касающиеся веса грузов, возможностей его упаковки, времени доставки и т.д.

Еще один класс задач в данной области составляют задачи назначения локомотивов. Задача назначения локомотивов (Locomotive assignment problem, LAP) состоит в назначении определенных типов локомотивов поездам в циклическом расписании поездов с учетом набора ограничений с целью минимизации общих затрат, связанных с назначением.

Перечисленные задачи и их модификации могут быть объединены в класс задач маршрутизации, которые имеют широкий практический спектр применения, выходящий за рамки собственно задач транспортировки грузов.

Математические модели задач маршрутизации перечисленных классов чаще всего относятся к классу дискретных оптимизационных задач.

Сложность и значительная размерность задач маршрутизации позволяет решать их в основном приближенными и эвристическими методами. Это делает полученные решения скорее рациональными, чем оптимальными.

В докладе рассматриваются содержательные и формальные постановки следующих задач маршрутизации:

1. Задача управления ресурсами в компьютерных сетях и сетях передачи данных.

Задача состоит в доставке файлов больших размеров по сети от одного или нескольких источников потребителю. Заданы: структура сети передачи данных, множество источников данных и потребитель. Необходимо доставить файл от источников потребителю, используя возможность доставки файла частями по параллельным каналам, за минимальное время.

2. Задача компоновки грузовых поездов на сортировочной станции.

Задача заключається в формуванні залізничного складу з множини існуючих залізничних складів на сортировочній станції для відправки в заданому напрямку з урахуванням наступної розгрузки в певному порядку з мінімальним кількістю переміщень вагонів. При цьому задані множина під'їзних шляхів і послідовності розміщення вагонів в вихідних складах.

3. Задача розвозки продукції поліграфічного підприємства.

Задача полягає в побудові маршрутів мінімальної вартості для розвозки різноманітної продукції поліграфічного підприємства споживачам з урахуванням обмежень по вазі, можливостям упаковки і послідовності розгрузки з використанням множини автомобілів.

Проаналізовані особливості використання відомих математических моделей задач маршрутизації для математического моделювання і рішення сформульованих задач.

Представлені математическі моделі представлених задач 1-3, які враховують різні особливості їх змістових постановок.

Література

1. Toth P.D. Vigo The Vehicle Routing Problem, SIAM, 2002, 367 p.

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ДИСКРЕТНО СПОСТЕРЕЖУВАНОЇ ТОВСТОЇ ПРУЖНОЇ ПЛИТИ

Двірничук К.В., Стоян В.А.

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка

k_v_dvirnychuk@ukr.net ; v_a_stoyan@ukr.net

Поставимо та розв'яжемо задачу дослідження динаміки товстої пружної плити, яка в декартовій системі координат x, y, z обмежена циліндром $\Gamma(x, y)$ та площинами $z = \pm h$. Позначивши через S_0 – просторову область плити, а через $q_k^{\pm}(\xi)$ ($\xi = (x, y, t)$) – зовнішньо-динамічні (t – час) збурення, нормальні ($k=1$) та дотичні ($k=2$) до її поверхонь $z = \pm h$, задачу побудови викликаної

ними функції поперечних динамічних зміщень $w(\sigma, t) = \sum_{k,l=1}^2 w_k^{(l)}(\sigma, t)$

($\sigma = (x, y, z)$) зведемо до розв'язання лінійних диференціальних рівнянь

$$Q^{(l)}(\partial_{\xi})w_k^{(l)}(\sigma, t) = d_k^{(l)}(\partial_{\xi}, z)q_k^{(l)}(\xi) \quad (k, l = \overline{1, 2}), \quad (1)$$

де оператори $Q^{(l)}(\partial_{\xi})$, $d_k^{(l)}(\partial_{\xi}, z)$ ($k, l = \overline{1, 2}$), функції $q_k^{(l)}(\xi)$ ($k, l = \overline{1, 2}$), які побудовані із врахуванням зовнішньо-динамічних зусиль $q_k^{\pm}(\xi)$ ($k = \overline{1, 2}$), подані в [1], а $\partial_{\xi} = (\partial_x, \partial_y, \partial_t)$.

Нехай додатково за початково-крайовим станом розглядуваної плити мають місце спостереження вигляду $L_r^0(\partial_t)w(\sigma, t)|_{t=0} = W_{rj}^0$ ($j = \overline{1, J_r}$), $L_{\rho}^{\Gamma}(\partial_{\sigma})w(\sigma, t)|_{t=t_j} = W_{\rho j}^{\Gamma}$ ($j = \overline{1, J_{\rho}}$), (2)

де $\sigma_j^0 \in S_0$, $\sigma_j^{\Gamma} \in S_{\Gamma}$, $t_j \in [0, T]$, $r = \overline{1, R_0}$, $\rho = \overline{1, R_{\Gamma}}$, S_{Γ} – торцева поверхня плити, а $L_r^0(\partial_t)$ ($r = \overline{1, R_0}$) і $L_{\rho}^{\Gamma}(\partial_{\sigma})$ ($\rho = \overline{1, R_{\Gamma}}$) – лінійні диференціальні оператори. На кількість початкових R_0 та крайових R_{Γ} спостережень за початково-крайовим станом плити ніяких обмежень накладати не будемо, що задачу (1), (2) побудови функцій $w_k^{(l)}(\sigma, t)$ ($k, l = \overline{1, 2}$) робить нерозв'язною відомими класичними чисельно-аналітичними методами.

З використанням методики математичного моделювання, запропонованої в [2], побудуємо розв'язки рівняння (1), які точно задовольняють останньому та середньоквадратично узгоджуються з початково-крайовими спостереженнями (2). Для цього складові $w_k^{(l)}(\sigma, t)$ ($k, l = \overline{1, 2}$) функції поперечних динамічних зміщень $w(\sigma, t)$ при визначених в [1] функціях $G_k^{(l)}(\xi - \xi', z)$ ($k, l = \overline{1, 2}$) подамо [2] сумою

$$w_k^{(l)}(\sigma, t) = \int_S G_k^{(l)}(\xi - \xi', z)q_k^{(l)}(\xi')d\xi' + \int_{S^0} G_k^{(l)}(\xi - \xi', z)q_{0k}^{(l)}(\xi')d\xi' + \int_{S^{\Gamma}} G_k^{(l)}(\xi - \xi', z)q_{\Gamma k}^{(l)}(\xi')d\xi' \quad (k, l = \overline{1, 2}), \quad (3)$$

де $S = (S_0 \cap \{z = \pm h\}) \times [0, T]$, $S^0 = (S_0 \cap \{z = \pm h\}) \times (-\infty, 0]$, $S^{\Gamma} = ((R^3 \setminus S_0) \cap \{z = \pm h\}) \times [0, T]$, а $q_{0k}^{(l)}(\xi')$, $q_{\Gamma k}^{(l)}(\xi')$ – моделюючі функції, із знаходженням яких і пов'яжемо розв'язок задачі.

Після підстановки (3) в початково-крайові спостереження (2), отримаємо систему лінійних інтегральних рівнянь

$$\int B(\xi')q(\xi')d\xi' = \bar{W}, \quad (4)$$

відносно вектор-функції

$$q(\xi) = col(((q_{0k}^{(l)}(\xi) (\xi \in S^0), q_{\Gamma k}^{(l)}(\xi) (\xi \in S^\Gamma)), k = \overline{1,2}), l = \overline{1,2})$$

при відомих матриці $B(\xi')$ та векторі $\bar{W}$, побудованих з врахуванням спостережень (2).

Розв'язком (4) буде [2] $q(\xi) = B^T(\xi)P^+\bar{W} + v(\xi) - B^T(\xi)P^+B_v$ за відповідної розмірності довільної інтегрованої (в області зміни своїх аргументів) вектор-функції $v(\xi)$, матриці P^+ , псевдообернених до $P = BB^T$ та $B_v = \int B(\xi)v(\xi)d\xi$. Отриманий розв'язок задачі досліджений на точність та однозначність ($\bar{v}(\xi) \equiv 0$).

Література

1. Стоян В.А., Двирничук К.В. Об интегральной модели поперечных динамических смещений толстого упругого слоя // Проблемы управления и информатики. – 2013. – №1. – С. 70-82.
2. Стоян В.А. Математичне моделювання лінійних, квазілінійних і нелінійних динамічних систем. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2011. – 310 с.

МОДЕЛЮВАННЯМ ПОПИТУ НА ПЛАТНІ ОСВІТНІ ПОСЛУГИ

Дерев'янюк І.В., Куліш Є.В.

Інститут демографії та соціальних досліджень ім.М.В.Птухи НАНУ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

Метою побудови математичної моделі для оцінювання рівня попиту на платні освітні послуги є використання цих показників при постановці практичних завдань та їх вирішення. Для аналізу впливу соціально-економічних процесів на попит населення на освітні послуги розглядається еластичність попиту по економічному зростанню та нерівності, що дає зв'язок між макроекономічними характеристиками та попитом. Тоді отримуємо динаміку змін еластичності попиту, яка показує яким чином змінюється попит залежно від економічного зростання та дистрибутивних зрушень.

Коефіцієнти рівнянь регресії (еластичності попиту на платні послуги по витратам та нерівності) свідчать, що незалежні змінні по різному впливають на рівень та динаміку попиту на платні

послуги галузей соціальної інфраструктури. Основні висновки, які випливають із проведеного аналізу, можна звести до наступних:

1. Найбільший вплив на зростання попиту на послуги має зменшення нерівності в групах населення із середнім рівнем доходів та зростання доходів населення із найменшими доходами.

2. Еластичність попиту на освітянські послуги за доходами вища при нижчих доходах, тобто, бідніші домогосподарства при зростанні доходів будуть витрачати більшу частку додаткового доходу на платні послуги.

Еластичність попиту на освітянські послуги по доходам зростає для домогосподарств із високими доходами, проте зменшується для бідніших домогосподарств. Починаючи з 2006 р. еластичність попиту на послуги освіти за доходами менша одиниці, тобто, частка витрат на освіту в сукупних витратах на особу при фіксованій нерівності повинна зменшуватись. Зростання частки витрат на платні послуги пояснюється дистрибутивними змінами в розподілі доходів. Зменшення еластичності попиту на освітні послуги за індексом добробуту Сена та за бюджетними видатками, а також неоднозначний вплив нерівності на еластичність може бути пояснено тим, що у даному випадку на попит має місце значний нелінійний вплив демографічних процесів.

СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО МІЖРЕГІОНАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ

Дєєва Н.М., Семенов В.В.

Інститут демографії та соціальних досліджень ім.М.В.Птухи НАНУ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України
hunt.semen@gmail.com

У будь-якій державі з багаторівневим бюджетним устроєм має місце міжрегіональний перерозподіл (вирівнювання) доходів. Основними інструментами такого вирівнювання є система міжбюджетних трансфертів, система оподатковування та механізм розподілу податкових надходжень між рівнями бюджетної системи (розподіл податкових повноважень). Перерозподіл доходів між регіонами здійснюється з метою зменшення міжрегіональної нерівності регіональних доходів та згладжування коливань регіональних доходів у часі (стабілізація). Розглянуто методи розподілу міжбюджетних трансфертів та податкових повноважень між різними рівнями управління в системі фіскального федералізму.

Прогресивність фіскальних інструментів пере-розподілу в Україні досліджується за допомогою індексів прогресивності та перерозподілу. Результати свідчать, що хоча для деяких регіонів трансфертна (та податкова) система є регресивною, в цілому по країні вона є прогресивною. Властивості диспропорційності та перерозподілу трансфертної системи України досліджені відносно власних регіональних надходжень і трансфертів та можливого еталонного перерозподілу. В останньому випадку ефективність діючої системи порівнюється із системою, що може бути отримана за умови оптимальності трансфертної системи. Така оптимальна система, за відсутності дестимулюючих впливів при заданих бюджетних обмеженнях після розподілу трансфертів приводить до розподілу сукупних регіональних доходів, який максимізує соціальний добробут, визначений у відповідності із заданим критерієм (мінімізація міжрегіональної нерівності, бідності, адміністративних витрат на обслуговування різних програм, втрат ефективності тощо). Оцінюється міра відхилення діючої трансфертної системи від запропонованого еталону. Задовольняючи лише наведеним вище обмеженням, множина таких оптимальних систем є достатньо загальною і може бути використана як засіб дослідження добробуту в суспільстві.

ІНТЕГРАЦІЯ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ, ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ІНФОРМАЦІЇ ТА АНАЛІЗУ СОЦІАЛЬНИХ МЕРЕЖ Доленко Г.О.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
galinadolenko2006@yandex.ru

Робота спрямована на формування нових підходів для підвищення ефективності процесів підтримки прийняття рішень за рахунок інтеграції з методами візуалізації інформації та аналізу соціальних мереж.

Розглядаються методи системної оптимізації [1] - при різних способах завдання цільових установок. Пропонується новий підхід до формування моделі цільових установок, який базується на використанні концепцій теорії ігор та прийняття рішень. Він дозволяє побудувати новий алгоритм системної оптимізації на основі розглянутих, який забезпечить менеджерів кращим розумінням потреб і кращою інтеграцією в процесі

цілеспрямованого управління змінами багатокритеріальних, багаторівневих організаційних систем.

Класифікуються методи та техніки візуалізації інформації [2]. Здійснюється аналіз та вибір з них з обґрунтуванням корисності використання для підтримки процесів прийняття рішень на основі системної оптимізації при різних способах завдання цільових установок.

Використовується методологія аналізу соціальних мереж [3] для візуалізації та інтерпретації групової поведінки при прийнятті інвестиційних рішень, а також, для визначення економічного і політичного впливу країн при прийнятті рішень щодо міжнародної торгівлі.

Пропонуються програмні продукти для аналізу соціальних мереж і візуалізації інформації та результати їх застосування на прикладах для підтримки прийняття рішень.

Література

1. Доленко Г.О. Процедури прийняття рішень при управлінні інноваціями: навчально-методичний посібник К.: ВПЦ "Київський університет", 2009, 55с.
2. Доленко Г.О. Методи візуалізації інформації та прийняття рішень К.: ВПЦ "Київський університет", 2011, 34с.
3. Доленко Г.О., Чайка Д. Багатокритеріальна оцінка рівня показників при аналізі соціальних мереж. PDMU-2012, (International Conference "Problems Of Decision Making under Uncertainties"), Ukraine, Svalyava, May, 2012.

АБСТРАКТНА СХЕМА ПЕРЕТВОРЕННЯ ГОКА В РОЗПІЗНАВАННІ ЗОБРАЖЕНЬ СИМВОЛІВ

Донченко В.С., Зінько Т.П.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
voldon@bigmir.net

В роботі розглядається схема перетворення Гока (ПГ) у її абстрактному варіанті [1,2]. За загальним змістом ПГ як засіб обробки зображення передбачає наявність на зображенні (бінарізованому) кривих певного заданого параметричного сімейства $y = g_{\theta}(x), \theta \in \Theta \subseteq R^K$, що зв'язують дві координати зображення x, y .

Гок-парою просторів будемо називати четвірку $(S_0, S_p, G_\theta, \theta \in S_p, L_s, s \in S_0)$, в якій:

- S_0, S_p – абстрактні множини;
- $G_\theta, \theta \in S_p, L_s, s \in S_0$ – параметричні системи підмножин в S_0, S_p , відповідно: $G_\theta \subseteq S_0, \theta \in S_p, L_s \subseteq S_p, s \in S_p$;
- параметричні сімейства G, L задовольняють умові узгодженості:

$$\begin{aligned} &\text{О для довільного } \theta \in S_p \text{ з того, що } s \in G_\theta \text{ випливає,} \\ &\text{що } \theta \in L_s: \quad s \in G_\theta \Rightarrow \theta \in L_s; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &\text{О для довільного } s \in S_0 \text{ з того, що } \theta \in L_s \text{ випливає, що} \\ &s \in G_\theta: \quad \theta \in L_s \Rightarrow s \in G_\theta; \end{aligned}$$

- відповідності між параметрами та підмножинами в параметричних сімействах є взаємно однозначними:

$$\begin{aligned} \theta &\leftrightarrow G_\theta, \quad \theta \in S_p; \\ s &\leftrightarrow L_s, \quad s \in S_0. \end{aligned}$$

Акумуляторна функція для підмножин простору параметрів $\pi \subseteq S_p$ за послідовністю спостережень $s_i \in S_0, i = \overline{1, n}$ визначається як

$$A(\pi) = \sum_{i=1}^n \delta(\pi \cap L_{s_i}), \quad \pi \subseteq S_p. \quad (2)$$

Множина можливих аргументів акумуляторної функції мусить бути такою, щоб можна було говорити про локальні максимуми. В іншому разі, оцінювати параметр, представлений у послідовності спостережень, треба за глобальним максимумом.

Загальна схема ПГ може бути з успіхом застосована у побудові ефективних алгоритмів розпізнавання номерів.

Дійсно, позначимо :

- S_0 – стандартну ділянку зображення символу в прямокутній системі координат, прив'язану до лівого кута зображення: $(x, y) \in S_0 \Leftrightarrow x, y \in [0, M]$;

- S_p – множину можливих символів зображення в певній нумерації: $S_p = \{\theta_1, \dots, \theta_M\}$;

- $G_\theta, \theta \in S_p$ – множина координат простору зображення, що відповідають символу $\theta \in S_p$ (зображення символу $\theta \in S_p$);

- $L_{(x,y)} \subseteq S_p$ – множина символів, якій може належати точка (x, y) зображення символу.

Теорема 1 [3]. У введених вище позначеннях четвірка $(S_0, S_p, G_\theta, L_s)$ представляє собою абстрактну Гок-пару просторів.

Визначення символу, представленого на аналізованій ділянці плейту, здійснюється за максимумом акумуляторної функції, визначеній у відповідності до співвідношення (2) за множини Π допустимих значень аргументу акумуляторної функції, що співпадає із сукупністю одноелементних множин простору параметрів, тобто, власне, із простором параметрів S_p .

Література

1. Донченко В.С. Множинний підхід до опису невизначеності в математичному моделюванні: дис. на здобуття наук. ступеня докт. фіз.-мат. наук: спец. 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи» / Донченко В.С. // Київський нац. ун-тет ім. Т. Шевченка. –Київ, 2007. –349 с.
2. Donchenko V.S. Hough Transform and Uncertainty / Donchenko V.S. // Proceedings: X International Conference “Knowledge – Dialog – Solution”. –V1. – June 16 –23, 2003.–Varna(Bulgaria). –pp. 391-395.
3. Зінько Т.П. Розпізнавання номерних знаків з використанням перетворення Гока // Журнал «Обчислювальної та прикладної математики» №1, 2012. – С. 38–47.

ПРО ОДНУ МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦІЇ ДЛЯ РИНКУ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Донченко В.С., Назарага І.М., Лисицький І.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

voldon@unicyb.kiev.ua, inna_na@ukr.net

ВГО “Рада з конкурентоспроможності індустрії інформаційно-
комунікаційних технологій України”

igor.lisitsky@gmail.com

Для підвищення рівня конкурентоспроможності вітчизняної індустрії інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) на світовому ринку необхідна, насамперед, виважена загальнодержавна політика у цій сфері.

Тобто прийняття важливих стратегічних рішень з питань розвитку ІКТ-індустрії повинно відбуватися із урахуванням усіх можливих наслідків від їх реалізації, наприклад із застосуванням засобів математичного моделювання. Тому побудова та розвиток існуючих моделей ринкової конкуренції [1 - 3] з метою подальшого прогнозування поведінки розглядуваних учасників-конкурентів, є наразі дуже актуальними завданнями.

Загалом, під ринковою конкуренцією розумітимемо таку ситуацію на ринку, коли ціна на товар (послугу) залежить від усього обсягу цього товару (послуги), що пропонується на ринку, а під конкурентоспроможністю – здатністю займати задану частку ринку.

У роботі для моделювання взаємодії учасників ІКТ-індустрії використовується узагальнена модель конкуренції Лотки – Вольтерри [2, 3], що за своєю суттю є системою нелінійних диференціальних рівнянь і дозволяє ураховувати в економічних процесах чинник часу.

Література

1. Портер М. Конкуренция: пер. с англ. / Портер М.// – М.: Изд. дом “Вильямс”, 2005 – 608 с.
2. Lotka A. Elements of Physical Biology / Lotka A. // – Baltimore: Williams & Wilkins Company, 1925. - 495 p.
3. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра [пер. под ред. Ю.М. Свирижева] // - М.: Наука, 1976. - 286 с.

