

*Taras Shevchenko National University of Kyiv
(Faculty of Cybernetics)
International Institute for Applied Systems Analysis (Austria)
Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine
Mukachevo State University
Ivan Franko National University of Lviv
Lviv Polytechnic National University
System Analysis Committee of Presidium National Academy
of Sciences of Ukraine
Academy of Sciences “Vysha Skola” of Ukraine*

***XIX International Conference
PROBLEMS OF DECISION MAKING
UNDER UNCERTAINTIES
(PDMU-2012)
April 23-27, 2012***

ABSTRACTS

Mukachevo, Ukraine

**Київ
2012**

INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE

A.Nakonechny (Ukraine) - Chairman

**F.Chernousko (Russia), A.Chekriy (Ukraine),
J.-F.Emmenegger (Switzerland), Yu.Ermoliev (Austria),
I.Gaishun (Belarus), S.Hudak (Slovakia), J.Kaluski
(Poland), V.Korolyuk (Ukraine), A.Kurzhanskii (Russia),
A.Lindquist (Sweden),
J. Migalina (Ukraine), J.Michalek (Czech Republik),
I.Sergienko (Ukraine), Ya.Savula (Ukraine),
Yu.Shestopalov (Sweden), O.Zakusylo (Ukraine)**

NATIONAL ORGANIZING COMMITTEE

A.Anisimov – Chairman

T. Sherban - Vice-chairman

Ya.Chabanuk- Vice-chairman

**V.Akimenko, M.Bartish, I.Beyko, M.Bratiychuk, D.Buy,
O.Chernyak, V.Donchenko, O.Iksanov,
F.Garashchenko, V. Kabazi, P.Knopov, P.Kostrobi,
E.Lebedev, I.Lyashenko, V.Marcenyuk, V.Proskura,
N.Semenova, F.Sopranyuk, A.Vlasyuk, Ya.Yeleiko,
V.Zaslavsky**

LOCAL ORGANIZING COMMITTEE

P.Zinko - Chairman

M. Pagirya - Vice-chairman

**I.Kharchenko, O.Lukovych, P.Gorun, O.Pitovka,
O.Kucherenko, O.Kyikovska, V.Kukurba, E.Kapustyan,
I.Usar, M.Loseva, T.Korobko, O.Pavluchenko,
B.Homyak, Yu.Fordzyuk**



**Члени міжнародного програмного
комітету і учасники конференції
вітають із 75-річчям
ІВАНА ВАСИЛЬОВИЧА
БЕЙКА**

доктора технічних наук, професора,
академіка АН ВШ України, відмінника
освіти України

Іван Васильович народився 11 квітня 1937 р. на Буковині. Після закінчення фіз.-мат. ф-ту Чернів. ун-ту навчався в аспірантурі Ін-ту математики АН України. Далі – дострокий захист кандидатської дисертації, доповідь на Всесвітньому конгресі математиків, зарахування мол. наук. співр. Ін-ту математики та за сумісництвом – ст. викл. ф-ту кіберн. Київ. ун-ту ім. Т.Шевченка. З 1977 р. – доцент, а після захисту докторської дисертації (1993) – професор. У 2003 – 2008р. обіймав посаду директора Українсько-Угорського інституту кібернетики. Нагороджений премією Міносвіти за кращу наукову працю, знаком «Відмінник освіти України», академічною «Нагородою Ярослава Мудрого», медаллю «За вагомий внесок у розвиток освіти і науки». Обраний членом Міжнародної Асоціації Радіоекологів, академіком (2002), членом Президії (2004), головним ученим секретарем (2010) Академії наук ВШ України. З 2008 р. – професор каф. матфізики НТТУ «КПІ». У створеній ним науковій школі підготував 21 кандидата наук та двох докторів наук. Створив теорію асимптотично-розв'язуючих операторів для оптимізації граф-операторних систем в умовах багатокритеріальності та неповних даних, керував спільними німецько-українськими науковими дослідженнями, читав лекції в університетах Німеччини, Канади, Бельгії, Австрії. Генерал-майор Всеукраїнського козацького війська І.В. Бейко І.В. успішно поєднує науку й спорт - завоював срібну медаль у змаганнях на Кубок України з волейболу (Гурзуф, 2010, 70+).

Бажаємо Вам, шановний Іване Васильовичу, міцного здоров'я, щастя, нових наукових досягнень і спортивних перемог!

CONTENT¹ ЗМІСТ

Bakhrushin V.E., Bakhrushin A.V.

Software for time series correlation analysis, based on using of the sample determination coefficient..... 18

Bidiuk P.I., Gasanov A.S., Kozhukhivska O.A.

Analysis of possibilities for actuarial risks analysis 19

Chechelnitski A., Blokha O., Kucherenko O.

Joint properties of the network's models with the parallel structure and common input flows 20

Donchenko V.S.

Fundamental mathematics and math modelling 21

Fusek M., Michálek J.

Statistical inference of doubly left-censored samples from exponential distribution..... 23

Grygorovych V.

Hierarchical planning and decision making methods for information model of the schools..... 24

Kindyaliuk A., Prytula M.

Bihamiltonity of two-dimensional isotropic Zakharov-Kuznetsov nonlinear dynamical system 25

Lytvynenko I. O.

Behaviour modelling on small exchange markets 26

Muzychuk A.

Modeling based on owa linguistic quantifiers 27

Nakonechny O.G., Donchenko V.S., Zinko P.M.

Modeling and predictive estimations of information treats under uncertainties..... 29

¹ *The abstracts are publishing in authors edition
Тези друкуються в авторській редакції*

Odehnal J., Sedlačík M., Michálek J.

Examination of dependences between terrorist threat and political and economic developments by multivariate statistical analysis33

Podlipenko Yu. K., Grishchuk N.V., Kovalyuk A.

Optimal estimation of functionals from solutions to transmission problems for linear parabolic equations by observations distributed on a system of surfaces35

Rozora I. Lukovych O.

Approximation methods of stochastic processes with given accuracy and reliability36

**Sharapov M.M., Iaroshevskiy O., Obruch T., Bokach A.,
Chevernozhenko D.**

Challenging probabilistic integral37

Slabospitsky A. S.

Splitting recurrent parameter estimation by least squares method with minimal deviations from ‘ATTRACTION’ points of nonlinear dynamic systems under uncertainties37

Slyvka-Tylyshchak A.

Simulation a solution of a hyperbolic equation with random factors39

Аджубей Л.Т.

Застосування мережі Хопфілда для прогнозування динаміки фінансових ринків40

Акбаш К.

Порядковий закон великих чисел для схеми максимуму41

Алієв С., Базилевич І., Єлейко Я.

Гранична теорема для гіллястого процесу із довільною кількістю типів частинок та неперервним часом42

Алиев С., Бойчук З.Г.

Применение теории ветвящихся процессов в опыте автоинтерференции элементарной частицы44

Андрашко Ю.В., Кузка О.І.

Антагоністичні задачі розміщення46

Багнюк О.М.

Ідентифікація місцеположення джерела забруднення в одновимірній стаціонарній задачі радіоактивного забруднення 47

Багрій-Заяць О.А

Про математичні моделі росту клітинних популяцій 49

Бартіш М.Я., Огородник Н.П.

Про деякі трикрокові методи мінімізації функцій 51

Бахрушин В.Є., Биткін С.В., Литвин В.М., Нацюк І.М., Редько А.Г.

Аналіз моделей прогнозування динаміки цін на кокс..... 52

Бейко І. В.

Узагальнені розв'язки граф-операторних систем в умовах неповних даних 53

Бейко І.В., Зінько П.М.

Використання алгоритмів розв'язуючих операторів підвищеної точності для побудовимінімізаторів функціоналів від функцій багатьох змінних..... 55

Бейко І.В., Коваленко О.М., Цуканова А.О.

Розробка програмного забезпечення для розв'язування лінійних алгебраїчних систем великої розмірності 56

Бейко І.В., Недужа О.І.

Методи відшукування та побудови математичних моделей динамічних процесів за даними натурних спостережень 56

Бейко І.В., Підвальна Я.І.

Алгоритми побудови мажоранти для термінальної множини максимінних процесів 57

Берзлев О.Ю., Маляр М.М.

Комплексний R/S-аналіз фондових ринків 58

Бірюков Д.С., Заславський В.А., Сідляренко А.І.

Планування будівництва, реконструкції та ремонту доріг та капітальних споруд на них за умов невизначеності обсягів фінансування 59

Бондарчук Ю.В.

Патерни взаємодії СППР як крок до віртуалізації СППР 60

Брила А.Ю., Гренджа В.І.

Задачі Парето-лексикографічної оптимізації з альтернативними залежними критеріями61

Бычков А.С., Павлюченко О.Г.

Устойчивость линейных импульсных гибридных автоматов с нечетким циклическим переключением.....62

Валеев К.Г., Шушарин Ю.В.

Исследования устойчивости решений системы линейных дифференциальных уравнений, зависящих от полумарковского случайного процесса63

Вергунова І.М.

Оптимізація агротехнологій за їх структурними функціями66

Власюк А.П., Багнюк О.М.

Локалізація місцеположення джерела забруднення в двовимірних нестационарних задачах масопереносу67

Власюк А.П., Сахарук М.А.

Математичне моделювання вертикальної міграції радіонуклідів при наявності зв'язуючого рослинного шару.....68

Власюк А.П., Федорчук Н.А.

Те-чисельне моделювання впливу тепло-масоперенесення на напружено-деформований стан основи багат шарової ґрунтової греблі70

Власюк А.П., Цветкова Т.П.

Математичне моделювання масопереносу сольових розчинів при фільтрації підземних вод в насичено-ненасичених ґрунтових середовищах з врахуванням інфільтрації.....73

Войтова Т.А., Гриненко А.А., Семенов В.В.

Методи для рівноважних задач з обмеженнями у вигляді варіаційних нерівностей75

Габуза Т.В., Сопронюк Ф.О.

Мінімізація термінального стану системи із запізненням та зміною вимірності фазового простору.....76

Гандзюк Н.М.

Експоненціальна оцінка розв'язку компартментної системи із запізненням на основі різницевої нерівності77

Гаркуша Н.І. Математичне моделювання деяких екологічних процесів	78
Гвоздецька І.С. Задачі керованості для диференціальних рівнянь динаміки Гомперца	79
Герус А.В. Оперативне прогнозування поширення забруднень у річках на основі математичного моделювання	81
Глебена М. І., Цегелик Г. Г. Чисельні методи мажорантного і мінорантного типів відшукування екстремуму довільних опуклих функцій.....	82
Голік А.О. Розпізнавання знаків дактильної мови жестів: формування векторів ознак на базі кількості та структури дефектів.....	83
Гололобов Д. О. Емпірична оцінка невідомого параметра випадкового поля із сильним перемішуванням	84
Голубєва К.М. Знаходження контуру ядер за допомогою правила 3σ	85
Горкуненко А.Б., Лупенко С.А. Математичне моделювання та інформаційні технології в задачах аналізу та прогнозування циклічних економічних процесів	86
Горун П.П., Чабанюк Я.М. Асимптотика генератора стрибкової оптимізації в Марковському середовищі в схемі усереднення	87
Гребенник И.В., Литвиненко А.С. Генерация комбинаторных множеств с заданными свойствами....	88
Грищенко О.Ю., Семенов В.В., Харченко І.І. Застосування перетворення Лапласа та чисельно-аналітичних методів для дослідження динамічних моделей.....	90
Губеладзе А.К. Об одной задаче построения модели сложных двоичных цепей Маркова	91

Дем'янчук Н., Лупенко С.

Інформаційна система генерування та імітації циклічних
сигналів.....93

Джалладова І.А.

Оцінки області стійкості і збіжності розв'язків систем з
квадратичною правою частиною94

Долгополов И.Н.

Моделирование эффективности взаимодействия
многокомпонентного лечебного комплекса локальной мишенью
биосистемы96

Доленко Г.О. , Чайка Д.

Багатокритеріальна оцінка рівня показників при аналізі
соціальних мереж97

Доценко С.И., Тменова Н.Ф.

О моделях наилучшего двустороннего двухэтапного взаимного
выбора.....99

Дудзяний І. М.

Асимптотичний розв'язок крайової задачі для узагальненого
квазіхвильового рівняння100

Емеличев В. А., Коротков В. В.

Устойчивость многокритериальной инвестиционной булевой
задачи с максиминными критериями Вальда101

Єлейко Я., Заболотний Р.

Колективне експертне оцінювання.....103

Єлейко Я., Томашевська І.

Оцінка ефективності регіонального розміщення факторів
виробництва104

Єпик Н.Б., Стефанишина-Гаврилюк Ю.Д., Стефанишин Д.В.

Про функції корисності та ризику при попарному порівнянні
альтернатив106

Жерновий К.Ю.

Дослідження системи з двошвидкісним обслуговуванням108

Жерновий Ю.В.

Стаціонарні характеристики систем $M^\theta / M / 1$ з двошвидкісним обслуговуванням..... 109

Заворотний А.Л., Касьянюк В.С.

Рекурентне парето-оптимальне оцінювання в умовах невизначеності 110

Загородній Ю., Любенко А.

Прийняття рішень на основі якісного аналізу моделі багатопродуктової інновації 111

Звізло М.Р.

Системний аналіз процесів ризику за умов узагальнених потоків 112

Ігнатишин М.І.

Математичне моделювання механічних гасників коливань..... 113

Ігнатишин М.І., Матвійчук С.С.

Особливості апроксимації контуру деталей одягу поліномами та лініями другого порядку 115

Іксанов О.М., Маринич О.В.

Про асимптотику БЕТА-Коалесцентів 116

Ілащук М.С., Сопронюк Є.Ф.

Аналіз стійкості систем зі змінною вимірністю фазового простору 117

Искендеров А.Д., Ягубов Г.Я., Ибрагимов Н.С.

Об оценке сходимости разностных аппроксимаций по функционалу в задаче идентификации для нестационарного уравнения квазиоптики 118

Квасній М. М., Квасній М. Р.

Оцінка короткострокової перспективи депозитного портфеля Кредобанку..... 120

Керенцева О., Лупенко С.

Текстурний аналіз зображень на основі емпіричних мод..... 125

Кійковська О.І., Чабанюк Я.М., Будз І.С.

Граничний генератор дифузійної процедури стохастичної апроксимації..... 126

Кінаш О. М., Пароля М. І., Шеремета М. М.

Оцінки знизу для характеристичних функцій ймовірносних законів..... 127

Ковальчук В.П.

Методологія управління водним режимом зрошуваних територій для захисту від підтоплення 129

Ковальчук П.І., Матяш Т.В., Балихіна Г.А., Пендак Н.В.

Інформаційна система моделювання ризиків водоспоживачів при платному водокористуванні 130

Комісарчук О.В., Фратавчан В.Г.

“Генетичний” синтез автоматів на прикладі модельної задачі “розумна мураха-3” 131

Косаревич К.

Стійкість розв’язку однієї матричної гри щодо збурення початкових даних 133

Коцур М.П., Руснак М.А.

Приклад оптимального керування об’єктом з розподіленими параметрами 134

Кошманенко В.Д., Харченко Н.В.

Виграшний перерозподіл при стартовому локальному паритеті.. 136

Крамар В.І., Лупенко С.А.

Моделювання процесів самоорганізації..... 137

Криковлюк Е.А, Сахнюк М.А.

Принятие решений на основе исследований в среде DATA FARMING..... 138

Кудін В.І., Тодоріко Б.Д.

Про властивості слабконелінійних збурень в елементах матричної гри у змішаних стратегіях 139

Кудін Г.І.

Про диференційованість псевдообернених матриць..... 141

Кукурба В.Р., Чабанюк Я.М., Будз І.С.

Генератор різницевої процедури оптимізації з напівмарковськими переключеннями 143

Кулян В.Р., Юнькова О.О., Рутицька В.В.	
Про оптимізацію стратегії інвестування	144
Лебедєва Т.Т., Семенова Н.В., Сергієнко Т.І.	
Дослідження стійкості векторних задач дискретної оптимізації ..	145
Литвиненко Я.В.	
Підходи до оцінювання функції ритму циклічних сигналів та процесів	146
Лівінська Г.В.	
Про апроксимативний Гаусівський процес для багатоканальних мереж	147
Лукашів Т.О., Нікітін А.В.	
Про стійкість за ймовірністю в цілому керовних стохастичних динамічних систем випадкової структури з Пуассоновими збуреннями	149
Лупенко С., Луцків А.	
Формування криптографічного ключа за динамічним підписом особи	151
Лупенко С.А., Сверстюк А.С.	
Використання вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів для задач моніторингу за біометричними сигналами	152
Ляшенко І.М., Колянова Т.В.	
Про вплив запізнення в моделі Г.І.Марчука	153
Макушенко І.А., Аккаш С.Х.	
Двокритеріальна оптимізаційна задача для багатоканальних мереж напівмарковського типу	157
Малюга А.В., Савкова В.П.	
Розробка функціональної моделі вступної компанії у ВНЗ	160
Марценюк В.П., Андрущак І.Є.	
Про концептуальну модель системи підтримки рішень в системних медичних дослідженнях	162
Марценюк В.П., Климук Н.Я.	
Модель захворювання з часом перебування на стадії за Гомперцом	163

Марценюк В.П., Кучвара О.М.	
Про SIR-модель співіснування двох штамів грипу	164
Марценюк В.П., Майхрук З.В.	
Дослідження біфуракцій в моделі імунного захисту	165
Марценюк В.П., Мінцер О. П., Меленчук І.Б.	
Задача адаптивного точкового регулювання для моделі фармакокінетики наночастинок	167
Матвієнко В.Т.	
Керування дискретними системами з обмеженнями на траєкторії системи	169
Махорт А.П.	
Вплив монополій та нелінійної залежності від ціни структури споживання товарів на рівновагу у відкритій економічній системі	170
Мащенко С.О., Бовсунівський О.М.	
Прийняття рішень за нечітко визначеною ціллю	171
Мащенко С.О., Моренець В.І.	
Прийняття рішень за відношенням переваги в умовах невизначе- ності з нечіткою множиною станів природи.....	172
Меньшиков Ю.Л.	
Стійкі розв'язки в обернених задачах синтезу	173
Назарага І.М.	
Про один підхід до прогнозування валових інвестицій.....	175
Наконечний О.Г., Демиденко С.В.	
Гарантовані оцінки розв'язків лінійних алгебраїчних рівнянь з параметром.....	176
Наконечний О. Г., Шушарін Ю.В.	
Оптимізація множин початкових значень в задачах стійкості стохастичних систем з дискретним часом	177
Негадайлов П.	
Про деякі характеристики випадкових блукань з Бар'єром	178
Нікітченко М.С., Шкільняк О.С., Шкільняк С.С.	
Багатозначні логіки та двозначні композиційно-номінативні логіки часткових предикатів	179

Новак С.Н.	
Стохастическое равновесие валютного рынка	180
Омельянчик Д.А.	
Агентно-орієнтоване моделювання економічних систем	181
Охременко А.Е., Степанов О.В., Черній Д.І.	
Мобільні системи прогнозування та інформаційної підтримки прийняття рішень	182
Пагіря М., Кацала Р.	
Ланцюгові дробі як апарат наближення функцій	184
Пашко А.О.	
Моделювання лінійних ізотропних полів на сфері	185
Поліщук Г., Лупенко С.	
Впровадження GRID-технологій в кардіодіагностиці	186
Прищепа О.В.	
Гістерезисне керування багатоканальною системою з обмеженим числом повторень	187
Прядко О. Я., Цегелик Г. Г.	
Двокритеріальна задача оптимізації банківського кредитування	190
Рагуліна О.Ю.	
Оптимальне керування рівнем умовної франшизи в класичній моделі ризику з точки зору максимізації ймовірності небанкрутства	191
Романчук К.Г., Стефанишин Д.В.	
Про використання методу Байєса в задачах оцінки ризику аварій на гідропорудах	192
Россада Т.В., Скляр А.В.	
Подання напівструктурованих даних в інтелектуальних навчальних системах	194
Руснак М., Хомнюк І.	
Стратегія відновлення подрібнених документів	195
Руснак М., Юрій В.	
Стратегія розв'язування задачі оптимального розкрою	196

Савула Я., Щербата Г., Щербатий М. Задачі ідентифікації параметрів для процесів гетеродифузного масопереносу	197
Садовяк А., Гуцул Д. Моделювання СМО з не найпростішим вхідним потоком.....	198
Сарабун Р.О. Математична модель МакШеррі для генерування штучних Екг сигналів.....	199
Семенов В.В. Прогресивність системи міжбюджетних трансфертів України ...	200
Семенов В.В., Степовий Д.В. Деякі підходи до вибору з парето множини	201
Семенова Н.В., Мартиновська М.В. Параметричний та постоптимальний аналіз задач дискретної оптимізації.....	202
Сеньо П.С. Обчислювальні методи на основі лінійних інтервальних обмежників.....	204
Сіренко І.П. Дослідження граничних концентрацій математичної моделі росту культури мікроорганізмів	205
Сидорук Г. Розробка бджолиного алгоритму розв'язання оптимізаційних задач на перестановках	206
Сопронюк О.Л. Практична стійкість лінійних параметричних систем зі зміною вимірності фазового простору.....	207
Стеля О.Б., Стеля І.О., Тригуб О.С. Сплайнова схема розв'язання нестационарного рівняння адвекції-дифузії в Лагранжевій формі.....	208
Стефанишина-Гаврилюк Ю.Д., Стефанишин Д.В. Про невизначеність та нечіткість довгострокових прогнозів за даними спостережень на основі екстраполяцій	209

Тадесєв Ю.П.

До питання ефективного перерахунку матриці прямих витрат моделі Леонтьєва з врахуванням технологічних змін 211

Тарасова О.В.

Задача медіапланування як задача розміщення з обмеженнями. 212

Терещенко В.М., Терещенко О.В.

Інтегральні зображення розв'язків зв'язаної задачі термопружності для кусково-однорідної області 213

Терещенко В.М., Фісуненко А.Л.

Модель мультиагентної адаптивної системи обробки візуальної інформації..... 214

Тимофієва Н.К., Гриценко В.І.

Про природу невизначеності в задачі клінічної діагностики 215

Турбал Ю.В.

Солітонна модель сейсмічного процесу 216

Усар І. Я., Протопоп Ю.О.

Швидкість збіжності стаціонарних розподілів систем з повторними викликами 217

Филимонов Н.Б.

Численные методы полиэдрального программирования..... 218

Фордзюн Ю.І.

Проблемні питання об'єктивної оцінки психологічних відчуттів комфорту взуття за результатами експертного опитування респондентів..... 219

Хайлук С. О.

Оцінка ефективності банківської системи в умовах невизначеності 221

Хашеминежад Саид

Исследование силовой установки МБПЛА 222

Хитрий І.В.

Про один метод визначення однаковості ймовірності успіху за спостереженнями над двома випадковими величинами, що мають розподіл Бернуллі 223

Хомів Б.А., Лупенко С.А. Формування інтегральної оцінки об'єкта у задачах OPINION MINING	224
Цегелик Г.Г., Коркуна Н.М. Математична модель визначення оптимальної ставки оподаткування.....	225
Цимбал В. Сингулярно збурені гіперболічне та еліптичне рівняння з випадковими початковими та крайовими умовами	226
Чабанюк Я.М., Хімка У.Т., Семенюк С.А. Флуктуації різницевої процедури стохастичної оптимізації з дифузійним збуренням	227
Четырбок П. В. Методы распознавания сигналов в условиях помех с использование векторного критерия	228
Шакотько Т.И., Хусаинов Д.Я. Особенности динамики в моделях популяции с запаздыванием ..	230
Шахно С.М., Ярмола Г.П. Двокроковий метод з послідовною апроксимацією оберненого оператора.....	231
Шевченко М.О., Кудін В.Г., Кобилінська Н.Г., Судацова В.С. Модельовання термодинамічних властивостей сплавів	232
Шевченко М.О., Судацова В.С., Кудін В.Г., Кобилінська Н.Г. Модельовання фізико-хімічних сплавів з сильною взаємодією частинок	233
Шкільняк О.С. Композиційно-номінативні модальні логіки епістемічного типу	234
Шпак П., Єлейко Я. Деякі властивості керованих марковських процесів.....	235

SOFTWARE FOR TIME SERIES CORRELATION ANALYSIS, BASED ON USING OF THE SAMPLE DETERMINATION COEFFICIENT

Bakhrushin V.E., Bakhrushin A.V.

Vladimir.Bakhrushin@zhu.edu.ua

Cross- and autocorrelation analysis are the widely used techniques for time series studying. They are based on using of Pearson correlation coefficient as a bond power measure. Such approach is inadequate in the case of non-linear bonds. For this reason it was proposed in [1] to use the sample determination coefficient instead the correlation one. This coefficient may be calculated if the unknown bond model will be replaced with some piecewise constant function. But intervals of constancy may be formed in different ways and respectively the different values of sample determination coefficient will be obtained. For increasing of its stability new approach for determining of determination coefficient, based on moving average smoothing of data, was proposed in [2].

This approach was realized in a new software application for cross- and autocorrelation analysis of time series. Comparatively with previous version the procedure of determination coefficient calculation was rewrite according to [2] and some changes in application interface were done. Software application was tested on examples of linear, quadratic, harmonic and some other types of bond with the different random errors and different values of time shift. The results of testing shows, that the application gives an opportunity to increase the accuracy and reliability of cross- and autocorrelation analyses of time series and will be useful in the solving of forecasting and decision making problems.

References

1. Бахрушин В.Є. Застосування показників нелінійної кореляції для побудови й аналізу крос-кореляційних функцій / В.Є. Бахрушин, В.Є. Павленко, С.В. Петрова // Складні системи і процеси. – 2009, № 2. – С. 78 – 85.
2. Бахрушин В.Є. Методи оцінювання характеристик нелінійних статистических зв'язей / В.Є. Бахрушин // Системні технології: Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. Дніпропетровськ, 2011. – № 2(73). – С. 9 – 14.

ANALYSIS OF POSSIBILITIES FOR ACTUARIAL RISKS ANALYSIS

Bidiuk P.I., Gasanov A.S., Kozhukhivska O.A.

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»
pbidyuke@gmail.com

The insurance area is characterized by a set of various financial risks, specifically: (1) – individual risks; (2) – short period collective risks; (3) – collective risks for long periods; (4) – large distributed losses risks; (5) – operational risks; (6) – credit loan loss; (7) – bankruptcy risk, and some others. A possible source of information for the financial risks modeling and management could be insurance policies that contain useful information.

On the other side it is important to get objective information relevant to the current state of an insurance company from independent sources. It is necessary to determine correctness of activities of the risk management department and to study the information that it uses. Generally the procedure of risks identification and management could be represented in the form of cyclically performed series of actions: (1) establishing the possible risk types; (2) identification and description of situations that are directly linked with the risk factors; (3) a detailed analysis of possible risk types with estimation of possible losses, methods of their evaluation and forecasting; (4) making decisions regarding the risk management; (5) tracking for the decisions implementation and identification of new risk indicators; (6) compiling reports regarding the actions directed to the active management of risky situations or ignoring them, or eliminating them.