КОНКУРЕНЦІЯ ЗАГАЛОМ ТА РИНКОВА КОНКУРЕНЦІЯ: АЛЬТЕРНАТИВНІСТЬ ТА ЗМАГАЛЬНІСТЬ

В.Донченко, І.Лисицький, І.Назарага

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ВГО «Рада з конкурентоспроможності індустрії ІКТ України»
voldon@unicyb.kiev.ua

Конкуренція є широко вживаним терміном із досить розмитим змістом, що породжує розмаїття у її тлумаченні і вживанні щодо біологічних, хімічних, економічних явищ (див., наприклад [1]).

Загалом, термін конкуренція вживається для позначення альтернативності та змагальності засобів у досягненні певного результату. Звісно, альтернативність, змагальність передбачає наявність декількох альтернатив - «суб'єктів» змагальності. Очевидним чином, згадана конкурентна змагальність реалізовується різними засобами, механізмами, для різних областей прояву та застосування. Тому доцільно розрізняти принцип конкурентності (конкуренцію загалом) та відповідний механізм його реалізації.

Для ринкових відносин конкуренція є фундаментальним принципом та механізмом, тому що, власне оформлює взаємодію маси виробників товарів чи послуг певного виду («суб'єктів змагальності») з масою їх споживачів, звісно, за відсутності монополії.

Забезпечення ефективного втілення ринкових механізмів і перш за все принципу конкуренції, є власне питанням ефективного функціонування економіки. Тому принциповим елементом ефективної організації економіки є законодавче забезпечення заходів та відповідну їхню наукову проробку, що б забезпечували ефективне використання фундаментального ринкового механізму, яким є конкуренція, особливо в високо інноваційних галузях, зокрема, - ІКТ [2].

Література

1. Попков.В.В., Берг Д.Б., Капралов М.В. На стыке физики, биологии и экономики: математическая модель конкуренции (постановка задачи) / Сб. тр. 1-й Всероссийской Интернет-конференции. Тамбов: Тамбовский ГТУ, 2001, вып. 1, С. 69-73.
2. Закон України «Про державну підтримку розвитку індустрії програмної продукції» №5450-VI від 16.10.2012 р. (підготовлений ВГО «Рада з конкурентоспроможності...»)

ИГРОВЫЕ СИТУАЦИИ В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫБОРА С ГРУППОВЫМ ПРОСМОТРОМ

С.И. Доценко, Н.Ф. Тменова

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

Sergei204@ukr.net; tmenovox@voliacable.com

В [1], [2] было рассмотрено обобщение задачи оптимального выбора для случая, когда множество объектов разбито на группы и осуществляется одновременный просмотр всей группы целиком. При этом, подобно классической задаче, нельзя возвращаться к ранее просмотренным группам.

В [3] была рассмотрена задача группового просмотра для случая, когда порядок просмотра групп может выбираться просматривающим.

Для задачи оптимального выбора с групповым просмотром объектов авторами был рассмотрен случай, когда просмотр осуществляется двумя игроками (каждый на своем множестве элементов), а разделение на группы осуществляется случайным образом. Выигравшим считается игрок, нашедший наилучший элемент раньше противника. Если удачный выбор был осуществлен обоими игроками одновременно, выигрыш делится между ними поровну.

Для данного случая была найдена точка равновесия Байеса-Нэша и установлено, что стратегии игроков в точке равновесия совпадают и имеют пороговый вид, причем значение порога является корнем уравнения $4x^3 - 5x^2 + 7x - 2 = 0$ из интервала $[0;1]$, примерно равный 0.368.

Для случая несимметричной игры, когда игроки имеют различный доступ к информации и результаты действий первого игрока становятся известны второму, найдена точка равновесия Байеса-Штакельберга.

Литература

1. Shou-Ren Hsiau and Jiing-Ru Yang. A natural variation of the standard secretary problem. *Statistica Sinica*, 10 (2000), p.639-646.
2. Thomas Bruss. Sum the odds to one and stop. *The annals of probability*, 2000, vol. 28, № 3, p 1384-1391.
3. Доценко С., Негайлов П. Об оптимальном порядке просмотра групп в задаче выбора наилучшего элемента с групповым просмотром кандидатов. / Кибернетика и системный анализ, в печати.

ІНТЕРВАЛЬНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ОПТИМАЛЬНИХ РЕЗЕРВІВ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ

Жуковська О.А.

Національний технічний університет України "КПІ"

zhukovskaya71@gmail.com

Однією з умов успішного функціонування страхової компанії є необхідність створення оптимального страхового резерву, достатнього для майбутніх виплат страхових сум і страхових відшкодувань. Оскільки, величина страхових резервів R становить 50% від всіх страхових платежів, то оцінку страхових резервів необхідно проводити спираючись на ємність C ринку страхових полісів.

В роботі [1] побудована модель оцінки ємності ринку, яка для практичного використання потребує тільки значення частотних характеристик та враховує інтервал коливання вартості продукції:

$$C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m W_i I_{ij} k_j, \quad (1)$$

де $W_i = [w_i^-, w_i^+]$ – інтервал, в границях якого може коливатися вартість w_i страхового полісу i , $I_{ij} = [i^-, i^+]$ – довірчий інтервал, який з ймовірністю β накріє невідоме значення ймовірності P_{ij} придбання полісу i в сегменті j .

Враховуючи (1), пропонується інтервальна модель оцінки можливого об'єму страхових резервів у вигляді

$$R = 0,5 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m W_i I_{ij} k_j,$$

яка надає можливість аналізу страхових операцій компанії та прийняття управлінських рішень щодо планування страхової діяльності.

Представлена модель є конструктивною та дозволяє на основі кінцевої кількості спостережень проводити аналіз рівня страхових резервів для планування подальшої тарифної політики компанії і створення оптимальної групи товарів та послуг.

Література

1. Жуковская О.А. Формальная модель оценки ёмкости рынка в условиях интервальной неопределённости // Управляющие системы и машины. – 2008. – № 5 – С. 88–92.

ПРО ОДНУ МОДИФІКАЦІЮ СХЕМИ ШИФРУВАННЯ МЕТОДОМ РЮКЗАКА

Івохін Є. В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ivohin@univ.kiev.ua

Сучасні дослідження по вдосконаленню алгоритму шифрування на основі алгоритму рюкзака [1] здійснюються за двома основними напрямками. Перший з них об'єднує роботи, що спрямовано на використання різних варіантів задачі про рюкзак. Інший напрямок досліджує застосування різних додаткових схем та процедур, що підвищують захищеність алгоритму.

Запропонуємо модифікацію базової схеми на основі послідовностей простих чисел спеціального вигляду.

Позначимо, $P_k(a)$ - k -те просте число, що не менше цілого $a \geq 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Нескладно перевірити, що

$$1) P_0(0) = 0, P_0(1) = 1, P_1(0) = 1;$$

$$2) P_k(a) = P_1(P_{k-1}(a)) = \dots = P_{k-1}(P_1(a)), k = 1, 2, 3, \dots, a \geq 0;$$

$$3) P_k(a) \leq P_l(a), k \leq l, k = 0, 1, 2, \dots, l = 0, 1, 2, 3, \dots, a \geq 0.$$

На послідовності чисел $P_k(a)$, $a \geq 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, введемо операцію зсуву на m , $m \in N \cup \{0\}$, простих чисел у вигляді

$$P_k(a) \oplus m = P_{k+m}(a) = P_m(P_k(a)),$$

яка не виводить за межі заданої послідовності, та операцію p -кратної композиції ($p \in N$) відношення двох чисел $P_k(a)$ та $P_l(a)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $l = 0, 1, 2, 3, \dots$, у вигляді

$$P_k(a) / P_l(a) \circ p = P_k(a) \oplus p / P_l(a) \oplus p.$$

Числа, що входять до відкритого ключа $K = \{r_1, \dots, r_n\}$ алгоритму шифрування, є довільними цілими числами. Використовуючи запропоновані операції над ними розроблено схему підвищення криптографічного захисту в процесі шифрування методом рюкзака.

Література

1. Ralph Merkle, Martin Hellman. Hiding information and signatures in trapdoor knapsacks//IEEE Trans. Inf. Theory. - 1978. - V.24(5) - P.525-530.

РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ ПЕРЕВІРКИ СТРАТЕГІЙ СТАТИСТИЧНОГО АРБІТРАЖУ

Какойченко А.І.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

a.kakoychenko@gmail.com

Останнім часом результати ринково-нейтральних інвестиційних фондів, які активно використовують статистичний арбітраж, перевищують прибутковість індексного інвестування при значно нижчому рівні ризику та відсутності кореляції з індексами [1],[2].

Мета роботи - спираючись на досвід західних науковців, розробити алгоритм для перевірки і удосконалення ринково-нейтральних стратегій статистичного арбітражу з урахуванням усіх особливостей російського фондового ринку та застосувати його, використовуючи історичні дані Московської біржі.

В результаті роботи був розроблений та протестований алгоритм, основні етапи якого такі:

- визначення пари акції (ф'ючерсів) з високим ступенем коінтеграції;
- розробка алгоритму для визначення точок входу/виходу з інструментів на основі відхилення значення спреда від деякого середнього значення, розрахованого за допомогою фільтра Калмана;
- статистичний підбір коефіцієнтів на основі in-sample даних за допомогою генетичного алгоритму CMA-ES;
- прогноз ефективності стратегії на Out-of-sample даних.

Література

1. Statistical Arbitrage and High-Frequency Data with an Application to Eurostoxx 50 Equities by Christian L. Dunis, Gianluigi Giorgioni, Jason Laws, Jozef Rudy (2010).
2. Dunis, CL & Shannon, G 2005, 'Emerging markets of South-East Asia and Central Asia: Do They Still Offer a Diversification Benefit?', Journal of Asset Management, vol. 6, no. 3, pp.168-190.
3. Hamilton, J. (1994) Time Series Analysis, Princeton University Press, Princeton.
4. Nath, P. (2003) High Frequency Pairs Trading with U.S. Treasury Securities: Risks and Rewards for Hedge Funds. SSRN eLibrary.

НАБЛИЖЕНЕ ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ДЛЯ ОДНОГО ЕЛІПТИЧНОГО РІВНЯННЯ З НЕЛОКАЛЬНИМИ КРАЙОВИМИ УМОВАМИ

Капустян О.А.¹, Мазур О.К.²

¹ Київський національний університет імені Тараса Шевченка

olena.kap@gmail.com,

² КНУХТ, **okmazur@ukr.net**

Одним з методів розв'язання лінійно-квадратичних задач оптимального керування розподіленими системами є метод Фур'є . Розглянена в роботі нелокальна крайова задача для рівняння Лапласа в круговому секторі була розв'язана в [1]. Відповідна задача оптимального керування в класі керувань, що залежать лише від кутової змінної, була розв'язана в роботі [2]. У даній роботі доведено класичну розв'язність задачі мінімізації квадратичного критерію якості на тих розв'язках еліптичного рівняння з керуванням у правій частині, які задовольняють нелокальні крайові умови на границі області, в класі розподілених керувань. Запропоновано та обгрунтовано конструктивну формулу наближеного оптимального керування в термінах коефіцієнтів Фур'є функції крайових умов. Ефективність методу проілюстровано чисельними розрахунками.

Література

1 Моисеев Е.И., Амбарцумян В.Э. О разрешимости нелокальной краевой задачи с равенством потоков на части границы и сопряженной к ней системе // Дифференциальные уравнения. – 2010. – Т. 46, № 5. – С. 718 – 725.

2 Капустян В.О., Капустян О.А., Мазур О.К. Задача оптимального керування для еліптичного рівняння з нелокальними крайовими умовами в круговому секторі // Журнал обчислювальної та прикладної математики. - 2012. - № 2 (108). - С. 3-9.

3 Капустян В.О., Капустян О.А., Мазур О.К. Задача оптимального керування для рівняння Пуассона з нелокальними крайовими умовами // Нелінійні коливання. – 2013. - № 4 (прийнято до друку).

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ЗАДАЧЕ СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПО ДАННЫМ С ПОГРЕШНОСТЯМИ

Касьянюк В.С.

Киевский Национальный университет имени Тараса Шевченко
veda.sia@mail.ru

Рассматривается задача оптимального восстановления функции $u(x) \in L_2[-\pi, \pi)$ по конечному множеству ее коэффициентов Фурье, содержащих случайные погрешности. Предлагается оптимальный метод суммирования рядов Фурье по данным с погрешностями, основанный на парето-оптимальной редукции [1] данных к выходу с заданного прибора. Указываются приемы подавления артефактов n -й частичной суммы ряда, возникающих из-за ограниченности n , и уровня шумового фона этой суммы из-за случайных погрешностей коэффициентов. Одновременно с этим осуществляется сглаживание частичных сумм за счет их усреднения с подходящими весовыми коэффициентами. Как частный случай отсюда следует суммирование рядов Фурье методом «спектральных окон» [2].

Поставленная задача рассматривается и для случая, когда статистическая информация о погрешностях отсутствует. В этом случае считается, что погрешности в данных являются нечеткими величинами. При такой постановке задачи также используется парето-оптимальный подход и решается задача одновременной минимизации нормы операторной невязки и максимизации необходимости корректности оценивания нечеткой величины [3]. Устанавливается связь между полученными оценками в случае погрешностей случайного и нечеткого характера.

Лтература

1. Белов Ю.А. Математичні методи і алгоритми обробки в задачі інтерпретації непрямих вимірювань / Белов Ю.А., Касьянюк В.С. // – К.: Науковий світ, 2000. – 79 с.
2. Хэррис Ф.Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразование Фурье / Хэррис Ф.Дж. // - ТИИЭР, т.66, №1, 1978, С.60-96.
3. Пытьев Ю.П. Возможность. Элементы теории и применения / Пытьев Ю.П. // – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 192 с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДІЯЛЬНОСТІ БАНКУ

Квасній М.М.

Львівський інститут банківської справи УБС НБУ (м. Київ)

mkvasniym@lbi.wubn.net

Загальна модель стратегії діяльності комерційного банку із врахуванням мінливості фінансового середовища побудована в [1] у вигляді оптимізаційної задачі. Для розв'язання якої використаємо чисельний метод Рунге- Кутта 4 порядку. У результаті неперервна модель [1] трансформується у дискретну:

$$D_{n+1} = D_n + (t_{n+1} - t_n) AG_n^\mu L_n^{1-\mu},$$

де

$$G_n = \frac{(K_n p_{kn} + M_n p_n - D_n p_{dn} - BK_n^\beta D_n^{1-\beta} r) N}{K_n p_{kn} + M_n p_n - D_n p_{dn} - BK_n^\beta D_n^{1-\beta}};$$
$$L_n = \frac{K_n (1 + p_{kn}) + M_n (1 + p_n)}{D_n (1 + p_{dn})}. \quad (1)$$

Співвідношення для обчислення відсоткових ставок p_{kn} та p_{dn} отримуємо із необхідної умови максимуму прибутку:

$$p_{kn} - p_n = \beta BK_n^{\beta-1} D_n^{1-\beta}; \quad p_n (1 - \alpha) - p_{dn} = (1 - \beta) BK_n^\beta D_n^{-\beta}. \quad (2)$$

До даної системи рівнянь (1-2) додаємо умову на норму доходу, вимоги НБУ щодо маржі: $p_{kn} - p_{dn} = d$, або умову на обсяг кредиту $\nu_1 D_n \leq K_n \leq \nu_2 D_n$ (3). Система (1-3)- це послідовність дискретних співвідношень для моделювання стратегії кредитно-депозитної діяльності банку. Розв'язавши (1-3) знаходимо відсоткові ставки, які максимізуючи прибуток є для даного банку найкращими. Але на кредитно-депозитному ринку діє цілий ряд банків, і їх пропозиція може бути привабливішою для потенційного клієнта. Отже, банківський менеджмент стикається із ситуацією, коли при наявності багатьох учасників ефективність рішення одного із них залежить від рішення інших учасників фінансового ринку. Для розв'язання такої ситуації можна використати математичну теорію ігор, зокрема, критерій Гурвіца [1].

Література

1. Квасній М.М. Побудова стратегії відсоткових ставок банку \ XXI International Conference “Problems of decision making under uncertainties” (PDMU), May 13-17, 2013 – Taras Shevchenko National University of Kyiv, Skhidnytsia, Ukraine, 2013. – P.145.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОШИРЕННЯ КОНСЕРВАТИВНИХ РЕЧОВИН У ВІДКРИТИХ ВОДОТОКАХ

Ковальчук П.І., Герус А.В.

Інститут водних проблем і меліорації НААН України

Gerus-andrij@mail.ru

Процес розвитку промисловості вимагає використання значних обсягів водних ресурсів, а також їх значного забруднення. Накопичення таких вод у відстійниках, створює загрозу аварійних викидів. Існує необхідність прогнозування проходження плями забруднення, для ліквідації негативних наслідків.

Процес поширення забруднюючих речовин найбільш адекватно описується системою трьох диференціальних рівнянь переносу та дифузії у водному потоці, взаємодії забруднень потоку з завислими наносами та донними відкладами:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} a(x) \frac{\partial U}{\partial x} - V(x) \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda(x)U + \mu_2(x)S + f(x,t); \\ \frac{\partial S}{\partial t} = \lambda(x)U - (\mu_1(x) + \mu_2(x))S; \\ \frac{\partial R}{\partial t} = \mu_1(x)S. \end{cases}$$

де $U(x,t)$ - концентрація забруднюючої речовини у водотоці (в частках від $U_{ГДК}$, об'ємної гранично допустимої концентрації забруднюючих речовин); $S(x,t)$ – концентрація забруднюючої речовини в завислих наносах (в частках від); $V(x)$ – швидкість течії потоку, м/с; $a(x)$ – коефіцієнт молекулярної або турбулентної дифузії; $f(x)$ – функція джерела надходження забруднень в у водний потік; $R(x)$ – функція накопичення забруднюючих речовин в донних відкладах; $\lambda(x)$ – коефіцієнт сорбції речовини, що знаходиться в потоці, у завислі наноси; $\mu_1(x)$ – коефіцієнт сорбції в донні відклади; $\mu_2(x)$ – коефіцієнт сорбції-десорбції в системі «вода-завислі наноси»; t – час; x – координата в напрямку руху.

Приклад розрахунку адаптованої моделі до умов системи «р.Жовта- р.Інгулець-Карачунівське водосховище» наведено на рис.1.

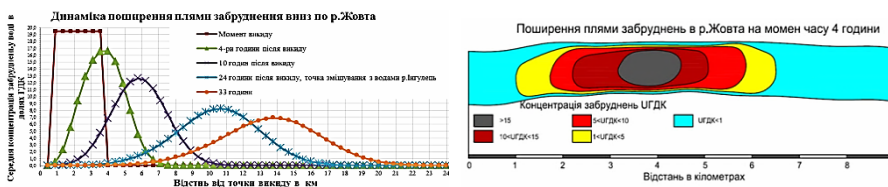


Рис.1. а). Динаміка концентрацій в часі по довжині річки; б). просторове зображення плями через 4-ри години після викиду.

АНАЛІЗ ЗБІЖНОСТІ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ РУСЛОВОГО СТОКУ РІДИНИ ПРИ ЗМІНІ ПОВЕРХНІ ДНА ПОТОКУ.

Коковська Я.В.

Львівський національний університет ім.І.Франка

yaryna.kokovska@gmail.com

Модель одномірної нествановленої повільно змінної руху описується системою рівнянь[1]:

$$\begin{cases} \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} U \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\alpha-1}{g} \frac{U}{F} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{U^2}{C^2 R} = I, \\ \frac{\partial(UF)}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} = q \end{cases}$$

де U - швидкість потоку та F - площа поперечного перерізу потоку; $C=\text{const}$ – коефіцієнт Шезі; $I = \sin \delta$ – нахил лінії дна; $B = b_- + b_+$ – ширина вільної поверхні; $R=\text{const}$ – гідравлічний радіус русла; α – коректив середньої швидкості; $q = q(x; t)$ - бічний притік.

Доповнимо ці рівняння початковими $U|_{t=0} = u_0(x)$, $F|_{t=0} = f_0(x)$ на $[0, L]$ та крайовими умовами $U(t, 0) = 0$, $F(t, 0) = 0$ і отримаємо початково-крайову задачу знаходження невідомих – швидкості потоку U та площі поперечного перерізу F [1].

Для системи (1) була побудована варіаційна задача, яка розв'язувалася методом скінченних елементів. Ця математична модель залежить від багатьох факторів, які можуть достатньо швидко змінюватися, тому така модель повинна бути стійкою до зовнішніх та внутрішніх впливів, які суттєво модифікують розв'язок задачі. Для апроксимації розв'язку показано

використання лінійних базисних функцій. Так як задача нелінійна, то розв'язок набуває великих додатніх та від'ємних значень, особливо при різких змінах рельєфу дна потоку. Тому збільшено порядок апроксимацій шуканого розв'язку і показано доцільність такого підходу на різних тестових прикладах.

Література

1. Коковська Я.В. Використання лінійних і квадратичних апроксимацій для розв'язування задач руслового стоку рідини // Вісн. Льв. ун-ту. Сер. "Прикл. матем. інформ". Вип. 18– 2012. – С. 165-175.

ВИБІР ОПТИМАЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ ІНВЕСТУВАННЯ

Корягіна О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
koryaginaolia@gmail.com

Інвестор завжди знаходиться під впливом двох факторів: наміру мати найбільшу ефективність портфеля цінних паперів та наміру забезпечити вклад з найменшим для себе ризиком. Узгодження максимізації норми прибутку і мінімізації ризику не є простим, бо на досить ефективному ринку цінні папери з високою нормою прибутку характеризуються відповідно високим ступенем ризику.

Мета роботи – за допомогою процесу розподілу інвестованих засобів між різними об'єктами вкладення капіталу, з метою зниження ступеня ризику, забезпечити більшої стійкості прибутків за будь-яких коливань дивідендів і ринкових цін на цінні папери (диверсифікація). Загальним правилом інвестора щодо диверсифікації є таке: необхідно прагнути розподілити вкладення між такими видами активів, які показували за минулі роки, по-перше, різну щільність зв'язку (кореляцію) із загальноринковими цінами (індексами) і, по-друге, протилежну фазу коливання норми прибутку між собою (цін) всередині портфеля.

В результаті роботи визначено, що для збільшення ефекту портфеля доречно робити вклад не в один вид цінних паперів, а скласти цей портфель з більшої кількості різноманітних цінних паперів. Інвестор має бути впевнений, що, визначивши за основну мету досягнення максимальної ефективності, він обирає таку структуру портфеля, яка приводить до найменшого ризику.

Література

1 Вітлінський В.В., Верченко П.І. Аналіз моделювання та управління економічним ризиком: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц.-

К.:КНЕУ, 2000.-292 с.

2 Лебедев Є.О., Макушенко І.А. Оптимізація ризику для багатоканальних стохастичних мереж: Навчальний посібник-К.:КНУ, 2007.-64 с.

3 Майорова Т.В. Інвестиційна діяльність: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц.-К. 2009.-400 с.

ОЦІНЮВАННЯ МІРИ РИЗИКУ ВИРОБНИКІВ У ВИПАДКУ ЗАЛЕЖНИХ ВИПАДКОВИХ ВИПУСКІВ

Косаревич К.В.

Львівський національний університет імені Івана Франка

Припустимо, що деякий однорідний продукт виробляють дві фірми, причому об'єми їх випусків – випадкові величини q_1 та q_2 – є абсолютно неперервними з розподілом на $[\alpha_1, \alpha_2]$ та $[\beta_1, \beta_2]$ відповідно. Вважатимемо, що q_1 та q_2 не є незалежними, і відома функція $f(x, y)$ – густина розподілу випадкової величини (q_1, q_2) .

Нехай сподіваний прибуток фірми 1 при умові, що об'єм випуску фірми 2 фіксований, задається функцією

$$h_1(y) = E(\Pi_1 / q_2 = y),$$

де $E(\Pi_1 / q_2 = y) = (a - c_1 - by)E(q_1 / q_2 = y) - bE(q_1^2 / q_2 = y)$,
 $E(\cdot / q_2 = y)$ – оператор умовного математичного сподівання.

Поряд з максимізацією функції $h_1(y)$ для фірми 1 важливим є встановлення величини ризику (невідповідності очікуванням), яким вона володіє при прийнятті рішення про обсяг виробництва.

Мірою ризику фірми 1 при прийнятті рішення про обсяг її виробництва в умовах кількісної конкуренції на ринку у випадку залежних випадкових випусків виробників називатимемо величину

$$V(E(\Pi_1 / q_2)) = \frac{\sqrt{D(E(\Pi_1 / q_2))}}{E[E(\Pi_1 / q_2)]}.$$

Нехай функція $h_1(y)$ – неперервна. Тоді усереднений сподіваний прибуток та міра ризику для фірми 1 відповідно становлять

$$E[E(\Pi_1 / q_2)] = (a - c_1)A_1 - b(A_2 + A_3),$$

$$V(E(\Pi_1 / q_2)) = \frac{\sqrt{K_1 - K_2}}{(a - c_1)A_1 - b(A_2 + A_3)},$$

$$\text{де } K_1 = (a - c_1)^2 B_1 - 2(a - c_1)bB_2 + b^2 B_3,$$

$$K_2 = (a - c_1)^2 (A_1)^2 + b^2 (A_3 - A_2)^2 - 2b(a - c_1)A_1(A_2 + A_3),$$

$$A_1 = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \phi_1(y) dy, \quad A_2 = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \phi_2(y) dy, \quad A_3 = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \phi_3(y) dy,$$

$$\phi_1(y) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} x f_{(q_1, q_2)}(x, y) dx, \quad \phi_2(y) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} x^2 f_{(q_1, q_2)}(x, y) dx,$$

$$\phi_3(y) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} x y f_{(q_1, q_2)}(x, y) dx.$$

Аналогічним чином визначено усереднений сподіваний прибуток та міру ризику для фірми 2. Запропонований метод оцінки ризику виробників при прийнятті рішення про обсяг їх виробництва застосовано також у випадку олігополії зі скінченною кількістю фірм.

ПРИНЦИП МАКСИМУМУ ПОНТРЯГІНА ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ НЕСТАЦІОНАРНОГО ПРОЦЕСУ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОГО ОХОЛОДЖЕННЯ

Коцур М.П.

Чернівецький національний університет імені Ю.Федьковича

mpcc@chnu.cv.ua

Оптимізація нестационарного процесу термоелектричного охолодження відноситься до задач оптимального керування об'єктами з розподіленими параметрами, поведінка яких описується диференційними рівняннями в частинних похідних. Аналіз результатів попередніх досліджень показує, що задачі оптимізації цього процесу, наприклад, пошук оптимальних функцій струму, що забезпечують екстремальні значення характеристик охолодження, внаслідок їх складності розв'язувалися лише для найпростіших фізичних моделей термоелектричного перетворювача, або взагалі не розглядалися. Тому пошук простих, доступних методів їх вирішення є актуальною проблемою.

Одним із раціональних шляхів для розв'язування задач оптимізації об'єкта з розподіленими параметрами є його дискретизація і отримання таким чином об'єкта із зосередженими параметрами, що описується системою звичайних диференційних

рівнянь. Тоді для визначення оптимальних функцій керування можна скористатися принципом максимуму Понтрягіна.

Проілюструємо цю можливість на прикладі моделі термоелектричного перетворювача, який складається з ідентичних за своїми властивостями віток термоелементів. Теплові процеси у вітках описуються одновимірним рівнянням нестационарної теплопровідності у вигляді

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \rho \frac{I^2}{s^2} - T \frac{I}{s} \frac{\partial \alpha}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (1)$$

де T – температура, I – струм живлення термоелементу. Початкові і крайові умови задачі наступні:

$$T(x, 0) = T_a, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial t} = \frac{1}{g} \left[q_0 - Ks(T(0, t) - T_a) + \kappa s \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} - \alpha I T(0, t) + I^2 \frac{r_0}{s} \right]. \quad (3)$$

$$T(L, t) = T_a$$

У цих рівняннях характеристики напівпровідникового матеріалу вітки, а саме термоЕРС $\alpha(T)$, питомий опір $\rho(T)$, теплопровідність $\kappa(T)$ є функціями температури, а питома теплоємність c , площа перерізу вітки s , її довжина L , електричний контактний опір r_0 , коефіцієнт теплообміну холодного спаю вітки K , теплоємність g та тепловиділення q_0 під'єданого до спаю теплового навантаження, температура навколишнього середовища T_a – константи.

Струмом I , що протікає у вітці термоелементу і забезпечує охолодження, можна керувати, змінюючи його величину з часом в межах $I \in \{0, I_{\max}\}$. Оптимізаційна задача полягає у визначенні оптимальної функції струму $I(t)$ такої, що мінімізує температуру охолодження в точці $x=0$ в певний момент часу $t=\theta$, тобто функціонал, що мінімізується, $\Phi = T(0, \theta)$.

Дискретизація по координаті x з кроком h дозволяє записати задачу (1)-(3) у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = f_i(T, I), \quad i = 0, \dots, N-1, \quad (4)$$

з крайовими умовами

$$T_i(0) = T_a, \quad i = 0, \dots, N-1, \quad (5)$$

$$\text{де } f_0 = \frac{1}{g} \left[q_0 - Ks(T_0 - T_a) + \kappa(T_0)s \frac{T_1 - T_0}{h} - \alpha(T_0)IT_0 + I^2 \frac{r_0}{s} \right],$$

$$f_i = \frac{1}{ch^2} \left[\kappa(T_{i+1})T_{i+1} - (\kappa(T_{i+1}) + \kappa(T_i))T_i + \kappa(T_i)T_{i-1} \right] + \rho(T_i) \frac{I^2}{cs^2} - \\ - \frac{I}{cs} T_i \frac{\partial \alpha(T_i)}{\partial T} \frac{(T_i - T_{i-1})}{h}, \quad i = 1, \dots, N-1, \quad T_N = T_a, \quad N = L/h.$$

У відповідності до принципу максимуму Понтрягіна для задачі (4)-(5) з фіксованим часом і вільною правою границею оптимальна функція керування $I(t)$ повинна задовольняти умові максимуму функції $H = \sum_{i=0}^{N-1} \psi_i f_i(T, I)$ змінної I в кожний момент часу $t \in \{0, \theta\}$. Допоміжні функції ψ визначаються спряженою до (4) системою рівнянь у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_0}{\partial t} &= -\psi_0 \frac{\partial f_0}{\partial T_0} - \psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial T_0}, \\ \frac{\partial \psi_i}{\partial t} &= -\psi_{i-1} \frac{\partial f_{i-1}}{\partial T_i} - \psi_i \frac{\partial f_i}{\partial T_i} - \psi_{i+1} \frac{\partial f_{i+1}}{\partial T_i}, \quad i = 1, \dots, N-2, \\ \frac{\partial \psi_{N-1}}{\partial t} &= -\psi_{N-2} \frac{\partial f_{N-2}}{\partial T_{N-1}} - \psi_{N-1} \frac{\partial f_{N-1}}{\partial T_{N-1}}, \end{aligned} \quad (6)$$

з крайовими умовами в кінцевий момент часу:

$$\psi_0(\theta) = -1, \quad \psi_i(\theta) = 0, \quad i = 1, \dots, N-1. \quad (7)$$

Нелінійність основної системи рівнянь (4) уможливило розв'язування поставленої оптимізаційної задачі тільки чисельними методами.

ГЕНЕРАТОР ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ПРОЦЕДУРИ З ІМПУЛЬСНИМИ ЗБУРЕННЯМИ

Кукурба В.Р., Чабанюк Я.М., Кінаш А. В.

Національний університет "Львівська політехніка"

vkuku@i.ua

Неперервна процедура стохастичної оптимізації з напівмарковськими переключеннями [1] та імпульсними збуреннями задається еволюційним рівнянням:

$$du^\varepsilon(t) = a(t)[\nabla_{b(t)}C(u^\varepsilon(t); x(t/\varepsilon^4))dt + \varepsilon d\eta^\varepsilon(t)], \quad (1)$$

де $\nabla_{b(t)}C(u; x) = \frac{(C(u+b(t); x) - C(u-b(t); x))}{2b(t)}$, $u \in R$. Поряд з

системою (1) розглядається супроводжуюча система:

$$du_x(t)/dt = a(t)\nabla_{b(t)}C(u_x(t); x), x \in X. \quad (2)$$

Функція регресії $C(u; x)$, $u \in R$, $x \in X$, залежить від рівномірно ергодичного напівмарковського процесу $x(t), t \geq 0$ у фазовому просторі станів (X, X) , $u^\varepsilon(t), t \geq 0$ – випадкова еволюція, ε - малий параметр серій [2]. Також $C(u; x)$ задовольняє умовам існування глобального розв'язку супроводжуючих систем (2).

Для генератора Q супроводжуючого марковського процесу $x_0(t), t \geq 0$, зі стаціонарним розподілом, визначений потенціал R_0 [2].

Імпульсний процес збурень (ІПЗ) $\eta^\varepsilon(t), t \geq 0$ задається співвідношенням [3]:

$$\eta^\varepsilon(t) = \int_0^t \eta^\varepsilon(ds; x(s/\varepsilon^4)),$$

де сімейство процесів з незалежними приростами $\eta^\varepsilon(t; x), t \geq 0, x \in X$ задається генераторами [3]:

$$\Gamma^\varepsilon(x)\phi(w) = \varepsilon^{-4} \int_R [\phi(w + \varepsilon^2 v) - \phi(w)] \Gamma(dv; x), x \in X.$$

Лема 1. Компенсуючий оператор процедури (1) на функціях $\phi(u; \cdot) \in C^3(R)$ допускає асимптотичне представлення:

$$L^\varepsilon_L(x)\phi(u, x) = \varepsilon^{-4} Q\phi(u, x) + \varepsilon^{-1} a(t) \Gamma_1(x) \phi(u, x) + \varepsilon \theta_L(x) \phi(u, x),$$

де

$$\Gamma_1(x)\phi(w) = b_1(x)\phi'(w); b_1(x) = \int_R v \Gamma(dv; x),$$

$$\Gamma_2(x)\phi(w) = \frac{1}{2} b_2(x)\phi''(w); b_2(x) = \int_R v^2 \Gamma(dv; x)$$

$$\theta_L(x) = \varepsilon^3 \theta_{L_a}(x) + \varepsilon^3 \theta_{L_b}(x) + \varepsilon^3 \theta_{L_{ab}}(x) + a(t) \Gamma_2(x) q^{-1}(x).$$

Залишковий доданок $\theta_L(x)$ обмежений, тобто $\|\varepsilon \theta_L(x) \phi(u, x)\| \rightarrow 0$, при $\varepsilon \rightarrow 0, \phi(u, \cdot) \in C^{3,3}(R \times R)$.

Література

1. Кукурба В. Р. Збіжність одновимірної процедури стохастичної оптимізації в напівмарковському середовищі / В. Р. Кукурба, У. Б. Ярка // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика : Наук. журнал — Донецький нац. ун-т. — 2012. — №1. С. 64-69.
2. Korolyuk V. Stochastic Systems in Merging Phase Space / Korolyuk V., Limnios N. - World Scientific Publishing, 2005. — 330 P.
3. Семенюк С. А. Стохастичні еволюційні системи з імпульсними збуреннями / Семенюк С. А., Чабанюк Я. М. // Фізико-математичні науки — Л. : Вид-во Нац. ун-ту "Львів. політехніка".

ЯКІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТІЙКОСТІ ВЕКТОРНИХ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ¹

Т.Т. Лебедєва, Н.В. Семенова, Т.І. Сергієнко

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

nvsemenova@meta.ua, lebedtt@i.com.ua

При дослідженні математичних моделей, використовуваних з метою вивчення реальних явищ і процесів, істотну роль відіграє той факт, що значення параметрів цих моделей, які отримують зазвичай на основі статистичних даних або в результаті експерименту, задаються у більшості випадків лише приблизно, з певною точністю. Отже, якщо деяка застосовувана модель має вигляд оптимізаційної задачі $Z(M(F, X)) : \max\{F(x) | x \in X\}$ з вхідними даними $u = (u_1, u_2) \in U$, де $u_1 \in U_1$, $u_2 \in U_2$, – вхідні дані, що описують відповідно векторний критерій та обмеження, то можливо існує задача $Z(M(F_{u_1(\delta)}, X_{u_2(\delta)}))$ з близькими значеннями вхідних даних $(u_1(\delta), u_2(\delta)) \in O_\delta(u)$, де δ – достатньо мале додатне число, яка більш точно описує явище або процес, що досліджується. Отже, питання взаємозв'язку множин оптимальних розв'язків цих задач важливі і особливо актуальні для практичних застосувань. В зв'язку з цим авторами визначені поняття, які можуть скласти загальну основу для дослідження різних типів стійкості задачі, що відповідають різним ступеням деталізації в описі ситуації, коли достатньо малим збуренням початкових даних відповідають достатньо малі зміни результатів

¹ Робота виконана при частковій фінансовій підтримці Державного фонду фундаментальних досліджень України (Проект Ф 54.1/039)

розв'язання. Вивчено властивості оптимальних і неоптимальних розв'язків задачі з точки зору стійкості їх належності множинам оптимальних та неоптимальних розв'язків відповідно.

Представлено ряд отриманих авторами результатів, які лягли в основу єдиного підходу до дослідження різних типів стійкості векторних задач цілочислової оптимізації при використанні принципів оптимальності за Парето, за Смейлом і Слейтером.

Література

1. Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергиенко Т.И. Исследование устойчивости векторных задач дискретной оптимизации с различными принципами оптимальности // Доповіді НАН України. – 2012. – № 11. – С. 34–39.

НОВЫЕ ГИБРИДНЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ

Малицкий Ю.В., Семенов В.В., Харченко О.А.

КНУ имени Тараса Шевченко, Украина

semenov.volodya@gmail.com

В докладе рассматривается вариационное неравенство на множестве неподвижных точек не более чем счетного семейства фейеровских операторов, действующих в гильбертовом пространстве.

Пусть H – гильбертово пространство, $\{T_i : H \rightarrow H\}_{i \in M}$ – не более чем счетное семейство замкнутых фейеровских операторов, причем $C = \bigcap_{i \in M} F(T_i) \neq \emptyset$, $A : H \rightarrow H$ – сильно монотонный и липшицевый оператор. Рассматривается задача найти $x \in C$:

$$(Ax, y - x) \geq 0 \quad \forall y \in C. \quad (1)$$

Для поиска единственного решения задачи (1) предлагаются следующие алгоритмы. Стартуя с произвольной точки $x_1 \in H$, порождаем последовательность (x_n) по схеме

$$\begin{cases} C_1 = H, \\ y_n = \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}T_{p(n)}x_n, \\ C_{n+1} = C_n \cap \{z \in H : (x_n - y_n, y_n - z) \geq 0\}, \\ x_{n+1} = P_{C_{n+1}}(I - \lambda_n A)x_n, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} y_n = \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}T_{p(n)}x_n, \\ C_n = \{z \in H : (x_n - y_n, y_n - z) \geq 0\}, \\ Q_n = \begin{cases} H, & n=1, \\ Q_{n-1} \cap \{z \in H : ((I - \lambda_{n-1}A)x_{n-1} - x_n, x_n - z) \geq 0\}, & n \geq 2, \end{cases} \\ x_{n+1} = P_{C_n \cap Q_n}(I - \lambda_n A)x_n, \end{cases}$$

где $p: \mathbb{N} \rightarrow M$, $\lambda_n > 0$.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЇ ВАКЦИНАЦІЇ В МОДЕЛІ СПІВІСНУВАННЯ ДВОХ ШТАМІВ ВІРУСУ

В.П. Марценюк, О. М. Кучвара

Тернопільський державний медичний університет

імені І.Я. Горбачевського

marceniuk@yahoo.com; koleksandra@i.ua

Грип та гострі респіраторні захворювання і надалі залишаються однією з найактуальніших медичних та соціальних проблем в силу високої захворюваності, виникнення різних штамів вірусу, ризику розвитку складних ускладнень, загострень хронічних хвороб. Тому актуальною є знаходження шляхів дієвої вакцинації при існуванні різних штамів вірусу.

У задачах оптимального керування математичної епідеміології розглядають, як правило, таку множину керувань:

$$U = \{u(t) : a \leq u(t) \leq b, \quad t_0 \leq t \leq t_f, \quad u(t) - \text{вимірна} \}.$$

Тут $a, b, t_f > 0$ Припускається, що стан системи $x(t) \in R^n$ при заданому керуванні $u \in U$ визначається системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= f(t, x, u), \\ x(t_0) &= x_0, \end{aligned} \tag{1}$$

де $f: R \times R^n \times R \rightarrow R^n$ є неперервною і має неперервні перші частинні похідні відносно x та u . Оскільки припускається, що $u(t)$ є вимірною та обмеженою, то права частина системи (1) є неперервною відносно x і лише вимірною відносно t для фіксованого x . Отже, розв'язки (1) є абсолютно неперервними функціями, що задовольняють (1) майже скрізь. При таких умовах існування розв'язку (1) $x(t, u)$ доведене в роботах [Lukes, 1982; Piccinini, 1984].

Задача оптимального керування містить критерій якості $J[u]$ вигляду: $J[u] = \int_{t_0}^{t_f} L(t, x, u) dt + \varphi(x(t_f))$, де L - задана дійснозначна функція і φ -- неперервнодиференційовна дійснозначна функція.