There are several methods for quantitative risk analysis that could be applied for solving the problem of deeper understanding and estimating the financial risk. This class includes the following techniques: (1) statistical estimation (empirical studies, estimation of maximum possible losses, estimation of probability distribution functions, regression analysis, etc); (2) frequency analysis of losses (frequency analysis of loss magnitude, theory of extreme values, stochastic differential equations); (3) Bayesian approach (dynamic models of the process under study, influence diagrams, Bayesian belief networks, processes development charts); (4) artificial intelligence systems based on neural networks and neuro-fuzzy models (e.g., client classification); (5) Monte Carlo techniques based models and regime switching models (scenario generation models, income analysis,

strategic investment analysis); (6) expert estimation techniques and fuzzy logic (fuzzy logic models and techniques, Delphi method, estimation of market risk in insurance); (7) practical methodologies (stress-testing and scenario analysis, industrial and business scenarios, dynamic financial analysis, comparing various companies activities in the frames of specific market sectors).

Today we investigate the possibilities for application of statistical and Bayesian methods to the analysis of selected actuarial risks, specifically operational and losses risks, using the data provided by local insurance company.

JOINT PROPERTIES OF THE NETWORK'S MODELS WITH THE PARALLEL STRUCTURE AND COMMON INPUT FLOWS

Chechelnitski A., Blokha O., Kucherenko O.

Taras Shevchenko National University of Kyiv
che@unicyb.kiev.ua

We will consider a model of the parallel structure with the r multichannel systems $[M / M / \infty]$ and with the common input flow of customers. We suppose also that customers arrive simultaneously from outside and give a service individually at the each station. After completing server in only one station they depart the model. We assume that sequences of interarrival times and service times form mutually independent sequences of identically distributed random variables. The interarrival times I_j have the exponential distribution with parameter λ and service times at the i th station ($i = 1, r$) have the exponential distribution with parameter μ_i .

Theorem. The sequence of stochastic processes $\xi_n^i(t) = n^{-1/2} (Q_i(nt) - n\alpha_i)$, where $Q_i(t)$ is a number of customers at the i -th station ($t \geq 0$), $\alpha_i = \lambda / \mu_i$, ($i = 1, r$) converges for any segment $[0, T]$ in uniform metric to diffusion process $\xi(t)$ satisfying the following equation $d\xi(t) = a(\xi(t))dt + Bdw(t)$, where

$a(\xi(t)) = (-\mu_1 \xi_1(t), \dots, -\mu_r \xi_r(t))$ and diffusion matrix

$$B^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda & \lambda & \dots & \lambda \\ \lambda & 2\lambda & \lambda & \lambda \\ \vdots & \lambda & \ddots & \lambda \\ \lambda & \dots & \lambda & 2\lambda \end{pmatrix}$$

References

1. Chechelnitzski A.A., (1999) Asymptotical properties of Erlang Queueing systems with dependent Poisson input flow. Top, v.7, 221-229.

FUNDAMENTAL MATHEMATICS AND MATH MODELLING

V.S. Donchenko

voldon@unicyb.kiev.ua

There are some principal consideration determined the relations between Math and Empiric experience. As to the Mathematics by itself. For example Wikipedia [1] states the next: "Mathematics is the study of quantity, structure, space, and change. Mathematicians seek out patterns, formulate new conjectures, and establish truth by rigorous deduction from appropriately chosen axioms and definitions." Thus, the specific objects (Math structures) and conception of Math truth (rigorous deduction) are the essence of the Mathematics.

As to the Math structures (see, for example [2]). When saying "math structure" we ought to understand it to be a set plus "bonds", "relations" between elements of the set. Correspondent "bonds" or "relations" in Math specified by: 1) Math relations (for example " $\leq$ " in $\mathbb{R}^1$); 2) functions; 3) operations (for example "+", " $\cdot$ " in $\mathbb{R}^1$); 4) collections of the subsets (for example, collection of open subsets, or collection closed subsets or collection of neighbours in $\mathbb{R}^1$); 5) combinations of the four previous.

The fundament of the Math truth is the conception of deducibility. It means that the status of truth (proved statement) has the statement which is terminal in the specially constructed sequence of statements, which called its proof. The peculiarity in sequence constructing means, that a next one in it produced by previous by special admissible rules (deduction rules) from initial admissible statements (axioms and

premises of a theorem). As a rule, corresponded admissible statements have the form of equations with the formulas in both its sides. So, each next statement in the sequence-proof of the terminal statement is produced by previous member of sequence (equation) by changing some part of formulas in left or right it side on another: from another side of equations-axioms or equations premises. The specification of the restrictions on admissible statements and the deduction rules are the object of math logic.

The main aim of Math modelling is math description of an object under investigation, construction of the statements, which are mathematically true with the consequent interpreting of these statements within the correspondent object. As a mathematical object is a math structure (set plus relations), an object under consideration must be considered also as structure: collection of the parts related to each other by relations of these or those type. So math modeling is the reproducing of the object structure by the means of the math structure. And these two structures are related by interpretation. Such interpretations for example, may be: function and its derivatives correspondingly for the path and speed; integration and differentiation as the means to represent the relation between speed and path. Likewise, a frequencies (it's limits) that or those groups of the result in a sequence of observations of a random phenomenon are interpreted as a probabilities and vice versa. Surely that or those interpretations can be applied under certain restrictions. So we can't investigate discrete systems by the means of differential equations or apply probabilistic method out of fulfilling stability frequencies low. The main aim of the Math description, the Math modeling of the real object, is to take the advantages establishing true statements for the apt Math object(target statement), which represents real object: for its Math model, with the following interpretation of the correspondent statements. So, if the model of the real object is equation, the target math statement is the statement about its decision and following interpretation of the decision for the real object. So, the next tree-step procedure is the essence of the Applied Math and, correspondingly, Math modeling. 1. Math description the object on the base of the available knowledge about the real object under consideration and with the help of an apt interpretation. 2. Establishing of math true for the apt (target) statements within the Math model. 3. Interpretation of the target math statement for the real object. The first and the last steps are impossible without interpretation. The

availability of interpretation is principal for applied math. Thus, interpretation plus math rigorous truth is the essence of the applied math and math modeling. So, for example, numerology is not Math and AppMa, because it does not appeal to Math true statements.

Namely, we ought to consider a complex system as a complex structured object: object with numerous parts related to each other by the relations of different kind.

References

1. Mathematics. [Electronic resource] -Wikipedia:
<http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics>.
2. Донченко В.С. Неопределённость и математические структуры в прикладных исследованиях/ Human aspects of Artificial Intelligence International Book Series Information science & Computing.– Number 12. – Supplement to International Journal “Information technologies and Knowledge”. –Volume 3.–2009. – P. 9-18.

STATISTICAL INFERENCE OF DOUBLY LEFT-CENSORED SAMPLES FROM EXPONENTIAL DISTRIBUTION

Fusek, M., Michálek, J.

Brno University of Technology, Brno, Czech Republic

fusek.m@gmail.com

michalek@fme.vutbr.cz

Censored samples are very frequent in many different branches of statistical applications ([2]). The paper focuses on application of censored samples in environmental studies, where the samples are often left censored. Many articles about left censored data with normal distribution have been published in the past years ([1, 3]). The results published in environmental applications usually assume left censoring and normal distribution of studied variables. However, for left censored exponential distribution, which is frequent in environmental applications, there are only few general comments based on the maximum likelihood approach. In this contribution, maximum likelihood approach together with doubly left-censored data is used. The exact Fisher information is derived and used for determination of confidence intervals for parameter estimates. These results are compared with those obtained from the empirical Fisher information on simulated data. Finally, the results are demonstrated on environmental data of biotic matrices contamination.

References

1. Aboueissa, A. E.-M. A. *Maximum likelihood estimators of population parameters from multiply censored samples*. Environmetrics Vol. **20** (3), p. 312-330, 2009
2. Cohen, A. C. *Truncated and Censored Samples*. CRC Press, 328 pages, ISBN: 0824784472, 1991.
3. El-Shaarawi, A. H., Esterby, S. R. *Replacement of censored observations by a constant: An evaluation*. Water Research **26** (6), p. 835-844, 1992.

HIERARCHICAL PLANNING AND DECISION MAKING METHODS FOR INFORMATION MODEL OF THE SCHOOLS

Grygorovych V.

Lviv Polytechnic National University, Ukraine

viktor.grigorovich@gmail.com

The research is directed on problem solution – the development of mathematical models, methods of hierarchical planning and decision making in complex organizational and production systems with the network representation of processes and limited resources. Constructive mathematical models of optimization of linear and convex quadratic programming for analytic hierarchy process to find weights for good or bad agreed heterogeneous matrices of paired comparisons were created.

There are describes and analyzes the criteria for evaluation of comprehensive schools. Set of parameters that will be used to construct the information model of the school to implement it in complex intelligent information technologies of generating of projects of transformations of the school was defined. Classification criteria for evaluating schools based on the possibility of using to construction of the relevant expert system was proposed. Information model of comprehensive school based state space was developed. State space system provides triple $S = (O, A, R)$ with the following components: O – the set of objects, A – set of attributes and R – set of relationships between objects. Adding or removing an object, changing the attribute value or changing the relations leads to a change of system. Selection criteria for evaluating schools for construction aggregate state space dimensions were provided and methods of measurement values of the criteria were describes. Metrics to assess the extent proximity criteria values were constructed. The proposed approach allows describing the

transformation of schools to target state as a trajectory in state space from the actual (current) state to the target state.

References

1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Tomas Saaty. The Analytic Hierarchy Process. –Пер. с англ. Р.Г. Вачнадзе. - М.: Радио и связь, 1993. – 315 с.
2. Павлов А.А., Мисюра Е.Б., Кут В.И., Щербатенко О.В., Михайлов В.В. Математические модели иерархического планирования и принятия решений. // Вісник НТУУ “КПІ”. Інформатика, управління та обчислювальна техніка. К.: “БЕК+”, 2008.– №48.– С.63-66.

BIHAMILTONITY OF TWO-DIMENSIONAL ISOTROPIC ZAKHAROV-KUZNETSOV NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

Arkadii Kindyaliuk, Mykola Prytula

Ivan Franko National University in L'viv, Ukraine

a.kindybaluk@mail.ru, mykola.prytula@gmail.com

Following two-dimensional nonlinear dynamical system is considered in this paper:

$$u_t = u_{xxx} + u_{xyy} + u_{yyy} + uu_x - uu_y = K[u], \quad (1)$$

where $K[u]$ – smooth by Frechét functionally polynomial vector field [1]. System (1) has been derived as a sum of two nonlinear models describing wave propagation in x-direction [1]: $u_t + uu_x = u_{xxx} + u_{xyy}$ and y-direction: $u_t + uu_y = u_{yyy} + u_{xyy}$. Derived system (1) is *isotropic*, since it describes wave propagation in x and y direction simultaneously.

Infinite hierarchy of conservation laws has been found. First three of them are presented below:

$$\gamma_0 = \iint_{\Omega} u dx dy, \quad \gamma_1 = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} u^2 dx dy, \quad \gamma_2 = -\frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left(u_x^2 + u_y^2 + \frac{u^3}{3} \right) dx dy$$

Also implectic operators for system (1) have been found:

$$\eta = -(\partial_x + \partial_y),$$

$$\mathcal{G} = \partial_{xxx} + \partial_{xxy} + \partial_{xyy} + \partial_{yyy} - \frac{1}{3}(u\partial_x + \partial_x u + u\partial_y + \partial_y u).$$

In our case correspondal Hamiltonians are:

$$H_\eta = \gamma_2, \quad H_g = \gamma_1.$$

References

1. Prykarpatsky A.K., Mykytiuk I. V. Algebraic integrability of nonlinear dynamical systems on manifolds: classical and quantum aspects. / A.K. Prykarpatsky, I.V. Mykytiuk.//– Netherlands:Kluwer, - 1999. – 560p.
2. Zakharov V.E., Kuznetsov E. A.: On three dimensional solitons/ V.E. Zakharov, E. A. Kuznetsov // Sov. Phys. JETP, 39 (1974) 285-286 pp.

BEHAVIOUR MODELLING ON SMALL EXCHANGE MARKETS

Lytvynenko I. O.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

igor@ert.org.ua

In the first approximation exchange markets can be considered as the simplest ones with buyers and sellers described by demand and supply functions. We have homogenous good and almost competitive market here. Everything is fine except one. Such models can describe only steady states. But steady state changes continuously, if we take into account the fact that small exchange markets are volatile enough. We almost never reach ideal steady state.

In many applications based on short-run forecasts it can be useful to consider adjustment path to the expected steady state rather than steady state itself. Moreover, if we are trying to forecast exchange rates, it is good idea to consider not only expected forecast, but also rates distributions. This will allow us to make more confident decisions.

In this paper we consider one approach of building similar forecasts.

First of all let's rule out term "exchange rate". It is a bit confusing term due to the fact that ceteris paribus the higher amount of money one wants to exchange the worse exchange rate will be. In order to do this let's suppose that we want to exchange S units of money during a fixed

period of time. We can use this time to behave like a seller with some fixed exchange rate. During given period we can sell all our currency, if our rate is attractive to buyer. Otherwise we will sell only some portion of available currency. In this case remaining currency can be exchanged on the opposite market, but we behave like a buyer rather than seller here and rates will be worse.

Let's assume that we are trying to sell available currency with rate r_1 . $\psi^*(S_1, r_1)$ – random variable expressing the amount of target currency we can receive having S_1 unit of source currency. Then we can state that $\psi^*(S_1, r_1) = r_1\psi(S_1, r_1) + \eta(S_1 - \psi(S_1, r_1))$, where $\psi(S_1, r_1)$ – amount of original currency sold by rate r_1 , $\eta(x)$ – amount of target currency received after selling remaining currency on opposite market.

Using this representation, distributions of $\psi(S_1, r_1)$ and $\eta(x)$ were fitted to collected data allowing to calculate $\psi^*(S_1, r_1)$ for different arguments.

PERSONALIZED MULTI-CRITERIA DECISION SUPPORT MODELING BASED ON OWA LINGUISTIC QUANTIFIERS

Muzychuk A.

Lviv University of Ivan Franko, Ukraine

emit@ukr.net

Real life tasks usually involve evaluation the alternatives with multiple attributes. Based on user's preference and his or her attitude towards risk it is not always possible to obtain solution that satisfies all criteria. In such cases user interaction with model leads to finding the optimal decision. In the paper an approach to the model of personalized multi-criteria decision support based on the Ordered Weight Average linguistic quantifiers is proposed.

Yager (1988) proposed OWA as a parameterized family of combination operators. Given a set of n weighted standardized criterion (attribute) values $(w_1a_{i1}, w_2a_{i2}, \dots, w_na_{in})$ for each alternative i , and a set of order weights $\left(v_1, v_2, \dots, v_n, 0 \leq v_i \leq 1, \sum_i v_i = 1\right)$, OWA can be defined as follows:

$$OWA_i = \sum_{j=1}^n v_j b_{ij}$$

where $b_{i1} \geq b_{i2} \geq \dots \geq b_{in}$ is the sequence obtained by reordering the weighted criterion values $w_1 a_{i1}, w_2 a_{i2}, \dots, w_n a_{in}$.

Standard assumptions behind multi-criteria decision analysis are following:

- Criterion weights have the following properties:

$$0 \leq w_j \leq 1 \quad \text{and} \quad \sum_j w_j = 1$$

- Attribute values are standardized so that $0 \leq a_{ij} \leq 1$ for the i -th alternative ($i = 1, n$) and the j -th attribute ($j = 1, m$) (Malczewski, 1999)

The concept of linguistic quantifiers was introduced by Zadeh (1983). The quantifiers are represented as fuzzy sets, and consequently they are also referred to as fuzzy quantifiers. The concept of fuzzy quantifiers allows for the translation of natural language specifications into formal mathematical expressions, which directly leads to the formulation of the multi-criteria decision/evaluation functions. There are two generic classes of linguistic quantifiers: absolute and relative quantifiers. In the paper we used relative quantifiers that are closely related to imprecise proportions. They are defined as fuzzy subset of $[0, 1]$ with proportional terms such as a few, half, many, most, etc. In the paper the methods for defining a parameterized subset on the unit interval for linguistic quantifier is proposed based on user's attitude towards risk.

Personalized multi-criteria decision support model based on OWA linguistic quantifiers can be used as background for software applications that are directed towards personalized decision support system.

Reference

1. Yager R R. 1988. On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 18, P. 183–190.
2. Yager R R. 1996. Quantifier guided aggregation using OWA operators. International Journal of Intelligent Systems, 11, P. 49–73.

MODELING AND PREDICTIVE ESTIMATIONS OF INFORMATION TREATS UNDER UNCERTAINTIES

Nakonechny O.G., Donchenko V.S., Zinko P.M.

National Taras Shevchenko University of Kyiv

nakonechniy@unicyb.kiev.ua

1. National security of Ukraine under Information threats

The current stage of "information society" is characterized by an increasingly growing role of information. Therefore, the national security of Ukraine is increasingly dependent on the provision of information security. Factors affecting the formation of information security threats in developing countries may include [1]:

- weak integration into the global information field;
- lack of professionalism and activity of its information services;
- extensive use of media by some political forces that may depend on organized crime and mafia structures;
- formation of a false idea about the state of the world media the other, especially unfriendly countries that defend their own interests;
- inability to meet fully information and propaganda and terrorist acts of other states because of poor logistics and inadequate financial support.

The main threats to information security of the state are:

- 1) threats to constitutional rights and freedoms of man and citizen in the spiritual life and information activities;
- 2) threat information to ensure public policy;
- 3) the threat of domestic industry information including industry of information, telecommunications and communications.

Priority problems for researching in the field information security may be divided into three areas:

- a) humanitarian;
- b) scientific and technological;
- c) staffing in the information assurance.

Modern approaches in studying humanities information security problems (i.e. those associated with a "human factor") can be substantially enriched by precise methods: by applying the mathematical modeling methods based on modern sociology and social psychology achievements.

Various techniques of Psychological warfare (PSYWAR) and Information Warfare (IW) can be used, by any set of groups for activities (hostile states, for example, extremist groups, terrorist organizations, and so on) in order to influence a target audience's value

systems, belief systems, emotions, motives, reasoning, or behavior. It is used to induce confessions or reinforce attitudes and behaviors favorable to the originator's objectives.

Accordingly, the substantial problems of information security (along with the disclosing the sources, nature and mechanisms enable emerging and spreading socially significant information threats) is the searching for methods of repulsing or for reducing drastically the information threats. Obviously significant for investigation in this field are exquisite and refined methods of mathematics.

Monitoring, analyzing and forecasting systems for information threats must be developed in the state aiming to prevent the dangers of negative consequences. Mathematical modeling modules will be reasonable and important integral components of the systems aimed the targets discussed.

In this report mathematical models of information threats dissemination are proposed as well as models of information confrontation. These models enable the discussion about methods of influence on correspondent processes.

II. Mathematical models of information threats

It is assumed in the model that there exists a certain social community (SC) with number L_0 of its members. This community is the object of influence by two conflicting heterogeneous information flows I_1, I_2 (information confrontation, rivalry) with correspondent sources $S_i, i=1,2$. Both of the sources begin their activity at a certain moment, denoted by $t_0 = 0$. The number of SC accepted the position of the correspond source $S_i, i=1,2$ at the moment $t: t \geq 0$, are denoted by the $L_i(t), i=1,2$.

It is also assumed in the mathematical model proposed, that the next suppositions are fulfilled.

1. Information flows $I_i, i=1,2$ may reach the members of SC only by one of two channels: $Ch_i, i=1,2$. One of them, say Ch_1 is considered as external(outer) to SC, another – internal. Each of the sources $S_i, i=1,2$ can use each of the channels.

- 1.1. Each of the sources $S_i, i=1,2$ has its own preferences within two channels. These preferences are manifested in correspondent

intensities of its using: $(a_i, b_i), i=1,2$ correspondingly. These means, that source S_1 has intensity (a_1, b_1) for the channels $Ch_i, i=1,2$ correspondingly, and the source $S_2 - (a_2, b_2)$ for the channels respectively.

1.2. The influence of the channel appears in enlarging the numbers of its addicts. Such enlarging is proportional is realized from those have not been “recruited” during the period $[0, t]$: from number of $L_0 - L_1(t) - L_2(t)$ members of SC.

2. The “recruiting speeds”, $\frac{dL_i(t)}{dt}, i=1,2$ for each of the channels will be referenced by, correspondingly, “outer” and “inner” recruiting speeds.

2.1. Outer recruiting is proportional to correspond intensities: a_1, a_2 , and influence on those members of SC, have not been recruited yet. Thus, correspond speed is determined by the expression:

$$\frac{dL_1(t)}{dt} = (a_1 + a_2 L_1(t))(L_0 - L_1(t) - L_2(t)), L_1(0) > 0.$$

2.2. For the same reasons for the “inner recruiting” we have:

$$\frac{dL_2(t)}{dt} = (b_1 + b_2 L_2(t))(L_0 - L_1(t) - L_2(t)), L_2(0) > 0.$$

So, we come to the next mathematical model [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dL_1(t)}{dt} &= (a_1 + a_2 L_1(t))(L_0 - L_1(t) - L_2(t)), L_1(0) > 0 \\ \frac{dL_2(t)}{dt} &= (b_1 + b_2 L_2(t))(L_0 - L_1(t) - L_2(t)), L_2(0) > 0. \end{aligned} \tag{1}$$

The model (1) is a starting point for investigating the information confrontation process. Are the characteristics L_0, a_1, a_2, b_1, b_2 known as well as initial values $L_1(0), L_2(0)$, the evolution of the process can be studied analytically or by using of numerical methods.

III. Predicting estimations of information threats under uncertainties

We will assume further, that we have the observations $y_i, i=1,2$ of the $L_i(t_k, a_0), i=1,2$, correspondingly, at the moments $t_k, k=\overline{1, N}, (t_{k+1} > t_k)$ with the errors $v_i(t_k), i=1,2$, i.e.

$$y_1(t_k) = L_1(t_k, a_0) + v_1(t_k), y_2(t_k) = L_2(t_k, b_0) + v_2(t_k), k = \overline{1, N},$$

where

- $a_0 = (a_1^0, a_2^0), b_0 = (b_1^0, b_2^0)$ – unknown parameters,
- $v_{ik} = v_i(t_k), i=1,2$ – the errors of correspondent observations, which are also unknown and assumed to belong to the set G , determined by the expression

$$G = \left\{ v : \sum_{k=1}^N F_k(v_{1k}, v_{2k}) \leq 1 \right\},$$

where $F_k(x_1, x_2)$ – nonnegative with $F_k(0, 0) = 0, k = \overline{1, N}$.

Let us the set Q is, determined by the expression:

$$Q = \left\{ (a, b) : \sum_{k=1}^N F_k(y_1(t_k) - L_1(t_k, a), y_2(t_k) - L_2(t_k, b)) \leq 1 \right\},$$

in which $a = (a_1, a_2), b = (b_1, b_2), v = (v_1, v_2), v_1 = (v_{11}, \dots, v_{1N}), v_2 = (v_{21}, \dots, v_{2N})$, and $L_1(t, a), L_2(t, b)$ – solutions of the system (1). It will be assumed, that Q is bounded.

We denote by $L(T, a, b)$ the vector with two components: $L_1(T, a), L_2(T, b)$, and by $|L(T, a, b)|$ – its Euclidean norm.

The problem of finding the mean square optimal predictive estimations $\hat{L}(T), T > t_N$ for $L(T, a, b)$ and trajectories will be considered in the next form [3]:

$$\begin{aligned} \min_{a,b} \max_{(a_0, b_0) \in Q} |L(T, a, b) - L(T, a_0, b_0)|^2 &= \max_{(a_0, b_0) \in Q} |\hat{L}(T) - L(T, a_0, b_0)|^2, \\ \min_{a,b} v^{-1}(Q) \int_Q |L(T, a, b) - L(T, a_0, b_0)|^2 da_0 db_0 &= \\ &= v^{-1}(Q) \int_Q |\hat{L}(T) - L(T, a_0, b_0)|^2 da_0 db_0, \end{aligned}$$

$v(Q)$ – Lebesgue measure of Q .

Correspondent approaches and solutions for such problem one can find in [3].

References

1. Strelbytc'ka L.M. Information terrorism and cyber crimes: nature and consequence(In Ukrainian: Інформаційний тероризм та кіберзлочини: природа та наслідки / Л.М.Стрельбицька, М.П.Стрелбицький // Інформаційна безпека людини, суспільства, держави. – 2011. - №2 (6). – С. 90 – 95).
2. Mykhajlov A.P The model of Information struggle (In Ukrainian: Михайлов А.П. Модели информационной борьбы / А.П. Михайлов, Н.А.Маревцева // Математическое моделирование. – 2011. – Т.23, №10. – С. 19 - 32.)
3. Nakonechny O.G. Parameter estimation under uncertainties (In Ukrainian: Оцінювання параметрів в умовах невизначеності / О.Г.Наконечний // Наукові записки КНУ імені Тараса Шевченка, серія: «Кібернетика». – 2004. – С.102 – 111.

EXAMINATION OF DEPENDENCES BETWEEN TERROSIST THREAT AND POLITICAL AND ECONOMIC DEVELOPMENTS BY MULTIVARIATE STATISTICAL ANALYSIS

Odehnal J., Sedlačík M., Michálek J.

Faculty of Economics and Management, University of Defence, Brno,
the Czech Republic

**jakub.odehnal@unob.cz , marek.sedlacik@unob.cz
michalek@fme.vutbr.cz**

The paper focuses on study of dependences between terrorist attacks (intensity of a terrorist threat) and development of selected political, economic and military parameters relevant to setting adequate counterterrorist policy. Problem of evaluation of terrorist behavior ranks among topical economic and econometric issues. For instance, Gaibullov, Sandler (2008) examine the impact of terrorism on economic growth by long time series analyses. Enders, Sandler (1996) also estimate the negative and significant impact of terrorism on foreign direct investment in the case of Spain and Greece. Blomberg, Hess and Weerapane (2004) utilized a model demonstrating that the probability

of terrorist attacks has proven to be higher in better democratically developed countries and countries with higher revenues. Chen, Siems (2004) estimates relation between terrorist attacks and returns of financial markets. The cost and impact of terrorism on tourism industry are discussed in Enders, Sander (1991). These authors constructed a time series model and found out that terrorism decreased the number of visitors in Spain.

To quantify the general economic, political and military variables the authors use data selected from the Political Risk Services Group.

The influence of six economic and political explanatory variables Government Stability, Socioeconomic Conditions, Internal Conflict, External Conflict, Corruption and Democratic Accountability on response variable Risk of Terrorism will be described by generalized linear model. The classification of states according to the relationship among response variable and covariates will be given using cluster analysis and regression trees.

References

- 1 JOHNSON, R. A., WICHERN, D. W. (2007). Applied Multivariate Statistical Analysis, Pearson Prentice Hall, ISBN 0-13-18-187715-1.
- 2 BLOMBERG, S. B., HESS, G., WEERAPANA, A. (2004). Economic Conditions and Terrorism European Journal of Political Economy, Vol. 20, pp. 463-478.
- 3 CHEN, A., SIEMS, T. (2004). The Effects of Terrorism on Global Capital Markets. European Journal of Political Economy, Vol. 20, pp. 349-366.
- 4 ENDERS, W., SANDLER, T. (1991). Causality Between Transnational Terrorism and Tourism: The Case of Spain. Terrorism, Vol. 14:1, pp. 49-58.
- 5 ENDERS, W., SANDLER, T. (1996). Terrorism and Foreign Direct Investment in Spain and Greece. Kyklos, Vol. 49, pp. 331-52.
- 6 FAHRMEIR, L., TUTZ, G. (1994). Multivariate Statistical Modelling Based on Generalized Linear Models. Springer-Verlag.
7. GAIBULLOEV, K., SANDLER, T. (2008). Growth Consequences of Terrorism in Western Europe. Kyklos, vol. 61, pp.411-424.

**OPTIMAL ESTIMATION OF FUNCTIONALS FROM
SOLUTIONS TO TRANSMISSION PROBLEMS FOR LINEAR
PARABOLIC EQUATIONS BY OBSERVATIONS
DISTRIBUTED ON A SYSTEM OF SURFACES**

¹Yu. K. Podlipenko, ²N.V. Grishchuk, ³A. Kovalyuk

¹ Taras Shevchenko National University of Kyiv

² Niger Delta University, Nigeria

³ ASA Institute of Computer Technology, NY, USA

youripl@mail.ru akovalena@aol.com

We elaborate methods of guaranteed estimation for values of functionals from solutions to transmission problem for linear second order parabolic equations.

It is assumed that right-hand sides of equations, boundary and initial conditions entering into corresponding BVPs are unknown functions belonging to the given subsets of the corresponding Sobolev spaces and supplementary data (observations distributed on a system of surfaces located in the domains, where these equations are defined) depend on solutions of the equations and realizations of the stochastic processes (noises in observations), possibly with unknown moment functions of the first and second order, which are also supposed to belong to certain given subsets.

Our approach makes it possible to find optimal linear, with respect to observations, estimates of functionals from unknown solutions corresponding to the "worst" realizations of perturbations.

When the restrictions on unknown deterministic data of the boundary value problems of transmission are given completely or partly, we prove the theorems on a general form of minimax mean square estimates for functionals from solutions the considered BVPs as well as the theorems on the errors of estimation.

It has been established that the minimax estimates are expressed via solution of some systems of integro-differential equations of the special type with transmission conditions on the surfaces, where observations are defined, and the unique solvability of these equations has been proved.

The proposed methods of estimation can be applied in the study of the non-stationary processes of filtration, heat-conduction, etc.

APPROXIMATION METHODS OF STOCHASTIC PROCESSES WITH GIVEN ACCURACY AND RELIABILITY

Rozora I. Lukovych O.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

irozora@bigmir.net

Nowadays approximation of stochastic processes is one of an actual topics in probability theory and its applications because of wide use in different spheres, e.g. in social and economic sciences, actuarial and financial mathematics, engineering, physics and so on.

A lot of scientists worked on problem of model construction for stochastic processes and fields. Some of them are S. Yermakov, G. Mikhailov, M. Yadrenko, Yu. Kozachenko, V. Ogorodnikov, S. Prigarin and others.

New expansions of random processes in the form of the series are considered. Particularly, there are expansions in series of stationary stochastic processes with absolutely continuous spectral function.

For example, let $X(t)$, $t \in [a, b]$, be a centered stochastic processes with such correlation function

$$R(t, s) = EX(t)X(s) = \int_{-d}^d f(t, \lambda) \overline{f(s, \lambda)} d\lambda$$

Then the process $X(t)$ is represented in series

$$X(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \xi_k a_k(t),$$

where

$$a_k(t) = \frac{1}{\sqrt{2d}} \int_{-d}^d f(t, \lambda) e^{\frac{ik\pi\lambda}{d}} d\lambda$$

and ξ_k are centered non-correlated random variables with variance 1.

The model of the process is defined as truncation of the series. The conditions under which the model approximates the process with given reliability and accuracy in some Banach space are studied.

References

Kozachenko Yu.V, Rozora I.V. and Turchyn Ye.V. Properties of some random series// Communications in Statistics—Theory and Methods, 40: 3672–3683, 2011.

CHALLENGING PROBABILISTIC INTEGRAL

**M.M. Sharapov, Iaroshevskyi O.,
Obruch T., Bokach A., Chevernozhenko D.**
Taras Shevchenko National University of Kyiv
sharapov@unicyb.kiev.ua

Here we'll introduce one probabilistic integral arose from geometric probability problem. To make long words short let's write it out right now:

$$\int_0^{\pi} \int_{\max\left\{-1; \cos v - \frac{t}{\sin v}\right\}}^{\cos v} \frac{d\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}} dv, \quad t \in \left(0; \frac{3\sqrt{3}}{4}\right).$$

The problem is to simplify the integral down to analytical function $g(t)$ of some elemental form. The truth is that the function $g(t)$ had already been found in a rather difficult way though it appears to have a rather elegant view. In fine, here we have two open questions.

First, whether anyone else can find the function $g(t)$ – it looks like a challenge or just cute problem solving for fun.

Second, whether anyone can find the function $g(t)$ in a simple way. If so, let us know it and you will be suggested to become our co-author at next publications dealing with probabilistic application of function $g(t)$.

SPLITTED RECURRENT PARAMETER ESTIMATION BY LEAST SQUARES METHOD WITH MINIMAL DEVIATIONS FROM 'ATTRACTION' POINTS OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS UNDER UNCERTAINTIES

Alexander S. Slabospitsky
Taras Shevchenko National University of Kyiv
sl@univ.kiev.ua

The estimation problem of parameter vector $\alpha = \left(\alpha^{(1)T}, \alpha^{(2)T}, \dots, \alpha^{(n)T}\right)^T$ is investigated for nonlinear dynamic system:

$$x(k+1) = F(x(k), u(k), k)\alpha + g(x(k), u(k), k) + \xi(k), \quad k \in \mathbb{N},$$

when

$$F(x(k), u(k), k) = \text{diag} \left(f_1^T(x(k), u(k), k), \dots, f_n^T(x(k), u(k), k) \right),$$

i.e. each individual equation of state has its own parameter vector $\alpha^{(j)}$, where $f_j(x(k), u(k), k), \alpha^{(j)} \in \mathbb{R}^{p_j}, j = \overline{1, n}; x(k), u(k), \xi(k)$ are state, control and disturbance vectors respectively.

The least squares parameter estimation for above-mentioned object is considered in non-classical case when this estimate may be not unique and additionally ‘attraction’ point $\alpha_*(N)$ for parameter vector α is known at any moment $N, N = 0, 1, 2, \dots$. The least squares estimate with minimal deviation norm from ‘attraction’ point $\alpha_*(N)$ at any moment N is proposed as unique estimate in this situation. This unique estimate has the following explicit representation form:

$$\hat{\alpha}(N) = \tilde{F}_N^+ \tilde{x}_N + [E - \tilde{F}_N^+ \tilde{F}_N] \alpha_*(N), N \in \mathbb{N},$$

where $(^+)$ — Moore-Penrose pseudoinverse operator,

$$\tilde{x}_N = \begin{pmatrix} x(2) - g(x(1), u(1), 1) \\ x(3) - g(x(2), u(2), 2) \\ \dots \\ x(N+1) - g(x(N), u(N), N) \end{pmatrix}, \tilde{F}_N = \begin{pmatrix} F(x(1), u(1), 1) \\ F(x(2), u(2), 2) \\ \dots \\ F(x(N), u(N), N) \end{pmatrix}.$$

The splitted recurrent algorithms are obtained for parameter estimate $\hat{\alpha}(N)$ by the least squares method with the least deviation norm from these ‘attraction’ points and for corresponding residual sum of squares for above-mentioned systems under these non-classical assumptions. Two representation forms of this recurrent estimation procedure are suggested.

SIMULATION A SOLUTION OF A HYPERBOLIC EQUATION WITH RANDOM FACTORS

Slyvka-Tylyshchak A.

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine

aslyvka@tn.uz.ua

We consider a strictly sub-Gaussian random field to model initial conditions in problem

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(X) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) - a(X)u, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \xi(X), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \eta(X), \quad u|_S = 0, \quad (2)$$

where $G = \{0 \leq x_i \leq S_i\}$, $t \in [0, T]$, S is the boundary of the domain G .

It is known that a solution of the boundary-value problem can be represented, under certain conditions in the form of an infinite series, namely

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k \cos \sqrt{\lambda_k} t + B_k \sin \sqrt{\lambda_k} t \right) V_k(X),$$

where $V_k(X)$ are known functions and A_k and B_k are random variables whose joint distributions are known. A new method is proposed in this paper to construct a model for a solution of the boundary problem (1)–(2). The idea of the method is, first, to model the initial conditions with a given accuracy and, second, to compute approximate values $\tilde{A}_k$ and $\tilde{B}_k$ of the coefficients A_k and B_k , respectively, by using the model for the initial conditions. The finite sum

$$\tilde{u}(x, t, N) = \sum_{k=1}^N \left(\tilde{A}_k \cos \sqrt{\lambda_k} t + \tilde{B}_k \sin \sqrt{\lambda_k} t \right) V_k(X),$$

is considered as a model for the solution. We find values of N and an accuracy of the approximation of A_k and B_k by $\tilde{A}_k$ and $\tilde{B}_k$ for which this model approximates the solution of the boundary-value problem with a given reliability and accuracy in the uniform metric.

References

1. Kozachenko Yu. V. Modelling a Solution of a Hyperbolic Equation With Random Initial Conditions/ Yu. V. Kozachenko and G. I. Slyvka// Teor. Probab. and Matem. Statist.—2006. -- №74.—P.59—75.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕРЕЖІ ХОПФІЛДА ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІКИ ФІНАНСОВИХ РИНКІВ

Лариса Т. Аджубей, к.ф.-м.н.,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

adzhubey@stab.univ.kiev.ua

Системи, що базуються на штучних нейронних мережах, останнім часом все активніше використовуються для прогнозування фінансових ринків[1]. Відмінність цього підходу від стандартних полягає в тому, що він дозволяє з успіхом вирішувати задачі прогнозування. Для вирішення завданні прогнозування необхідно знайти таку нейронну мережу, яка б найкращим чином будувала відображення $F: x \Rightarrow y$, узагальнюючи сформований на основі цінової динаміки набір спостережень $\{x_t, y_t\}$.

В роботі ставиться завдання дослідження на фінансовій біржі короткострокових цінових часових рядів про курси акцій з метою спостереження за динамікою курсів акцій і підтримкою ухвалення рішень по їх покупці або продажу.

Для вирішення задачі в роботі використовується нейронна мережа Хопфілда. В якості активаційних функцій мережі розглянуто перетворення за допомогою функції-сигмоїда

$$f_t = 1 / (1 + \exp(-1.5 * \Delta y_t)) - 0.5, \quad (1)$$

що обчислюється за даними попередньої обробки вхідних даних в прихованому шарі мережі.

На основі динаміки даних можна виконати розмітку, коли слід купувати, продавати або очікувати покупки та продажу. Існують передумови розробки алгоритму, що формує так званий шаблон (карту) максимального прибутку - індикатор, який розраховується за прогнозованими даними.

Проведено моделювання роботи мережі Хопфілда за наведеною схемою. Розглянуто застосування моделі на практичному прикладі цінової динаміки. Запропоновано схему інтерпретації отриманих мережею результатів.

Література

1. Бэстэнс Д.-Э., ван ден Берг В.-М., Вуд Д. Нейронные сети и финансовые рынки: принятие решений в торговых операциях. - Москва: ТВП, 1997. - 236 с.

ПОРЯДКОВИЙ ЗАКОН ВЕЛИКИХ ЧИСЕЛ ДЛЯ СХЕМИ МАКСИМУМУ

Акбаш К.

Київський національний університет ім. Т. Шевченка

k_m_s_kirovograd@mail.ru

Поряд із схемою сум випадкових величин схема максимуму посідає значне місце в теорії ймовірностей. Після відомої роботи Б.В. Гнеденка «Sur la distribution limit du terme maximum d'une serie aleatoire» (1943) з'явилося багато праць присвячених дослідженню проблем збіжності для максимум-схеми. У векторному випадку для максимум-схеми відомо значно менше результатів. У даній роботі розглядається порядковий закон великих чисел для схеми максимуму у банахових ґратках. В загальному випадку для послідовності елементів банахового простору не існує поняття максимуму. Але таке поняття природно вводиться у банахових ґратках, що дозволяє переносити відомі результати для схеми максимуму з R^1 на різноманітні функціональні простори.

Нехай $X_1, X_2, X_3, \dots$ - незалежні однаково розподілені випадкові елементи у сепарабельній банаховій ґратці B , а $Z_n = \max_{1 \leq i \leq n} |X_i|$.

Основний результат роботи [1] установлює еквівалентність у законі великих чисел для схеми максимуму дорядкової збіжності
$$o - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Z_n}{\varphi^{-1}(n)} = 0 \text{ м.н.}, \text{ збіжності за нормою } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Z_n}{\varphi^{-1}(n)} = 0 \text{ м.н.}, \text{ та умови } E\varphi(\|X\|) < \infty, \text{ де } \varphi(x) - \text{правильно змінна монотонна функція.}$$

У попередній [2] роботі було розглянуто порядковий закон великих чисел типу Марцинкевича-Зигмунда для схеми максимуму для банахових ґраток. У даній роботі робиться наступний важливий крок: замінюється нормуюча послідовність (n^{φ}) на послідовність $(\varphi(n))$, де $\varphi(x)$ - правильно змінна функція у сенсі Карамати.

Цікаво, що наведений результат є новим навіть в одновимірному випадку.

References

1. Акбаш К.С., "Порядковий закон великих чисел для схеми максимуму". Вісник Київського національного університету. Серія: фізико-математичні науки, 2010, №4, с.7-10.

2. К.С. Акбаши, І.К. Мацак "Порядковий закон великих чисел типу Марцинкевича-Зигмунда". Укр. мат. журн. 2010. Т.62, №.12, с.1587-1597.

ГРАНИЧНА ТЕОРЕМА ДЛЯ ГІЛЛЯСТОГО ПРОЦЕСУ ІЗ ДОВІЛЬНОЮ КІЛЬКІСТЮ ТИПІВ ЧАСТИНОК ТА НЕПЕРЕРВНИМ ЧАСОМ.

Алісв С., Базилевич І., Єлейко Я.

Львівський національний університет ім. І. Франка,

Інститут Математики і механіки Азербайджану.

I_Bazylevych@yahoo.com

Розглядаємо послідовність гіллястих процесів з неперервним часом, що залежать від деякого малого параметра ε з довільною кількістю типів частинок D $\xi_\varepsilon(t)$. На множині D задана σ -алгебра $\mathfrak{Z}$, яка містить всі одноточкові множини. Нехай випадкова міра $\xi(t, \varepsilon, A)$ позначає кількість частинок процесу з параметром ε , що належать множині $A \in \mathfrak{Z}$.

Умовні ймовірності та умовні математичні сподівання при умові, що в початковий момент часу була одна частинка типу $d \in D$ будемо позначати відповідно P_d та M_d .

Введемо

функціонал

Лапласа

$$F(\varepsilon, d, t, \varphi(\cdot)) = M_d \exp \left\{ - \int_D \varphi(u) \xi(t, \varepsilon, du) \right\} \text{ та твірний функціонал}$$

$$h(\varepsilon, d, t, \varphi(\cdot)) = M_d \left\{ \exp \int_D \ln \varphi(u) \xi(t, \varepsilon, du) \right\}, \text{ де } \varphi(u) \text{ } \mathfrak{Z} \text{- вимірна}$$

функція.

Вважаємо, що процеси у нас однорідні. Відомо [2], що твірний функціонал для однорідних процесів з неперервним часом визначається через твірний функціонал цього ж процесу в момент часу $t = 1$, тому ще вводимо позначення

$$F(\varepsilon, d, \varphi(\cdot)) = F(\varepsilon, 1, d, \varphi(\cdot)), \quad h(\varepsilon, d, \varphi(\cdot)) = h(\varepsilon, d, \varphi(\cdot)).$$

Відомо, [2], що $F(\varepsilon, t + \tau, d, \varphi(\cdot)) = F(\varepsilon, t, d, F(\cdot, \tau, \varphi(\cdot)))$.

Математичне сподівання процесу з параметром ε кількості частинок, що належать множині $A \in \mathfrak{Z}$ за одиницю часу при умові, що в початковий момент часу була одна частинка типу

$d \in D$ ми позначимо через $M_d(\varepsilon, A)$. Також розглядаємо щільності перехідних ймовірностей $p_l''(\varepsilon, k)$, які визначаються наступним чином $P_l''(\varepsilon, t, k) = p_l''(\varepsilon, k)t + o(t), l \neq u$, $P_u''(\varepsilon, t, 1) = 1 - p_u''t + o(t)$, де $P_l''(t, k)$ - ймовірність того, що в момент часу t ми будемо мати k частинок типу l , при умові, що в початковий момент часу ми мали одну частинку типу u . Нехай $f_\varepsilon(A)$ - твірний функціонал перехідних ймовірностей.

Норму оператора надалі позначатимемо $\|\cdot\|$.

Припускаємо, що для процесу з параметром ε справедливе представлення

$$M_d(\varepsilon, A) = E + \varepsilon C + o(\varepsilon), \quad (1)$$

де E - одиничний оператор, C - обмежений оператор, який залежить від множини A та d . Припускаємо, що існує таке число C_0 для $\forall d \in D, \forall A \in \mathfrak{I}$, справедлива нерівність $\|C(d, A)\| \leq C_0$.

Розглядаємо послідовність функцій $b_1(\varepsilon, u) (u \in D)$ таких, що $b_1(\varepsilon, u) \rightarrow \infty \forall u \in D$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Вважаємо, що існує міра $q(A)$, що $b_1(\varepsilon, u)$ інтегрована відносно цієї міри і $\int_A b_1(\varepsilon, u) q(du) = b(\varepsilon, A) (A \in \mathfrak{I})$ і $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} b(\varepsilon, A) \rightarrow \infty$.

Далі розглядаємо випадкові міри

$$\mu(t, \varepsilon, A) = \frac{\xi([t/\varepsilon], \varepsilon, A)}{b(\varepsilon, A)}, \quad \xi(0, \varepsilon, A) = \left[\int_A x(u) b(\varepsilon, du) \right],$$

де $[a]$ - ціла частина числа a , $x(u)$ - $\mathfrak{I}$ -вимірний функція на D .

Має місце наступна теорема.

Теорема.

Нехай має місце розклад (1). Тоді, якщо для $\lambda(u) \leq 0, u \in D$ виконуються умови:

1. Існує границя:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} b_1(\varepsilon; s) [F(\varepsilon, s, \exp(\lambda(\cdot)/b_1(\varepsilon, \cdot))) - \exp(\lambda(s)/b_1(\varepsilon, s))] = H(s, \lambda(\cdot)) \quad (2)$$

$$2. \quad \frac{\partial H(s, \lambda(\cdot))}{\partial \lambda} = C(s, \lambda(\cdot)) - \text{обмежена по всіх аргументах } s.$$

Тоді скінчено вимірні розподіли процесу, що відповідають випадковій мірі $\mu(t, \varepsilon)$, слабо збігаються при $\varepsilon \rightarrow 0$ до скінчено вимірних розподілів стохастично неперервного гіллястого процесу, що визначається випадковою мірою $\mu(t, A)$ і $\mu(0) = x(A)$ з кумулянтою $H(s, \lambda(\cdot))$, $s \in D$.

Література

1. Алиев С.А. Предельная теорема о сходимости процессов Гальтона-Ватсона с несколькими типами частиц к одномерному процессу Иржины / Алиев С.А. // Труды Института Математики и Механики АН Азерб. Баку, 1995, т.3, с. 110-116.
2. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы / Б.А. Севастьянов // М.: Наука, 1971.- 436 с.
3. Jirina M. General branching processes with continuous time parameter/ M. Jirina // Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Math. Statist. and Probability, 1965, Berkeley – Los Angeles, Univ. California press, 1957, vol. 2, part 1, p.389-399.
4. M. Jirina. Branching processes with Measure-Valued States / M. Jirina // Trans. Third Conference Information Theory, Prague, 1964, p. 333-357.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕТВЯЩИХСЯ ПРОЦЕССОВ В ОПЫТЕ АВТОИНТЕРФЕРЕНЦИИ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЧАСТИЦЫ

Алиев С., Бойчук З.Г.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана
Львовский Национальный университет имени Ивана Франко
soltanaliyev@yahoo.com , z_boichuk@yahoo.com

В работе [1] рассмотрен труднообъяснимый опыт, в котором элементарная частица (например, электрон), движется в неоднородной среде и рассеивается, столкнувшись с преградой «небольшого» размера. При этом, частица «разделяется», огибает с нескольких сторон преграду и опять «соединяется», образуя интерференционную картину на экране. В этом опыте частица ведёт себя не как «твёрдый шарик», а как волна в среде т.н. «эфира».

В данном сообщении удалось рассмотреть вышеупомянутый опыт, как ветвящийся процесс, в котором «разделение» частицы происходит многократно на нескольких линиях преград. Допускается, что разделение частицы происходит без потери энергии. Поэтому суммарная энергия рассеянной частицы на каждой линии преград не изменяется. Благодаря этому, приняв, что изначальная энергия частицы равна единице, мы получаем на каждом этапе рассеяния соответствующую энергию в каждой точке экрана. Визуально энергия определяется интенсивностью засветки на экране интерференционной картины. Сумма (интеграл) функции энергии (плотности энергии) по всему пространству экрана равна единице.

Ещё один результат получается, если рассматривать частицу, как «твёрдый шарик». В работе [3] этот пример является обобщением примера работы [2]. В докладе сделано более глубокое обобщение с использованием квантовомеханических свойств элементарной частицы. Столкнувшись с преградой, частица не разделяется, а с определённой вероятностью продолжает двигаться по одному из возможных нескольких путей. За каждой линией преград некоторые пути соединяются. Такая дискретная модель даёт множество состояний и вероятностей этих состояний. В докладе найдены вероятности нахождения «твёрдой» частицы в момент времени t в точке пространства r , причём размерность пространства не обязательно ограничивается числом 3. Она может быть произвольной.

И в этой дискретной модели «твёрдая частица» оказывается «размытой» по конечному числу точек n -мерного пространства. Как и для непрерывного случая получено вероятностное облако «размытой» частицы.

Литература

1. Вакарчук І. О. Квантова механіка. Київ 2010.
2. Скороход А.В., Теорія ймовірностей. «Вища школа» Київ 1976
3. Алиев С., Бойчук З., Применение теории ветвящихся процессов к решению классической задачи о дробинках // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2011): Abstracts. XVIII International Conference, September 19-23, 2011, Yalta, Ukraine. – K., 2011. – С.37-38

АНТАГОНІСТИЧНІ ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ

Андрашко Ю.В., Кузка О.І.

ВДНЗ «УжНУ», Ужгород, Україна

andrashkojv@gmail.com

Широко відома найпростіша задача розміщення [2].

Однак, у ринкових умовах клієнт має можливість сам вибирати постачальників продукції, виходячи з власних уподобань. Крім того, на ринку можуть діяти декілька конкуруючих фірм.

Проводиться дослідження в рамках моделі антагоністичних розміщень. Спочатку на ринок виходить перша фірма (Лідер) і відкриває свою множину підприємств $S_0 \subset I$. Потім, знаючи це рішення, конкуруюча фірма (Конкурент) відкриває власні підприємства, підмножина $S_1 \subset I$, $S_0 \cap S_1 = \emptyset$. Кожен клієнт вибирає з множини відкритих підприємств $S_0 \cup S_1$ одне, відповідно до власних вподобань. Лідер відкриває p підприємств, а Конкурент – q . В залежності від розміщення цих підприємств ринок (множина клієнтів) буде розділений між двома фірмами. Кожна фірма прагне максимізувати свою частку. Також розглянуто випадок із граничними уподобаннями, коли клієнт може не обслуговуватися на жодному із відкритих підприємств.

Побудовано математичні моделі поставлених задач, а також, наближені і точний методи для їх розв'язання.

Точний базується на ідеях методу гілок та меж. [1].

Наближені методи можна поділити на дві групи: траєкторні та популяційні. Пропонується комбінований метод, який за допомогою локального пошуку із заборонами (методу табу) знаходить певну множину локальних розв'язків, що в подальшому оптимізується генетичним алгоритмом.

Проведено дослідження залежності алгоритмів від вибору початкового наближення, діаметру околу, довжини списку заборон, операцій схрещення, та інших параметрів.

Встановлено специфічну структуру множини локальних екстремумів.

Література

1. Гончаров Е.Н. Метод ветвей и границ для простейшей задачи размещения предприятий // Дискрет. анализ и исслед. операций. Сер. 2. — 1998. — Т. 5, № 1. — С. 19-39.
2. Кочетов Ю.А. Методы локального поиска для дискретных задач размещения. — Новосибирск: НГТУ, 2009. — 267 с.

ІДЕНТИФІКАЦІЯ МІСЦЕПОЛОЖЕННЯ ДЖЕРЕЛА ЗАБРУДНЕННЯ В ОДНОВИМІРНІЙ СТАЦІОНАРНІЙ ЗАДАЧІ РАДІОАКТИВНОГО ЗАБРУДНЕННЯ

Багнюк О.М.

Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, olga_bagnyk@ukr.net

Розглядається процес дифузійного перенесення радіонуклідів на відрізку $[0, l]$ від точкового джерела потужності Q , розміщеного в точці $x = x_0$ [1]. Потрібно знайти координату x_0 розміщення джерела, концентрації $c_1(x)$, $c_2(x)$ від якого визначаються із розв'язку крайової задачі

$$\begin{aligned} D_1 \frac{d^2 c_1}{dx^2} - \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 &= -Q \delta(x - x_0), \\ D_2 \frac{d^2 c_2}{dx^2} + \gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 &= -Q \delta(x - x_0), \\ c_1(0, x_0) = c_1(l, x_0) &= 0, \quad c_2(0, x_0) = c_2(l, x_0) = 0. \end{aligned}$$

Згідно методу функції Гріна, концентрації забруднень такі

$$\begin{aligned} c_1(x, x_0) &= \frac{1}{2a_1} \left(e^{a_1 x} \cdot \int_0^x f_1(x) e^{-a_1 x} dx - e^{-a_1 x} \cdot \int_0^x f_1(x) e^{a_1 x} dx \right) + \begin{cases} \bar{A}_1 e^{a_1 x} + \bar{B}_1 e^{-a_1 x}, & 0 < x < x_0, \\ \bar{C}_1 e^{a_1 x} + \bar{D}_1 e^{-a_1 x}, & x_0 < x < l. \end{cases} \\ c_2(x, x_0) &= \frac{1}{2a_2} \left(e^{a_2 x} \cdot \int_0^x f_2(x) e^{-a_2 x} dx - e^{-a_2 x} \cdot \int_0^x f_2(x) e^{a_2 x} dx \right) + \begin{cases} \bar{A}_2 e^{a_2 x} + \bar{B}_2 e^{-a_2 x}, & 0 < x < x_0, \\ \bar{C}_2 e^{a_2 x} + \bar{D}_2 e^{-a_2 x}, & x_0 < x < l. \end{cases} \end{aligned}$$

Якщо в деякій точці $x = x_1$ відомо наближені результати вимірювань концентрації $c_2(x_1, x_0) \approx \bar{C}_1$, то наближене значення координати $\tilde{x}_0^1$ розміщення джерела визначається за формулою

$$\tilde{x}_0^1 = \begin{cases} l - \frac{1}{(\omega_1 - \omega_2)} \operatorname{Arsh} \left(\frac{2 \cdot (\bar{C}_1 - B_0 \cdot sh \omega_2 x_1)}{A_0 \cdot \frac{\gamma_1'}{2 \cdot \omega_2} \cdot (e^{-\omega_2 x} \cdot I_1 - e^{\omega_2 x} \cdot I_2)} \right), & 0 < x_1 < x_0, \\ \frac{1}{(\omega_1 - \omega_2)} \operatorname{Arsh} \left(\frac{2 \cdot (\bar{C}_1 - B_0 \cdot sh \omega_2 (l - x_1))}{A_0 \cdot \frac{\gamma_1'}{2 \cdot \omega_2} \cdot (e^{-\omega_2 x} \cdot I_1 - e^{\omega_2 x} \cdot I_2)} \right), & x_0 < x_1 < l. \end{cases}$$

Згідно [2] у випадку n замірів концентрації $\bar{C}_i = c(x_i, x_0)$, $i = \overline{1, n}$ маємо задачу

$$\begin{cases} L_1 c_1(x, x_0) = -Q \delta(x - x_0), \\ L_2 c_2(x, x_0) = -Q \delta(x - x_0), \end{cases}$$

розв'язок якої, як відомо, має вигляд

$$\begin{aligned} c_1(x, x_0) &= \int_0^l G_1(x, \xi) F_1(\xi) d\xi, \\ c_2(x, x_0) &= \int_0^l G_2(x, \xi) F_2(\xi) d\xi, \end{aligned}$$

де $G_1(x, \xi)$, $G_2(x, \xi)$ – функції Гріна із заміною x_0 на ξ , $F_1(x)$, $F_2(x)$ – деякі невідомі функції.

Розв'язок системи інтегральних рівнянь шукаємо у вигляді

$$\begin{aligned} \hat{F}_1(\xi) &= \sum_{j=1}^n G_1(\xi, x_j) b_j, \\ \hat{F}_2(\xi) &= \sum_{j=1}^n G_2(\xi, x_j) b_j, \end{aligned}$$

де b_j – невідомі коефіцієнти, які знаходимо із розв'язку двох системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} b_j = \overline{C_i}$$

з відомими коефіцієнтами a_{ij} .

Тоді точка, де зосереджено джерело, визначаються як:

$$x_0^1 = \hat{\xi} = \text{Arg max } \hat{F}_1(\xi)$$

або

$$x_0^2 = \hat{\xi} = \text{Arg max } \hat{F}_2(\xi).$$

Література

1 Власюк А. П., Багнюк О.М., Ідентифікація місцеположення джерела забруднення в одновимірних задачах масопереносу // Вісник НУВГП.– Рівне, 2009.- Вип. 4(36), Ч.2 – С. 26 -36.

2 Наконечний О.Г., Оптимальне керування та оцінювання в рівняннях із частинними похідними: К.: «Київський університет», 2004. – 103 с.

ПРО МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ РОСТУ КЛІТИННИХ ПОПУЛЯЦІЙ

О.А.Багрій-Заяць

Тернопільський державний медичний університет
імені І.Я. Горбачевського

marceniuk@yahoo.com, bagrijzayats@gmail.com

Математичне моделювання як нормальних фізіологічних, так і патологічних процесів в наш час є одним із найактуальніших напрямків наукових досліджень [1]. Математична модель - це наближений опис об'єкта моделювання, виражений з допомогою математичної символіки. Дана методика дає можливість перевести звичайну практику інтуїтивних оцінок результатів дослідження на кількісну основу, що в свою чергу дозволяє досягти значно більшої ясності і чіткості в порівнянні з словесними методами [2].

Моделювання органів і структур людського організму дає можливість передбачити критичні ситуації, з'ясувати механізми формування патології, визначити межі допустимих змін форми, якостей і характеру функціонування живого об'єкту. Це в свою чергу може служити передумовою для створення автоматизованих

засобів діагностики та налагодження індивідуального підходу до кожного пацієнта [3].

В останні роки значна увага дослідників привернута до проблеми вибору оптимальної математичної моделі росту клітинних популяцій патологічних утворень в людському організмі. Більшість запропонованих моделей мають дуже складну математичну структуру: нелінійні диференціальні рівняння, стохастичні диференціальні рівняння, функціонально-диференціальні рівняння, тому їх складно досліджувати. Моделі поділяються на три групи: емпіричні моделі, функціональні моделі (засновані на клітинній кінетиці), а також структурні моделі (розроблені спеціально для росту клітинного сфероїда).

Для опису моделі імунного захисту організму людини використовують рівняння логістичного типу [4]. У роботі [5] розглянуто клас моделей на основі динаміки Гомперца, що застосовувалися при дослідженні моделей пухлинного росту. Процеси росту патологічних утворень більш широкого класу (доброякісних або злоякісних) вимагають загальніших математичних моделей до яких належить модель Ріхарда.

Розглянуто існуючі моделі росту клітинних популяцій та запропоновано розглядати ріст патологічних утворень на основі динамічної моделі Ріхарда. Показано, що при певних математичних наближеннях ця модель може переходити у модель протипухлинного імунітету, яку описує динаміка Гомпертца.

Література

1. Петров И.Б. Математическое моделирование в медицине и биологии на основе моделей механики сплошных сред / Петров И.Б. // Труды МФТИ. – 2009. – Т. 1, № 1. – С. 5-16.
2. Norman T. J. Bailey. Statistical Methods in Biology / Norman T. J. Bailey. – Cambridge university press, 1995. – 255 p.
3. Бегун П.И. Моделирование в биомеханике / П.И. Бегун, П.Н. Афонин. – М.: Высшая школа, 2004. – 389 с.
4. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 264 с.
5. Марценюк В.П. Построение и изучение устойчивости модели противоопухолевого иммунитета // Кибернетика и системный анализ. – 2004. – №5. – С. 123-130.

ПРО ДЕЯКІ ТРИКРОКОВІ МЕТОДИ МІНІМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЙ

Бартіш М.Я., Огородник Н.П.

Львівський національний університет імені Івана Франка

ogorodnyk.nataly@gmail.com

Розглянемо задачу оптимізації

$$f(x) \rightarrow \min_{R^n}, \quad (1)$$

де $f: R^n \rightarrow R$.

Для розв'язування задачі (1) можна використати алгоритм

$$u_k = x_k - (f''(x_k))^{-1} f'(x_k), \quad (2)$$

$$x_{k+1} = x_k - \left(f'' \left(\frac{x_k + u_k}{2} \right) \right)^{-1} f'(x_k), \quad k = 0, 1, \dots \quad (3)$$

При виконанні певних умов і близьких початкових наближеннях x_0 до розв'язку задачі (1) має місце оцінка

$$\|x_k - x_*\| \leq C q^{3^k - 1} \|x_0 - x_*\|,$$

де $q \in (0, 1)$, $C < \infty$, тобто послідовність $\{x_k\}$ має кубічний порядок збіжності.

Нами запропоновано трикрокову модифікацію алгоритму (2) – (3), а саме

$$u_k = x_k - (f''(x_k))^{-1} f'(x_k), \quad (4)$$

$$v_k = x_k - \left(f'' \left(\frac{x_k + u_k}{2} \right) \right)^{-1} f'(x_k), \quad (5)$$

$$x_{k+1} = u_k + \gamma_k (v_k - u_k), \quad (6)$$

$$\gamma_k = \arg \min_{\gamma} f(u_k + \gamma(v_k - u_k)). \quad (7)$$

При цьому має місце оцінка $\|x_k - x_*\| \leq \prod_{i=0}^{k-1} \mu_{k-i}^3 q^{3^k - 1} \|x_0 - x_*\|$,

де $\mu_{k-i} \leq 1$.

У випадку "поганих" початкових наближень, у методі (4) – (7), а саме у (4), (5) вводять крокові множники $\alpha_k, \beta_k > 0$.

Як показали практичні дослідження, метод (4) – (7) ефективніший в сенсі кількості обчислень, ніж метод (2) – (3).

АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІКИ ЦІН НА КОКС

**Бахрушин В.Є., Биткін С.В., Литвин В.М., Нацюк І.М.,
Редько А.Г.**

Vladimir.Bakhrushin@zhu.edu.ua

В умовах нестабільності світового ринку особливого значення набувають питання прогнозування цін на основну сировину металургійного виробництва, зокрема на кокс. Динаміка цін на кокс визначається багатьма суперечливими факторами. З одного боку це дорожчання через загальну інфляцію, підвищення вимог до екологічної безпеки та умов праці, освоєння більш важкодоступних джерел добичі вугілля, зростання цін на електроенергію, газ і транспортних тарифів тощо. З іншого боку – це коливання попиту на кокс через коливання попиту на сталь; вдосконалення технологій виробництва, що зменшує попит на кокс. Зміна співвідношення обсягів виробництва сталі за різними технологіями може сприяти як підвищенню, так і зменшенню попиту на кокс. Важливими факторами є також коливання валютних котирувань, динаміка фондових індексів, а також дії конкурентів, які можуть створювати несприятливі умови придбання коксу для інших споживачів.

Динаміка цін на кокс може бути подана у вигляді певного часового ряду, що може бути використаний для побудови прогнозу. Найчастіше використовують моделі, що передбачають комбінацію аналітично заданих складових і компонент, які одержують за допомогою різних методів згладжування вихідного ряду. До них належать моделі Брауна, Бокса – Дженкінса, Хольта, Уінтерса (Хольта – Уінтерса) та інші.

Для аналізу використовували щомісячні дані про динаміку цін на кокс за період з 01.2006 по 06.2011. Спочатку за допомогою пакета SPSS виконували сезонну декомпозицію на основі мультиплікативної моделі. Далі для ряду вихідних значень за підбирали моделі експоненціального згладжування та АРІКС. Загалом всі типи моделей дають якісно правильне відображення динаміки цін на кокс. Але найкращі результати було отримано для моделей типу Common(1, 0) з лінійним або експоненціальним

трендом, а також для моделей, що не містили тренду. Найкращими з АРПКС моделей виявилися АР(1) та АРП(0, 1), показники якості яких є близькими до моделі Common(1, 0).

УЗАГАЛЬНЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ ГРАФ-ОПЕРАТОРНИХ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕПОВНИХ ДАНИХ

І. В. Бейко

Національний технічний університет України «КПІ», м. Київ
ivan.beyko@gmail.com

В роботі будуються узагальнені оптимальні керування граф-операторною системою, яка описується підсистемами алгебраїчних, диференціальних та загальних алгебро-інтегро-диференціальних рівнянь із частинними похідними. Труднощі, які можуть виникати при практичному розв'язуванні таких задач, бувають пов'язаними як із великою розмірністю підсистем, так із відсутністю оптимальних розв'язків. Відомо, що оптимального керування може не існувати навіть і для керованої підсистеми

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t), t), \quad t \in [t_0, T], \quad \text{якщо} \quad \text{множина}$$

$\{v \mid v = f(x(t), u, t), \quad u \in \Omega(t)\} \subset R^n$ є неопуклою на деякому інтервалі $(t_1, t_2) \subset [t_0, T]$. У загальному випадку керованої граф-операторної системи причинно-наслідкові залежності між причинними факторами $u: D \rightarrow R^r$ та їх наслідками $x: D \rightarrow R^n$ описуються інтегро-диференціальними рівняннями

$$\bar{f}_{ij}^k(t, s, x, u) \triangleq f_{ij}^k(t, s, u(t, s), F^{f_{ij}^k}(x, t, s)) = 0,$$

$$(t, s) \in D_j^i(x, u), \quad k = \overline{1, k_{ij}},$$

та нерівностями

$$\bar{g}_{ij}^l(t, s, x, u) \triangleq g_{ij}^l(t, s, u(t, s), F^{g_{ij}^l}(x, t, s)) \leq 0,$$

$$(t, s) \in D_j^i(x, u), \quad l = \overline{1, l_{ij}},$$

на заданих дискретних підмножинах

$$D_0^i(x, u) \triangleq \{t_q^i(x, u), s_q^i(x, u)\}_{q=1}^{q_i} \subset D,$$

на заданих j -параметричних підмножинах

$$(t, s) \in D_j^i(x, u), j = \overline{1, m+1}, i = \overline{1, i_j},$$

для заданих функцій f_{ij}^k і g_{ij}^k та заданих композицій $F^{f_{ij}^k}$ і $F^{g_{ij}^k}$ операторів F_1 , F_2 і F_3 , де F_1 є оператором диференціювання,

$$F_1(x, t, s, \alpha, \beta) \triangleq \frac{\partial^{\alpha+\beta}}{\partial t^\alpha \partial s^\beta} x(t, s), F_2 \text{ є оператором зсуву}$$

$$F_2(F_1, x, t, s, \Omega) \triangleq F_1(x, t + t^{n_\Omega}(x, t), s + s^{n_\Omega}(x, t), \alpha^{n_\Omega}, \beta^{n_\Omega})$$

за заданою множиною $\Omega(t, s) \triangleq \{t^i(t, s), s^i(t, s), \alpha^i, \beta^i\}_{i=1}^{n_\Omega}$, а F_3 є оператором інтегрування

$$F_3(x, u, t, s, \varphi, \tilde{\Omega}) \triangleq \iint_{\tilde{\Omega}(t, s, x, u)} \varphi(t, s, u(t, s), F_1(x, t + \tau, s + \sigma, \alpha, \beta)) d\tau d\sigma$$

на заданій множині $\tilde{\Omega}(t, s, x, u) \subset R \times R^{n_s}$.

Узагальнений мінімізатор для заданого критерію оптимальності $B(x, u)$ побудовано методом узагальнених градієнтів як підпослідовність $\{(x_r, u_r)\}_{r=1}^\infty \in \Omega(\alpha_r)$ на монотонно спадній підпослідовності $\alpha_r \rightarrow \bar{\alpha}$, де $\Omega(\alpha_r)$ є множиною тих функцій (x, u) , які задовольняють нерівності

$$B(x_k, u_k) \leq \inf_{(x, u) \in \Omega(\alpha_r)} B(x, u) + \alpha_r,$$

$$\bar{f}_{ij}^k(t, s, x, u) \leq \alpha_r, \bar{h}_{ij}^k(t, s, x, u) \leq \alpha_r, \bar{g}_{ij}^l(t, s, x, u) \leq 0,$$

для всіх $j = \overline{0, m+1}, i = \overline{1, i_j} (t, s) \in D_j^i(x, u)$,

$$k = \overline{1, k_{ij}}, (t, s) \in D_j^i(x, u), l = \overline{1, l_{ij}}, \bar{h}_{ij}^k \triangleq -\bar{f}_{ij}^k.$$

Доведено, що для задачі опуклої оптимізації границею побудованого узагальненого розв'язку є мінімізатор функціоналу $B(x, u)$ на множині $\Omega(\bar{\alpha})$, який у випадку $\bar{\alpha} = 0$ є розв'язком задачі мінімізації функціоналу $B(x, u)$ на множині $\Omega(0)$, а у випадку $\bar{\alpha} \neq 0$ - є невластним узагальненим розв'язком задачі мінімізації функціоналу $B(x, u)$ на множині $\Omega(0)$.

ВИКОРИСТАННЯ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗУЮЧИХ ОПЕРАТОРІВ ПІДВИЩЕНОЇ ТОЧНОСТІ ДЛЯ ПОБУДОВИ МІНІМІЗАТОРІВ ФУНКЦІОНАЛІВ ВІД ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ

¹І.В. Бейко, ²П.М. Зінько

¹Національний технічний університет України «КПІ»

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ivan.beyko@gmail.com

Розглядаються оптимізаційні задачі пов'язані із обчисленням мінімізаторів $\bar{u} = \arg \min_u J_0(u)$ та $\bar{\bar{u}} = \arg \min_u J_0(u) \mid J_1(u) = 0$ для нелінійних функціоналів

$$J_i(u) = \int_D F_i \left(x, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_m} \right) dx,$$

$i = 0, 1$ від функцій $u : D \rightarrow R^n$, які на кусково-гладкій границі $\bar{D}$ заданої області $D \subset R^m$ задовольняють задані крайові умови $u(x) = g(x)$.

Мінімізатор $\bar{u}$ будуюмо методом прямих підвищеної точності як розв'язок крайової задачі для рівняння із частинними похідними

$$\frac{\partial F_0}{\partial u} - \sum_{k=1}^m \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial F_0}{\partial u_k} = 0$$

та крайовими умовами $u(x) = g(x)|_{\bar{D}}$ заданими на границі $\bar{D}$, де через u_k позначено аргумент $\frac{\partial u}{\partial x_k}$ функції F_0 . Для

розв'язування такої крайової задачі методом прямих використовуємо числові алгоритми асимптотично-розв'язуючих операторів підвищеної точності.

Мінімізатор $\bar{\bar{u}}$ будуюмо як розв'язок (u, λ) аналогічної крайової задачі для системи рівнянь

$$\frac{\partial (F_0 + \lambda F_1)}{\partial u} - \sum_{k=1}^m \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial (F_0 + \lambda F_1)}{\partial u_k} = 0, F_1(u) = 0$$

із крайовими умовами $u(x) = g(x)|_{\bar{D}}$. Наближений розв'язок побудованої за методом прямих системи диференціальних рівнянь знаходимо за допомогою числових алгоритмів асимптотично-розв'язуючих операторів підвищеної точності, які побудовані у

роботі [1] для загальних систем нелінійних диференціальних рівнянь.

Література

1. Бейко І.В., Зінко П.М. Чисельні алгоритми асимптотично-розв'язуючих операторів для розв'язування задач Коші з підвищеною точністю // Вісник Київ. націон. ун-ту, сер.: «Кібернетика». - 2009. - №9. - С.4-10.

РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАІЧНИХ СИСТЕМ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ

І.В.Бейко, О.М. Коваленко, А.О. Цуканова

Національний технічний університет України «КПІ»

У даній роботі представлена розробка програмного забезпечення для розв'язування загальних ускладнених задач лінійної алгебри великої розмірності з неповними даними. Програмний продукт розроблений з використанням мови програмування Visual Basic for Applications і орієнтований на використання методів оптимізації у поєднанні із числовими методами лінійної алгебри, що сприяє реалізації комплексних методів побудови наближених розв'язків та методів побудови і уточнення узагальнених розв'язків як при наявності багатьох розв'язків так і при відсутності класичних розв'язків. Розроблене програмне забезпечення дозволяє оцінювати практичну ефективність різних методів, аналізувати їх взаємні переваги та недоліки з метою вибору найбільш ефективних алгоритмів за обґрунтованими критеріями їх ефективності

МЕТОДИ ВІДШУКАННЯ ТА ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЗА ДАНИМИ НАТУРНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

І.В. Бейко, О.І. Недужа

Національний технічний університет України «КПІ»

ivan.beyko@gmail.com

На шляху до розв'язання проблеми відшукування адекватної математичної моделі причинно-наслідкової залежності $x \rightarrow y$ за даними натурних спостережень причинних факторів $\bar{x}(t) \in R^n$ на інтервалі часу $t \in [0, T]$ та неповних даних $\bar{y}_k(t_j)$,

$t_j \in [0, T]$, $k \in K(t_j) \subset \{1, 2, \dots, n\}$ про їх наслідки $\bar{y}(t) \in R^n$ у даній роботі пропонуються критерії та методи відшукування найбільш адекватної математичної моделі серед вибраного класу $i \in I$ динамічних математичних моделей

$$y'(t) = f_i(y(t), x(t), p^i).$$

Побудовані градієнтні методи для оптимізації параметрів p .

АЛГОРИТМИ ПОБУДОВИ МАЖОРАНТИ ДЛЯ ТЕРМІНАЛЬНОЇ МНОЖИНИ МАКСИМІННИХ ПРОЦЕСІВ

І.В. Бейко, Я.І. Підвальна

Національний технічний університет України «КПІ»

У роботі розроблено наближені методи і алгоритми побудови мажорантної множини

$$M(T, V, W, X^0, C) \triangleq \{x \in R^n \mid (c^k, x) \leq d^k, c^k \in C\}$$

для термінальної множини

$$X(T, V, W, X^0) = \{x \in R^n \mid \frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), v(t), w(t)), \\ x(0) \in X^0 \subset R^n, v(t) \in V \subset R^r, w(t) \in W \subset R^q, x = x(T)\}$$

керованого процесу

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), v(t), w(t))$$

для

$$d^k = \max_{x(0) \in X^0} \max_{v(\bullet) \in V} \min_{w(\bullet) \in W} (c^k, x(T)).$$

Розроблено адаптивний алгоритм покрокового доповнення множини C обчислюваними новими векторами c^k з метою забезпечення прискореного наближення мажорантних множин $M(T, V, W, X^0, C)$ до термінальної множини $X(T, V, W, X^0)$, тобто, з метою зменшення відстані

$$\rho(C) = \max_{x \in M(T, V, W, X^0)} \min_{y \in M(T, V, W, X^0, C)} \|x - y\|$$

у процесі адаптивного доповнення множини C .

Побудовані мажоранти $M(T, V, W, X^0, C)$ термінальної множина $M(T, V, W, X^0)$ використовуються для побудови алгоритмів оптимального керування в умовах неповних даних.

КОМПЛЕКСНИЙ R/S-АНАЛІЗ ФОНДОВИХ РИНКІВ
Берзлев Олександр Юрійович, Маляр Микола Миколайович
ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
berzlev@gmail.com, malyarrrm@gmail.com

Використання фрактального аналізу з метою виявлення ступенів персистентності, антиперсистентності та випадковості часових рядів, наявності квазіциклів, оцінки глибини пам'яті має велике практичне значення для аналітиків, інвесторів та трейдерів, які торгують на різноманітних ринках капіталу [1]. Потреба у використанні фрактального аналізу викликана недосконалістю статистичних економетричних методів, часто їх неадекватністю для багатьох видів часових рядів. Врахування факторів, якими пояснюються значення вказаних характеристик, можуть бути ефективно використані у багаторівневих системах прогнозування, для розв'язання задач вибору та прийняття рішень на ринку [2].

Доповідь присвячена розробці критерію вибору активів для торгівлі. З цією метою реалізовано комплексний R/S-аналіз курсових часових рядів (EUR-USD, EUR-GBP тощо, обрані щоденні дані за останні 10 років), досліджено динаміку зміни показника Герста на різних ділянках цих рядів, за допомогою V-статистики розраховані оцінки глибини пам'яті вказаних та фільтрованих рядів, проведено системний аналіз наявних циклів. Розроблено альтернативний критерій вибору активів для торгівлі, який дозволяє дослідити динаміку нагромадження капіталів на різних часових інтервалах і періодах.

За результатами досліджень можна зробити такі висновки: вказані ряди мають здебільшого персистентну природу; оптимальним для торгівлі може бути актив з довготривалою пам'яттю, а також з максимально великими персистентним показником Герста і коефіцієнтом нагромадження активів. Пропонується методика розрахунку даного підходу.

Література

1. Peters, Edgar E. Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics. – John Wiley & Sons, Inc, 1994. – 336 p.

2. Берзлев О.Ю., Маляр М.М., Ніколенко В.В. Адаптивні комбіновані моделі прогнозування біржових показників // Вісник Черкаського держ. технолог. ун-ту. Серія: технічні науки. – 2011. – № 1. – С. 50-54.

ПЛАНУВАННЯ БУДІВНИЦТВА, РЕКОНСТРУКЦІЇ ТА РЕМОНТУ ДОРІГ ТА КАПІТАЛЬНИХ СПОРУД НА НИХ ЗА УМОВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ОБСЯГІВ ФІНАНСУВАННЯ

¹Бірюков Д.С., ²Заславський В.А., ³Сідляренко А.І.

¹Національний інститут стратегічних досліджень

^{2,3}Київський національний університет імені Тараса Шевченка

¹biryukov@niss.gov.ua, ²zas@unicyb.kiev.ua, ³ideolog@ua.fm

Планування робіт з будівництва, реконструкції та ремонту доріг різного підпорядкування та типу, капітальних споруд на них пов'язано з визначенням переліку робіт протягом декількох послідовних періодів часу і, відповідно, обсягів фінансових ресурсів на їх виконання. Принциповою складністю, що впливає на ефективність планування, є невизначеність щодо обсягів фінансування програм з будівництва з Державного бюджету. Так в 2010 р. на поточний ремонт та утримання доріг всього було виділено 14% коштів від нормативної потреби [1], а в 2011 р. обсяг фінансування автомобільних доріг складав 30% [2]. На сьогодні поширеною практикою вирішення даної проблеми є припинення робіт на деяких об'єктах з числа усіх запланованих. Визначення таких об'єктів здійснюється з врахуванням багатьох критеріїв (значимість об'єкта, ступінь завершеності робіт на об'єкті, залишкова вартість робіт та ін.). Через значну кількість об'єктів, критеріїв їх оцінки та різноманітних обмежень, розв'язання задачі ранжування об'єктів потребує її чіткого формулювання та обґрунтованого, алгоритмічного підходу до її розв'язання.

В доповіді розглядається задача багатокритеріальної оптимізації в дискретній постановці, результатом розв'язання якої є план виконання видів робіт з врахуванням обмежень.

Література

1. Демішкан В.: «Своєю наполегливою працею дорожники довели, що жодні проблеми не можуть стати на заваді, якщо є бажання зробити країну кращою» // Дорожня галузь України. – 2011. – №1. – с. 8-11.
2. Надання невідкладної допомоги при ДТП та «безпечна автодорога» як елемент забезпечення безпеки дорожнього руху / Комітет Верховної Ради України з законодавчого забезпечення правоохоронної

діяльності. – Режим доступа: http://portal.rada.gov.ua/rada/control/uk/publish/article/news_left?art_id=291338&cat_id=37486

ПАТЕРНИ ВЗАЄМОДІЇ СППР ЯК КРОК ДО ВІРТУАЛІЗАЦІЇ СППР

Юрій В.Бондарчук, к.ф.-м.н,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
byv@univ.kiev.ua

Враховуючи тенденцію переміщення традиційних інформаційних ресурсів та сервісів в "хмари", для СППР необхідне переосмислення методики їх проектування, розробки та використання в новому контексті, узагальнююча характеристика якого – повна віртуалізація сервісу.

Крім малодосліджених питань власне життєвого циклу СППР [1, 2], віртуалізація потребує осмислення патернів (шаблонів) діяльності, переважно, розподілених СППР. Успішний розвиток СППР, як окремого класу систем, можливий як за умови великого числа реалізацій, так і за "перемоги" якоїсь однієї технології, але тоді – скоріше всього, деградація [2].

Пропонується узагальнення патернів взаємодії розподілених СППР:

- *союз, одноранговий та ієрархічний;*
- *шлюз та варіант представлення шлюзу стеком протоколів;*
- *комутатор з його варіантами дейтаграмного та з віртуальними каналами;*
- *стек протоколів.*

Подальше профілювання патернів взаємодії (а не архітектури, що при віртуалізації може і не мати особливого значення) дасть можливість зробити реалізації СППР відкритими системами (незалежними від реалізації), що і потрібно для їх віртуалізації. Поточний стан реалізації СППР – це типово закриті системи.