Метою є знаходження керування $u^* \in U$, такого що .

$$J[u^*] = \inf_{u \in U} J[u]. \quad (2)$$

Опис побудови оптимального керування для задачі (1)-(2) дає принцип максимуму Понтрягіна з термінальною складовою [Kamien, 1991; Понтрягин, 1969].

В роботі вивчено питання існування та єдиності розв'язку задач керування математичної епідеміології.

На основі необхідних умов оптимальності побудовано крайову задачу для знаходження оптимальних режимів вакцинації.

Література

1. Lukes, D.L., Differential Equations: Classical to Controlled, Academic Press, New York, 1982.
2. Piccinini, L.C., Stampacchia, G., and Vidossich, G., Ordinary Differential Equations in R^n , Springer-Verlag, New York, 1984.
3. Kamien, M.I., and Schwartz, N.L., Dynamic Optimization, North-Holland, Amsterdam, 1991.
4. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1969.

ПРО ПОБУДОВУ ОЦІНОК ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ В НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМАХ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ

Марценюк В.П., Гандзюк Н.М.

Тернопільський державний медичний університет

імені І.Я. Горбачевського

nadiagan84@gmail.com

За останні роки значна увага приділена дослідженням динамічних процесів, що описуються системами нелінійних диференціальних рівнянь та їх застосуванню в прикладних науках, зокрема в медицині, економіці, банківській справі. У зв'язку з численними застосуваннями нелінійні системи диференціальних рівнянь є важливим та актуальним об'єктом дослідження.

Розглянемо невід'ємну систему:

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + \sum_{i=1}^{n_d} f_{d_i}(x(t - \tau_i)), \quad t > 0, \quad (1)$$

$$x(t) = \phi(t) \quad t \in [-\tau_{\max}, 0],$$

де $x(t) \in R^n$, $A \in R^{n \times n}$ – суттєво невід'ємна матриця, $f_{d_i} \in R^{n \times n}$, $i = \overline{1, n_d}$ – вектор, $\tau_{\max} = \max\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n_d}\}$; $\phi(t) \geq 0$, $t \in [-\tau_{\max}, 0]$ – покомпонентно невід'ємна функція.

Для побудови експоненціальної оцінки використано нерівність Хейла–Лунелла[1].

Результатом того є наступне твердження.

Теорема . Якщо для системи(1) виконуються умови:

1) Нехай існує стала $\gamma > 0$, така, що:

$$\sum_{i=1}^{n_d} f_{d_i}(x) \leq \gamma x; \quad (2)$$

2) Існує вектор $r > 0$, де $r > p$ для деякого $p > 0$, такого що:

$$p(A^T + \gamma I) + r = 0. \quad (3)$$

Тоді має місце така експоненціальна оцінка:

$$p^T x(t) \leq Ke^{([e^{\tau_{\max}} - 1]^{\gamma-1})t}, \quad t \geq 0. \quad (4)$$

Література

1. Марценюк В.П., Гандзюк Н.М. Построение экспоненциальной оценки в компартментной системе с распределенными запаздываниями: подход на основе неравенства Хейла - Лунелла. // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – №3. – С.26-31.

СТАЦІОНАРНІ СТАНИ МОДЕЛІ ФОВЛЕРА-МАКГЮЙНЕСА ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ В ЧАСІ

Марценюк В.П. Сарабун Р.О.

ТДМУ імені І.Я. Горбачевського

romasar86@gmail.com

Метою даної роботи є знаходження стаціонарних станів моделі серцево-судинної системи Фовлера-МакГюйнеса. У загальному вигляді ця математична модель описана в роботах [1] та [2]. Модель ґрунтується на системі нелінійних диференціальних рівнянь із запізненням.

Для знаходження стаціонарних розв'язків системи нелінійних диференціальних рівнянь, на яких ґрунтується модель, прирівнюємо їх праві частини до нуля. Підставивши значення параметрів, які запропоновано в роботі [2], отримаємо стаціонарні стани біологічний зміст серед яких має лише стаціонарний стан $E_1 = (H = 0.981, p_a = 30.24, p_v = 0.785)$.

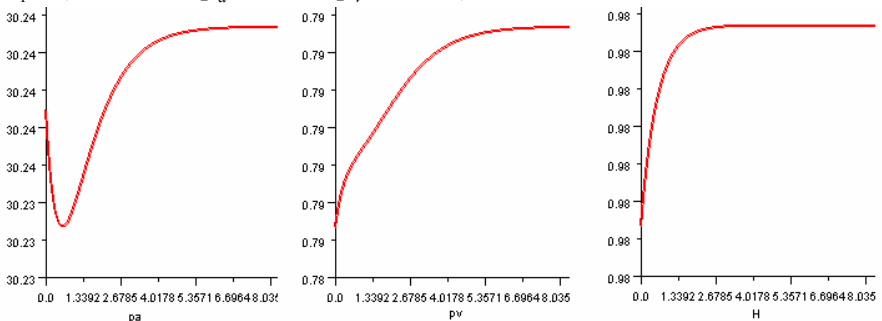


Рисунок 1. Графічні зображення розв'язків моделі Фовлера-МакГюйнеса.

На рисунку 1 показано графічні зображення розв'язків моделі Фовлера-МакГюйнеса. Графічні зображення розв'язків отримані за допомогою розробленого веб-інтегрованого програмного середовища описаного в роботі [2].

Література

1. Fowler A.C. McGuinness M.J. A Delay Recruitment Model of the Cardiovascular Control System. The Journal of Mathematical Biology, 5 (2005).
2. Марценюк В. П., Сарабун Р.О. Програмне середовище моделювання рівня артеріального тиску. «Искусственный интеллект» 2012.- № 4. - С.126–131.

ВИВЧЕННЯ БІФУРАКЦІЙ НА ОСНОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ КВАЗІПОЛІНОМА В МОДЕЛЯХ ІМУННОГО ЗАХИСТУ

Марценюк В.П., Майхрук З.В.

Тернопільський державний медичний університет

імені І.Я. Горбачевського

zorana_mauhruk2010@mail.ru

Розглядаються системи диференціальних рівнянь із запізненням для опису процесів імунного захисту. Отримано аналітичні вирази для станів рівноваги, в околі яких здійснюється лінеаризація системи.

Вивчається характеристичний поліном отриманої лінійної системи із запізненням, що є квазіполіномом. Вивчено властивості квазіполінома. Так встановлено достатні умови знакосталості дійсних частин його коренів. Зокрема було введено граничне значення запізнення τ_0 (а також відповідає йому значення кореня ω_0), при перевищенні якого відбувається втрата стійкості. Подальший аналіз біфуркуючих розв'язків опирається на результати дослідження пари чисто уявних коренів $\pm i\omega$ квазіполінома.

Отримано теорему про біфуркацію Хопфа.

Теорема. Нехай:

- 1) при $\tau = \tau_0$ квазіполіном $Z(\lambda)$ має пару уявних коренів $\pm i\omega_0$, а всі решта коренів мають від'ємні дійсні частини;
- 2) для неперервного продовження уявного кореня $\lambda(\tau)$ маємо:

$$\operatorname{Re} \left[\frac{d\lambda(\tau_0)}{d\tau} \right] \neq 0.$$

Тоді при заданому $\tau = \tau(\varepsilon)$, де ε - невідомий параметр, існує сім'я періодичних розв'язків. При цьому період $T(\varepsilon)$ задовольняє

$$T(0) = \frac{2\pi}{|\lambda(\tau_0)|}.$$

Література

1. Research Of Nonlinear Dynamics And Chaos Characteristics In The Models Of Medical-Biological Processes Maykhruk Z.V.// XX International Conference PROBLEMS OF DECISION MAKING UNCERTAINTIES. – BRNO-2012. – С.84.

ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В ЗАДАЧАХ ФАРМАЦЕВТИЧНОЇ ЛОГІСТИКИ

Марценюк В.П., Помазанський Ю.О.

Тернопільський державний медичний університет
ім. І.Я. Горбачевського

marceniuk@yahoo.com pomazansky@gmail.com

Під фармацевтичною логістикою мають на увазі організацію раціонального процесу просування фармацевтичних товарів та послуг від постачальників сировини і аж до пацієнтів, функціонування сфери обігу фармацевтичної продукції, керування товарними запасами на фармацевтичному складі, створення інфраструктури просування фармацевтичної продукції.

З точки зору менеджмента організації фармацевтичну логістику розглядають як стратегічне керування матеріальними потоками в процесі постачання, закупівлі, перевезення, продажу і зберігання фармацевтичних препаратів і ін. Сюди ж включають керування відповідними потоками інформації, а також фінансовими потоками. Фармацевтична логістика спрямована на оптимізацію втрат і раціоналізацію процесу виробництва лікарських препаратів, збуту і супутнього сервіса як в рамках однієї компанії, так і групи компаній.

В роботі зроблено постановку і запропоновано метод вирішення задачі оптимізації втрат при виробництві і збуті лікарських препаратів з точки зору теорії керування. Програмна реалізація розв'язку задачі оптимального керування використовує прямий метод.

Також розглядається задача класифікації клієнтів фармацевтичної компанії на основі ряду показників. З цією метою розроблено і програмно реалізовано метод індукції дерева рішень. При цьому алгоритм вибору атрибуту використовує значення приросту інформації. Проект реалізовано в середовищі Netbeans на основі Java-класів.

Література

1. Han J. and Kamber M., Data Mining: Concepts and Techniques, Morgan Kaufmann, San Francisco, 1st edition, 2001.
2. Hastie T., Tibshirani R. and Friedman J.H., The Elements of Statistical Learning, Springer, New York, 1st edition, 2001.
3. Ordóñez C., Comparing association rules and decision trees for disease prediction, In Proc. ACM HIKM Workshop, 2006, pp. 17-24.

4. Ordonez C., Integrating K-means clustering with a relational DBMS using SQL, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering (TKDE) 18(2) (2006), P.188-201.
5. Quinlan J.R.. Induction of decision trees. Machine Learning, 1: 81-106, 1986.
6. Quinlan J.R.. C4.5: Programs for Machine Learning. Morgan Kaufmann, 1993.
7. Breiman L., Friedman J., Olshen R., and Stone C. Classification and Regression Trees. Wadsworth International Group, 1984.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ В МОДЕЛЯХ РОСТУ ПАТОЛОГІЧНИХ УТВОРЕНЬ НА ОСНОВІ ДИНАМІКИ РІХАРДА

В.П. Марценюк, О.А. Багрій-Заяць

Тернопільський державний медичний університет
ім. І.Я. Горбачевського

marцениuk@yahoo.com; bagrijzayats@gmail.com

При проведенні системних медичних досліджень виникають питання прогнозування кількісної та якісної поведінки захворювання. Це, в першу чергу, форма патологічного процесу, на яку впливає цілий ряд невизначеностей – час формування каскаду специфічних плазматичних клітин, вплив ушкодженого органа на імунну відповідь, схема проведеного лікування та ін. Розв'язування проблем такого роду вимагає розробки відповідних алгоритмів системного аналізу [1-4].

Дослідження проблеми розвитку патологічних утворень у людському організмі є актуальним і в наш час[1]. В роботі [2] вивчають розвиток загального патологічного утворення на основі динаміки Ріхарда. В [3, 4] розглянуто питання стійкості в моделі росту патологічного утворення на основі динаміки Ріхарда.

Розглянуто задачу оптимального керування:

$$L_p' = \alpha_L L_p \left[1 - \left(\frac{L_p}{\theta_L} \right)^n \right] - \gamma_L F L_p - u(t) L_p,$$

$$C' = \xi(m) \alpha L_p F - \mu_C (C - C_0), \quad (1)$$

$$F' = b_f C - (\mu_f + \eta \gamma_L L_p) F,$$

$$m' = \sigma L_p - \mu_m m$$

$$L_p(t) = L_{p0}(t), C(t) = C_0(t), F(t) = F_0(t), m(t) = m_0(t). \quad (2)$$

Біологічно значимою областю для (1), (2) є:

$$\Omega = \left\{ (L_p, C, F, m) \in R_+^7 \mid L_p + C + F + m \leq N \right\},$$

що накладає фазові обмеження:

$$L_p \geq 0, \quad C \geq 0, \quad F \geq 0, \quad m \geq 0. \quad (3)$$

$$L_p + C + F + m \leq N. \quad (4)$$

Множина керування U задається як:

$$U = \{u(t) : 0 \leq u(t) \leq 1, \quad 0 \leq t \leq t_f, \quad u(t) - \text{вимірна}\}.$$

Тут t_f – кінцевий час керування.

Критерієм якості є функціонал:

$$J[u] = \int_0^{t_f} (L_p^2(t) + w u^2(t)) dt,$$

де w – ваговий коефіцієнт.

Отже, метою є визначення оптимального керування $u^* \in U$, що задовольняє:

$$J[u^*] = \inf_{u \in U} J[u]. \quad (5)$$

Сформульовано необхідні умови оптимальності для задачі (1)–(5).

Теорема. Нехай $(L_p^*, C^*, F^*, m^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*, \lambda_4^*)$ – розв’язок задачі оптимального керування (1)–(5). Тоді $(L_p^*, C^*, F^*, m^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*, \lambda_4^*)$ – розв’язок відповідної крайової задачі.

Вивчено питання існування та єдиності розв’язку задач керування ростом загального патологічного утворення на основі динаміки Ріхарда. Також запропоновано і програмно реалізовано прямий метод розв’язку задачі оптимального керування, який застосовано на реальному прикладі.

Література

1. Наконечный А.Г. Задачи управляемости для дифференциальных уравнений динамики Гомперца / А.Г. Наконечный, В.П. Марценюк // Кибернетика и системный анализ. – 2004. – № 2. – С. 123-133.
2. Марценюк В.П. Про модель Ріхарда в задачах росту патологічних утворень з урахуванням імунної відповіді / В.П. Марценюк, О.А. Багрій-Заяць // Штучний інтелект. – 2012. – № 1. – С. 267-274.
3. Марценюк В.П. Про умови асимптотичної стійкості в моделях росту патологічних утворень на основі динаміки Ріхарда / В.П. Марценюк, І.Є. Андрушак, О.А. Багрій-Заяць // Математичне та

комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки : зб. наук. пр. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський нац. ун-т, 2012. – Вип. № 6. – С. 131-142.

4. Андрущак І.Є. Про модель Ріхарда в задачах росту патологічних утворень з урахуванням імунної відповіді / І.Є. Андрущак, О.А. Багрій-Заяць // Штучний інтелект. – 2013. – № 1. – С. 247-251.

ЗАДАЧА МІНІМІЗАЦІЇ СТРАХОВИХ ВИПЛАТ ЗА РАХУНОК ОПТИМАЛЬНОЇ ВАКЦИНАЦІЇ

В.П. Марценюк, І.Є.Андрущак, Н.Я.Климук, І.Б.Меленчук

Тернопільський державний медичний університет

ім. І.Я. Горбачевського

marceniuk@yahoo.com; klymuknataliya@mail.ru

melenchuk_i@mail.ru

Розглядається модель, запропонована в роботі [1] В моделі припускається, що вакцинація застосовується до вразливих осіб. При цьому вважаємо, що обсяг вакцинації є функцією від часу $u(t)$. Тобто $u(t)$ – це частка вразливих індивідуумів, які піддаються вакцинації за одиницю часу в момент часу t . Таким чином ми приходимо до системи керування:

$$\begin{aligned} s'(t) &= \mu(1-s(t)) - \beta Ns(t)(i(t) + \delta a(t)) - u(t)s(t), \\ l'(t) &= \beta Ns(t)(i(t) + \delta a(t)) - (\mu + \kappa)l(t), \\ i'(t) &= \rho \kappa l(t) - (\mu + \alpha)i(t), \end{aligned} \quad (1)$$

$$a'(t) = (1 - \rho)\kappa l(t) - (\mu + \eta)a(t),$$

$$r(t) = 1 - s(t) - l(t) - i(t) - a(t), \quad t \geq 0,$$

з відповідними початковими умовами:

$$\begin{aligned} s(0) &= s_0, \quad l(0) = l_0, \quad i(0) = i_0, \quad a(0) = a_0, \\ s_0 + l_0 + i_0 + a_0 &= 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Біологічно значимою областю для (1), (2) є:

$$\Omega = \{(s, l, i, a) \in R_+^4 \mid s + l + i + a \leq 1\},$$

що накладає фазові обмеження:

$$s \geq 0, \quad l \geq 0, \quad i \geq 0, \quad a \geq 0. \quad (3)$$

$$s + l + i + a \leq 1. \quad (4)$$

Множина керування U задається як:

$$U = \{u(t) : 0 \leq u(t) \leq 1, \quad 0 \leq t \leq t_f, \quad u(t) - \text{вимірна}\}.$$

Тут t_f – кінцевий час керування.

Зазначимо, що модель (5) $u(t) \equiv 0$ прогнозує сценарій без вакцинації. Коли він є неприйнятним, то вводиться програма вакцинації. Критерієм якості в такому випадку є функціонал:

$$J[u] = \bar{A}_0^i + \int_0^{t_f} \frac{1}{2} W u^2(t) dt,$$

де $\bar{A}_0^i = \int_0^{t_f} e^{-\bar{\delta}t} i(t) dt$ – рівень виплат симптоматично інфікованим особам.

Тут $\bar{\delta}$ – сила зацікавленості, а W є ваговим коефіцієнтом для вакцинації. Отже, метою є визначення оптимального керування $u^* \in U$, що задовольняє:

$$J[u^*] = \inf_{u \in U} J[u]. \quad (5)$$

Література

1. Марценюк В.П., Расчет актуарных показателей в эпидемиологической модели страхования / В.П. Марценюк, Н.Я. Климук // Штучний інтелект. Науково-теоретичний журнал. – 2011. – №4. – С. 310-316.

ПЛАТНЕ ВОДОКОРИСТУВАННЯ В СИСТЕМІ ІНТЕГРОВАНОГО УПРАВЛІННЯ ВОДНИМИ РЕСУРСАМИ

Матяш Т.В., Балихіна Г.А.

Інститут водних проблем і меліорації НААН, м.Київ
maslova-anna@bk.ru, tmatias@mail.ru

В системі інтегрованого управління водними ресурсами водно-цінова політика потребує ефективної законодавчої бази і повинна забезпечити відповідні стимули для споживачів раціонально використовувати водні ресурси, а для водогосподарських організацій забезпечити надійність експлуатації всього водогосподарського комплексу. Розроблена Методика формування ціни на послуги з подачі води на зрошення, промислові та комунальні потреби для визначення тарифів водогосподарськими організаціями враховує різні методи і механізми компенсації їх витрат. Проте виникає необхідність при встановленні тарифів за послуги мати об'єктивну оцінку учасників водогосподарського комплексу. Для ефективного управління водними і земельними ресурсами розроблено математичні моделі оцінки ризиків водопостачальників та водоспоживачів. Для

водоспоживачів розрахунки ризиків-корисностей проводяться на основі функції додаткового чистого прибутку від зрошення, для водопостачальників враховують надходження і витрати водогосподарської організації.

Двохкритеріальна оптимізація дозволяє визначити інтервал Ω раціональних значень параметра p -розрахункової

водозабезпеченості. Раціональні значення Ω – це значення проектного параметра p , які мінімізують одночасно відносний ризик водопостачальників і водоспоживачів і є компромісним при веденні господарської діяльності. Дослідження показали, що з ростом ціни за воду не тільки збільшується відносний ризик водоспоживачів, а також звужується інтервал Ω (рис).

Сценарне моделювання дозволяє для різних культур оцінювати раціональний інтервал ризиків, визначати напрямки їх зменшення, тобто забезпечує економічно ефективне використання ресурсів.

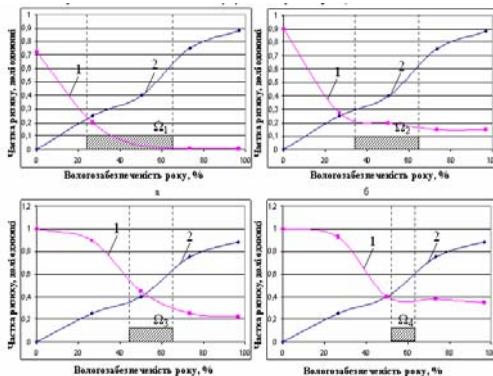


Рис. Области компромісних значень Ω погодних ризиків водоспоживачів (1) і водопостачальників (2) на прикладі томатів при різних цінах на воду (2) грн/м³: а-0.05; б-0.30; в-0.50; г-0.80.

ПРО РІВНОВАГУ У ВІДКРИТІЙ ЕКОНОМІЧНІЙ СИСТЕМІ З МОНОПОЛІЯМИ ТА ЗАЛЕЖНОЮ ВІД ТЕХНОЛОГІЙ ВИРОБНИЦТВА СТРУКТУРОЮ СПОЖИВАННЯ ТОВАРІВ

Махорт А.П.