Література

1. Бондарчук Ю.В. Щодо зв'язку життєвого циклу об'єкту управління, принципів управління та ефективності прийняття рішень //International conference "Problems of decision making under uncertainties" (PDMU-2009). 27-30.4.2009, Східниця, с. 70.

2. Бондарчук Ю.В. Щодо проблеми виявлення інерційності СППР та ОПР у прийнятті рішень //International conference "Problems of decision making under uncertainties" (PDMU-2009). 5-9.10.2009, Кам'янець-Подільський, с. 40-41.

ЗАДАЧІ ПАРЕТО-ЛЕКСИКОГРАФІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ З АЛЬТЕРНАТИВНИМИ ЗАЛЕЖНИМИ КРИТЕРІЯМИ

Брила А.Ю., Гренджа В.І.

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

Brila_Andriy@ukr.net, Grendzha@ukr.net

Розглянемо лінійну задачу парето-лексикографічної оптимізації

$$\max^{PL} \bar{c}(x), \quad x \in X, \quad (1)$$

де $\bar{c}(x) = (c_1(x), c_2(x), \dots, c_q(x))$, $c_k(x) = (c_{k1}(x), c_{k2}(x), \dots, c_{kp}(x))$,
 $k = 1, 2, \dots, q$.

Нехай $h_i(x) = \sum_{k=1}^q \alpha_k c_{ki}(x)$, $i = 1, 2, \dots, p$, $H(x) = \sum_{i=1}^p \gamma_i h_i(x)$, де

$\alpha_k > 0, k = 1, 2, \dots, q$, а коефіцієнти $\gamma_i > 0, i = 1, 2, \dots, p$ вибрано так ([1]), щоб розв'язок задачі лінійного програмування

$$\max H(x) = \sum_{i=1}^p \gamma_i h_i(x), \quad x \in X,$$

був розв'язком задачі (1).

Будемо вважати i -тові компоненти векторних критеріїв $c_k(x), k = 1, 2, \dots, q$ допустимими, якщо виконується умова

$$h_i(x) \geq m_i, m_i \in R,$$

і принаймні одна з умов

$$h_j(x) \geq m_j, m_j \in R, j \in J_i, J_i \subset \{1, 2, \dots, p\}.$$

Нехай у задачі (1) пошук оптимального розв'язку необхідно здійснити, враховуючи тільки d допустимих компонент з якомога меншими індексами. Ця задача може бути зведена до задачі

$$\max \bar{H} = \sum_{i=1}^p \bar{\gamma}_i h_i(x), x \in \bar{X},$$

де

$$\bar{X} = \left\{ x \in X \mid h_i(x) \geq m_i y_i, \bar{\gamma}_i = \gamma_i y_i, \sum_{j \in J_i} y_j \geq y_i, \sum_{i=1}^p y_i = d, y_i \in \{0,1\}, i=1,2,\dots,p \right\}.$$

Література

1. Брила А.Ю. Досяжність оптимальних розв'язків лексикографічно-паретівської та парето-лексикографічних задач оптимізації за зваженою сумою різноважливих критеріїв/ А.Ю. Брила // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інформ. – 2007. – Вип. 14-15. – С. 13-17.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ГИБРИДНЫХ АВТОМАТОВ С НЕЧЕТКИМ ЦИКЛИЧЕСКИМ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ

Бычков А.С., Павлюченко О.Г.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

bos.knu@gmail.com

Пусть задан импульсный гибридный автомат HA с нечетким циклическим переключением $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots \rightarrow n \rightarrow 1$, с уравнениями $\dot{y}(t) = A_i y(t), i=1,2,\dots,n$ в локальных состояниях. Поверхность переключения $i \rightarrow i \oplus 1$ для каждого индекса i и уровня возможности $u \in [0,1]$ определяются как $J(i, i \oplus 1, u) = \{(y_1, y_2) \in \mathbf{R}^d \times \mathbf{R}^d \mid -\xi_i(u) \leq l_i^T y_1 \leq \xi_i(u), y_2 = R_i y_1\}$ где $i \oplus 1 = i+1$, если $i < n$ и $i \oplus 1 = 1$, если $i = n$, l_i - вектор нормали гиперплоскости переключения, $\xi_i(u)$ - монотонно убывающая функция, ограниченная в окрестности нуля, такая, что $\xi_i(1) = 0$, а $R_i \in \mathbf{R}^{d \times d}$ - матрица.

Предположим, что существуют матрицы H_i , $i=1,2,\dots,n$, такие, что $H_i \succ 0$ и $-A_i^T H_i - H_i A_i \geq 0$, $i=1,2,\dots,n$ (таким образом, состояния автомата локально устойчивы).

Теорема. Предположим, что для каждого $u \in D$ существует решение системы указанных ниже неравенств (1)-(5) относительно скалярных параметров $\{\lambda_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n, \{\rho_i\}_{i=1}^n, \kappa$, такое, что

$$\lambda_n(\dots\lambda_3(\lambda_2(\lambda_1\kappa + \mu_1\xi_1^2(u)) + \mu_2\xi_2^2(u)) + \mu_3\xi_3^2(u)\dots) + \mu_n\xi_n^2(u) \leq \kappa$$

$$(1) \quad \psi^2(u)H_1 - \kappa I \geq 0$$

$$(2) \quad \lambda_i H_i + \mu_i l_i l_i^T - R_i^T H_{i \oplus 1} R_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$(3) \quad \rho_i I - \lambda_i \psi^2(u) H_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$(4) \quad \psi^2(u) H_{i \oplus 1} - \mu_i \xi_i^2(u) I - \rho_i I \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$(5) \quad \lambda_i \geq 0, \mu_i \geq 0, \rho_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Тогда нулевая траектория автомата HA устойчива с уровнем $\bar{\alpha}$.

ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ЗАВИСЯЩИХ ОТ ПОЛУМАРКОВСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

К.Г.Валеев, Ю.В.Шушарин

Киевский национальный университет имени Вадима Гетьмана
shusharin@meta.ua

Приведены новые результаты по исследованию устойчивости решений системы линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t, \zeta(t)) X(t), \quad (1)$$

где $\zeta(t)$ – полумарковский случайный процесс, принимающий состояния $\theta_1, \dots, \theta_n$. Полумарковский случайный процесс $\zeta(t)$ определяется интенсивностями $q_{sk}(t)$ ($s, k = 1, \dots, n$).

Определение. Нулевое решение системы уравнений (1) называется L_2 – устойчивым, если сходится интеграл

$$I = \int_0^\infty \|X(t)\|^2 dt > 0 \quad (2)$$

Обозначим через $f(t, X, \zeta)$ плотность распределения случайного процесса $(X(t), \zeta(t))$. Поскольку $\zeta(t)$ принимает дискретные значения $\theta_1, \dots, \theta_n$, то

$$f(t, X, \zeta) = \sum_{k=1}^n f_k(t, X) \delta(\zeta - \theta_k), \quad (3)$$

где $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака.

Вводим вектор частных плотностей вероятностей

$$F(t, X) = \begin{pmatrix} f_1(t, X) \\ \dots \\ f_n(t, X) \end{pmatrix}$$

и рассмотрим последовательность векторов $F(t_j, X)$ ($j = 0, 1, 2, \dots$), где t_j – моменты последовательных скачков полумарковского процесса $\zeta(t)$. Для полумарковского процесса $\zeta(t)$ существует стохастический оператор $L(t)$ такой, что

$$F(t_j + t) = L(t) F(t_j).$$

Введем матрицу интенсивностей

$$S(t) = \begin{pmatrix} q_{11}(t) & q_{12}(t) & \dots & q_{1n}(t) \\ q_{21}(t) & q_{22}(t) & \dots & \dots q_{2n}(t) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_{n1}(t) & q_{n2}(t) & \dots & q_{nn}(t) \end{pmatrix}.$$

Введем также вероятности $\psi_k(t)$ пребывания в состоянии θ_k в течении времени t без перехода в другие состояния

$$\psi_k(t) = \int_0^\infty q_k(t) dt, \quad \psi_n(0) = 1, \quad q_k(t) = \sum_{s=1}^n q_{sk}(t) \quad (k = 1, \dots, n).$$

Теорема 1. Стохастический оператор $L(t)$ удовлетворяет интегральному матричному уравнению

$$L(t) = \Psi(t) R(t) + \int_0^t L(t - \tau) S(\tau) R(\tau) d\tau, \quad (4)$$

где обозначено

$$\Psi(t) = \begin{pmatrix} \psi_1(t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_2(t) & \dots & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & \dots & \psi_n(t) \end{pmatrix}, \quad R(t) = \begin{pmatrix} R_1(t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2(t) & \dots & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & \dots & R_n(t) \end{pmatrix}$$

Стохастические операторы $R_k(t)$ определены формулами

$$R_k f(x) \equiv f(N_k^{-1}(t)X) \det N_k^{-1}(t), \quad (k=1, \dots, n),$$

где $N_k(t)$ – фундаментальные, нормированные при $t=0$ матрицы решений системы

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t, \theta_k) X(t).$$

Теорема 2. Решение уравнения (4) можно представить в виде

$$L(t) = \Psi(t)R(t) + \int_0^t \Psi(\tau)R(\tau)U(t-\tau)d\tau, \quad (5)$$

где оператор $U(t)$ удовлетворяет интегральному операторному уравнению

$$U(t) = S(t)R(t) + \int_0^t S(t-\tau)S(\tau)U(\tau)d\tau \quad (6)$$

Умножая системы уравнений (5), (6) на матрицу XX^* и интегрируя, приходим к системе матричных уравнений для матриц частных моментов второго порядка

$$\begin{aligned} D_k(t) &= \psi_k(t)N_k(t)D_k(0)N_k^*(t) + \\ &+ \int_0^t \psi_k(t-\tau)N_k(t-\tau)W_k(\tau)N_k^*(t-\tau)d\tau, \\ W_k(t) &= \sum_{s=1}^n q_{ks}(t)N_s(t)D_s(0)N_s^*(t) + \\ &+ \int_0^t \sum_{s=1}^n q_{ks}(t-\tau)N_k(t-\tau)W_s(\tau)N_s^*(t-\tau)d\tau \quad (k=1, \dots, n). \end{aligned} \quad (7)$$

Матрица вторых моментов

$$D(t) = \langle X(t)X^*(t) \rangle = \sum_{k=1}^n D_k(t)$$

определяется системой интегральных уравнений (7).

Аналогичные векторные уравнения получены для частных моментов первого порядка [1].

Литература

1. Валеев К.Г., Карелова О.Л., Горелов В.И. Оптимизация линейных систем со случайными коэффициентами –М.:Из-во РУДН, 1996,–258 с.

ОПТИМІЗАЦІЯ АГРОТЕХНОЛОГІЙ ЗА ЇХ СТРУКТУРНИМИ ФУНКЦІЯМИ

Вергунова І.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
vergunova@bigmir.net

Визначається показник якості проведення (функціонування) агротехнологій на прикладі технології вирощування зернових культур за допомогою отриманих структурних функцій у канонічній формі.

Зважаючи на те, що описи агротехнологій складаються з послідовностей описів технологічних процесів та операцій як елементарних компонент [1], розглядаються послідовності структурних функцій у канонічній формі для технологічних процесів та операцій. Множиною аргументів отриманих функцій є параметри відповідних технологічних операцій з урахуванням термінів та засобів їх проведення, а також існуючих обмежень, серед яких значна кількість якісних показників (наприклад, тип ґрунту, рельєф поля, попередник тощо) [2].

Структурні функції та відповідні функціональні мережі технологічних процесів, які складаються з деякої множини технологічних операцій, дають можливість також побудувати відповідні логічні алгоритми [1, 3]. Все це дає можливість представити технологію у структурованому вигляді, з якого у подальшому можна утворювати фрази та вирази.

Вказаний підхід також дав можливість розглядати наявність нечіткої логіки, властивий описам різних агробіопроцесів.

Література

1. Вергунов В. А. Методичні рекомендації з вибору оптимальних технологій вирощування культур за їх формалізованими описами / В. А. Вергунов, І. М. Вергунова. – К. : 2010. – 64 с.
2. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. Пер. с франц. – М. : Радио и связь, 1982. – 432 с.

3. Ротштейн А. П. Пректирование бездефектных человеко-машинных технологий / А. П. Ротштейн, П. Д. Кузнецов– К.: Техника, 1992 –180 с

ЛОКАЛІЗАЦІЯ МІСЦЕПОЛОЖЕННЯ ДЖЕРЕЛА ЗАБРУДНЕННЯ В ДВОВИМІРНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧАХ МАСОПЕРЕНОСУ

Власюк А.П., Багнюк О.М.

Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, olga_bagnyuk@ukr.net

Розглядається нестационарний процес дифузійного перенесення забруднень в прямокутнику з сторонами a і b від деякого точкового джерела потужності Q , розміщеного в точці $M(x_0, y_0)$ (рис.1). Аналогічна стаціонарна задача розглянута в [1].

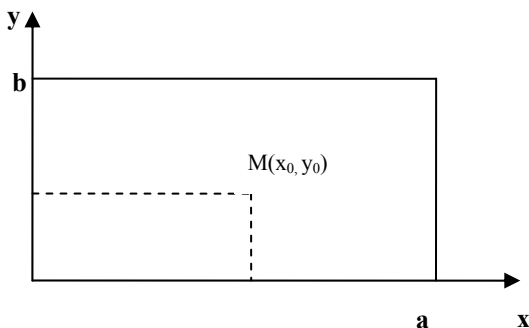


Рис.1. Джерело забруднення в прямокутнику

Потрібно знайти координати (x_0, y_0) місцеположення розміщення джерела забруднень, концентрація $c(x, y, x_0, y_0, t)$ від якого визначається із розв'язку крайової задачі

$$D\left(\frac{\partial^2 \tilde{n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{n}}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1)$$

$$c(x, y, 0) = Q\delta(x - x_0)\delta(y - y_0), \quad (2)$$

$$c(0, y, t) = c(a, y, t) = c(x, 0, t) = c(x, b, t) = 0. \quad (3)$$

Розв'язок прямої задачі при заданому місцеположенні джерела забруднень знаходиться методом скінченних синус-перетворень Фур'є і має вигляд

$$c(x, y, t) = \frac{4}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F(m, n) \exp \left[-Dt\pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (4)$$

де

$$F(m, n) = Q \sin \frac{n\pi x_0}{a} \sin \frac{m\pi y_0}{b}.$$

Для задачі (1) - (3) побудовано спряжену задачу [2]. При заданих замірах концентрацій забруднень розв'язок оберненої задачі знайдено методом мінімізації функціоналу, побудованого для спряженої задачі [3]. Проведено чисельні експерименти та їх аналіз.

Література

1. Власюк А.П. Локалізація місцеположення джерела забруднення в двовимірній задачі масопереносу / А.П. Власюк, О.М. Багнюк // Тез. XIII Міжнар. наук.конф. ім. акад. М. Кравчука. Тез. доп. – Київ, 2010. – С.88.
2. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982. – 320 с.
3. Стеля О.Б. Чисельна процедура відтворення невідомих параметрів джерел для задач масо переносу / О.Б. Стеля, О.С. Тригуб // Наукові записки НаУКМА. – 2000. Т.18: Комп'ютерні науки. – С. 40-47.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНОЇ МІГРАЦІЇ РАДІОНУКЛІДІВ ПРИ НАЯВНОСТІ ЗВ'ЯЗУЮЧОГО РОСЛИННОГО ШАРУ

Власюк А.П., Сахарук М.А.

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, maksym_sakharuk@i.ua

Розглядається задача утилізації радіонуклідів при їх вертикальній міграції в горизонтальному шарі ґрунту великої протяжності шляхом переносу їх фільтраційним потоком зі швидкістю V під впливом конвективної дифузії при наявності

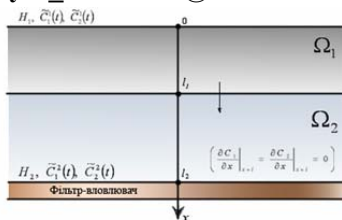


Рис. 1. Вертикальна міграція радіонуклідів у горизонтальному шарі ґрунту

зв'язуючого рослинного шару (рис.1).

Математичну модель даної задачі в загальноприйнятих позначеннях описується наступною крайовою задачею[1,2]:

$$\frac{\partial}{\partial x}(D_1^s(C_1^s))\frac{\partial C_1^s}{\partial x} - V(C_1^s)\frac{\partial C_1^s}{\partial x} - \gamma_1^s C_1^s + \gamma_2^s C_2^s = \sigma \frac{\partial C_1^s}{\partial t}, \quad s=1,2, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(D_2^s(C_2^s))\frac{\partial C_2^s}{\partial x} + \gamma_1^s C_1^s - \gamma_2^s C_2^s = \sigma \frac{\partial C_2^s}{\partial t}, \quad s=1,2, \quad (2)$$

$$V = -k(C_1^s)\frac{dh}{dx} \pm v(C_1^s)\frac{dC_1^s}{dx}; \quad \frac{dV}{dx} = 0, \quad (3)$$

при наступних крайових умовах

$$h(0) = H_1; \quad h(l) = H_2, \quad (4)$$

$$C_1^s(x,0) = \tilde{C}_1^{0;s}(x), \quad C_2^s(x,0) = \tilde{C}_1^{0;s}(x), \quad s=1,2, \quad (5)$$

$$C_1^1(0,t) = \tilde{C}_1^1(t); \quad C_2^1(0,t) = \tilde{C}_2^1(t), \quad (6)$$

$$l_2 C_1^2(l,t) = \begin{cases} \tilde{C}_1^2(t), \\ \frac{\partial C_1^2(l,t)}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad l_2 C_2^2(l,t) = \begin{cases} \tilde{C}_2^2(t), \\ \frac{\partial C_2^2(l,t)}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

$$C_1^1(l_1,t) = C_1^2(l_1,t), \quad C_2^1(l_1,t) = C_2^2(l_1,t), \quad (8)$$

$$q_1^1(l_1,t) = q_1^2(l_1,t), \quad q_2^1(l_1,t) = q_2^2(l_1,t), \quad (9)$$

Тут: $k(C_1^s)$ - коефіцієнт фільтрації сольового розчину, залежність якого від концентрації встановлена експериментально, $v(C_1^s)$ - коефіцієнт осмосу $C_1^s(x,t)$ - концентрація радіонуклідів, що знаходяться в фільтраційному потоці, $C_2^s(x,t)$ - концентрація радіонуклідів, що знаходяться у воді, яка зв'язана з скелетом ґрунту, D_1^s - коефіцієнт конвективної дифузії, D_2^s - коефіцієнт молекулярної дифузії, $s=1,2$ - номер шару.

Побудовано математичну модель, яка достатньо адекватно описує процес вертикальної міграції радіонуклідів (нелінійну, де фільтратом є сольовий розчин).

Для даної математичної моделі розроблено монотонну різницеву схему та отримано її розв'язок методом прогонки. Проведено чисельні експерименти для з'ясування закономірностей проходження процесу вертикальної міграції радіонуклідів.

Проведене математичне і комп'ютерне моделювання дає можливість робити кількісну і якісну оцінку впливу трав'янистого шару на проходження вертикальної міграції радіонуклідів в ґрунтовому масиві.

Література

1. Веригин Н.Н. Диффузия и массообмен при фильтрации жидкостей в пористых средах. /Н.Н. Веригин, Б.С. Шержуков // Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917 – 1967). –М.: Наука, 1969. – С. 237 – 313.
2. Власюк А.П., Остапчук О.П. Математичне моделювання задачі про утилізацію радіонуклідів в шарі ґрунту // Тез. доп. Міжн. конф. ім. акад. М.Кравчука, Київ,-2006. – С.57.
3. Бурак Я.Й., Чапля Э.Я. Вихідні положення математичної моделі гетеродифузного переносу радіонуклідів у приповерхневих шарах Землі//Доп. НАН України.- 1993.- № 10.- С. 59-63.

ТЕЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТЕПЛО-МАСОПЕРЕНОСЕННЯ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАННИЙ СТАН ОСНОВИ БАГАТОШАРОВОЇ ҐРУНТОВОЇ ГРЕБЛІ

Власюк А.П., Федорчук Н.А.

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, N.A.Fedorchuk@mail.ru

Досліджується задача моделювання впливу тепло-масоперенесення на напружено-деформований стан (НДС) основи ґрунтової греблі, що складається з n горизонтальних шарів із

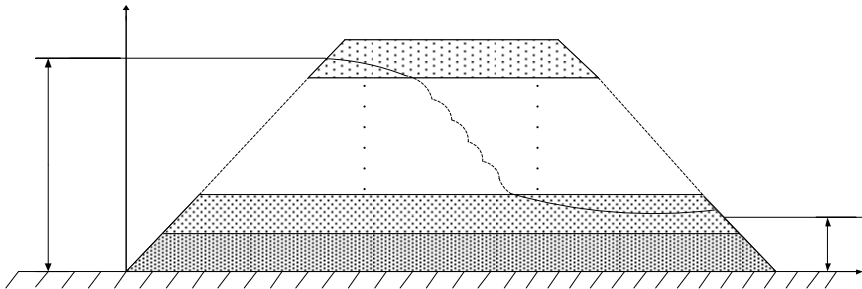


Рис.1. НДС основи багатошарової ґрунтової греблі в процесі тепло-масоперенесення

різними фізико-хімічними та механічними характеристиками при наявності вільної поверхні ґрунтових вод (рис. 1).

В загальноприйнятих позначеннях математичну модель поставленої задачі в двохвимірному випадку можна описати наступною крайовою задачею [1, 2]:

$$\begin{aligned} & \mu_i(c_i, T_i) \Delta U_i + (\lambda_i(c_i, T_i) + \mu_i(c_i, T_i)) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \left[\frac{\partial \lambda_i(c_i, T_i)}{\partial x} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \right. \\ & \left. + 2 \frac{\partial \mu_i(c_i, T_i)}{\partial x} \frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial \mu_i(c_i, T_i)}{\partial y} \left(\frac{\partial U_i}{\partial y} + \frac{\partial V_i}{\partial x} \right) \right] - (2\lambda_i(c_i, T_i) + 2\mu_i(c_i, T_i)) \alpha_r \frac{\partial T_i}{\partial x} = X_i, \\ & \mu_i(c_i, T_i) \Delta V_i + (\lambda_i(c_i, T_i) + \mu_i(c_i, T_i)) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \left[\frac{\partial \lambda_i(c_i, T_i)}{\partial y} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \right. \\ & \left. + 2 \frac{\partial \mu_i(c_i, T_i)}{\partial y} \frac{\partial V_i}{\partial y} + \frac{\partial \mu_i(c_i, T_i)}{\partial x} \left(\frac{\partial U_i}{\partial y} + \frac{\partial V_i}{\partial x} \right) \right] - (2\lambda_i(c_i, T_i) + 2\mu_i(c_i, T_i)) \alpha_r \frac{\partial T_i}{\partial y} = Y_i, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (D_i(c_i, T_i) \nabla c_i) - v_i \nabla c_i - \gamma_i(c_i - C_m) + \nabla \cdot (D_T^{(i)} \nabla T_i) = n_p^{(i)} \frac{\partial c_i}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\lambda_T^{(i)} \nabla T_i) - \rho c_\rho v_i \nabla T_i = c_T^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad (3)$$

$$v_i = -K_i(c_i, T_i) \nabla h_i + v_c^{(i)}(c_i) \nabla c_i + v_T^{(i)} \nabla T_i, \quad \text{div } \vec{v}_i + \frac{\partial n_p^{(i)}}{\partial t} = 0, \quad (4)$$

$$l_1 h_i(x, y, t) \Big|_{\Gamma_0} = \tilde{H}_1, \quad l_2 c_i(x, y, t) \Big|_{\Gamma_0} = \tilde{C}_1, \quad l_3 T_i(x, y, t) \Big|_{\Gamma_0} = \tilde{T}_1, \quad (x, y, t) \in \Gamma_0, \quad (5)$$

$$[h_i] \Big|_{\Gamma_i} = 0, \quad [c_i] \Big|_{\Gamma_i} = 0, \quad [T_i] \Big|_{\Gamma_i} = 0, \quad [v] \Big|_{\Gamma_i} = 0, \quad [q_c^{(i)}] \Big|_{\Gamma_i} = 0, \quad [q_T^{(i)}] \Big|_{\Gamma_i} = 0, \quad (6)$$

$$q_c^{(i)} = v_i c_i - D_i(c_i, T_i) \nabla c_i - D_T^{(i)} \nabla T_i, \quad q_T^{(i)} = \rho c_\rho v_i T_i - \lambda_T^{(i)} \nabla T_i, \quad (x, y) \in \Omega_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (7)$$

$$(\bar{u}_i, \bar{n}_i)|_{\gamma_i} = n_p^{(i)} \frac{\partial \varphi_i}{\partial t}, \quad \varphi_i(x, y, t) = (y - h_i(x, y, t))|_{\gamma_i} = 0, \quad h_i(x, y, t)|_{\gamma_i} = y, \quad (8)$$

$$(\mathbf{D}_i(c_i, T_i) \nabla c_i + \mathbf{D}_T^{(i)} \nabla T_i, \bar{n}_i)|_{\gamma_i} = 0, \quad i = \overline{n_*}, n, \quad (9)$$

$$\bar{u}^{(1)} = 0, \quad (x, y) \in AB, \quad \sigma_n^{(i)} = 0, \quad \tau_s^{(i)} = 0, \quad (x, y) \in AD \cup DD \cup DC \cup CC \cup C_1B_1 \cup B_1B, \\ i = \overline{1, n}, \quad (10)$$

$$[u_n^{(i)}] = [u_s^{(i)}] = 0, \quad [\sigma_n^{(i)}] = [\tau_s^{(i)}] = 0, \quad (x, y) \in \gamma_i, \quad i = \overline{n_*}, n, \quad (11)$$

$$h_i(x, y, 0) = \tilde{H}_0^{(i)}, \quad c_i(x, y, 0) = \tilde{C}_0^{(i)}, \quad T_i(x, y, 0) = \tilde{T}_0^{(i)}, \quad (x, y) \in \Omega_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (12)$$

Тут: $\bar{u}^{(1)} = (U_1, V_1)$. Отримано чисельний розв'язок крайової задачі (1)-(12) методом скінченних різниць з використанням чисельних конформних відображень [3]. Знайдено зміщення, напруження, деформації, а також розподіл поля напорів, швидкостей фільтрації, концентрації сольового розчину та температури в основі тіла багат шарової ґрунтової греблі. Проведено серію чисельних експериментів та здійснено аналіз впливу тепло-масоперенесення на НДС основи багат шарової ґрунтової греблі.

Література

1. Сергиенко И.В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека. – К.: Наукова думка, 1991. – 432с.
2. Власюк А.П. Чисельне моделювання напружено-деформованого стану основи ґрунтової греблі при наявності тепло-масопереносу / А.П. Власюк, Н.А. Федорчук // Тез. Міжнар. наук. конф. "Прийняття рішень в умовах невизначеності", 5-9 жовтня 2009р., Кам'янець-Подільський, 2009. – С. 48-49.
3. Власюк А.П. Чисельне розв'язання одного класу задач з вільними межами в криволінійних чотирикутниках для еліптичних систем рівнянь / А.П. Власюк, В.Г. Михальчук // Препр./АН України. Ін-т математики; 94.36. – Київ: 1994. – 23с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАСОПЕРЕНОСУ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ ПРИ ФІЛЬТРАЦІЇ ПІДЗЕМНИХ ВОД В НАСИЧЕНО-НЕНАСИЧЕНИХ ҐРУНТОВИХ СЕРЕДОВИЩАХ З ВРАХУВАННЯМ ІНФІЛЬТРАЦІЇ

Власюк А.П., Цветкова Т.П.

Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rstu.rv.ua, Tsvetkova@ukr.net

Досліджується масоперенос сольових розчинів при фільтрації підземних вод в насичено-ненасичених ґрунтових середовищах з врахуванням інфільтрації (рис.1).

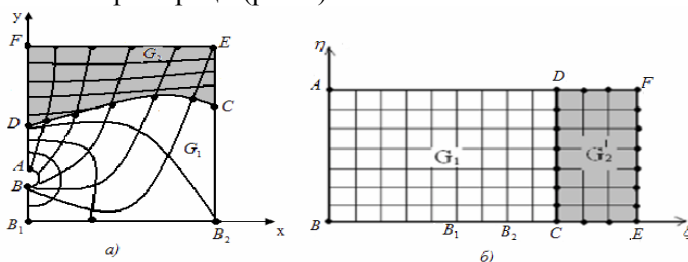


Рис.1. Область масопереносу в насиченій та ненасиченій зонах

Математичну модель даної задачі у загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею [1, 2]:

$$\left(\frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right)}{\partial y} \right) - v_x \frac{\partial c_1}{\partial x} - v_y \frac{\partial c_1}{\partial y} - \gamma(c_1 - C_*) = \sigma_1 \frac{\partial c_1}{\partial t}, \quad (1)$$

$$v_x = -k(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial x}, \quad v_y = -k(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial y}, \quad \text{div } \vec{v}_1 = 0, \quad (2)$$

$$c_1(x, y, 0) = \tilde{C}_0^1(x, y), \quad c_1|_{AB} = \tilde{C}_1^1(t), \quad \frac{\partial c_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma^*} = 0, \quad (3)$$

на CD: $c_1(x, y, t) = c_2(x, y, t), \quad D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial n} = D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial n}; \quad (4)$

$$h_1|_{AB} = \tilde{H}_1, \quad \frac{\partial h_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma^*} = 0, \quad h_1|_{CD} = y, \quad \left(\frac{\partial h_1}{\partial y} - \frac{\partial h_1}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} \right) \Big|_{CD} = 0, \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial(D_2(c_2)) \frac{\partial c_2}{\partial x}}{\partial x} + \frac{\partial(D_2(c_2)) \frac{\partial c_2}{\partial y}}{\partial y} \right) - v_1(\omega, c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} - v_2(\omega, c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} - f(\omega) c_2 = \sigma_2 \frac{\partial c_2}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\mu(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial t} = \text{div}(K(c_2, h_2) \text{grad } h_2) + f(t, x, h_2), \quad v = -k(c_2, \omega) \text{grad } h_2, \quad (7)$$

$$c_2(x, y, 0) = \tilde{C}_0^2(x, y), \quad c_2|_{EF} = \tilde{C}_2^1(x, t), \quad \frac{\partial c_2}{\partial n}|_{CE \cup FD} = 0, \quad (8)$$

$$h_2(x, y, 0) = \tilde{H}_0^2(x, y), \quad k \frac{\partial h_2}{\partial x}|_{EF} = -q(t), \quad \frac{\partial h_2}{\partial n}|_{CE \cup FD} = 0, \quad (9)$$

де $c_1(x, y, t), c_2(x, y, t), D_1(c_1), D_2(c_2), v_x, v_y$ – концентрації сольових розчинів, коефіцієнти конвективної дифузії та компоненти швидкості фільтрації в областях G_1 та G_2 відповідно, $v_1(\omega, c), v_2(\omega, c)$ – деякі залежності від швидкості вологості і концентрації, $H(x)$ – висота нависання води, n – внутрішня нормаль, h_1 – напір рідини, h_2 – напір вологи, γ – коефіцієнт масообміну, C_* – концентрація граничного насичення, δ –

пористість, $f(\omega)$ – функція джерел, ω – вологість, $\mu(h) = \frac{\partial \omega}{\partial h}$, $K(h_2)$

– коефіцієнт водопроникності, $k(\omega)$ – коефіцієнт вологопереносу,

$f(t, x, h_2)$ – функція, що задає випаровування та інфільтрацію,

$q(t)$ – потік вологи, $\Gamma^* = BB_1 \cup B_1B_2 \cup B_2C \cup DA$.

Для задачі (1)-(9), використовуючи метод чисельних конформних відображень, побудовано монотонну різницеву схему в комплексній області та отримано її чисельний розв'язок. На основі проведених чисельних експериментів отримано поле швидкостей фільтрації та поле напорів в області фільтрації G_1 , розподіл потенціалів вологості в області неповного насичення G_2 , поля концентрацій в областях G_1, G_2 .

Література

1. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – Киев: Наук.думка, 1991. – 432 с.
2. Власюк А.П., Цветкова Т.П. Математичне моделювання фільтрації сольових розчинів та вологоперенесення в насичено-ненасичених ґрунтових середовищах в стаціонарному режимі // Тез. XVIII Міжн.

МЕТОДИ ДЛЯ РІВНОВАЖНИХ ЗАДАЧ З ОБМЕЖЕННЯМИ У ВИГЛЯДІ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

Войтова Т.А., Гриненко А.А., Семенов В.В.

КНУ імені Тараса Шевченка, Україна

semenov.volodya@gmail.com

У доповіді планується зробити огляд результатів робіт [1]-[5] та розглянути питання побудови сильно збіжних алгоритмів розв’язання задач про рівновагу вигляду

$$\text{знайти } x \in M : f(x, y) \geq 0 \quad \forall y \in M, \quad (1)$$

де M – множина розв’язків узагальненої варіаційної нерівності

$$\text{знайти } y \in C : (Ay, z - y) + g(y, z) \geq 0 \quad \forall z \in C. \quad (2)$$

У (1), (2) C – опукла замкнена підмножина гільбертового простору H , A – діючий в H монотонний оператор, f , g – біфункції, що задовольняють стандартним умовам Блюма-Еттлі.

Література

1. Войтова Т.А. Метод решения двухэтапных операторных включений / Т.А. Войтова, В.В. Семенов // Журнал обчисл. та прикл. матем. – № 3 (102) 2010. – С. 34-39.
2. Маліцький Ю.В. Нові теореми сильної збіжності проксимального методу для задачі рівноважного програмування / Ю.В. Маліцький, В.В. Семенов // Журнал обчисл. та прикл. матем. – № 3 (102) 2010. – С. 79-88.
3. Ляшко С.И. Экономичная модификация метода Корпелевич для монотонных задач о равновесии / С.И. Ляшко, В.В. Семенов, Т.А. Войтова // Кибернетика и системный анализ. – 2011. – № 4. – С. 146-154.
4. Войтова Т.А. Сильно збіжний модифікований варіант методу Корпелевич для задач рівноважного програмування / Т.А. Войтова, С.В. Денисов, В.В. Семенов // Журнал обчисл. та прикл. матем. – №1 (104). – 2011. – С. 10-23.
5. Войтова Т.А. Альтернуючий проксимальний алгоритм для задачі дворівневої опуклої мінімізації / Т.А. Войтова, С.В. Денисов, В.В. Семенов // Доповіді НАН України. – 2012. – № 2. – С. 56-62.

МІНІМІЗАЦІЯ ТЕРМІНАЛЬНОГО СТАНУ СИСТЕМИ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ ТА ЗМІНОЮ ВИМІРНОСТІ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ

Габуза Т.В., Сопронюк Ф.О.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
gabuzat@gmail.com

Нехай математична модель лінійної стаціонарної системи з післядією та зміною вимірності фазового простору має вигляд

$$\frac{dx^{(j)}(t)}{dt} = A_{1j}x^{(j)}(t) + A_{2j}x^{(j)}(t - h_j) + B_j u^{(j)}(t), \quad t \in \tau_j, \quad (1)$$

$$x^{(j)}(t_{j-1} + \theta_j) = C_j x^{(j-1)}(t_{j-1} + \theta_j), \quad t_{j-1} - t_{j-2} \geq h_j, \quad \theta_j \in [-h_j, 0], \quad (2)$$

$$x^{(0)}(t_0 + \theta_1) = \varphi(t_0 + \theta_1), \quad x^{(0)}(t_0) = x_0, \quad C_1 = E_1, \quad j = \overline{1, N}, \quad (3)$$

де $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_N$ деяке розбиття відрізка $[T_0, T_1]$,
 $\tau_j = [t_{j-1}, t_j]$, $j = \overline{1, N-1}$, $\tau_N = [t_{N-1}, t_N]$, причому $\min_{1 \leq j \leq N} \tau_j \geq \max_{1 \leq j \leq N} h_j$.

За клас допустимих керувань візьмемо множину кусково-неперервних r_j -вимірних функцій $u^{(j)}(t)$, $t \in [t_{j-1}; t_j]$, $j = \overline{1, N}$ із заданої обмеженої множини $U^{(j)}$. Тоді кожному допустимому керуванню $u^{(j)}(t)$ на τ_j відповідає траєкторія $x^{(j)}(t)$, $t \in \tau_j$, що задовольняє (1), (2), (3).

Постановка задачі: знайти такі допустимі керування $u^{(1)}(t), t \in [t_0, t_1]$, $u^{(2)}(t), t \in [t_1, t_2]$, ..., $u^{(N)}(t), t \in [t_{N-1}, t_N]$ щоб

$$J(u^{(1)}, u^{(2)}, \dots, u^{(N)}) = \int_{t_N - h_N}^{t_N} x^{(N)}(t) x^{(N)}(t) dt \rightarrow \min_{u^{(j)}(t), t \in [t_{j-1}, t_j], j = \overline{1, N}}, \quad (4)$$

Сформульована і доведена теорема про розв'язання задачі (4) за умов (1), (2), (3).

Література

1. Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М. Теория оптимальных процессов. – М.: Высшая школа, 1971. – 503 с.
2. Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М. Оптимизация линейных систем. Методы функционального анализа – Минск: Издательство Белорусского университета, 1973. – 248 с.
3. Сопронюк Ф.О. Моделивання та оптимізація систем управління з розгалуженням структури. – Чернівці: Рута, 1995. – 155 с.

ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНА ОЦІНКА РОЗВ'ЯЗКУ КОМПАРТМЕНТНОЇ СИСТЕМИ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ НА ОСНОВІ РІЗНИЦЕВОЇ НЕРІВНОСТІ

Гандзюк Н.М.

Тернопільський державний медичний університет
імені І.Я. Горбачевського

nadiagan84@gmail.com

Для побудови експоненціальної оцінки розв'язку компартментної, лінійної стаціонарної системи із запізненням,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bx(t - \tau), & t \geq 0 \\ x(t) = \varphi_{\text{поч}}(t), & t \in [\sigma - \tau, 0] \end{cases} \quad (1)$$

ми використовуємо функціонал Ляпунова – Красовського квадратичного типу

$$V(\varphi) = \varphi^T(0)H\varphi(0) + \int_{-\tau}^0 \varphi^T(\theta)G\varphi(\theta)d\theta \quad (2)$$

де симетрична матриця H така, що: $H > 0$ і матричне рівняння $A^T H + HA = -D < 0$

Функціонал $V(\varphi)$ у (2) для конкретного розв'язку $x(t)$ рівняння (1) є функцією моменту часу, яку ми позначатимемо $V[t]$.

Лема. Для будь-якого $t \geq \sigma + 3\tau$, $V[t] \leq V[t - 2\tau]d$.

При доведенні леми ми використовували константи ρ , f , d

$$\rho = \frac{1}{(\lambda_{\min}(H) + \tau\lambda_{\max}(G))^{1/2} \frac{\sqrt{\lambda_{\min}(H)}}{\|A\| + \|B\|}};$$

$$f = \frac{\lambda_{\min}(C)}{8(\lambda_{\max}(H) + \tau\lambda_{\max}(G))} \rho; \quad d = \begin{cases} \frac{1}{1 + \frac{f}{\rho}}, & \text{якщо } \tau \leq \tau_0 \\ c_0, & \text{якщо } \tau < \tau_0 \end{cases}$$

де c_0 - додатній розв'язок рівняння $fc_0^{\frac{3}{2}} + c_0 - 1 = 0$ і $\tau_0 = \rho\sqrt{c_0}$.

В результаті виконаної роботи отримано експоненціальну оцінку розв'язку лінійної стаціонарної системи із запізненням за допомогою функціоналу Ляпунова – Красовського і встановлено, що оцінка залежна від величини запізнення, шукається в результаті розв'язку різницевої нерівності.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕЯКИХ ЕКОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Гаркуша Н.І.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

В доповіді розглядаються питання розробки математичних моделей динамічних систем в екологічних системах. При їх побудові використовуються математичний апарат звичайних диференціальних рівнянь, рівнянь в частинних похідних, різницевих рівнянь. Як правило, параметри моделей є результатами вимірювань і відомі з деякою ступінню неточностей. Вони належать деякому інтервалу. Математичні моделі, які зберігають свої основні властивості (зберігається фазовий портрет системи) називаються інтервально стійкими.

В доповіді розглянута нелінійна (квазілінійна) модель Леслі. Для обліку впливу щільності популяції на її плодючість, вводиться

величина, що є зваженим розміром популяції $w(x) = \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j$,

$\alpha_j > 0$, $j = \overline{1, n}$ - сталі, які відображають вплив віку на життєві темпи зростання популяції. Зроблене припущення, що щільність популяції надає вплив на плодючість лінійним чином і залежність від неї у всіх класах однакова. Тоді плодючість середнього індивіда f_i класу $i = \overline{1, n}$ є функцією вигляду $f_i = a\tilde{f}_i g[w(x)]$, $j = \overline{1, n}$, де $\tilde{f}_i$ - максимальний вихід відтворення середнього індивіда, що відноситься до вікового класу, $g[w]$ - залежність падіння народжуваності від щільності, a - ймовірність виживання індивідів першого вікового класу до моменту переходу до другого класу.

На функцію $g[w]$ зазвичай накладають наступні умови:

1) $g[w]$ є неперервно диференційованою, монотонно спадаючою при $0 \leq w < +\infty$ функцією;

2) $g[w]$ задовольняє наступним умовам

$$g : [0, +\infty) \rightarrow (0, 1], \quad g(0) = 1, \quad \lim_{w \rightarrow +\infty} g[w] = 0.$$

Тоді матриця L системи матиме вигляд

$$L[w(x)] = \begin{bmatrix} \tilde{a}f_1 g[w(x)] & \tilde{a}f_2 g[w(x)] & \dots & \tilde{a}f_{n-1} g[w(x)] & \tilde{a}f_n g[w(x)] \\ p_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & p_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

і динаміка розвитку популяції може бути описана квазілінійною системою різницевих рівнянь

$$x(k+1) = L[w(x(k))], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Знайдено особливі розв'язки, досліджено їх стійкість. При зроблених припущеннях відносно знаходження параметрів у заданих проміжках, проведено дослідження на інтервальну стійкість.

ЗАДАЧІ КЕРОВАНOSTІ ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДИНАМІКИ ГОМПЕРЦА

Гвоздецька І.С.

Тернопільський державний медичний університет

імені І. Горбачевського

irasoroka@rambler.ru

Про роль теорії керування в медицині та біології зазначалося у роботах [1, 2, 3, 4]. Реалізація отриманих розв'язків задач керування в патологічних процесах – невід'ємна складова середовища підтримки системних медичних досліджень.

Задачі керування з узагальненими функціями-керуваннями ставляться в роботі [5].

Функції $\eta_i(t)$, $i = \overline{1, N}$ є розв'язками системи диференціальних рівнянь

$$\frac{d\eta_i(t)}{dt} = \eta_i(t) \left[\sum_{j=1}^m b_{ij}(t) u_j(t) + \sum_{j=1}^N a_{ij}(t) \ln \eta_j(t) \right]$$

$$\eta_i(t_0) = \eta_i$$

де $\eta_i(t)$, $a_{ij}(t)$ - кусково-неперервні функції на відрізку (t_0, T) , $B(t)$ - $N \times m$ -матриця з елементами $b_{ij}(t)$, що є також кусково-неперервними. При цьому розв'язок $\eta_i(t)$ розуміється в загальному, тобто:

$$\eta_i(t) = \eta_i + \int_{t_0}^t \eta_i(t) \left[\sum_{j=1}^m b_{ij}(t) u_j(t) + \sum_{j=1}^N a_{ij}(t) \ln \eta_j(t) \right] dt.$$

У роботі передбачається також інтегрування функцій $a_{ij}(t)$, і $b_{ij}(t)$, що гарантує існування розв'язків і інтегралів в нестационарному випадку.

У роботі поставлено задачі керування в класі диференціальних рівнянь динаміки Гомперца. Встановлені умови керованості в нестационарному випадку. Виписаний загальний вид керування для стаціонарної системи і скалярного керування в класі узагальнених функцій. Встановлені критерії керованості нестационарної системи в різних випадках опуклих замкнутих множин керування.

Література

1. Амосов Н. М. Регуляция жизненных функций и кибернетика / Н. М. Амосов. - К.: Наукова думка, 1964. - 116 с.
2. Антомонов Ю. Г. Моделирование биологических систем. Справочник / Ю. Г. Антомонов. - К.: Наукова думка, 1977. - 260с.
3. Бейли Н. Математика в биологии и медицине / Н.Бейли. - М.: Мир, 1970. - 328с.
4. Биологическая и медицинская кибернетика / [О. А. Минцер, В. Н. Молотков, Б. Н. Угаров и др.]. - К.: Наукова думка, 1989. - 375 с.
5. Бутковский А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. - М.: Наука, 1975. - 568 с.
6. Ли Э. Б., Маркус Л. В. Основы теории оптимального управления / Э. Б. Ли, Л. В. Маркус. - М.: Наука, 1972. - 576с.

ОПЕРАТИВНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОШИРЕННЯ ЗАБРУДНЕНЬ У РІЧКАХ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Герус А.В.

Інститут водних проблем і меліорації

Gerus-andrij@mail.ru

Завданням розробки моделі поширення забруднень в річках є одержання прогностичних оцінок динаміки забруднюючих речовин, своєчасне визначення їх вмісту у місцях водозаборів з метою прийняття управлінських рішень.

Процес поширення забруднень описується (з врахуванням біологічних та фізико-хімічних процесів у річці, змішування, осідання в мул, самоочищення забруднюючих речовин) у вигляді системи двох диференціальних рівнянь:

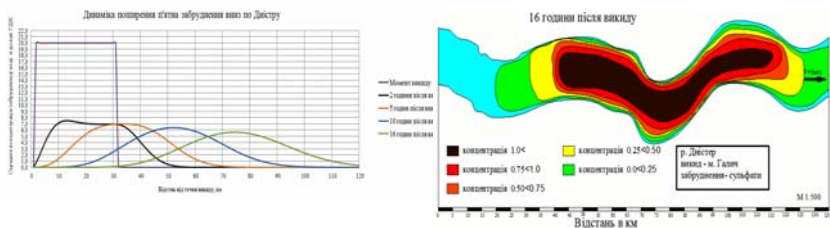
$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} a(x) \frac{\partial U}{\partial x} - V(x) \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda(x)U + \mu(x)S + f(x, t); \\ \frac{\partial S}{\partial t} = \lambda(x)U + \mu(x)S. \end{cases}$$

Функція джерела є точковим джерелом викиду забруднюючих речовин такого вигляду:

$$f(x, t) = \begin{cases} f(t) & \text{при } x = 0; \\ 0 & \text{при } x \neq 0. \end{cases}$$

При чисельних розрахунках розповсюдження забруднень було використано інтегро – інтерполяційний метод апроксимації системи рівнянь.

Прикладом розрахунку є ділянка на річці Дністер з викидом в пункті Галич та поширенням забруднень (сульфатів) до водозабору міста Залішки. Модель формування поля забруднення після годинного викиду з точкового джерела подана на рисунку.



а

б

Рис. Пляма забруднення р.Дністер: а – динаміка концентрації забруднень; б – просторове зображення плями забруднення через 16 годин після викиду.

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ МАЖОРАНТНОГО І МІНОРАНТНОГО ТИПІВ ВІДШУКАННЯ ЕКСТРЕМУМУ ДОВІЛЬНИХ ОПУКЛИХ ФУНКЦІЙ

Глебена¹ М. І., Цегелик² Г. Г.

¹ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

²Львівський національний університет імені Івана Франка

kafmmsep@franko.lviv.ua, HlebenaM@gmail.com

Розглядається побудова чисельних методів нульового порядку відшукування екстремуму довільних (гладких і негладких) опуклих функцій однієї і багатьох дійсних змінних, використовуючи властивості неklasичних мажорант і мінорант Ньютона функцій однієї та двох дійсних змінних, заданих таблично [1,2]. В основі цих методів лежать такі твердження.

1. Некласична мажоранта Ньютона функції, заданої таблично, є логарифмічно вгнутою функцією, а неklasична міноранта – логарифмічно опуклою.

2. Відшукування екстремуму будь-якої опуклої функції з від’ємними значеннями можна звести до відшукування екстремуму опуклої функції з додатними значеннями шляхом додавання до функції певної додатної сталої.

3. Кожна додатна опукла функція є або логарифмічно вгнутою, або логарифмічно опуклою.

За допомогою розроблених чисельних методів можна відшукати екстремум будь-якої опуклої функції з заданою точністю при будь-якому початковому наближенні, використовуючи тільки значення функції в певній послідовності точок.

Варто зазначити, що методи є набагато ефективніші від методів, розроблених для гладких функцій, які використовують похідні першого порядку або другого порядку.

Література

1. Цегелик Г.Г. Теорія мажорант и диаграмм Ньютона функций, заданных таблично, и ее приложение / Г.Г Цегелик // Укр. мат. журн. – 1989. – Т. 41. - № 9. – С. 1273-1276.

2. Глебена М.І. Апарат неklasичних мінорант Ньютона функцій, заданих таблично, та його використання / М.І.Глебена, Н.В.Грипинська, Г.Г.Цегелик // Матер. XVII Всеукр. наук. конф. „Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики”, - Львів. – 2011. – С. 33.

РОЗПІЗНАВАННЯ ЗНАКІВ ДАКТИЛЬНОЇ МОВИ ЖЕСТІВ: ФОРМУВАННЯ ВЕКТОРІВ ОЗНАК НА БАЗІ КІЛЬКОСТІ ТА СТРУКТУРИ ДЕФЕКТІВ

А.О. Голік

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

analytical@ukr.net

В доповіді представлений модельний підхід до розв'язання задачі розпізнавання знаків дактильної мови жестів. Модельність визначається вибором способу опису знаків: вибором кількості та структури векторів ознак, вибором алгоритму кластеризації та його реалізацією.

Розглянуті всі етапи розпізнавання знаків дактильної мови жестів: HSV розклад захопленого з веб-камери зображення з подальшим аналізом та виділенням контуру долоні на ньому, побудова опуклої оболонки навколо контуру та пошук областей між контуром та опуклою оболонкою, які ми будемо називати дефектами. Саме дефекти є основою побудови векторів ознак. Пропонується варіант формування векторів ознак на основі кількості дефектів та їх структури. Розглядається можливість застосування при формуванні векторів ознак як абсолютних так і відносних величин. Крім того, розглядається проблема стандартизації векторів ознак в рамках якої запропонований і реалізований певний спосіб її розв'язку. Стандартизація та застосування відносних величин дозволяє розв'язати проблему різновіддаленості веб-камери та долоні і, відповідно, різних розмірів контуру та дефектів. Відносні величини дозволяють зберегти закономірності та відношення закладені у дефект, абстрагуючись від його безпосередніх розмірів. Також розглянуті кілька альтернативних варіантів розпізнавання жестів, зокрема на основі ланцюгів Фрімена та гістограм.

В доповіді розглянута можливість застосування бібліотеки OpenCV (та Java wrapper для неї JavaCV) на різних етапах задачі розпізнавання знаків дактильної мови жестів, зокрема при захопленні зображення з веб-камери, його HSV розкладу, фільтрації, пошуку контуру та дефектів.

Література

1. В.С Кириченко Н.Ф. Донченко В.С. Гиперплоскости в «множествах и состояниях соответствия»: кластеризация/Artificial Intelligence and Decision Making.— International book series “INFORMATION SCIENCE&COMPUTING”, Number 7.—Supplement to the International Journal “INFORMATION TECHNOLOGES& COMPUTING” V.2/2008 FOI ITHEA, Sofia 2008.— P. 25-36

ЕМПІРИЧНА ОЦІНКА НЕВІДОМОГО ПАРАМЕТРА ВИПАДКОВОГО ПОЛЯ ІЗ СИЛЬНИМ ПЕРЕМІШУВАННЯМ

Гололобов Д. О.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

dmitrygololobov9@gmail.com

У даній роботі розглядається застосування методу емпіричних середніх до оцінки невідомого параметра двовимірного однорідного у вузькому сенсі випадкового поля з неперервним часом, для якого виконується умова сильного перемішування.

Розглядається оптимізаційна задача:

знайти

$$\min_{u \in I} E \{ f(\vec{u}, \xi(\vec{0})) \} = \min_{u \in I} F(\vec{u}).$$

Ця задача апроксимується задачею:

знайти

$$\min_{u \in I} \frac{1}{T^2} \iint_{[0, T]^2} f(\vec{u}, \xi(\vec{t})) d\vec{t} = \min_{u \in I} F_T(\vec{u}, \omega) = \min_{u \in I} F_T(\vec{u}),$$

де

$$\xi(\vec{t}) = \xi(\vec{t}, \omega), \vec{t} = \{t_1, t_2\} \in \mathbb{T} \subset \mathcal{R}^2$$

— однорідне у вузькому сенсі двовимірне випадкове поле з неперервним часом, яке задовольняє умову сильного перемішування

$$\sup_{\substack{A_1 \in \mathcal{F}(S_1) \\ A_2 \in \mathcal{F}(S_2)}} |P(A_1 \cap A_2) - P(A_1)P(A_2)| \leq \Psi(d) = O(d^{-2-\varepsilon}),$$

де S_1, S_2 — довільні множини з $\mathcal{R}^2$, $\mathcal{F}(S)$ — породжена випадковим полем σ -алгебра; $d \rightarrow \infty, \varepsilon > 0, I$ — замкнена підмножина множини $\mathcal{R}^l, l \geq 1$, можливо, $I = \mathcal{R}^l$; $f : X \times Y \rightarrow \mathcal{R}^2$ — невід’ємна функція.

В результаті роботи доводиться збіжність за розподілом даної емпіричної оцінки. При доведенні використовувались теореми 5, 9 та 11 із [1].

Література

1 Knopov P. S., Kasitskaya E. J. Empirical estimates in stochastic optimization and identification, Kluwer Academic Publishers: Boston\London\Dordrecht. — 250 p.