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України
map@itp.kiev.ua

Дослідження рівноваги економічної системи дає змогу змодельовати її реакцію на дію різних чинників, які впливають на функціонування економічних систем та виявляти причини розвитку можливих несприятливих процесів. Істотний вплив на встановлення рівноваги спричиняє вибір стратегій поведінки суб'єктів економічної системи. Кожен суб'єкт є споживачем товарів. Формування бажаного для споживання набору товарів і

відповідно попиту на товари в економічній системі саме і залежить від обраної стратегії поведінки споживачів.

В економічній системі наявні l споживачів, з яких n спроможні виробляти власні товари. Частина виробників є монополістами. Споживачі ненасичувані і витрачають весь свій прибуток на придбання нових товарів. Структура споживання товарів задається матрицею $\|c_{ki}(x)\|_{k=1, i=1}^{n, l}$ і є залежною від вектора обсягів випуску товарів x . Значення характеристик економічної системи визначаються тим, у якому стані рівноваги вона перебуває. Рівновагу розумітимемо в сенсі Вальраса. Умову рівноваги відкритої економічної системи, в якій виробництво товарів не буде збитковим, можна звести до системи нелінійних рівнянь

$$\sum_{j=1}^l c_{kj}(x)y_j = x_k - \sum_{i=1}^n a_{ki}x_i - \sum_{i=1}^n b_{ki} - e_k + i_k, \quad k = \overline{1, n},$$

$$\pi_j \left[x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \right) - \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k \right] = y_j \sum_{s=1}^n c_{sj}(x) p_s, \quad j = \overline{1, n}.$$

Додатні розв'язки такої системи рівнянь, зокрема йдеться мова про вектори цін p і обсягів випуску товарів x , описуватимуть можливі стани рівноваги. Знайдено умови на задані характеристики економічної системи, виконання яких забезпечуватиме існування рівноваги в економічній системі. Запропоновано алгоритм знаходження станів рівноваги.

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ С НЕЧЕТКИМ МНОЖЕСТВОМ ОГРАНИЧЕНИЙ

Мащенко С.О., Саад М.

Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко
msomail@yandex.ru, blackhawk_is@yahoo.com

Классическая постановка задачи математического программирования состоит в поиске экстремума целевой функции $g(x)$ на множестве F допустимых альтернатив x - элементов некоторого множества X . Множество допустимых альтернатив F может задаваться на X некоторой совокупностью $M = \{1, 2, \dots, m\}$ ограничений - неравенств вида: $f_i(x) \leq 0$, $i \in M$.

В известных постановках задач нечеткого математического программирования нечеткость проявляется как в описании целевой функции, так и в описании множества альтернатив, но не касается множества ограничений. В докладе предлагается концепция решения задач математического программирования с нечетким множеством индексов ограничений.

Предположим, что лицо, принимающее решение, не может четко сказать, какие ограничения из множества $M = \{1, 2, \dots, m\}$, в действительности должны определять допустимые альтернативы, а может лишь задать функцию принадлежности $\mu(i)$, $i \in M$, нечеткого множества индексов $\tilde{M} \subseteq M$ актуальных, по его мнению, ограничений. Тогда возникает задача математического программирования с нечетким множеством индексов ограничений в следующей постановке: $g(x) \rightarrow \max, x \in X, f_i(x) \leq 0, i \in \tilde{M}$.

В основе предлагаемого подхода к решению этой задачи лежит понятие пересечения нечеткого множества четких множеств [1]. В докладе приводятся свойства этого множества и рассмотрены задачи выбора рациональных решений.

Литература

1. Машенко С.О. Операции пересечения и объединения нечеткого множества нечетких множеств / С.О. Машенко // Искусственный интеллект. – 2012. – № 2. – С. 111 - 122.

АДЕКВАТНІ МАТЕМАТИЧНІ ОПИСИ: ВИЗНАЧЕННЯ ТА МОЖЛИВІ АЛГОРИТМИ ЇХ ПОБУДОВИ

Меньшиков Ю.Л.

Дніпропетровський національний університет ім.О.Гончара

Menshikov2003@list.ru

Визначення: математичним описом будемо називати сукупність математичної моделі процесу (диференціальні рівняння, наприклад) та моделі зовнішнього впливу [1],[2]. Будемо для простоти розглядати тільки лінійні моделі з засоредженими параметрами.

Будемо вважати, що фізичний процес є спостережуваний та експериментальним шляхом отримано виміри деяких характеристик процесу.

Визначення: математичний опис будемо називати адекватним, якщо результати математичного моделювання

співпадають з результатами отриманих експериментальних вимірів (з точністю проведення експерименту).

Існує два основні підходи до розв'язання проблеми побудови адекватних математичних описів [1,2]. У рамках одного з таких підходів необхідно побудувати модель вектор-функції зовнішнього впливу за заданою математичною моделлю процесу та заданими експериментальними вимірами характеристик процесу.

Для кожної компоненти $z_k(t)$, $k \leq m$ невідомої вектор-функції зовнішнього впливу може бути отримано лінійне операторне рівняння [1]:

$$A_k z_k = u_{\delta,k} \quad (1)$$

де A_k є цілком неперервний оператор, $A_k: Z \rightarrow U$, $z_k \in Z$, $u_{\delta,k} \in U$, $u_{\delta,k}$ є початкові експериментальні дані (графіки), z_k є невідомі функції, (Z, U є функціональні простори).

Далі будемо вважати, що елементи $u_{\delta,k}$ у рівнянні (1) задані з відомою похибкою:

$$\|u_{\delta,k} - u_{ex,k}\|_U \leq \delta_k,$$

де $\delta_k \in \text{const}$, $\delta_k > 0$, $u_{ex,k}$, є точні початкові дані для номера k .

Розглянемо множину Q_{δ_k} :

$$Q_{\delta_k} = \{z: \|A_k z - u_{\delta,k}\|_U \leq \delta_k\}.$$

Початкова математична модель процесу та будь-яка функція з множини Q_{δ_k} забезпечують адекватність результатів математичного моделювання з точністю δ_k . Множина Q_{δ_k} є необмеженою для будь-якого δ_k .

Розглянемо наступну екстремальну задачу:

$$\Omega[z_{\delta_k}] = \inf_{z \in Q_{\delta_k} \cap Z_1} \Omega[z], \quad (2)$$

де функціонал $\Omega[z]$ визначено на множині Z_1 (Z_1 є всюди щільною множиною у Z) [1].

Показано, що при певних умовах розв'язок екстремальної задачі (2) існує, єдиний і стійкий до малих змін початкових даних $u_{\delta,k}$ [1]. Слід зауважити, що не має сенсу досліджувати поведінку отриманого розв'язку за умови $\delta_k \rightarrow 0$.

Наведено приклади побудови стійких адекватних математичних описів.

Література

1. Menshikov Yu. Algorithms of construction of adequate mathematical description of dynamic system, *Proc. 6-th Vienna Conference on Mathematical Modelling*, 2482-2485, Vienna - Full Papers CD Volume, Vienna Univ. of Technology, ISBN 978-3-901608-35-3 (2009).
2. Stepashko V. Method of critical dispersions as analytical apparatus of theory of inductive modeling, *Problems of Control and Information*, Kiev, Ukraine, 2, 27-32 (2008).

ПРИМЕНЕНИЕ РАЗРАБОТАННОГО УСОВЕРШЕНСТВОВАННОГО МЕТОДА ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОСНОВНЫХ ЗАДАЧ РАДИОЛОКАЦИИ

Мякухин Ю.В.
yuriviti@gmail.com

Доклад посвящен решению основной задачи радиолокации.

В докладе предлагается применять разработанный усовершенствованный метод парных сравнений (предлагается использовать для решения научно-технической задачи оптимального выбора системы контроля и управления доступом на рассматриваемом особо важном объекте энергетики) для решения задачи определения угловой координаты одиночной цели в линейных цифровых антенных решетках (ЦАР).

Для подтверждения адекватности и корректности применения усовершенствованного метода парных сравнений была разработана специализированная компьютерная программа определения угловой координаты одиночной цели. В исходные входные данные программы вошли:

- число одинаковых изотропных излучающих элементов N ;
- расстояние между соседними излучающими элементами S ;
- длина волны в ЦАР λ ;
- угол направления центральной оси главного лепестка диаграммы направленности ЦАР θ_0 .

Требуется определить угловую координату воздушной цели (угол θ), применяя усовершенствованный метод парных сравнений, в котором используется заданная целевая функция.

На рис.1 и рис. 2 приведены фрагменты выполнения

разработанной программы. Программа написана на языке высокого уровня C++. В разработанном коде используются стандартные процедуры и функции данного языка. За основу целевой функции, которая должна присутствовать в усовершенствованном методе парных сравнений, применяется одна из двух функций:

- функция, определяющая множитель линейной ЦАР;
- функция, определяющая суммарное напряжение на всех излучающих антенных элементах линейной ЦАР.

Матрицу будем называть усовершенствованной матрицей парных сравнений в виду того, что:

- элементы матрицы рассчитываются через значения целевой функции;

- в матрице добавляется справа один столбец и снизу одна строка (обозначается индексом $S+1$), которые выражают отношение значения моделируемой целевой функции по моделируемому значению (x_i) неизвестной переменной x к реально определенному значению выбранной целевой функции с известной переменной x . В нашем случае, например, значения последней строки и последнего столбца матрицы — это отношения моделируемого суммарного напряжения на всех антенных излучателях с оценочным значением $\hat{\theta}$, к реально полученному суммарному напряжению на линейной ЦАР;

- вычисление значений собственного вектора осуществляется другим способом;

- окончательное решение осуществляется на основе предложенного правила выбора неизвестного значения переменной x .

- в матрице добавляется справа один столбец и снизу одна строка, которые выражают отношение значения моделируемой целевой функции по моделируемому значению (x_i) неизвестной переменной x к реально определенному значению выбранной целевой функцией с известной переменной x ;

- вычисление значений собственного вектора осуществляется другим способом;

- окончательное решение осуществляется на основе предложенного правила выбора неизвестного значения переменной x .

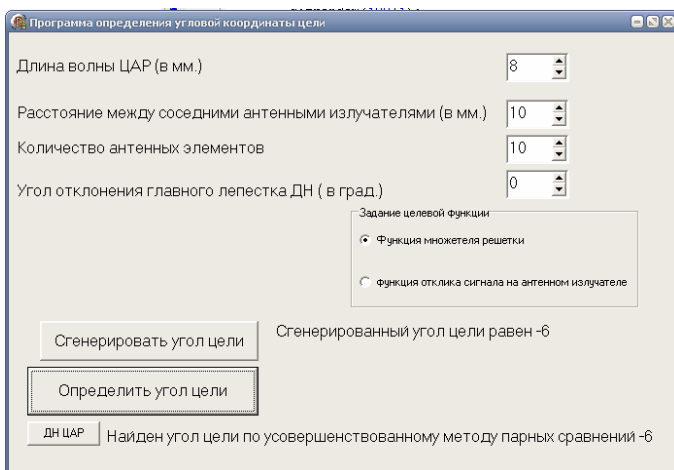


Рис.1. Результат выполнения программы с использованием первой функции.

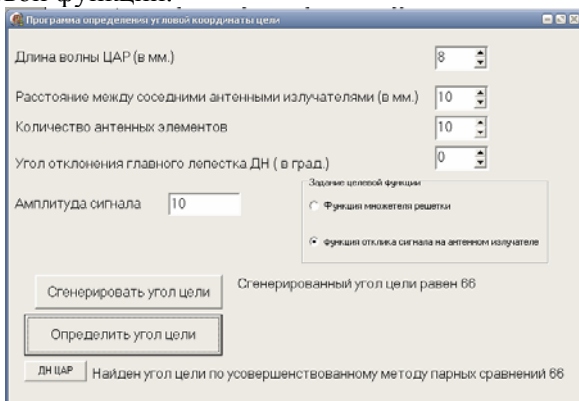


Рис. 2. Результат выполнения программы с использованием второй функции.

Таким образом, применяя усовершенствованный метод парных сравнений в основной задаче радиолокации, можно сделать заключение:

усовершенствованный метод парных сравнений можно применять в задачах:

- оптимального выбора сложных технических систем;
- решения основной задачи радиолокации по определению угловой координаты цели в линейных ЦАР.

АПОСТЕРІОРНІ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ СПОСТЕРЕЖЕННЯХ

Наконечний О.Г., Демиденко С.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

s.demidenko@gmail.com

Припустимо, що на вимірній множині T спостерігається вектор функція $y(t) \in R^n$, $t \in T$, що має вигляд

$$y_k(t) = H(t)x + v(t), \quad (1)$$

де $H(t)$ та $v(t)$ – вимірні матрична та векторна функції, x – деякий розв’язок рівняння

$$Ax = b, \quad (2)$$

з матрицею розмірності $m \times n$ і відомим вектором b . Нехай

$\mu(\cdot)$ – міра на σ -алгебрі підмножин множини T . Невідомий вектор $(x, v(\cdot))$ належить множині G простору $R^n \times L_2(T)$, де $L_2(T) = \{v(\cdot) : \int_T \|v(t)\|^2 \mu(dt) < \infty\}$.

Нехай V – лінійне відображення простору R^n в R^p , $p \leq n$. Через $G(V)$ позначимо множину $G(V) = \{Vx : x \in G_y\}$, де $G_y = \{x : (x, y - H(\cdot)x) \in G\}$. Вектори із $G_y(V)$ називають апостеріорними оцінками виразу Vx .

Досліджуються умови існування оптимальних апостеріорних оцінок що належать множині

$$\hat{f}(t) = \operatorname{Arg} \min_{x \in G_y(V)} \sigma_p(x), \quad (3)$$

де

$$\sigma_p(x) = \left\{ \int_{G_y(V)} \|x - z\|^p v(dz) \right\}^{1/p}, \quad \sigma(x) = \sup_{v \in G_y(V)} \|x - v\|.$$

Для деякого класу множин G оптимальні оцінки знаходяться у явному вигляді. Одержані результати застосовуються для обчислення апостеріорних оцінок періодичних розв’язків різницевих рівнянь.

Література

1. Наконечний О.Г. Жук С.М. Оцінювання розв’язків алгебраїчно-диференціальних рівнянь в умовах невизначеності // Рівне, НУВГП, 2009. — 120 с.

2. Подлипенко Ю.К. Минимаксное оценивание правых частей нётеровых уравнений в гильбертовом пространстве в условиях неопределенности // Доповіді НАНУ." — 2005." — 12." — С.36-44.
3. Демиденко С., Жук С., Наконечный О. До проблеми мінімаксного оцінювання розв'язків одновимірних крайових задач // Тавр. вісн. інформ. і мат. — 2007 р. — №1. с.7-24.

НАБЛИЖЕНІ ОЦІНКИ РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Наконечный О.Г., Філіпенков А.О.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
decapitator@ukr.net

Нехай вектор $x \in \mathbb{R}^n$ є розв'язком лінійного рівняння

$$Ax = Bf + b,$$

де A — матриця розмірності $n \times n$, B — матриця розміром $n \times k$, f — вектор із простору $\mathbb{R}^k$, b — деякий вектор.

При деякому векторі f з множини G_1 спостерігається вектор $y \in \mathbb{R}^m$ вигляду

$$y = Hx + v,$$

де H — матриця розмірності $m \times n$, v — невідомий вектор із множини G_2 .

В класі лінійних оцінок вектору x вигляду $\hat{x} = Uy + c$ знаходиться оптимальна з умови

$$\min_{U, c} \max_{G_1, G_2} |x - \hat{x}| = \max_{G_1, G_2} |x - \hat{x}|.$$

Для певного класу множин G_1 та G_2 запропоновані алгоритми наближеного обчислення таких оцінок для лінійних алгебраїчних та лінійних різницевих рівнянь.

Література

1. Бублик Б.Н., Данилов В.Я., Наконечный А.Г. Некоторые задачи наблюдения и управления в линейных системах: Учеб. пособие. — Киев: УМК ВО, 1988. — 191 с.
2. Острем К.Ю. Введение в стохастическую теорию управления: пер. с англ. — М.: Мир, 1973. — 319 с.

СТІЙКІСТЬ В СЕРЕДНЬОМУ ТА СТІЙКІСТЬ У СЕРЕДНЬОМУ КВАДРАТИЧНОМУ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ВИПАДКОВИМИ ЛІНІЙНИМИ СТИБКАМИ РОЗВ'ЯЗКІВ

Нікітін А.В., Літвінчук Ю.А.

Буковинський державний фінансово-економічний університет

nik_tol@rambler.ru

Розглянемо марковський процес $\xi(t)$, що може перебувати у станах $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n, \dots$ з імовірностями

$$p_k(t) = P\{\xi(t) = \theta_k\} \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (1)$$

які задовольняють системі диференціальних рівнянь

$$\frac{dp_k(t)}{dt} = \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_{ks} p_s(t). \quad (2)$$

Тут сталі коефіцієнти α_{ks} ($k = 1, 2, \dots$) задовольняють співвідношенням

$$\alpha_{ks} < 0, \quad \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_{ks} = 0, \quad \alpha_{ks} \geq 0 \quad (k \neq s) \quad (k, s = 1, 2, \dots).$$

Марковський процес $\xi(t)$ стрибком змінює своє значення у випадкові моменти часу t_j ($j = 0, 1, 2, \dots$).

Поряд з марковським процесом $\xi(t)$ розглянемо систему лінійних диференціальних рівнянь

$$\frac{dX(t)}{dt} = AX(t), \quad t \neq t_j \quad (j = 0, 1, 2, \dots), \quad (3)$$

яка в момент часу t_j стрибком змінює своє значення за законом

$$X(t_j + 0) = C_{ks} X(t_j - 0), \quad (4)$$

при переході випадкового процесу зі стану θ_s у стан θ_k ($k \neq s$), C_{ks} – сталі матриці.

Розв'язок системи (3) є випадковим процесом. У роботі досліджується стійкість в середньому та стійкість в середньому квадратичному розв'язків системи лінійних диференціальних рівнянь (3). При цьому виведені рівняння для визначення необхідних та достатніх умов асимптотичної стійкості.

Теорема. Для того, щоб нульові розв'язки системи лінійних диференціальних рівнянь (3) з випадковими стрибками розв'язку вигляду (4), зумовленими марковським скінченнозначним процесом

$\xi(t)$ (1), були асимптотично стійкими у середньому, необхідно і досить, щоб нульовий розв'язок системи

$$\frac{dM_k(t)}{dt} = A_k M_k + \sum_{s=1}^q \alpha_{ks} C_{ks} M_k \quad (k=1, 2, \dots) \quad (5)$$

був асимптотичним.

Література

1. Нікітін А.В. Стійкість у середньому квадратичному стохастичних диференціальних рівнянь Іто-Скорохода у гільбертовому просторі // Вісник Київського університету. Сер. "Фіз.-мат.наук" - Київ, 2008. - Вип.3. - С. 148 - 151.
2. Колмановский В.Б. Устойчивость и периодические решения регулируемых систем с последствием / В.Б. Колмановский, В.Р. Носов // – Москва: Наука, 1981. – 448 с.

ПЕРШОПОРЯДКОВІ ЛОГІКИ, РОЗШИРЕНІ РЕНОМІНАЦІЯМИ З НЕВИЗНАЧЕНИМ ЗНАЧЕННЯМ ЗМІННИХ ТА ПРЕДИКАТАМИ-ІНДИКАТОРАМИ НАЯВНОСТІ ЗНАЧЕННЯ

Нікітченко М.С., Шкільняк О.С., Шкільняк С.С.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ttp@unicyb.kiev.ua

Поширеність в програмуванні часткових відображень над даними з неповною інформацією та принципові обмеження класичної логіки предикатів виводять на перший план задачу побудови нових, програмно-орієнтованих логічних формалізмів. Такими є композиційно-номінативні логіки (КНЛ), збудовані на базі спільного для логіки й програмування композиційно-номінативного підходу [1]. В доповіді пропонуються нові класи КНЛ, характерною особливістю яких є використання спеціальних предикатів-індикаторів εz наявності значення для предметних імен (змінних) та композицій розширеної реномінації (перейменування) $R_{\vec{x}, \perp}^{\vec{v}, \vec{u}}$. Предикати εz визначають наявність в даних компоненти з відповідною змінною z . Використання композицій $R_{\vec{x}, \perp}^{\vec{v}, \vec{u}}$ дає змогу явно задавати відсутність значення для змінних, тобто вилучати з даних компоненти з певними змінними. За допомогою цих композицій визначаємо композиції розширеної квантифікації $\exists_{\perp} x$ та $\forall_{\perp} x$.