ЗНАХОДЖЕННЯ КОНТУРУ ЯДЕР ЗА ДОПОМОГОЮ ПРАВИЛА 3 σ Голубєва К.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
katrin_g@bigmir.net

Класичне емпіричне правило 3 σ стверджує, що на практиці, довірчий інтервал $(m(x) - 3\sigma(x), m(x) + 3\sigma(x))$ містить не менше 95% значень генеральної сукупності, де $m(x)$, $\sigma^2(x)$ – математичне сподівання та дисперсія випадкової величини x відповідно [1]. Використаємо це правило для виділення ядра.

Нехай є деяке зображення, кожен піксель якого представлений значенням яскравості. Зображення складається з N точок, частина яких належить генеральній сукупності G_1 – множині точок ядра, а інша частина точок належить G_2 – генеральній сукупності точок фону. Завдяки тому, що для кожного зображення з ядрами зберігається відповідне йому еталонне зображення (частина типового фону без наявності зайвих артефактів) [2], стає можливим обчислення середнього значення фону $\bar{x}_\phi$ та його стандартного відхилення σ_ϕ :

$$\bar{x}_\phi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i, \quad \sigma_\phi = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x}_\phi)^2},$$

де M – кількість точок фону еталонного зображення; x_i , $i = \overline{1, M}$, – значення яскравості точок фону.

Середнє значення в генеральній сукупності G_1 менше, ніж середнє значення в G_2 , оскільки ядро є темнішим за фон. Отже, деяка точка зображення з яскравістю y_j , $j = \overline{1, N}$, буде належати генеральній сукупності G_1 , тобто є точкою ядра, якщо $y_j < \bar{x}_\phi - 3\sigma_\phi$.

Перевагою викладеного методу є простота та швидкість обчислень, але застосування цього методу обмежується тим, що для його виконання обов'язковою є наявність еталонного зображення фону ядер, які обробляються.

Література

1. Ключин Д. А. Доказательная медицина / Д. А. Ключин, Ю. И. Петунин. — М. : И. Д. Вильямс, 2008. — 320 с.
2. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харг. — М. : Мир, 1976. — 511 с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЗАДАЧАХ АНАЛІЗУ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ЦИКЛІЧНИХ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

¹Горкуненко А.Б., ²Лупенко С.А.

^{1,2}Тернопільський національний технічний університет ім. І.Пулую

¹horkunenko@gmail.com, ²lupenko@ua.fm

Не зважаючи на велику кількість розроблених інформаційних технологій, математичних моделей, методів аналізу та прогнозування циклічних економічних процесів, має місце недостатня їх точність та достовірність. Тому розроблення нових методів та інформаційних технологій прогнозування циклічних економічних процесів залишається актуальною задачею.

У роботах [1-2] було проведено обґрунтування нової математичної моделі циклічних економічних процесів у вигляді суми поліноміальної функції та циклічного випадкового процесу, а також розроблено методи їх статистичного аналізу. Даний підхід за рахунок відображення у моделі змінного ритму циклічної складової економічного процесу, уможливив підвищення точності методів статистичного аналізу циклічних економічних процесів.

У роботі [3] було розроблено інформаційну технологію прогнозування циклічних економічних процесів на базі їх нової математичної моделі. Встановлено факт підвищення точності прогнозу на основі розробленої інформаційної технології у порівнянні з відомими методами прогнозування циклічних економічних процесів на базі їх стохастично періодичних моделей.

Література

1. Горкуненко А.Б. Математичне моделювання економічних циклічних процесів для їх автоматизованого аналізу та прогнозу // А.Б. Горкуненко, С.А. Лупенко, А.М. Луцків // Вісник Хмельницького національного університету. – 2010. – № 3. – С. 269-275.
2. Горкуненко А.Б. Математичне моделювання та статистичний сумісний аналіз взаємопов'язаних економічних циклічних процесів // А.Б. Горкуненко, А.М. Луцків, С.А. Лупенко // Вісник Хмельницького національного університету. – 2011. – №1. – С. 137-143.
3. А. Горкуненко Інформаційна технологія прогнозування циклічних економічних процесів / А. Горкуненко, Р. Козак, Я. Литвиненко, С. Лупенко, Ю. Нікольський // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – Тернопіль, 2012. – № 1. – С. 143–154.

АСИМПТОТИКА ГЕНЕРАТОРА СТИБКОВОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ В МАРКОВСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ В СХЕМІ УСЕРЕДНЕННЯ

Горун П.П., Чабанюк Я.М.

Національний університет "Львівська політехніка"

yaroslav_chab@yahoo.com

Стрибова процедура стохастичної оптимізації (ПСО) з марковськими переключеннями в схемі серій задається співвідношенням

$$u^\varepsilon(t) = u + \sum_{k=0}^{v(t/\varepsilon^{1/\gamma})-1} a_k^\varepsilon \nabla_b C(u_k^\varepsilon; x_k^\varepsilon), t \geq 0, \quad u^\varepsilon(0) = u, \quad (1)$$

в позначеннях [1], $\nabla_b C(u, \cdot) = \{(C(u^+; \cdot) - C(u^-; \cdot)) / 2b(t)\}$, $u^\pm = u \pm b(t)$.

Крім того, γ - показник нормування часу, $x_n = x(\tau_n), n \geq 0$ - вкладений ланцюг Маркова у рівномірно ергодичний марковський процес $x(t), t \geq 0$, у стандартному фазовому просторі станів (X, X) з генератором Q [2] та потенціалом R_0 . Функція регресії $C(u; x)$, $u \in R$, $x \in X$, задовольняє умову існування глобального розв'язку супроводжуючих систем $du_x(t)/dt = C'_u(u_x(t); x)$, $x \in X$, в припущенні єдиної точки екстремуму u^* . В (1) мають місце вкладеності $u_n^\varepsilon = u^\varepsilon(\tau_n^\varepsilon)$, $x_n^\varepsilon = x(\tau_n^\varepsilon)$, $a_n^\varepsilon = a/(\tau_n^\varepsilon)^\alpha$, $\tau_n^\varepsilon = \tau_n / \varepsilon^{1/\gamma}$, $n \geq 0$.

Нормована ПСО (1) має вигляд: $v^\varepsilon(t) = t^\gamma u^\varepsilon(t) / \varepsilon$.

Далі розглянемо двокомпонентний марковський процес (МП)

$$v^\varepsilon(t), x_t^\varepsilon := x(t / \varepsilon^{1/\gamma}), t \geq 0. \quad (2)$$

Лема. Генератор МП (2) на тест-функціях $\varphi(v; \cdot) \in C^1(R)$ має представлення: $\mathbf{L}_t^\varepsilon \varphi(v; x) = \varepsilon^{-1/\gamma} Q \varphi(v; x) + \varepsilon^{-1/\gamma} \mathbf{L}_0^\varepsilon \varphi(v; x)$,

$$\text{де } \mathbf{L}_0^\varepsilon \varphi(v; x) = q(x) \mathbf{P} \left[\varphi(v + \varepsilon^{\alpha/\gamma-1} t^{\gamma-\alpha} a \nabla_b C(\frac{\varepsilon}{t^\gamma} v^\varepsilon(t); x); y) - \varphi(v; y) \right] + \\ + \varepsilon^{1/\gamma} \frac{\gamma}{t} v \varphi'(v; x), \quad \mathbf{P} \varphi(\cdot; y) = \int_X P(y, dz) \varphi(\cdot; z).$$

Література

1. Горун П.П., Чабанюк Я.М., Гнатів Л.Б. Збіжність стрибкової процедури оптимізації в марковському середовищі //XVII International Conference: Problems of decision making under uncertainties, 23-27 may 2011. – P.58-59.
2. Korolyuk V. Stochastic Systems in Merging Phase Space /Korolyuk V., Limnios N. – World Scientific Publishing, 2005. – 330 p.

ГЕНЕРАЦИЯ КОМБИНАТОРНЫХ МНОЖЕСТВ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Гребенник И.В., Литвиненко А.С.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
grebennik@onet.com.ua , litvinenko1706@gmail.com

Генерация разнообразных комбинаторных объектов используется при разработке и реализации методов и алгоритмов решения многих научных и прикладных задач. Однако в основном решаются задачи генерации простых комбинаторных объектов – перестановок, сочетаний, разбиений и т.д. [1]. Генерация более сложных комбинаторных объектов затрудняется отсутствием специальных конструктивных средств.

Достаточно сложные комбинаторные конфигурации могут быть формально описаны и сгенерированы с помощью аппарата k – множеств, предложенного в [2]. Аппарат k – множеств исследован, однако сама задача генерации осталась нерешённой.

Задача генерации k – множеств, требует решения задач генерации базовых комбинаторных множеств, используемых при построении k – множеств, таких как перестановки, сочетания, размещения, и т.д. Для многих базовых комбинаторных множеств описаны алгоритмы их генерации [1], однако эти алгоритмы основаны на разных идеях и концепциях. В работе предлагается общий подход к генерации k – множеств на основе единого подхода к генерации различных базовых комбинаторных множеств.

Пусть задано базовое комбинаторное множество T и его параметры $p(T)$: длина m каждого его элемента-кортежа, множество порождающих элементов A и другие параметры, специфические для каждого класса комбинаторных множеств (например, параметры $n_1, n_2, \dots, n_k$ для перестановок с повторениями). Необходимо сгенерировать все элементы $t \in T$. Обозначим $t^i = (t_1, t_2, \dots, t_i)$, $\forall t_i \in A$, $i \in J_n$, $J_n = \{1, 2, \dots, n\}$, $t^0 = ()$ – пустой кортеж, $t^m = t \in T$.

Алгоритм генерации базовых множеств работает рекурсивно, на каждом уровне рекурсии $i \in J_{m-1}^0$, $J_{m-1}^0 = \{0, 1, \dots, m-1\}$ добавляя в текущий кортеж $t^i = (t_1, t_2, \dots, t_i)$ следующий элемент t_{i+1} ,

получая на уровне $i+1$ кортеж $t^{i+1} = (t_1, t_2, \dots, t_{i+1})$. На уровне $m \leq n$ алгоритм добавляет кортеж $t^m = t$ во множество T .

Принадлежность множества T к определённому классу комбинаторных множеств (перестановок, размещений и т.д.) устанавливает некоторые ограничения на элемент $t_{i+1} \in A$. На каждом уровне $i \in J_{m-1}^0$ обозначим через $F^i = \{f_1, f_2, \dots, f_k\} \subseteq A$ множество всех порождающих элементов, удовлетворяющих этим ограничениям. Тогда во входной кортеж $t^i = (t_1, t_2, \dots, t_i)$ алгоритм добавляет элемент $t_{i+1} = f_j$ для каждого $j \in J_k$ и рекурсивно вызывает себя с параметром $t^{i+1} = (t_1, t_2, \dots, f_j)$. Для различных классов комбинаторных множеств необходимо определить правила формирования множества F^i .

Опишем алгоритм генерации k – множеств. В начале его работы с помощью описанного выше или любого другого известного алгоритма генерируются элементы каждого базового множества. После этого последовательно реализуется операция n - композиции [2], где порождающие элементы множества i -го уровня заменяются элементами-кортежами всех базовых множеств на уровне $i+1$. В результате на уровне k получим генерируемое k – множество.

Алгоритм генерации базовых множеств позволяет генерировать всевозможные комбинаторные множества, для которых могут быть заданы правила формирования множества F^i . Если такие правила задать не удаётся, алгоритм генерации k – множеств допускает применение других алгоритмов для генерации базовых множеств.

Литература

1. Donald L.Kreher, Douglas R.Stinson, Combinatorial Algorithms: Generation Enumeration and Search, CRC Press, 1999.– 329 p.
2. Yu.G. Stoyan, I.V. Grebennik Description and Generation of Combinatorial Sets Having Special Characteristics // International Journal of Biomedical Soft Computing and Human Sciences, Special Volume “Bilevel Programming, Optimization Methods, and Applications to Economics” Vol. 18, №1, 2011. – P. 85-90.

ЗАСТОСУВАННЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛАПЛАСА ТА ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Грищенко О.Ю., Семенов В.В., Харченко І.І.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ihar@unicyb.kiev.ua

Проблема дослідження реальних процесів або об'єктів полягає у виявленні їх властивостей, розумінні прогнозування поведінки та оптимального керування ними. Розв'язування таких задач може спроститися, якщо замість самих об'єктів або процесів розглядати їх математичні моделі. Так, у задачах прикладного характеру досить часто виникає необхідність урахування елементів невизначеності деяких характеристик. При відсутності точної інформації про початковий стан системи слід розглядати певну множину, з якої можуть вибиратися початкові значення. Тоді динаміка такої системи може бути описана множиною початкових станів. У задачах оптимізації зазначених систем функціонал якості може бути заданий як функція максимуму за початковими даними.

У роботі пропонується використовувати розв'язки матричного диференціального рівняння

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XA^T(t) \quad (1)$$

з початковими умовами $X(t_0) = X^{(0)}$.

Запишемо рівняння (1) в операторній формі. При ненульових початкових умовах скористаємося формулою Мелліна [1].

Одним з програмних комплексів, які зараз використовуються для моделювання динамічних систем керування з урахуванням перетворення Лапласа, є комплекс MATLAB/SIMULINK.

Отримані результати розрахунків можуть бути використані при формулюванні ефективних критеріїв для аналізу задач практичної стійкості. Раніше такий підхід використовувався в задачах керування пучками траєкторій у лінійних прискорювачах [2].

Література

1. Ляшко С.І., Грищенко О.Ю. Теорія функцій комплексної змінної. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2008. – 460 с.
2. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Харченко І.І. Диференціальні рівняння для інформатиків. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2008. – 351 с.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ СЛОЖНЫХ ДВОИЧНЫХ ЦЕПЕЙ МАРКОВА

Губеладзе А.К.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченка

A.Gubeladze@pochta.ru

Рассмотрим модель стационарной, сложной двоичной цепи Маркова $\{\xi_n; n \geq 1\}$ порядка r , (см.[1]). $\xi_n \in \{0,1\}, n \geq 1$, $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$ - состояние сложной цепи с номером $i = 2^{r-1} \alpha_1 + 2^{r-2} \alpha_2 + \dots + \alpha_r + 1, \alpha_n \in \{0, 1\}, n \geq 1, i \in \{1, 2, \dots, 2^r\}$. p_{ij} - вероятность перехода из состояния $S_i = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$ с номером i в состояние $S_j = (\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{r+1})$ с номером j . $p_i = P\{\xi_1 = \alpha_1, \xi_2 = \alpha_2, \dots, \xi_r = \alpha_r\}$ - вероятность начального состояния $S_i = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$ и $(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_{2^r})$ - стационарные начальные распределения сложной цепи. При заданной матрице переходных вероятностей строиться 2^r -граф (изображение состояний сложной цепи с соответствующими переходами) и стационарные начальные распределения определяются из системы линейных уравнений $\{P_i = P_{i'} P_{i'i} + P_{i'+2^{r-1}} P_{(i'+2^{r-1})i}, i = 1, 2, \dots, 2^r\}$ (здесь и в следующих выражениях $i' = i : 2$ при четном i и $i' = (i + 1) : 2$ при нечетном i).

С учетом нормирования $\sum_{i=1}^{2^r} p_i = 1$ при условии эргодичности

система линейных уравнений имеет единственное решение. Матрица переходных вероятностей, 2^r -граф и стационарные начальные распределения представляют модель сложной цепи. Рассмотрим теперь задачу построения модели сложной цепи при заданных стационарных начальных распределениях $(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_{2^r})$. В общем случае для стационарных

начальных распределений выполняется условие $\sum_{i=1}^{2^r} p_i = 1$ и

$P_i + P_{i+1} = P_{i'} + P_{i'+2^{r-1}}$, где $i = 1, 3, \dots, 2^r - 1$. Мы рассматриваем случай, когда все состояния сложной цепи сообщаются между

собой, образуя эргодический класс существенных состояний и, следовательно, $0 < p_i < 1$ для каждого $i \in \{1, 2, \dots, 2^r\}$.

Для переходных вероятностей сложной цепи $P_{i'i}$ и $P_{(i'+2^{r-1})i}$ имеем $P_{i'i} = (P_i - P_{i'+2^{r-1}} \cdot P_{(i'+2^{r-1})i}) : P_{i'}$. Пусть $b_i = (P_i - P_{i'}) : P_{i'+2^{r-1}}$, $b'_i = P_i : P_{i'+2^{r-1}}$, $\delta_i = \max\{0, b_i\}$, $\delta'_i = \min\{1, b'_i\}$. Тогда для любого нечетного i , выбирая значения переходных вероятностей $P_{(i'+2^{r-1})i}$ из интервала (δ_i, δ'_i) , соответствующей формулой определим значения переходных вероятностей $P_{i'i}$, при этом $0 < P_{i'i} < 1$ и $0 < P_{(i'+2^{r-1})i} < 1$. Кроме этого для переходных вероятностей $P_{i'(i+1)}$, $P_{(i'+2^{r-1})(i+1)}$ имеем $P_{i'(i+1)} = 1 - P_{i'i}$, $P_{(i'+2^{r-1})(i+1)} = 1 - P_{(i'+2^{r-1})i}$ и $0 < P_{i'(i+1)} < 1$ и $0 < P_{(i'+2^{r-1})(i+1)} < 1$. Выполняя подобным образом вычисления для всех нечетных i и соответствующих $i+1$, мы определяем все искомые переходные вероятности сложной цепи. Эти переходные вероятности положительны, следовательно все состояния сложной цепи сообщаются между собой и образуют эргодичный класс существенных состояний. После определения матрицы переходных вероятностей строится 2^r -граф и таким образом определена модель стационарной эргодической, сложной цепи Маркова $\{\xi_n; n \geq 1\}$ порядка r . Описанная модель сложной цепи отвечает заданным стационарным начальным распределениям $(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_{2^r})$ и если к тому же для некоторого i выполняется условие $P_{(i'+2^{r-1})i} \neq P_i : (P_{i'} + P_{i'+2^{r-1}})$ то порядок r сложной цепи является точным. Это означает, что последовательность случайных векторов $\{(\xi_n, \xi_{n+1}, \dots, \xi_{n+r-1}); n \geq 1\}$ является цепью Маркова и r наименьшее число, удовлетворяющее этому определению.

Литература

1. Губеладзе А.К. Про задачу пониження порядку складності стаціонарних двійкових ланцюгів Маркова. Тези міжнародної конференції PDMU-2010, жовтень 4-8 Ялта, с.55

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА ГЕНЕРУВАННЯ ТА ІМІТАЦІЇ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ

Дем'янчук Н., Лупенко С.

Тернопільський національний технічний університет

ім. Івана Пулюя, Україна

dnr@home.te.ua, lupenko@ua.fm

На сьогодні, важливе місце в ряді галузей науки і техніки (медицина, економіка, телекомунікації) займають інформаційні системи та комплекси різного призначення. Функціонування таких систем часто пов'язане з використанням та аналізом сигналів різної фізичної природи, в структурі та характеристиках яких спостерігається певна повторюваність (циклічність). Тому, важливим науково-технічним завданням є розробка засобів формування (генерування) циклічних сигналів, що дадуть змогу здійснювати тестування та навчання як інформаційних систем в цілому, так і їх окремих компонентів.

В доповіді розглянуто питання розробки інформаційної системи генерування та імітації циклічних сигналів, що функціонує на базі математичної моделі коливань у вигляді циклічного функціонального відношення [1]. В роботі [2] розроблено базові підходи до генерування (формування) коливань, що є основою математичного забезпечення інформаційної системи генерування та імітації циклічних сигналів. З метою втілення нових алгоритмів у реальних продуктах, представлено програмну та запропоновано апаратну реалізацію системи з використанням ПЛІС (FPGA).

Література

1. *Лупенко С. А.* Детерминированные и случайные циклические функции как модели колебательных явлений и сигналов: определение и классификация / С. А. Лупенко // *Электронное моделирование / Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова.* — Київ, 2006. — Том 28, № 4. — С. 29–45.
2. *Лупенко С.А.* Концептуально–методологічні основи імітаційного моделювання циклічних сигналів на ЕОМ із використанням їх моделі у вигляді циклічного функціонального відношення / С.А. Лупенко, Н.Р. Дем'янчук, А.С. Сверстюк // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах.* — Хмельницький : Навчальна книга. — 2008. — № 2. — С. 101–111.

ОЦІНКИ ОБЛАСТІ СТІЙКОСТІ І ЗБІЖНОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ СИСТЕМ З КВАДРАТИЧНОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ

Джалладова І.А.

проф. кафедри вищої математики КНЕУ

irada-05@mail.ru

Одним із класів нелінійних динамічних систем, які широко розповсюджено в останній час при моделюванні динамічних процесів, є системи звичайних диференціальних рівнянь з квадратичною правою частиною. Вони знашли своє застосування в математичних моделях популяції, економіки, біології.

Розглядаються системи з квадратичною правою частиною, у векторно - матричному вигляді

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + X^T(t)Bx(t). \quad (1)$$

де $B = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}^T$ прямокутна $n^2 \times n$ - матриця, яка складається із симетричних квадратних матриць B_i , $i = \overline{1, n}$, $X^T(t) = \{X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)\}$ - прямокутна $n \times n^2$ - матриця, яка складається із квадратних $n \times n$ - матриць $X_i(t)$, в яких на i -х рядках стоять вектори $x(t)$, а інші елементи нульові.

Нехай матриця A лінійної частини системи (1) - асимптотично стійка. Якщо брати в якості функції Ляпунова квадратичну форму $V(x) = x^T Hx$, то її повна похідна з огляду на систему (1) має вид

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) = -x^T(t) [C - (B^T X(t)H + HX^T(t)B)]x(t),$$

$$C = -A^T H - HA.$$

Областю стійкості розв'язку $x(t) \equiv 0$ є внутрішність поверхні рівня функции Ляпунова $V(x) = r > 0$, яка лежить всередині області

$$G_0 = \{x \in R^n : C - B^T XH - HX^T B > 0\},$$

де під символом

$$C - B^T XH - HX^T B > 0$$

розуміємо додатну визначеність матриці. Позначимо

$$G_0 = \left\{ x \in R^n : |x| < \frac{\lambda_{\min}(C)}{2\|H\|B} \right\}.$$

Тоді область «гарантованої» стійкості має вигляд

$$G_{r_0} = \max_{r>0} \{G_r : G_r \subset G_0\}, \quad G_r = \{x \in R^n : x^T Hx < r^2\}.$$

Як слідує із цієї залежності, для визначеності «максимальної» області стійкості слідує розмістити еліпсоїд $x^T Hx = r^2$ всередині сфери радіуса $R = \frac{\lambda_{\min}(C)}{2\|H\|B}$ и «розтягувати» $r \rightarrow \infty$ до тих пір, поки

еліпс не буде дотикатися сфери.

Теорема. Нехай матриця лінійної частини системи асимптотично стійка. Тоді нульовий розв'язок системи також асимптотично стійкий и для її розв'язків, що задовольняють початковим умовам

$$|x(0)| < \frac{\gamma(H)}{2|B|\varphi(H)}, \quad \varphi(H) = \frac{\lambda_{\max}(H)}{\lambda_{\min}(H)}, \quad \gamma(H) = \frac{\lambda_{\min}(C)}{\lambda_{\max}(H)},$$

має місце оцінка збіжності

$$|x(t)| \leq \frac{\gamma(H)\sqrt{\lambda_{\min}(H)}|x(0)|}{\left[\gamma(H) - 2|B|\varphi(H)|x(0)|\right]e^{\frac{1}{2}\gamma(H)t} + 2|B|\varphi(H)|x(0)|}.$$

Література

1. *Вольтерра В.* Математическая теория борьбы за существование. — М., 1976.
2. *Смит Дж.* Модели в экологии. — М., 1976. — 286 с.
4. *Хусаїнов Д.Я., Джалладова І.А., Шатирко О.А.* Оцінка області стійкості диференціальної системи з квадратичною правою частиною // Вісник Київського університету. Серія: Фізико-математичні науки, в.3, 2011. — С. 227-230.
5. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. — М.: Наука, 1967. — 472 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ЛЕЧЕБНОГО КОМПЛЕКСА С ЛОКАЛЬНОЙ МИШЕНЬЮ БИОСИСТЕМЫ

Долгополов И.Н

Международный научно-учебный центр информационных
технологий и систем МО и НАНУ

dolgigo@ukr.net

Рассмотрим лекарственный комплекс в виде системы S , состоящей из N компонентов (биоагентов), в виде однотипных систем высшего уровня S_i ($S = \sum S_i$), которые взаимодействуют с локальной мишенью биосистемы M , изменяя её состояние и поведение $z(t)$. Обозначим множество состояний локальной мишени $z = \{z_i\}$, множество воздействий $u_i \in U$, множество ответных реакций R , которые можно считать эффективными $\mathcal{E}(\forall S_i) (\exists \varphi) [\varphi(z_i, u_i) \rightarrow r]$, где $r \in R$, φ - оператор отображения; $(\forall S_i) (\exists L(r)) (r_1 > r_2 > \dots > r_i > \dots)$, $r_i \in R$, где L упорядочивающее правило. Тогда $z(t) = a_1 z(t - \tau) + a_2 z(t) + u(t - \tau_u) + \xi(t)$, где $u(t - \tau_u)$ - воздействие, а $\xi(t)$ - нестационарный случайный процесс, параметры которого зависят от внешних возмущений физиологической среды. Если $u_i(t) = -\xi_i(t - \tau_u)$, $i = \overline{1, N}$, то u_{1i} ($i = \overline{1, N}$) - выражает целевую функцию. В ответ на осуществлённое действие u_j , системой S_i , ЛМ реагирует нужным образом. $\mathcal{E}_i(r_j) = \mathcal{E}_{1i}(u_j, \mathcal{E}) - \mathcal{E}_{2i}(u_j)$. $\mathcal{E}_i(r_j)$ - реакция после действия u_j системы M . $\mathcal{E}_{2i}$ - энергозатраты биоагента на осуществление действия u_j . $\mathcal{E}_{1i}(\mathcal{E})$ - предпороговая фаза состояние M , зависящее от эффективности предыдущего u_j . Если $0 < \mathcal{E}_i(r_j) < \mathcal{E}^*$, действие u_j будем называть рациональным. Если $\mathcal{E}^* < \mathcal{E}_i(r_j) < \mathcal{E}^{**}$, действие u_j эффективно. Если $\mathcal{E}_i(r_j) < 0$, действие u_j нерационально: S_i бесполезно теряет энергию и её остатка может не хватить для выполнения других действий. Если $\mathcal{E}_i(r_j) > \mathcal{E}^{**}$, действие u_j эгоистично, т.е система S_i мешает действовать другим подсистемам. Таким образом, целевая функция состоит в поддержании индивидуальной эффективности в диапазоне $\mathcal{E}^* - \mathcal{E}^{**}$, обеспечивая как индивидуальное так и групповое благополучие. Можно предположить, что существует некое оптимальное значение $\mathcal{E}_{i \text{ опт.}}(u_{j \text{ опт.}})$, при котором достигается $\max \mathcal{E}_i(r_{\text{опт.}})$. Однако зависимость от возмущений внешней среды, возможностей S_{i_1} , индивидуально и в группе делает проблему

выбора действия u_j интеллектуально сложной задачей, решение которой может быть достигнуто за счёт некоего автоматизма. Допустим, что каждая S_i при выборе действия может руководствоваться двумя критериями: 1) с вероятностью p_1 выбирать действие из алфавита $U \supset u_j$; 2) с вероятностью p_2 повторять то, что делает другая S , (в подражание соседу); $p_1 + p_2 = 1$. Чем удачней выбор, тем выраженнее R и стабильнее Z : увеличение энергии способствует стабилизации функции, уменьшение - стимулирует смену действий. Способ выбора действий на основе механизма случайного выбора и подражания и определяют эффективность комбинации автономности и целенаправленности в рамках метода массовых проб, находящегося на стыке стохастической оптимизации и целенаправленного поведения. Максимального успеха можно ожидать, в случае близости состояния среды (ЛМ) для подражающей подсистемы и образца подражания. В этом случае, втягивание биоагентов в процесс подражания формирует в итоге акт приспособления к сложившейся ситуации, выражая, таким образом, общесистемный закон управления.