Чисті першопорядкові КНЛ з розширеними реномінаціями розглянуто в [2], вони названі ЧКНЛРР. Пропоновані в даній доповіді логіки є роширенням ЧКНЛРР предикатами-індикаторами εz , назовемо їх ε -ЧКНЛРР. Досліджено семантичні властивості цих логік, пов'язані з предикатами-індикаторами та розширеними реномінаціями, зокрема, властивості відношень логічного наслідку для множин формул $\models_{Cl}$, $\models_{Cm}$, $\models_T$, $\models_F$, $\models_{TF}$. Це зроблено для ε -ЧКНЛРР часткових однозначних, тотальних неоднозначних і часткових неоднозначних предикатів. Властивості зазначених відношень логічного наслідку для множин формул є семантичною основою побудови для ε -ЧКНЛРР відповідних числень секвенційного типу.

Література

1. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К.: ВПЦ Київський університет, 2008. – 528 с.
2. Нікітченко М.С., Шкільняк О.С., Шкільняк С.С., Логіки часткових предикатів з розширеними реномінаціями та кванторами // Вісник Київського ун-ту. Серія: “Фіз.-мат. Науки”. – 2013. – Вип. 2. – С. 210–215.

СХЕМА ПОЛНОГО УСРЕДНЕНИЯ ДЛЯ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ И УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ НА ВРЕМЕННЫХ ШКАЛАХ

А.П. Огуленко¹, О.Д. Кичмаренко²

Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова

¹ogulenko.a.p@onu.edu.ua, ²olga.kichmarenko@gmail.com

В работе рассматриваются уравнения на временных шкалах, которые моделируют процессы, происходящие то в непрерывном, то в дискретном режиме.

Для нелинейной неуправляемой системы

$$x^\Delta = \varepsilon X(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где T - временная шкала – непустое замкнутое подмножество из $\mathbb{R}$, $t \in T$ - время, $\varepsilon > 0$ - малый параметр, $x \in \mathbb{R}^n$, $X(t, x)$ - n -мерная вектор-функция, доказана возможность применения схемы полного усреднения при естественных условиях, гарантирующих существование решения исходной (1) и усредненной (2) систем, а также при равномерной сходимости относительно x предела (3). Важным является требование существования такого значения

$\mu_0 \geq 0$ функции «зернистости» временной шкалы $\mu(t)$, что для любого $t \in T$ либо $\mu(t) = 0$, либо $\mu(t) > \mu_0$.

$$\xi^A = \varepsilon \bar{X}(\xi), \quad \xi(t_0) = x_0, \quad (2)$$

$$\bar{X}(x) = \lim_{\substack{\tau \rightarrow \infty \\ \tau \in T}} \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{\tau} X(t, x) dt. \quad (3)$$

Для управляемой системы вида

$$x^A = \varepsilon [f(t, x) + A(x)\varphi(t, u)], \quad x(t_0) = x_0 \quad (4)$$

получено обоснование полной схемы усреднения, при этом определен алгоритм, устанавливающий соответствие между управлениями исходной и усредненной систем.

Литература

1. Bohner M., Peterson A. *Dynamic Equations on Time Scales: An Introduction with Applications*. Boston: Birkhauser, 2001.
2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Наука, 1974. – 503 с.
3. Плотников В.А., Плотникова Л.И., Яровой А.Т. Метод усреднения дискретных систем и его приложение к задачам управления. // Нелинейные колебания. - 2004. - Т.7, № 2. - С. 241 - 254.
4. Slavik A. *Averaging dynamic equations on time scales*. // Journal of Mathematical Analysis and Applications 388 (2012), 996–1012 (preprint).

ПРО ОЦІНЮВАННЯ МНОЖИН ОПТИМАЛЬНОСТІ ГРАВЦІВ МАТРИЧНОЇ ГРИ У ЗМІШАНИХ СТРАТЕГІЯХ МЕТОДОМ БАЗИСНИХ МАТРИЦЬ

Оноцький В.В., Кудін В.І., Тодоріко Б.Д.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

V_I_kudin@mail.ru

Дослідження матричної гри у змішаних стратегіях опирається на аналіз спеціальним чином побудованої двоїстої пари задач лінійного програмування [1]. Доцільно застосовувати “порядкові”, зокрема, метод базисних матриць (МБМ) [2], схеми при аналізі прямої та двоїстої задач. Такий підхід “дає” інформацію про структурні властивості областей оптимальних стратегій гравців матричної гри.

В даній роботі досліджено структурні властивості прямої задачі (матричної гри) на основі МБМ :

$$\max Cx, \quad Ax \leq B \quad (a_{ij} > 0), \quad x \geq 0, \quad (1)$$

де $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$, A відповідна матриця обмежень, $b_i = 1$, $j = \overline{1, m}$, $c_j = 1$, $j = \overline{1, n}$.

Твердження 1. Множина точок з координатами

$$x_{j(H)} = (0, 0, \dots, \underbrace{\lambda_{j(H)}}_j, 0, \dots, 0), \quad j \in J, \quad \text{де} \quad \lambda_{j(H)} = \min_{\substack{a_{ij} > 0, \\ i \in I}} \frac{1}{a_{ij}}, \quad j \in J \quad \epsilon$$

допустимою для (1). Точки простору E^n :

$0 \in E^m$ $x_{j(H)} = (0, 0, \dots, \lambda_{j(H)}, 0, \dots, 0)$, $j \in J$ є допустимими для (1), а

точка $x_{d(H)} = (0, 0, \dots, \lambda_{d(H)}, 0, \dots, 0)$, $\lambda_{d(H)} = \max_{j \in J} \lambda_{j(H)}$ нижньою

допустимою оцінкою за цільовою функцією задачі (1).

Література

1. Dantzig G.B., Thapa M.N. Linear Programming 1: introduction, Springer, – 1997. – 435p.
2. Kudin V. I., Lyashko S.I., Khritonenko N.V., Yatsenko Yu.P. Analysis of the properties of a linear system using the method of artificial basis matrices // Kibernetika i sistemny analiz. — 2007. — № 4. — P. 119–127 (in Ukrainian).

ВИКОРИСТАННЯ ІГРОВОГО ПІДХОДУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Павлюченко О. Г.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

pavolg@ukr.net

Більшість реальних систем або об'єктів керування функціонують в умовах невизначеності, пов'язаної з недостатньою інформацією. Актуальною є побудова оптимального керування у вигляді зворотного зв'язку від стану лінійної динамічної системи, який мінімізує інтегрально-квадратичний функціонал при найбільш несприятливих збуреннях, що діють на систему. Оптимальне мінімаксне керування знаходиться шляхом пошуку мінімально допустимого порогового значення функціонала за допомогою чисельних ітераційних методів.

Використовуючи результати роботи [1], можна показати, що знайдені функції $v^*(t)$, $w^*(t)$, що позначені як оптимальні для $v(t)$, $w(t)$, є сідловою точкою функціонала вартості, $J_\gamma(v, w)$, тобто

$$\inf_{v \in L_2^m(0, T)} \sup_{w \in L_2^n(0, T)} J_\gamma(v, w) = \sup_{w \in L_2^n(0, T)} \inf_{v \in L_2^m(0, T)} J_\gamma(v, w) = J_\gamma(v^*, w^*).$$

Відомо, що мінімакський принцип Понтрягіна дає необхідні умови екстремуму розв'язку мінімаксного управління. Проте можна показати, що знайдена сідлова точка динамічної гри з функціоналом вартості задовольняє і достатній умові мінімакса.

Література

1. Filar J. A. Advances in Dynamic Games and Applications. - Birkhäuser Boston, 2000. - 461 p.

ПРО ІДЕНТИФІКАЦІЮ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

¹Павлюченко О.Г., ²Юнькова О.О.

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка

²Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана
pavolg@ukr.net

При розв'язанні прикладних задач моделювання динаміки систем часто доводиться розглядати проблему ідентифікації, що складається з таких етапів:

- задача параметричної ідентифікації математичної моделі;
- задача гарантованої множинної ідентифікації параметрів.

Вектор параметрів розглядається у вигляді $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$, за умови $x(t_0) = x_0$, при $t \in [t_0, t_1]$. Вважаємо, що точка $\alpha_0 = (\alpha_{0_1}, \alpha_{0_2})$ із простору параметрів є розв'язком задачі параметричної ідентифікації моделі. Згідно процедури, що описана в [1], розв'язуємо відповідну задачу і нові значення параметрів моделі вибираємо за правилом

$$\alpha_{N_1} = \alpha_1 + \delta \alpha_1, \quad \delta > 0.$$

$$\alpha_{N_2} = \frac{F'_{\alpha_2}(\alpha_{k_1}, \alpha_{k_2})(\alpha_1 + \delta \alpha_1 - \alpha_{k_1})}{F'_{\alpha_1}(\alpha_{k_1}, \alpha_{k_2})} + \alpha_{k_2}.$$

Другий етап полягає у побудові гарантованої множинної оцінки параметрів математичної моделі у класі еліпсоїдальних множин виляду:

$$Q(B, d) : \{(B(\alpha - d), \alpha - d) \leq 1\},$$

де B - симетрична додатньо-визначена матриця, що задає геометрію множинної оцінки в просторі параметрів α , $\alpha \in R^m$; d - геометричний центр еліпсоїда, $d \in R^m$. Ітераційна процедура обчислювальної процедури з побудови гарантованої множинної оцінки реалізує уточнення елементів матриці B та вектора d на кожному кроці за допомогою застосування методів градієнтного типу оптимізації функцій.

Литература

1. Гарашенко Ф.Г., Кулян В.Р., Рутіцкая В.В. Моделирование и анализ динамики инвестиций // Проблемы управления и информатики. - 2011.-№6.-С.109-119.

О ЗАДАЧЕ ОЦЕНИВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛОВ ОТ ПРАВОЙ ЧАСТИ УРАВНЕНИЯ В КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ СТОКСА

Ю.К. Подлипенко¹, В.Н. Головач²

¹Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

²Буковинская государственная финансовая академия

yourip@mail.ru

Задача состоит в том, чтобы по наблюдениям вида $y = C\mathbf{v} + \xi$, за скоростью жидкости $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_n)$, удовлетворяющей задаче Стокса $-\nu \Delta \mathbf{v} + \text{grad } p = \mathbf{f}$, $\text{div } \mathbf{v} = 0$ в D , $\mathbf{v} = 0$ на ∂D , найти оптимальную оценку значения линейного функционала $l(\mathbf{f}) := \int_D (\mathbf{l}_0^{(1)}(x), \mathbf{f}(x))_{R^n} dx$ в классе линейных по наблюдениям оценок $\hat{l}(\mathbf{f}) = (u, y)_{H_0} + c$. Здесь D - область с липшицевой границей ∂D , H_0 - некоторое гильбертово пространство, $C \in L(L^2(D)^n, H_0)$, p - давление жидкости, $u \in H_0$, $v = \text{const}$, $\mathbf{f}(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))^T \in G_0$, $\xi \in G_1$, где $G_0 = \left\{ \mathbf{f} : \mathbf{f} \in L^2(D)^n, (Q\mathbf{f} - \mathbf{f}_0, \mathbf{f} - \mathbf{f}_0)_{L^2(D)^n} \leq 1 \right\}$, $G_1 = \left\{ \xi : E\xi = 0, E(Q_1\xi, \xi)_{H_0} \leq 1 \right\}$, $\mathbf{f}_0, \mathbf{l}_0 \in L^2(D)^n$ - заданные функции,

Q , і Q_1 – линейные ограниченные самосопряженные положительные операторы, определенные в $L^2(D)^n$ і H_0 , для которых существуют ограниченные обратные Q^{-1} і Q_1^{-1} , E – символ математического ожидания.

Оценка $\hat{I}(f) = (\hat{u}, y)_{H_0} + \hat{c}$ называется гарантированной оценкой величины $I(f)$, если элемент $\hat{u} \in H_0$ и число $\hat{c} \in \mathbb{R}$ определяются из условия $\inf_{u \in H, c \in \mathbb{R}} \sigma(u, c) = \sigma(\hat{u}, \hat{c})$, где $\sigma(u, c) := \sup_{f \in G_0, \xi \in G_1} E[l(f) - \hat{l}(f)]^2$. Величина $\sigma := [\sigma(\hat{u}, \hat{c})]^{1/2}$ называется погрешностью оценивания $I(f)$.

Получены теоремы об общем виде таких оценок, а также представления для погрешности оценивания.

ПРО СИСТЕМИ З ОБМЕЖЕННЯМИ НА ЧИСЛО СПРОБ ПОЧАТИ ОБСЛУГОВУВАННЯ

Прищепя О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
o.prischepa@gmail.com

Серед стохастичних систем масового обслуговування особливе місце займають системи з повторними викликами. Сферою застосування таких систем є комп'ютерні мережі (локальні та глобальні), системи керування посадкою повітряних суден, системи мобільного зв'язку та інші. Зазвичай при дослідженні систем з повторними викликами вважають, що кожна з вимог може повторно звертатися до системи до тих пір, поки не отримає обслуговування. Хоча на практиці число повторних спроб часто буває обмеженим.

В роботі, що пропонується, розглядається задача керування багатоканальною системою масового обслуговування з двома спробами повтору. Формально дану систему можна описати наступним чином. Ззовні до системи, що має s приладів, через випадкові проміжки часу, надходять вимоги, які обслуговуються у випадку наявності хоча б одного вільного приладу та залишають систему. Якщо всі прилади зайняті, то вимоги формують джерела повторних викликів, звідки мають можливість здійснити повторні звернення для отримання обслуговування. Для кожної вимоги, що утворила джерело повторних викликів, число повторів

обмежується двома спробами. Якщо при другій повторній спробі всі прилади є зайняті, то вимога залишає систему без обслуговування. Інтенсивність надходження вимог залежить від сумарної кількості джерел повторних викликів у черзі.

Процес обслуговування в такій системі моделюється тривимірним ланцюгом Маркова з неперервним часом $Q(t) = (Q_0(t), Q_1(t), Q_2(t)) \in S$, де $S = \{0, 1, \dots, c\} \times Z_+ \times Z_+$, $Q_0(t)$ – кількість зайнятих приладів, $Q_1(t)$ – кількість вимог, що можуть зробити першу спробу повтору, $Q_2(t)$ – кількість вимог, що можуть зробити другу спробу повтору.

Враховуючи змінний характер інтенсивності вхідного потоку в поданій моделі, пропонується порогова стратегія керування, яка задається порогом H .

Розглядається оптимізаційна задача

$$C_1 S_1(H) - C_2 S_2(H) - C_3 S_3(H) \rightarrow \max, \quad (1)$$

$H \in \{0, 1, \dots\}$, де $\lim_{t \rightarrow \infty} t^{-1} S_i(t, H) = S_i(H)$ ($i = \overline{1, 3}$), $S_1(t, H)$ – число викликів, обслуговування яких завершено в системі за час t ; $S_2(t, H)$ – число викликів, які отримали відмову в обслуговуванні і стали повторними викликами; $S_3(t, H)$ – число перемикачів інтенсивності вхідного потоку; C_1 – прибуток, пов'язаний з обслуговуванням одного виклику; C_2 – штраф за відмову в обслуговуванні; C_3 – штраф за перемикач інтенсивності вхідного потоку.

В умовах існування стаціонарного режиму функціонали $S_i(H)$, $i = 1, 2, 3$ теж існують і можуть бути виписані через стаціонарні імовірності.

Розв'язком задачі (1) є такий поріг H , який максимізує середній прибуток від роботи системи. Для цього розроблено рекурентний алгоритм розрахунку стаціонарних ймовірностей, який базується на матричному методі, що викладений в роботах [1, 2].

Література

1. Artalejo J.R., Gómez-Corral A. Retrial Queueing Systems. A Computational Approach. - Springer, 2008, 318 p.
2. Neuts M.F., Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models. The John Hopkins University Press, 1981.

ОПТИМАЛЬНЕ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ СТАБІЛІЗАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ФІНАНСОВОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ З РІЗНОТЕМПОВОЮ ДИСКРЕТИЗАЦІЄЮ

¹Романенко В.Д., ²Реутов О.А.

¹Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу», ²Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут»

ipsa@kpi.ua

Розглядаються такі динамічні процеси фінансової інфраструктури:

- формування ресурсної бази банку (залишків коштів на поточних рахунках клієнтів банку);
- формування курсу співвідношення валют євро/долар;
- формування індексу споживчих цін (рівня інфляції);
- формування курсу співвідношення гривня/долар.

Для вказаних процесів проаналізовано періоди дискретизації при вимірюванні вихідних координат і вхідних збурень та при формуванні керуючих дій (прийняття рішень).

На основі дискретних вибірок координат для приведених процесів розроблено математичні моделі авторегресії і ковзного середнього з додатковим вхідним сигналом (ARMAX) з різномірною дискретизацією.

Розроблено загальну методику оптимального прийняття рішень для стабілізації динамічних процесів фінансової інфраструктури на основі мінімізації критеріїв оптимальності у вигляді узагальненої дисперсії помилок керування і приростів керуючих дій. На основі проведених досліджень проаналізовано зменшення відповідних фінансових ризиків завдяки оптимальному прийняттю рішень.

Література

1 Романенко В.Д. Прийняття оптимальних рішень щодо стабілізації курсу гривня/долар на основі моделей з різномірною дискретизацією / Романенко В.Д., Реутов О.А. // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2011. — № 6. — С. 67—73.

2 Романенко В.Д. Моделювання та оптимальне прийняття рішень для підтримання стабільності індексу споживчих цін / Романенко В.Д., Реутов О.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 23—34.

**ПРО ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ БАЙЄСА
В ЗАДАЧАХ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПРИЧИН АВАРІЙ
В СКЛАДНИХ СИСТЕМАХ**

Романчук К.Г.

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного
простору НАН України, Київ
c.romanchuk@mail.ru

Нехай $E = \{E_i\}$ – злічена множина (група), в загальному випадку – сумісних, елементарних аварійних подій-причин E_i , $i = \overline{1, n}$, можливої аварії A в складній системі S , апіорні ймовірності $\hat{P}(E_i)$, яких нам відомі. Нехай існує деяка структурна функція $\Psi(S)$ надійності (безпеки) системи S , що відображає множину елементарних аварійних подій $E = \{E_i\}$, $i = \overline{1, n}$, в аварію A :

$$\Psi(S): E \rightarrow A, \quad (1)$$

за допомогою якої за відомих ймовірностей $\hat{P}(E_i)$, $i = \overline{1, n}$, можна оцінити ймовірність $P(A)$ аварії A .

Розглянемо злічену множину ідеалізованих аварійних подій A_i , $i = \overline{1, n}$, виникнення кожної з яких пов'яжемо з однією з аварійних подій-причин E_i , $i = \overline{1, n}$, відповідними структурними функціями $\Psi(S_i)$ надійності (безпеки) системи S :

$$\Psi(S_i): E_i \rightarrow A_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

за допомогою яких можна оцінити апіорні ймовірності $\hat{P}(A_i)$ аварійних подій A_i , $i = \overline{1, n}$.

Назвемо події A_i , $i = \overline{1, n}$, сценаріями аварії A .

Покладемо, що аварія в системі S може виникнути з будь-якої з елементарних аварійних подій-причин E_i , $i = \overline{1, n}$, але розвиватися може лише по одному з відповідних сценаріїв A_i з ймовірністю

$$P(A_i) = P(A) \cdot P(A_i | A), \quad (3)$$

де $P(A_i | A)$ – ймовірність сценарію A_i за умови, що відбувається аварія A в системі S [1]:

$$P(A_i | A) = \hat{P}(A_i) \cdot P(A | A_i) / P(A), \quad (4)$$

$P(A|A_i)$ – умовна ймовірність виникнення аварії A в системі за сценарієм A_i , яку можна представити як нормалізовану «вагу» апіорної ймовірності $\hat{P}(A_i)$ відповідного сценарію A_i серед апіорних ймовірностей всіх сценаріїв [2]:

$$P(A|A_i) = \hat{P}(A_i) / \sum_{i=1}^n \hat{P}(A_i). \quad (5)$$

Використання імовірнісної міри щодо нормалізованих «ваг» (3) можна виправдати тим, що будь-яка нормалізована система ненева- тивних величин підкоряється аксіомам теорії ймовірностей [3].

В результаті байєсівського перетворення ймовірностей (3)-(5) виконується ранжирування i -х сценаріїв на основі «внесків» («ваг»)

$$w(A_i) = \frac{P(A_i)}{P(A)}, \quad (6)$$

в ймовірність аварії в системі, та здійснюється ідентифікація найбільш ймовірних з них.

Література

1. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев. – М.: Наука, 1979. – 495 с.
2. Романчук К.Г. Використання байєсівських моделей в оцінках ризику при управлінні безпекою природно-технічних систем / К.Г. Романчук // Системний аналіз. Інформатика. Управління. Тези доповідей II Всеукраїнської наук.-практичної конференції. 10-11.03.2011. Класичний приватний університет. – Запоріжжя: 2011. С. 184-186.
3. Райфа Г. Прикладная теория статистических решений / Г. Райфа, Р. Шлейфер [Пер. с англ. А.К. Звонкина и др. Под ред. Ю.Н. Благовещенского]. – М.: Статистика, 1977. – 360 с.

МОДЕЛИ РЕЛЯЦИОННЫХ НОМИНАТИВНЫХ ДАННЫХ

Россада Т.В.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

trossada@mail.ua

Важными факторами, влияющими на качество формального языка, являются адаптируемость его термов к верификации и валидации и фундаментальность операторов, взятых за основу. С точки зрения математики качество формальной системы зависит не только от хорошо подобранного набора аксиом, но и от их

малочисленности. Не малое влияние оказывает и способ представления информации для обработки формальными системами, то есть модель данных.

В докладе демонстрируется поведение программ на моделях реляционных номинативных данных, допускающих многозначность и неопределенность. Обосновывается выбор модели. Проводятся параллели с современными теориями представления и обработки информации в памяти человека.

Литература

1. Nikitchenko N.S. A Composition Nominative Approach to Program Semantics / Nikitchenko N.S. // Technical Report IT-TR: 1998-020, 1998. — 103 p.
2. Бурлак С. Происхождение языка: факты, исследования, гипотезы / Светлана Бурлак. — М.: Астрель, 2012. — 464 с.
3. Нікітченко М.С. Інтенціонально-орієнтований підхід до теорії програмування // Проблеми програмування, 2007. — № 2. — С. 15–40.
4. Нікітченко М. Композиційно-номінативні мови програм з асоціативним розіменуванням / М. Нікітченко, Є. Іванов // Вісник Львівського університету. Прикладна математика та інформатика, 2010. — Вип. 16. — С. 124–139.
5. Огнев И.В. Ассоциативные среды / Огнев И.В., Борисов В.В. // — М: Радио и связь, 2000. — 312 с.
6. Россада Т.В. Моделі реляційних номінативних даних / Россада Т.В. // Вісник Київського національного університету. Прикладна математика та інформатика, 2013 — Вип. 1.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ МАРКОВСКИХ ПОЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МОНИТОРИНГА ОШИБОК В КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

Самосёнок А.С.

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины
samosyonok@gmail.com

Рассматривается коммуникационная сеть в виде неориентированного графа $G = \{V, E\}$ с конечным множеством вершин V и дуг E . В каждой компоненте сети X_i регистрируются сообщения о неполадках x_i , то есть рассматривается многомерная случайная величина $X = \{X_1 = x_1, \dots, X_{|V|} = x_{|V|}\}$, где $x_i \in A$, A - конечное множество возможных неполадок. Конкретная

реализация $x = \{x_1, \dots, x_{|V|}\}$ случайной величины X - текущее состояние работоспособности сети.

Предполагается, что в результате некоторого неизвестного события $y = \{y_1, \dots, y_{|V|}\}$ получены сообщения о сбое, каждая компонента $y_i \in Y$ принимает значения из конечного множества возможных причин сбоя Y . Поле X образовано случайными величинами, условно не зависимыми относительно скрытого поля первопричин Y , то есть $p(x_i | y) = p(x_i | y_i)$, $i \in V$, а случайное поле Y является марковским: $p(y_s | y) = p(y_s | y_{\partial s})$, $s \in V$, ∂s - окрестность вершины s . На основании этих предположений предлагается практический алгоритм идентификации неизвестных поломок Y .

Література

1. Двоенко С.Д., Копылов А.В., Моттль В.В. Задача распознавания образов в массивах взаимосвязанных объектов. Алгоритм распознавания // Автоматика и телемеханика. 2005. №12. С. 162-176.
2. Geman S., Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restorations of images // IEEE Trans. PAMI. 1984. V. 6. - P. 721-741.

СПРАВЕДЛИВІСТЬ ЯК ДИСТРИБУТИВНИЙ КОМПРОМІС Семенов В.В.

Інститут демографії та соціальних досліджень імені
М.В. Птухи НАН України
semenovsr@meta.ua

До нерівності можна ставитись у статистичному сенсі як до дисперсії (думок, оцінок, доходів тощо), проте, з нормативних позицій нерівність інтерпретується як несправедливість. Чи буде один розподіл вважатись більш нерівним, ніж інший, є скоріше суб'єктивною точкою зору. Це залежить від того, як особа, яка оцінює розподіл, ставиться до нерівності, зокрема, що вона розуміє під еквівалентною нерівністю (які зміни у розподілі доходів, з її точки зору, не змінюють нерівності). Відомі концепції вимагають, щоб рівнопропорційні (відносні) або рівновеликі (абсолютні) зміни в усіх доходах залишали нерівність доходів без змін. При використанні цих підходів неможливо отримати відповідь на просте питання: чи стає в процесі економічного зростання новий

розподіл значно гіршим з абсолютної точки зору, хоча він дещо покращився з відносної, та чи став він кращим з абсолютної точки зору, якщо з відносної є значне покращення? Щоб відповісти на це питання необхідно розглядати «центристське» ставлення до нерівності, тобто, шукати компроміс між «правим» (відносним) та «лівим» (абсолютним) випадками.

Кожному індексу нерівності I властивий деякий вид інваріантності:

$I(F(x)) = I(x)$, де F – неперервна зростаюча функція, x – розподіл доходів. Така аксіома необхідна для співставлень розподілів із різними середніми значеннями. Інваріантність може розглядатись як спосіб розподілу додаткових доходів таким чином, щоб оціночні судження зовнішнього спостерігача стосовно нерівності не змінились.

Найбільш відома широко використовувана аксіома інваріантності до шкали: $I(\lambda X) = I(X) \forall \lambda > 0$. Вона означає, що подвоєння кожного доходу в розподілі не впливає на нерівність, виміряну за допомогою індексу нерівності I (відносна точка зору). Першим конкурентом аксіоми інваріантності до шкали є аксіома інваріантності до переносу. Вона асоційована із «лівою», абсолютною, точкою зору на нерівність. Індекс нерівності задовольняє аксіомі інваріантності до переносу, якщо: $I(X + \delta 1^n) = I(X) \forall \delta \in R : X + \delta 1^n \in R_+$, тобто, рівновелике зростання або зменшення доходів кожної особи не змінює нерівність.

Центристське ставлення до нерівності доходів може бути змодельоване різними способами. Припускається, що для довільного розподілу доходів x , існує множина розподілів доходів $E(x)$ така, що:

1. Усі розподіли $y \in E(x)$ мають однакову нерівність з розподілом x .
2. Для $\lambda x > x$ та $(x + \delta 1^n) > x$, усі $y \in E(x)$ сприймаються як більш рівно розподілені, ніж λx та менш рівно розподілені, ніж $(x + \delta 1^n)$.
3. Для $x > \lambda x$ та $x > (x + \delta 1^n)$, усі $y \in E(x)$ сприймаються як менш рівно розподілені, ніж λx та більш рівно розподілені, ніж $(x + \delta 1^n)$.

Найпростішим випадком є припущення, що $E(x)$ складається із променів, які проходять через x . Для довільного $\alpha \in S$, множина α -променів $E_\alpha(x)$, які проходять через x визначається у вигляді: $E_\alpha(x) = \{y \in D : y = x + \tau\alpha, \tau \in R\}$. До α -променів застосовуються два обмеження: 1) вони повинні домінувати за Лоренсом початковий розподіл; 2) вони більш нерівно розподілені, ніж вимагає інваріантність до переносу.

Аналізуючи різні точки зору на компромісну нерівність, корисно точно встановити що насправді означає компроміс. В загальному випадку, ставлення до нерівності є компромісним, центристським, якщо (на думку особи-оцінювача) рівнопропорційне зростання усіх доходів збільшує нерівність, а рівновелике зростання – зменшує. Розглядаються класи компромісних точок зору, отримані за допомогою загального визначення, яке встановлює, що однаково нерівні розподіли доходів можуть бути виражені як зважені середні значення відповідних трансформованих розподілів за умови інваріантності до шкали та до переносу.

ВЛАСТИВОСТІ КВАДРАТИЧНИХ ЗАДАЧ ЛЕКСИКОГРАФІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

¹Семенова Н.В., ²Ломага М.М.

¹Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

²ДВНЗ „Ужгородський національний університет”

nvsemenova@meta.ua, lomagamarija@yandex.ua

В задачах багатокритеріальної оптимізації у ряді випадків часткові критерії можуть бути впорядковані за важливістю, коли слід прагнути до поліпшення більш важливого критерію за рахунок будь-яких втрат за всіма іншими менш важливими [1]. У цьому разі розв’язок є узагальненням поняття точки максимуму (мінімуму) числової функції на випадок декількох функцій при лексикографічному ($\geq^L$) відношенні переваги. Розглянемо лексикографічну задачу оптимізації $\max^L \{F(x), x \in X\}$, всі часткові критерії якої упорядковані за важливістю.

Альтернативу $x \in X$ називатимемо лексикографічно оптимальною, якщо вона не гірша за будь-яку іншу допустиму альтернативу y у розумінні відношення $\geq^L$, тобто якщо $F(x) - F(y) \geq^L 0$.

Досліджено властивості векторних лексикографічних задач оптимізації. Встановлені необхідні і достатні умови існування і оптимальності лексикографічних розв'язків. Досліджені питання еквівалентних трансформацій векторного критерію квадратичних задач лексикографічної оптимізації. Обґрунтовано зведення початкової задачі до скалярної з функціоналом, що є згортою часткових критеріїв та описано метод знаходження коефіцієнтів цієї згортки для лексикографічних задач квадратичної оптимізації.

Одним з шляхів розв'язання задач лексикографічної оптимізації є зведення початкової задачі до скалярної з функціоналом, що є згортою часткових критеріїв. Описано метод знаходження коефіцієнтів цього функціоналу для лексикографічних задач квадратичної оптимізації.

Література

1. Червак Ю.Ю. Оптимізація. Непокращуваний вибір. – Ужгород: Ужгородський національний університет, 2002. – 312 с.

ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ РОЗПЛАВІВ

¹Судацова В.С., ¹Гончаров І.А., ¹Галініч В.І.,
¹Шевченко М.О., ²Кудін В.Г., ²Кудін Г. І.

¹Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича НАНУ
²Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Оксидні розплави широко використовуються в металургії та зварюванні. Але дослідження їх є складним через їх агресивність і тугоплавкість. Тому в останні роки широко використовуються теоретичні методи прогнозування термодинамічних властивостей таких розплавів з використанням аналогічних даних для твердих сполук і фазових рівноваг

Пропонується методика прогнозування термодинамічних властивостей розплавів з координат ліквідусу діаграми стану області рівноваг твердий компонент – розчин, які описуються наступними рівняннями:

$$(\mu_1^l)_{T_p} = (\mu_1^{So})_{T_p}; \quad (1)$$

$$\mu_1^l + RT_p \ln a_1^l = (\mu_1^{So})_{T_p}; \quad (2)$$

$$RT_p \ln \gamma_1^l = (-\Delta G_{nl.})_{1,T_p} - RT_p \ln x_1^l; \quad (3)$$

$$\Delta \bar{H}_1 - T \Delta \bar{S}_1^{надл.} = -\Delta G_{пл.,1} - RT \ln x_1^I. \quad (4)$$

Оскільки для розглянутих подвійних оксидних розплавів області вказаних рівноваг невеликі, то скористалися рівняннями (2-3). Розрахунок енергій Гіббса в подвійних граничних системах з діаграм стану в області рівноваги чистий компонент – рідкий розчин здійснювався за рівнянням $\Delta \bar{G}_i = \Delta S_{пл.}(T_{лиқ} - T_{пл.})$,

де $\Delta \bar{G}_i$ – парціальна енергія Гіббса компонента і, $\Delta S_{пл.}$ і $T_{пл.}$ – ентропія і температура плавлення чистого компонента і, $T_{лиқ}$ – температура ліквідусу. Активності другого компонента знаходимо інтегруванням рівняння Гіббса-Дюгема: $x_{Al} d \ln(a_{Al}) + x_Y d \ln(a_Y) = 0$.

Для систем, на діаграмі стану яких є області розшарування розплавів, можна використовувати співвідношення $a_i(x_1) = a_i(x_2)$, де x_1, x_2 – мольні частки компонента і в розчинах, які знаходяться в рівновазі один з одним, а також $\frac{da_i}{dx_i} = 0$, $\frac{d^2 a_i}{dx_i^2} = 0$ для критичної

точки розшарування.

Знаючи, що $\Delta \bar{G}_i^{узб} + RT x_i \ln x_i = \Delta \bar{G}_i = RT \ln a_i$, можна знайти $\Delta \bar{G}_i^{узб}$ для подвійних граничних систем у всьому концентраційному інтервалі, а з них – інтегральні надлишкові енергії Гіббса: $\Delta G^{надл} = \sum \Delta \bar{G}_i^{надл} x_i$.

Для перевірки отриманих даних ми порівняли їх з літературними. Ці дані в цілому узгоджуються з отриманими нами. Так, підтверджуються передбачені нами знакозмінні відхилення від ідеальних розчинів для системи MgO-SiO₂, а також концентраційна залежність активностей SiO₂ в системі Al₂O₃-SiO₂.

Вивчення термодинамічних властивостей трикомпонентних систем є більш складною проблемою, тому розвиваються методи, що дозволяють розрахувати термодинамічні властивості трикомпонентних розплавів з аналогічних даних для подвійних граничних підсистем. Аналіз цих методів показав, що метод Колера хоча і не завжди забезпечує максимальну точність, зате не потребує додаткових відомостей про граничні підсистеми.

МЕТОДЫ ПОЛУНАТУРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОУРОВНЕВЫХ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ

Тимашов А.А.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Методы полунатурного моделирования занимают свою особенную нишу при проектировании сложных систем управления. Математическое моделирование наиболее эффективно на ранних стадиях проектирования, натурное – на заключительных, полунатурное моделирование используется на промежуточных стадиях проектирования. Когда экспериментальный образец аппаратуры уже готов, но не отлажены алгоритмы обработки сигналов, не исследованы особенности работы аппаратуры во всем диапазоне изменения параметров входного воздействия, то на этом этапе полунатурные методы моделирования выходят на первый план. Особенности использования этих методов проявляются при проектировании сложных систем. Уже на ранних стадиях проектирования эффективным оказывается включение в состав функциональной схемы полунатурной модели ее критических элементов.

Полунатурное моделирование представляет собой исследование управляемых систем на моделирующих комплексах с включением в состав модели реальной аппаратуры. Это моделирование с реальной аппаратурой, при котором часть системы моделируется, а остальная часть является реальной. Наряду с реальной аппаратурой в замкнутую модель могут входить имитаторы воздействий и помех, математические модели внешней среды и процессов, для которых неизвестно достаточно точное математическое описание. Включение реальной аппаратуры или реальных систем в контур моделирования сложных процессов позволяет уменьшить априорную неопределенность и исследовать процессы, для которых нет точного математического описания.

В процессе полунатурного моделирования удачно сочетаются достоинства математического и натурального моделирования, и может быть достигнуто оптимальное взаимодействие между вычислительными и натурными экспериментами.

После изготовления разработанного образца аппаратуры, в ряде случаев проведение натурального моделирования затруднено или вообще невозможно. Эти ограничения могут быть связаны с вопросами безопасности, энергопотребления при реализации входного воздействия на разрабатываемую аппаратуру. Кроме того,

проведение натурного моделирования может быть просто преждевременным, т.к. алгоритмы управления системой и обработки сигналов еще не отлажены. Именно в этом случае на первый план выходят методы полунатурного моделирования.

Организация реальной рабочей обстановки в натурном эксперименте с многократным повторением ситуаций довольно затруднительна не только в инженерном, но и в организационном плане. Большое число одновременно воздействующих факторов, изменение их состава и характеристик во времени, изменения ее структуры требуют обязательного учета, что при математическом моделировании не представляется возможным.

При исследовании характеристик системы этим методом она может работать в штатном режиме, а различные изменения ситуаций, входной информации, динамика всевозможных параметров, сигналы и помехи а ее входе создаются специальной аппаратурой в соответствии с заданной обстановкой и динамикой изменения ее во времени. При этом часть реальных узлов системы может быть замещена их математическими моделями. Достоверность результатов полунатурного моделирования в значительной мере определяется точностью имитации информации на входе системы и числом ее реальных узлов, участвующих в моделировании.

Общими требованиями, предъявляемыми к моделирующему комплексу для полунатурного моделирования, являются следующие:

- воспроизведение информации, воздействующей на систему и ошибочных воздействий, близких по своим параметрам к реальным;

- достаточная точность воспроизведения указанной информации и параметров;

- обеспечение динамики функционирования в реальном масштабе времени;

- простота смены условий исследования

Переход от этапа компьютерного моделирования к реализации в “железе”, по-видимому, является самым трудным. Это связано, в первую очередь, с тем, что никакая математическая модель, насколько бы точной она ни была, не способна учесть всех особенностей системы. По этой причине трудно переоценить значимость результатов полунатурного моделирования.

КОМБІНАТОРНІ МНОЖИНИ, ФРАКТАЛИ ТА СИТУАЦІЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Тимофієва Н.К.

Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних
технологій та систем НАН та МОН України

tymnad@gmail.com

Комбінаторні конфігурації являють собою будь-яку сукупність елементів, що утворюється з усіх або з деяких елементів базової множини $A = \{a_1, \dots, a_n\}$. Вони утворюють комбінаторну множину W . Підмножину $W_\eta \subset W$ назовемо підмножиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій, якщо її елементи – ізоморфні комбінаторні конфігурації (комбінаторні конфігурації – ізоморфні, якщо кількість елементів у них однакова). Вважатимемо, що комбінаторні множини *самоподібні*, якщо їхні елементи утворюються одним і тим же рекурентним комбінаторним оператором, їхнє впорядкування проводиться за одними і тими ж правилами (наприклад рекурентно-періодичним методом), а кількість елементів у множині W_η можна подати σ -

значною сумою
$$\sum_{j_\sigma=1}^{H_\sigma} \left(\sum_{j_{\sigma-1}=1}^{H_{\sigma-1}} \left(\dots \left(\sum_{j_2=1}^{H_2} \left(\sum_{j_1=1}^{H_1} (h) \right) \right) \dots \right) \right),$$
 де H_t – кількість

інтервалів σ -го рангу, $t \in \{1, \dots, \sigma\}$, $\sigma \in \{2, \dots, n\}$, h – кількість комбінаторних конфігурацій в інтервалі нульового рангу. При цьому W одночасно скінченна і нескінченна, оскільки число n може набувати довільних значень. Підмножина W_η розміщень з повтореннями (або сполучень з повтореннями) – скінченна, а множина W цих же комбінаторних конфігурацій для того ж самого n – нескінченна. Такі властивості характерні для фракталів. Тобто, комбінаторні множини мають фрактальну природу.

В розпізнаванні мовленнєвих сигналів вхідними даними є мовленнєвий сигнал, який являє собою розміщення з повтореннями. Звідси має місце нечіткість вхідних даних. Тому сигнали, які відповідають одному і тому ж слову, промовленому багато разів одним і тим же диктором або різними дикторами, відрізняються між собою. В цьому разі виникає ситуація невизначеності, пов'язана із структурою комбінаторної конфігурації.

СТВОРЕННЯ МЕДИЧНОЇ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

Третинник В.В.

Європейський університет, Київ

viola.tret@gmail.com

Інформаційні технології допомагають лікарю проводити об'єктивну діагностику захворювань, накопичувати й ефективно використовувати отриману інформацію на всіх стадіях лікувального процесу. Одним з основних напрямів застосування сучасних інформаційних технологій є медична інформаційна система.

У даній роботі розроблено програмний комплекс для моніторингу, обліку та аудиту процесу комунікації лікаря та пацієнта. Це дозволяє автоматизувати робочі місця медичних працівників а також всього лікувально-діагностичного процесу та забезпечити інформаційну підтримку прийняття лікарем діагностичних, лікувальних, організаційних та ін. рішень. Даний інформаційно-програмний комплекс зберігає та обробляє інформацію про пацієнта, забезпечує швидкий пошук по базі даних за різними параметрами (прізвище, код, день візиту, тип візиту та ін.). Автоматизований календар візитів дає змогу оптимально розподіляти пацієнтів протягом робочого дня лікаря.

Література

1. Петров В.М. Информационные системы/ В.М. Петров.- Питер-2003.- 688с.

АНАЛІЗ СТАЦІОНАРНОГО РЕЖИМУ СИСТЕМ З ПОВТОРНИМИ ВИКЛИКАМИ ТА ЗМІННОЮ ІНТЕНСИВНІСТЮ ВХІДНОГО ПОТОКУ

Усар І. Я., Макушенко І.А.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

usar@unicyb.kiev.ua, iamak@ukr.net

Теорія систем з повторними викликами є одним із важливих розділів теорії масового обслуговування. Такі системи детально розглянуті в монографії [1]. Математичні моделі систем з повторними викликами мають широке застосування в практиці [2].

В даній роботі розглядаються системи обслуговування з повторними викликами типу $M / M / m / N$ та $M / M / m / \infty$, в яких інтенсивність вхідного потоку залежить від кількості джерел повторних викликів. Процес керування роботою систем

визначається на основі порогових та гістерезисних стратегій. Гістерезисні стратегії визначаються наступним чином: нехай $h_1 \leq h_2$ - два натуральні числа (пороги). Якщо кількість повторних викликів $j \leq h_1 - 1$, то системи будуть працювати в першому режимі з інтенсивністю вхідного потоку λ_1 . Якщо $j \geq h_2$, то в другому режимі з інтенсивністю вхідного потоку λ_2 . А якщо $h_1 \leq j < h_2$, то системи зберігають той режим, в якому вони працювали в попередній момент часу. Клас порогових стратегій є підмножиною класу гістерезисних стратегій, який можна отримати при $h_1 = h_2$.

Для пошуку стаціонарного розподілу процесу обслуговування в системі $M_0 / M / m / \infty$ запропоновано підхід, який складається з двох етапів. На першому етапі отримаємо явні формули стаціонарного розподілу в векторно-матричній формі для скінченної орбіти. На другому етапі стаціонарні ймовірності для нескінченної орбіти апроксимуються ймовірностями, які отримані на першому етапі. З'ясовано умови існування стаціонарного режиму.

Література

- 1 Falin G.I., Templeton J.G.C. Retrial queues.– London Chapman & Hall, 1997. – 331p.
- 2 Anisimov V.V., Artalejo J.R. Analysis of Markov multiserver retrial queues with negative arrivals // Queuing Systems. – 2001. – Vol.39. – P. 157-182.

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ДИНАМІКИ ПУЧКІВ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОГО ПРИСКОРЮВАЧА МЕТОДАМИ НЕДИФЕРЕНЦІЙОВАНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Харченко І.І., Удовенко А.А.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ihar@unicyb.kiev.ua

Проектування прискорювачів заряджених частинок добре розроблене на основі фізичних принципів прискорення та фокусування. Але зараз потребує розв'язання задача максимізації фазового об'єму пучка на вході та мінімізація розкиду параметрів пучка іонів у процесі прискорення на виході.

У роботі досліджуються математичні моделі повздовжнього та радіального руху заряджених частинок у лінійних

прискорювачах, застосування та модифікація методів недиференційованої оптимізації для розв'язування задач з мінімаксним критерієм якості, створення програмного забезпечення, здійснення оптимізаційних процедур та проведення обчислювального експерименту з використанням візуалізації.

Для розв'язування задач оптимізації параметрів структури прискорювача були застосовані та адаптовані методи недиференційованої оптимізації, а саме: метод Нелдера-Міда (метод симплексів), метод Хука-Дживса та їх поєднання.

Для дослідження ефективності застосування методів оптимізації такого типу було розроблене відповідне програмне забезпечення, яке дало можливість візуалізувати динаміку заряджених частинок у лінійному прискорювачі та здійснювати оптимізаційні процедури.

На основі створеної програми була проведена оптимізація структури лінійного прискорювача, а саме довжин зазорів та трубок дрейфу. Метод Нелдера-Міда виявився більш швидкодіючим у порівнянні з методом Хука-Дживса, а оптимізаційна процедура, виконана на основі алгоритму Хука-Дживса, суттєво залежить від вибору початкового наближення, але при його використанні вдається отримати більшу точність. Порівняння результатів, отриманих методом Нелдера-Міда виявило також, що оптимізаційна процедура Хука-Дживса дає кращі результати при оптимізації параметрів моделі повздовжнього руху. Для оптимізації параметрів радіального руху заряджених частинок метод Нелдера-Міда виявився більш ефективним.

АНАЛІЗ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ЗАХВОРЮВАННЯ

Хусаїнов Д.Я., Мановицька Д.О.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
dkh@unicyb.kiev.ua, manovytska_dariia@ukr.net

Метою дослідження є продовження роботи з аналізу моделі динаміки захворювань [1], яка представлена системою трьох звичайних диференціальних рівнянь [2]:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}S(t) &= -f(S(t), I(t)) - \frac{d}{dt}I(t) = f(S(t), I(t)) - \gamma I(t), \\ \frac{d}{dt}R(t) &= \gamma I(t),\end{aligned}$$

$\gamma > 0$, де $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$ - кількість людей, відповідно, які можуть захворіти, які захворіли і такі, що видужують. Нехай функція $f(S, I)$ характеризує кількість зустрічей людей, які можуть захворіти $S(t)$ і хворих $I(t)$. Вважається, що хвороба може передаватись лише при зустрічі інфікованої та здорової людини, $\gamma > 0$ означає відносну швидкість видужання.

Показано, що дослідження системи можна звести до якісного дослідження системи на площині. Обчислені особливі точки і побудовано фазовий портрет системи в цілому. Надалі модель модифікована за рахунок введення запізнювання [3,4]. Досліджена система з запізнюванням.

Література

1. Khusainov D., Manovytska D. About one model of the disease transmission process//XX International Conference PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU-2012, September 17-21, 2012 - Brno, Czech Republic). – P.56.
2. Yoishi Enatsu, Yukihiro Nakata, Yoshiaki Muroya, Giuseppe Liso and Antonia Vecchio. Global Dynamics of Difference Equations for SIR Epidemic Models with a Class of Nonlinear Incidence Rates // Journal of Difference Equations and Applications, iFirst article, 2011. – pp.1-19.
3. Хусаинов Д.Я., Шатырко А.В. Метод функций Ляпунова в исследовании устойчивости дифференциально-функциональных систем. - Киев, Изд.-во Киевского университета, 1997. - 236 с.
4. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М.: Наука, 1970. – 240 с.

ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ТЕХНОЛОГІЇ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Д.І.Черній

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

D_Cherniy@ukr.net

Необхідність створення спеціалізованих програмно-моделюючих систем існує в багатьох інженерно-технологічних та фізичних предметних галузях, наприклад таких, як вітроенергетика, гідрологія, екологія та геодинаміка. Для систем прогнозування, проблемою є створення та комп'ютерних моделей на основі обчислювальних технологій, що поєднують систему

моделей та обчислювальних методів, які адекватно враховують усі домінуючі особливості нелінійних еволюційних процесів.

Відомо, що нестационарні процеси проходять різну кількість стійких та нестійких перехідних станів, доки не настає встановлений або періодичний (майже) стан процесу, із стабільними характеристиками. Але, нелінійні ефекти суттєво впливають не тільки на кількісні, но і на якісні характеристики процесу (Рис 1). Дослідження складних фізичних та геодинамічних процесів, які мають комплексний характер та глобальні наслідки вимагає не тільки узагальнення математичних моделей, но і розробку нових методів обчислень нелінійних еволюційних задач на великих проміжках часу.

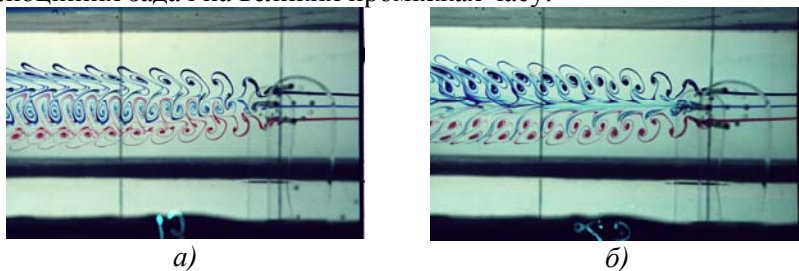


Рис.1 Проявлення нелінійних ефектів.

Течія в ядрі сліду за системою циліндрів при малої зміні початково-крайових умов

Комплексна проблема потребує комплексного підходу. Принципово новим напрямком в теорії обчислень стає створення комплексних методів та технологій для розв'язання великих задач (Рис.3-Рис.6). Обчислювальні технології повинні комплексно поєднувати математичні моделі, чисельні методи розв'язування комплексу задач та методи автоматизованої обробки вхідних та вихідних даних, із графічним відображенням усіх характеристик процесу в реальному часі.

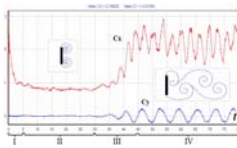


Рис.2. Режими розвитку еволюційного гідродинамічного процесу на прикладі обтікання пластини



Рис.3 Модель ротору Дар'є

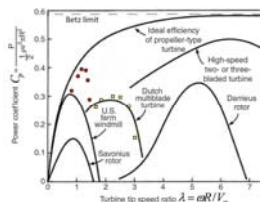


Рис.4

Порівняння ефективності вітро/гідроенергетичних установок різних типів

При розгляданні гідрологічних, окремих геодинамічних задач або задач екології основним є визначення течії рідини в області із обмеженнями (Рис.5, Рис.6).

Обчислювальна технологія призначена для застосування у моделюючих системах інженерно-технологічного призначення та може бути застосована в СППР екологічного спрямування.



Рис.5 Розповсюдження поверхневих забруднень в акваторії Керченської протоки (Фото, TerraSAR-X. 16.11.2007)

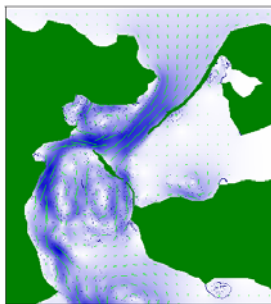


Рис.6 Прогнозування розповсюдження поверхневих забруднень в акваторії Керченської протоки, XII.2007.

ПРО ЗБІЖНІСТЬ ДВОКРОКОВОГО КОМБІНОВАНОГО МЕТОДУ ЗА УЗАГАЛЬНЕНИХ УМОВ ЛІПШИЦЯ

Шахно С.М.

Львівський національний університет імені Івана Франка

s_shakhno@franko.lviv.ua

У праці [1] вивчалися однокрокові комбіновані ітераційні процеси, які, як і різницеві методи, можуть бути застосовані для розв'язування нелінійних рівнянь

$$F(x) + G(x) = 0, \quad (1)$$

де F і G визначені на опуклій множині D банахового простору X зі значеннями в банаховому просторі Y ; F – диференційовний за Фреше оператор, а G – неперервний оператор, диференційовності якого, взагалі кажучи, не вимагається.

У праці [2] для розв'язування (1) нами вперше запропоновано двокроковий метод, який побудовано на базі методів з використанням і без використання похідних. Його ітераційна формула має вигляд

$$x_{k+1} = x_k - A_k^{-1}(F(x_k) + G(x_k)), y_{k+1} = x_{k+1} - A_k^{-1}(F(x_{k+1}) + G(x_{k+1})), \quad (2)$$

де $A_k = F'\left(\frac{x_k + y_k}{2}\right) + G(x_k, y_k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$; x_0, y_0 — задані.

Дослідження напівлокальної збіжності методу (2) були проведені за звичайних умов Ліпшиця для похідних від F та для поділених різниць від G рівняння (1).

У цій праці ми вивчаємо локальну збіжність (2) за узагальнених умов Ліпшиця для похідних першого та другого порядку від F та поділених різниць першого порядку від G і встановлюємо порядок збіжності $1 + \sqrt{2}$, знаходимо область єдності розв'язку рівняння (1).

Література

1. Argyros I.K. A unifying local-semilocal convergence analysis and applications for two-point Newton-like methods in Banach space, J. Math. Anal. Appl. 298(2004) – P.374-397.
2. Shakhno S. Two-step method for solving nonlinear equations with nondifferentiable operator / S. Shakhno, H. Yarmola // Журнал обчислювальної та прикладної математики. — 2012. — № 3 (109). — С. 105-115.

ПРОЦЕДУРА СТОХАСТИЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ З ІМПУЛЬСНИМ ЗБУРЕННЯМ В УМОВАХ ЛОКАЛЬНОГО БАЛАНСУ

Швець О.І., Чабанюк Я.М., Будз І.С.

Національний університет "Львівська політехніка"

yaroslav_chab@yahoo.com

Неперервна процедура стохастичної апроксимації з імпульсним збуренням в ергодичному марковському середовищі в схемі дифузійної апроксимації [1] визначається стохастичним диференціальним рівнянням:

$$du^\varepsilon(t) = a(t)[C(u^\varepsilon(t); x(t/\varepsilon^2))dt + d\eta^\varepsilon(t)], \quad u^\varepsilon(0) = u_0 \quad (1)$$

де $C(u, x), u \in R^d$, — функція регресії, що залежить від рівномірно ергодичного марковського процесу $x(t), t \geq 0$ у фазовому просторі станів (X, X) , $u^\varepsilon(t), t \geq 0$ — випадкова еволюція, ε — малий параметр серій [2]. Для генератора Q марковського процесу $x(t), t \geq 0$, зі стаціонарним розподілом $\pi(B), B \in X$, визначений потенціал R_0 [3].

Імпульсний процес збурень $\eta^\varepsilon(t), t \geq 0$ в схемі дифузійної апроксимації задається співвідношенням $\eta^\varepsilon(t) := \varepsilon \eta(t/\varepsilon^2)$, де

$$\eta(t) = \int_0^t \eta(ds; x(s)),$$

$\eta(t; x), t \geq 0, x \in X$ – сімейство процесів з локально незалежними приростами. Процес $\eta^\varepsilon(t), t \geq 0$ визначається генератором [2]

$$\Gamma^\varepsilon(x)\varphi(u) = \varepsilon^{-2} \int_{R^d} [\varphi(u + \varepsilon v) - \varphi(u)] \Gamma(u; dv; x).$$

Усереднена функція регресії визначається співвідношенням [3]:

$$C(u) = \int_X \pi(dx) C(u; x).$$

Лема 1. Генератор двокомпонентного марковського процесу $u^\varepsilon(t) := u_t^\varepsilon, x(t/\varepsilon^2) := x_t^\varepsilon, t \geq 0$, в банаховому просторі $\mathbf{B}(R^d, X)$ дійсно значних обмежених функцій $\varphi(u; x) \in C^{2,0}(R^d, X)$ має представлення

$$\mathcal{L}_t^\varepsilon \varphi(u; x) = \varepsilon^{-2} \mathbf{Q} \varphi(u; x) + a(t) \mathbf{C}(x) \varphi(u; x) + \varepsilon \Gamma^\varepsilon(x) \varphi(u; x), \quad (2)$$

де $\mathbf{C}(x) \varphi(u; x) = C(u; x) \varphi'(u; x)$.

Лема 2. Генератор (2) в умовах локального балансу

$$b(u; x) := \int_{R^d} v \Gamma(u; dv; x) \equiv 0,$$

має асимптотичне представлення

$$\mathcal{L}_t^\varepsilon \varphi(u; x) = \varepsilon^{-2} \mathbf{Q} \varphi(u; x) + a(t) \mathbf{C}(x) \varphi(u; x) + \varepsilon a(t) \gamma^\varepsilon(x) \varphi(u; x),$$

$$\text{де } \gamma^\varepsilon(x) \varphi(u; x) = \frac{1}{2} \mathbf{B}(x) \varphi(u; x) + \delta_\Gamma^\varepsilon(u; x) \varphi(u),$$

$$\mathbf{B}(x) \varphi(u; x) = B(u; x) \varphi_u''(u; x), \text{ і } \|\delta_\Gamma^\varepsilon(u; x) \varphi(u)\| \rightarrow 0, \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Література

1. Korolyuk V. Stochastic Systems in Merging Phase Space / Korolyuk V., Limnios N. - World Scientific Publishing, 2005. – 330 p.

2. Korolyuk V.S. Random evolutions with locally independent increments on increasing time intervals / Korolyuk V.S. // Journal of Mathematical Sciences, Vol. 179, № 2, November, 2011. – P. 273 – 289.

3. Кийковская О.И. Случайная эволюция в схеме асимптотически малой диффузии с марковскими переключениями / Кийковская О.И., Чабанюк Я.М. // Кибернетика и системный анализ. – 2013. № 2. – С. 119 – 125.

ВЛАСТИВОСТІ ОЦІНКИ МАКСИМАЛЬНОЇ ВІРОГІДНОСТІ ПАРАМЕТРА ЗСУВУ ДЛЯ ВИПАДКОВИХ ПОЛІВ З ДРОБОВИМ БРОУНІВСЬКИМ РУХОМ

Шпиґа С.П.

Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України

shpyga@meta.ua

Розглянемо випадкове поле, що описується диференціальним рівнянням

$$\xi(t, s) = \theta \iint_{[0, T]^2} a(u, v, \xi) dudv + B^{\alpha\beta}(t, s)$$

де $B^{\alpha\beta}(z)$ адитивний двопараметричний дробовий броунівський рух з параметром Херста $\alpha, \beta \in (\frac{1}{2}, 1)$. Тоді при певних додаткових умовах існує оцінка максимальної вірогідності $\hat{\theta}$, причому її зміщення і середньоквадратичне відхилення визначається формулами

$$b_T(\theta) = \frac{d}{d\theta} E_\theta \left(\iint_{[0, T]^2} R^8(t, s) d\omega_t^\alpha d\omega_s^\beta \right)^{-1}$$

$$B_T(\theta) = E_\theta \left(\iint_{[0, T]^2} R^8(t, s) d\omega_t^\alpha d\omega_s^\beta \right)^{-1} +$$

$$+ \frac{d^2 E_\theta}{d\theta^2} \left(\iint_{[0, T]^2} R^8(t, s) d\omega_t^\alpha d\omega_s^\beta \right)^{-2}$$

Література

1. Sottinen, T. and Tudor, C. Parameter estimation for stochastic equations with additive fractional Brownian sheet. Stat. Inference Stochastic Process, 2008. - V. 11. – P. 221–236.
2. Кнопов П.С. Об оценке параметра сноса случайны полей. Теор. вероятн. и матем. стат. 1991. – № 45. – С. 33-38.
3. Rao P. Statistical Inference for Fractional Diffusion Processes. New York, Wiley. 2010. – 260 p.

МОМЕНТНА СТІЙКІСТЬ РОЗВ'ЯЗКІВ СТОХАСТИЧНИХ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ

Шушарін Ю.В.

Київський національний економічний університет

імені Вадима Гетьмана

shusharin@meta.ua

Нехай вектори $x_k \in R^n$ – розв'язки стохастичних різницьових рівнянь $x_{k+1} = F_k(x_k, \xi_k)$, $k = 0, 1, \dots, N$, де $F_k(x, v)$ – послідовність вимірних функцій, що визначена в просторі $R^n \times R^m$, ξ_k – послідовність випадкових векторів. Нехай при деякому натуральному S виконана умова $E |X_k|^s < \infty$, $k = 1, \dots, N$. Вектор x_0 будемо вважати детермінованим.

Позначимо $m_N(i_1, \dots, i_p) = EX_1(i_1), \dots, X_N(i_p)$, $i_1, \dots, i_p = \overline{1, n}$, а через $m_N(p)$ – множину моментів p -го порядку $p = \overline{1, S}$, де $X_N(i) = (x_N, e_i)$, $e_i = \{0 \dots 1 \dots 0\}$.

Означення. Послідовність x_k , $k = 0, \dots, N$, назовемо (G, M_s, N) моментною стійкістю, якщо виконується умова $(m_N(1), \dots, m_N(s)) \in M_s$ при умові, що $x_0 \in G$.

Досліджується питання про (G, M_s, N) моментну стійкість, коли ξ_k – послідовність незалежних векторів, що утворюють ланцюг Маркова.

Приведені конструктивні результати при певному вигляді функцій F_k множини G та M_s .

Література

1. Коренівський Д.Г. Стійкість розв'язків систем різницевих рівнянь при стохастичних збуреннях їх коефіцієнтів. Алгебраїчні критерії / Коренівський Д.Г. // – Київ: Ін-т математики НАН України, 2010. – 210 с.
2. Шушарін Ю.В. Дослідження стійкості розв'язків системи лінійних стохастичних диференціальних рівнянь з марковськими коефіцієнтами / Шушарін Ю.В. // Обчислювальна та прикладна математика, 2011. – №3. - С.183 – 189.

Наукове видавництво ТВіМС
Свідоцтво ДК 110 від 5.07.2000 р.
у Державному реєстрі видавців, виготовників
і розповсюджувачів видавничої продукції
03127, м.Київ, пр. Глушкова, 2