Литература

1. Долгополов И.Н. Новые подходы к решению задач управления в клинической медицине//Сборник докладов междунар. Конференции «Intellectual Systems for Decision Making and Problems of Computational Intelligence (ISDMCI 2011)»,Евпатория, 2011, С.30-33.

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОЦІНКА РІВНЯ ПОКАЗНИКІВ ПРИ АНАЛІЗІ СОЦІАЛЬНИХ МЕРЕЖ

Доленко Г.О. , Чайка Д.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
galinadolenko2006@yandex.ru

Розглядаються різні задачі аналізу соціальних мереж методами ітераційної координації[1], механізмами візуалізації та взаємодії, мережевими методами [2-9].

Ціллю роботи є побудова підходу для здійснення ефективної підтримки прийняття рішень на соціальних мережах на основі різних змістовних видів аналізу.

Запропоновані методи аналізу розглянуті на прикладі. Для нього знаходяться коефіцієнти центральності і престижу акторів та

груп, степенева центральність акторів та груп, центральність близькості, проміжна центральність, інформаційна центральність.

Для розпізнавання ступеню схожості коефіцієнтів використовуються різновиди норм. Показники, що знайдені, можуть бути використані як вихідні дані в різних методах візуального аналізу. Потім можна провести підвищення ефективності мережі методами ітераційної координації.

В результаті отримується багатокритеріальна оцінка рівня ефективності функціонування соціальної мережі та визначаються її специфічні особливості.

Література

1. Сингх М., Титли А. Системы и декомпозиция, организация и управление. М.: Машиностроение, 1986. – 496с.
2. M. Bertold, D.J.Hand. Intelligent Data Analysis: an introduction.- Springer-Verlag Berlin Heidelberg, - 2003.-514с.
3. D.Keim, M Ward Visualization. .-Springer-Verlag Berlin, -2003, с.403-427.
4. Доленко Г.О. Методи візуалізації для підтримки прийняття рішень: Навчальний посібник. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2011. – 36с.
5. C. Chen. Information Visualisation and Virtual Environments.- Springer-Verlag, London, - 1999.
6. M. Ward. XmdvTool: Integrating multiple methods for visualizing multivariate data. In Proc. Visualization: Perception for Design. Morgan Kaufmann.2000.
7. Dolenko G.A., Luzan A. Selection of Visualization Techniques for Multicriteria Decision Making. -PDMU-2008. International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties. May 12-16 2008. Kiev-Rivne, Ukraine.
8. Dolenko G.A., Svyatoha S. Hierarchy Decomposition of Criterion for Visualization Techniques Selection Problem.-PDMU-2008. International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties. May 12-16 2008. Kiev-Rivne, Ukraine.
9. Wasserman S., Faust K. Social network analysis: methods and applications HM13I.W356 1994.

О МОДЕЛЯХ НАИЛУЧШЕГО ДВУСТОРОННЕГО ДВУХЭТАПНОГО ВЗАИМНОГО ВЫБОРА

Доценко С.И., Тменова Н.Ф.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

Sergei204@ukr.net , tmenovox@voliacable.com

В задачах наилучшего выбора, рассматривавшихся ранее, как правило, принимала решение одна сторона, а вторая всегда была согласна с выбором. Такие модели являются обоснованными, если осуществляется выбор неодушевленных предметов или в случае, если выбираемые объекты индифферентны к процедуре выбора. В данной статье рассмотрены модели двухстороннего взаимного выбора, когда для осуществления взаимного выбора (или, другими словами, создания пары) требуется взаимное согласие. Такие задачи имеют приложение в социологии, биологии и экономике, например, при поиске брачного партнера, поиске работы, купле-продаже товаров или услуг.

Пусть индивидуумы из двух групп (например, мужчины и женщины или работники и работодатели) хотят выбрать партнера (супруга, бизнес-партнера) из противоположной группы, т.е. создать пару. Индивиды выбирают друг друга в зависимости от показателя качества. Каждый индивид заинтересован в выборе партнера с наибольшим значением качества, при этом значение собственного качества остается неизвестным. Если один из партнеров согласен принять другого, то второй может и не согласиться, поэтому правило выбора должно касаться обоих партнеров. Для данной модели взаимного выбора найдена точка равновесия по Нэшу.

Альтернативным подходом к рациональному взаимному выбору является подконтрольное скрещивание, при котором индивиды встречаются случайным образом, но решение о создании пары принимается селекционером, стремящимся максимизировать средние показатели качества потомства популяции.

Литература

1. В.В.Мазалов. Математическая теория игр и приложения. Изд-во “Лань”, СПб., 2010.

АСИМПТОТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО КВАЗІХВИЛЬОВОГО РІВНЯННЯ

Дудзяний І. М.

Львівський національний університет імені Івана Франка

igordudz@i.ua

Запропоновано методику побудови у першому наближенні асимптотичного розв'язку крайової задачі

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - \alpha \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right)^n \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \varepsilon f \left(u, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (1)$$

$$u(0, t) = 0; \quad u(l, t) = 0, \quad (2)$$

де $u = u(x, t)$ – невідома функція переміщень; x – просторова координата ($0 \leq x \leq l$); t – час ($t \geq 0$); $n \in (-1; 0]$; $\alpha = \text{const}$; ε – малий додатний параметр; f – відома, нелінійна, аналітична функція своїх аргументів.

Для розв'язування задачі (1), (2), використано асимптотичний метод Крилова-Боголюбова-Митропольського [1], що базується на дослідженні одночастотних коливань, близьких до k -ої форми динамічної рівноваги незбуреної системи, які відображає асимптотичний ряд

$$u = u_k(x, t) = aX_k(x)T_k(t) + \varepsilon u_{1k}(x, a, \varphi_k) + \varepsilon^2 \dots, \quad (3)$$

де $X_k(x)T_k(t)$ – розв'язок незбуреного ($\varepsilon = 0$) рівняння (1).

Наявність показника n в (1) змушує для відображення $X_k(x)$ і $T_k(t)$ застосовувати спеціальну функцію [2] *Ateb-косинус* (позначення ca), тобто

$$X_k(x) = ca \left(1, \frac{1}{n+1}, v_k(a)x \right); \quad T_k(\varphi_k) = ca(n+1, 1, \varphi_k),$$

де $v_k(a) = \left(\frac{1}{2} \cdot (n+2) \cdot \lambda_k \cdot a^{-n} \right)^{1/(n+2)}$. Величини a і φ_k визначають

зі спеціальної системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку [1], а параметр φ_k – з крайових умов (2).

Література

1. Митропольский Ю. А. Асимптотические решения уравнений в частных производных / Ю. А. Митропольский, Б. И. Мосеенков. – Киев : Вища школа, 1976. – 592 с.

2. Сеник П. М. Про *Ateb*-функції / П. М. Сеник .– Київ : ДАН УРСР, 1968, № 1, с. 12-16.

УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ИНВЕСТИЦИОННОЙ БУЛЕВОЙ ЗАДАЧИ С МАКСИМИННЫМИ КРИТЕРИЯМИ ВАЛЬДА

Емеличев В. А., Коротков В. В.

Белорусский государственный университет

emelichev@bsu.by, wladko@tut.by

Рассмотрим векторный дискретный вариант задачи управления инвестициями Марковица [1]. Для этого введем ряд обозначений: $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$ – альтернативные инвестиционные проекты (активы); N_m – возможные состояния рынка (рыночные ситуации, сценарии развития); N_s – виды (показатели) эффективности инвестиционного проекта; $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in E^n = \{0, 1\}^n$ – инвестиционный портфель, где $x_j = 1$, если проект $j \in N_n$ реализуется, и $x_j = 0$ в противном случае; X – множество всех инвестиционных портфелей, $|X| \geq 2$.

Под s -критериальной инвестиционной булевой задачей $Z^s(E)$, $s \geq 1$, с максиминным критерием эффективности Вальда [2]

$$f_k(x, E) = \min_{i \in N_m} \sum_{j \in N_n} e_{ijk} x_j \rightarrow \max_{x \in X}, \quad k \in N_s,$$

будем понимать задачу поиска множества Парето $P^s(E)$. Здесь $E = [e_{ijk}] \in \mathbf{R}^{m \times n \times s}$, e_{ijk} – оценка эффективности вида $k \in N_s$ инвестиционного проекта $j \in N_n$ в случае, когда рынок находится в состоянии $i \in N_m$.

Следуя [3], радиусом устойчивости $\rho^s(E)$ задачи $Z^s(E)$ назовем число $\sup \Xi$, если $\Xi \neq \emptyset$, и $\rho^s(E) = 0$, если $\Xi = \emptyset$, где $\Xi = \sup\{\varepsilon > 0 : \forall E' \in \Omega(\varepsilon) (P^s(E + E') \subseteq P^s(E))\}$, $\Omega(\varepsilon) = \{E' \in \mathbf{R}^{m \times n \times s} : \|E'\| < \varepsilon\}$. Будем считать, что

$\|E'\| = \max_{i \in N_m} \max_{k \in N_s} \sum_{j \in N_n} |e'_{ijk}|$, $E' = [e'_{ijk}]$, т. е. в пространстве портфелей

$\mathbf{R}^n$ задана линейная норма l_1 , а в критериальном пространстве $\mathbf{R}^s$ и пространстве состояний рынка $\mathbf{R}^m$ – чебышевская норма l_∞ . Очевидно, что $\rho^s(E) = \infty$ при $X = P^s(E)$.

Теорема. Если $X \neq P^s(E)$, то для радиуса устойчивости $\rho^s(E)$ задачи $Z^s(E)$ справедливы следующие достижимые оценки

$$\varphi/2 \leq \rho^s(E) \leq n\varphi,$$

где

$$\varphi = \min_{x \in X \setminus P^s(E)} \max_{x' \in P^s(x, E)} \min_{k \in N_s} \max_{i \in N_m} \min_{j \in N_n} (\sum_{j \in N_n} e'_{ijk} x'_j - \sum_{j \in N_n} e_{ijk} x_j),$$

$$P^s(x, E) = \{x' \in X : x' \succ x\},$$

$$x' \succ x \Leftrightarrow \forall k \in N_s (f_k(x', E) \geq f_k(x, E) \ \& \ f_k(x', E) \neq f_k(x, E)).$$

В [3] анонсированы аналогичные оценки (снизу и сверху) радиуса устойчивости s -критериальной инвестиционной задачи с минимаксными критериями рисков Сэвиджа при тех же соотношениях норм l_1 и l_∞ в пространствах $\mathbf{R}^n$, $\mathbf{R}^s$ и $\mathbf{R}^m$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф11К–095).

Литература

1. Markowitz H.M. Portfolio selection: efficient diversification of investments / H.M. Markowitz. – Oxford: Blackwell Publ., 1991.–384 p.
2. Wald A. Statistical decision functions / A. Wald. – New York: John Wiley, 1950. – 179 p.
3. Емеличев В.А. Векторная инвестиционная задача с критериями риска Сэвиджа в условиях неопределенности / В.А. Емеличев, В.В. Коротков // XIV Всероссийская конференция «Математическое программирование и приложения»: тезисы докладов. Екатеринбург. 28 февраля – 4 марта 2011 г. – Изд-во УрО РАН, 2011. – С. 247–248.

КОЛЕКТИВНЕ ЕКСПЕРТНЕ ОЦІНЮВАННЯ

Єлейко Я., Заболотний Р.

Львівський національний університет ім.І.Франка, Україна

zabrom@i.ua

Розглядається модель колективної експертної оцінки з великою кількістю експертів з рівними довіри $P_i \in (0,1), i = 1, \dots, n$ для кожного експерта $E_i, i = 1, \dots, n$ даної експертної групи. Введено наступні позначення $R_i, i = 1, \dots, n$ - ранжування альтернатив i -м експертом, N_j^i - ранг альтернативи $a_j, j = 1, \dots, m$ в ранжуванні альтернатив i -м експертом R_i .

На прикладі правила Борда розглянемо нашу ідею та перевіримо чи наш метод буде відповідати вимогам для правил побудови групового вибору. За правилом Борда перше місце в груповому виборі (ранжуванні) займає альтернатива a_k в якій сума

рангів $\sum_{i=1}^n N_k^i$ є найменшою серед всіх альтернатив, друге місце –

альтернатива з наступною найменшою сумою рангів. При використанні нашого методу перше місце отримує альтернатива з

найменшим значенням суми $\sum_{i=1}^n (N_k^i * P_i)$.

Групові ранжування отримані при використанні нашого методу принципово відрізняються від групового ранжування отриманого за правилом Борда. Групове ранжування задовольняє деякі умови Ерроу. Умова відсутності «диктатора» може виконуватись за додаткових умов на $(P_1, \dots, P_n)$. Умова позитивного зв'язку групового ранжування альтернатив з індивідуальними ранжуванням, як і умова відсутності диктатора, може виконуватись при певних обмеженнях. При перевірці цих двох умов виникла гіпотеза що їх виконання взаємозв'язане. Умова універсальності та умова суверенності членів групи виконуються для нашого методу. Для умови незалежності незв'язаних альтернатив отримано емпіричне підтвердження її виконання, але потрібний глибший теоретичний аналіз. Проведена перевірка виконання умови Парето

$$\bigcap_{k=1}^m R_k \subseteq R \subseteq \bigcup_{k=1}^m R_k.$$

Всі можливі ситуації при вирішенні певної проблеми методом колективного експертного оцінювання подамо як повну групу подій $(A_1, \dots, A_n)$ і для кожної ситуації визначаємо рівень довіри до експертів.

Введення коефіцієнтів довіри до експертів в методах побудови групового ранжування Кемені-Снелла та Кука-Сейфорд дало результати, які значно відрізняються від класичних.

Ідея введення коефіцієнту довіри до експерта багатьом здається дуже суб'єктивною, якщо певна проблема експертами розглядається багато разів (оцінка курсу валют, чи прибутковості капіталовкладень) то відповідно корегуючи коефіцієнти довіри (розглядаючи коефіцієнт довіри як певний процес) зменшується суб'єктивність ідеї.

Література

1. Гофман О.Г. Экспертное оценивание: Учеб. пособие./ О.Г. Гофман // Воронеж: Изд-во ВГУ, 1991. – 152с.
2. Бешелев С.Д. Математико-статистические методы экспертных оценок./С.Д. Бешелев, Ф.Г. Гурвич// М., 1980.

ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ РЕГІОНАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ФАКТОРІВ ВИРОБНИЦТВА

Слейко Я., Томашевська І.

Львівський національний університет ім.І.Франка, Україна
iryna_tomashevska@ukr.net

Регіональні відмінності в розподілі факторів виробництва мають комплексний вплив на ринкову економіку країни. Ефективність використання факторів виробництва пов'язана з граничною продуктивністю, яка розраховується за допомогою виробничої функції Кобба-Дугласа: $Y = f(L, K) = AL^\alpha K^\beta$, де Y - об'єм виробництва; A - коефіцієнт, що відображає рівень технологічної продуктивності; L - величина трудових ресурсів; K - обсяг капіталу; α - еластичність об'єму виробництва по праці; β - еластичність об'єму виробництва по капіталу.

У виробничій функції Кобба-Дугласа ефективність використання факторів виробництва виражається їхньою граничною продуктивністю:

$$MP_L(Y) = \alpha AL^{\alpha-1} K^\beta = \frac{\alpha Y}{L}; \quad MP_K(Y) = \beta AL^\alpha K^{\beta-1} = \frac{\beta Y}{K}.$$

Якщо суб'єкти господарювання дотримуються принципу ефективності, то фактори виробництва повинні бути зосереджені у регіонах з вищою граничною продуктивністю праці (MP_L) та граничною продуктивністю капіталу (MP_K), принаймні у короткостроковій перспективі.

Як відомо вище згадані показники не є постійними величинами, а змінюються під впливом зовнішніх чинників, які носять випадковий характер. Тому вплив зовнішнього середовища на дані показники будемо описувати за допомогою марківського процесу $x(t)$ із скінченною множиною станів $\{x(t) = i, i = 1, 2, \dots, n\}$ та неперервним часом [2].

Вважатимемо також, що вкладений ланцюг маркова є нерозкладний і для нього існує єдиний стаціонарний розподіл $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, тобто $p_j = \sum_s p_s p_{sj}$, де

$$p_{sj} = P\{x(\tau) = j \mid x(0) = s\}$$

Нехай $\tau = \inf\{t > 0 : x(t) = x(0)\}$ - момент першого виходу із початкового стану.

Також відомо, що розподіл $P\{\tau > t \mid x(0) = s\} = e^{-\lambda_s t}$ є показниковим. Тоді величини $MP_L(x(t)) = \alpha AL(x(t))^{\alpha-1} K(x(t))^\beta$ та $MP_K(x(t)) = \beta AL(x(t))^\alpha K(x(t))^{\beta-1}$ є випадковими процесами, що змінюються з часом. Використовуючи ергодичну теорему Маркова[2], отримаємо що середнє за часом для граничної продуктивності праці та граничної продуктивності капіталу буде мати вигляд:

$$\overline{MP_L}(Y) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \alpha AL[x(u)]^{\alpha-1} [K(x(u))]^\beta du = \frac{\sum_j p_j \alpha AL_j^{\alpha-1} K_j^\beta \frac{1}{\lambda_j}}{\sum_s p_s \frac{1}{\lambda_s}}$$

$$\overline{MP_K}(Y) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \beta AL[x(u)]^\alpha [K(x(u))]^{\beta-1} du = \frac{\sum_j p_j \beta AL_j^\alpha K_j^{\beta-1} \frac{1}{\lambda_j}}{\sum_s p_s \frac{1}{\lambda_s}}$$

Аналогічним чином можна обчислити середні за часом дисперсії відповідних показників.

Обчисленні вище показники можуть бути оцінками даних показників за умови, якщо вплив зовнішнього середовища є часто змінним.

Література

1. Яскал І. В. Оцінка ефективності регіонального розміщення факторів виробництва в Україні / І. В. Яскал // Регіональна економіка. – 2011. – № 2. – С. 34-43
2. Скороход А.В. Елементи теорій ймовірностей та теорії випадкових процесів - К: Вища школа, 1975.-с. 189-216.

ПРО ФУНКЦІЇ КОРИСНОСТІ ТА РИЗИКУ ПРИ ПОПАРНОМУ ПОРІВНЯННІ АЛЬТЕРНАТИВ

¹ Єпик Н.Б., ² Стефанишина-Гаврилюк Ю.Д.,

² Стефанишин Д.В.

¹ Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. С. Дем'янчука, м. Рівне,
natalyaepik0@gmail.com

² Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного
простору НАН України, м. Київ
dvstefanyshyn@yahoo.com, stefanishina@yahoo.com

Функція корисності $u(a_i)$ таким чином відображає відношення переваги на множині альтернатив a_i , $i = \overline{1, n}$, що більш переважній з них відповідає більше значення цієї функції. При заданій функції корисності $u(a_i)$, задача оптимізації на зліченій множині альтернатив $\mathbf{A} = \{a_i\}$, $i = \overline{1, n}$, може бути записана як:

$$u(a_i) \rightarrow \max, i = \overline{1, n}, a_i \in \mathbf{A}. \quad (1)$$

Розглянемо задачу багатокритеріальної оптимізації на зліченій множині альтернатив $\mathbf{A} = \{a_i\}$, $i = \overline{1, n}$:

$$f_k(a_i) \rightarrow \text{extr}, k = \overline{1, p}, i = \overline{1, n}, a_i \in \mathbf{A}, \quad (2)$$

в якій довільні критерії оцінювання альтернатив $f_k(a_i)$, $k = \overline{1, p}$, мають чисельну оцінку, вважаються визначеними [1], і кожний з критеріїв оцінювання характеризує деяку локальну властивість альтернативи $a_i \in \mathbf{A}$. Причому, якщо всі критерії $f_1, f_2, \dots, f_p$ досліджуються на мінімум, тобто

$$f_k(a_i) \rightarrow \min, \quad (3)$$

то серед них обов'язково знайдеться хоча б один такий критерій f_q , $q \in \{1, 2, \dots, p\}$, значення якого спадають при зростанні значень інших критеріїв.

У [2] було показано, що задачу (2) можна звести до задачі оптимізації за критерієм мінімального повного ризику альтернативи з врахуванням ризику невикористаних можливостей, що виникає при попарному порівнянні альтернатив:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{opt,r} = \{a_{i,opt} \mid a_{i,opt} \in \mathbf{A} \wedge r_{i,opt} = \min(r_{ij}, r_{ji}) \ \forall (a_i, a_j)\}, \\ i, j = \overline{1, n}, \ i \neq j, \end{aligned} \quad (4)$$

де $\mathbf{A}_{opt,r}$ – множина оптимальних альтернатив за критерієм оптимального ризику; r_{ij} , r_{ji} – повні ризики, відповідно, альтернативи a_i при її порівнянні з a_j , та альтернативи a_j в порівнянні з a_i [3]:

$$r_{ij} = l_i + g_j, \ r_{ji} = l_j + g_i, \quad (5)$$

де l_i , l_j та g_i , g_j – в загальному випадку – значення нормалізованих згорток критеріїв, що мінімізуються та максимізуються, відповідно, для альтернатив a_i і a_j , представлені як їх ризики: l_i , l_j – власні ризики альтернатив a_i , a_j , пов'язані з критеріями, що мінімізуються, та g_j , g_i – ризики невикористаних можливостей, що відповідають критеріям, які максимізуються.

Показано, що множина оптимальних альтернатив $\mathbf{A}_{opt,r}$ за критерієм оптимального ризику $r_{i,opt} = \min(r_{ij}, r_{ji})$ співпадає з множиною оптимальних альтернатив $\mathbf{A}_{opt,u}$ за наступним критерієм максимальної корисності:

$$u(a_i)_{opt} = \max(u_i, u_j) \ \forall (a_i, a_j), \ i, j = \overline{1, n}, \ i \neq j, \quad (6)$$

де $u_i = g_i - l_i$, $u_j = g_j - l_j$.

Література

1. Бейко І.В. Задачі, методи і алгоритми оптимізації: навчальний посібник / І.В. Бейко, П.М. Зінько, О.Г. Наконечний. – Рівне: НУВГП, 2011. – 624 с.

2. Єпик Н.Б. Про зведення задачі багатокритеріальної оптимізації до задачі мінімізації ризику при попарному порівнянні альтернатив / Н.Б. Єпик, Ю.Д. Стефанишина, Д.В. Стефанишин // Problems of decision making under uncertainties. Abstracts of XVII Int. Conf. Skhidnytsia, Ukraine, May 23-27. –К.: «Освіта України», 2011. Р.Р. 83-85.
3. Стефанишин Д.В. Вибрані задачі оцінки ризику та прийняття рішень за умов стохастичної невизначеності / Д.В. Стефанишин. –К.: Азимут-Україна, 2009. – 104 с.

**ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ $M^0/G/1/m$
З ДВОШВИДКІСНИМ ОБСЛУГОВУВАННЯМ
Жерновий К.Ю.**

Львівський національний університет імені Івана Франка
k.zhernovyi@yahoo.com

Розглянемо систему обслуговування $M^0/G/1/m$ з груповим надходженням замовлень. Нехай $\xi(t)$ – кількість замовлень у системі в момент часу t . Якщо в момент t початку обслуговування чергового замовлення виконується умова $\xi(t) > h$, то часу обслуговування цього замовлення відповідає функція розподілу $F_1(t)$ (післяпороговий режим обслуговування). Тут h – заданий пороговий рівень обслуговування ($1 \leq h \leq m-1$). Якщо на момент початку обслуговування замовлення виконується умова $1 \leq \xi(t) \leq h$, то час його обслуговування розподілений за законом $F(t)$ (основний режим обслуговування).

Застосовано підхід, який ґрунтується на методі потенціалу для неперервних знизу випадкових блукань, розробленому В.С. Корольком [1], і дозволяє отримати ефективний алгоритм знаходження стаціонарного розподілу кількості замовлень та здійснити дослідження не лише стаціонарного, а й перехідного режиму функціонування описаної системи обслуговування.

Знайдено перетворення Лапласа для розподілу кількості замовлень у системі під час періоду зайнятості і для функції розподілу періоду зайнятості, визначена середня тривалість періоду зайнятості, отримано формули для стаціонарного розподілу кількості замовлень у системі та стаціонарних характеристик.

Література

1. Корольок В.С. Граничные задачи для сложных пуассоновских процессов / В.С. Корольок. – Киев: Наукова думка, 1975. – 139 с.

СТАЦІОНАРНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ $M^0/M/1$ З ДВОШВИДКІСНИМ ОБСЛУГОВУВАННЯМ

Жерновий Ю.В.

Львівський національний університет імені Івана Франка

yu_zhernovyi@yahoo.com

Вивчено дві системи обслуговування типу $M^0/M/1$, в яких обслуговування замовлень може здійснюватись у двох режимах з інтенсивностями μ_1 (основний режим) і μ_2 (післяпороговий режим) відповідно. Перемикання на режим обслуговування з інтенсивністю μ_2 відбувається в момент перевищення кількості замовлень у системі заданого порогового рівня h . У момент зменшення кількості замовлень до числа h відбувається повернення до основного режиму обслуговування. У другій системі в момент початку обслуговування першого замовлення після перемикання на післяпороговий режим починається блокування вхідного потоку, яке здійснюється аж до моменту повернення до основного режиму обслуговування.

Запропоновано алгоритм визначення стаціонарного розподілу кількості замовлень і стаціонарних характеристик (середньої довжини черги, середнього часу очікування, дисперсії довжини черги, ймовірності обслуговування замовлення для системи з блокуванням). У випадку, коли мінімальна кількість замовлень у групі, яка прибуває на вхід системи, порівнянна зі значенням порога h , стаціонарні характеристики знайдено у явному вигляді. Для системи з пороговим перемиканням режимів обслуговування (без блокування) розв'язано дві задачі оптимального синтезу, в яких знайдено оптимальні значення порога h та інтенсивності обслуговування післяпорогового режиму відповідно.

Отримані результати перевірено за допомогою імітаційних моделей, побудованих з використанням інструментальних засобів GPSS World.

РЕКУРЕНТНЕ ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Заворотний А.Л., Касьянюк В.С.

Київський Національний університет ім. Тараса Шевченка
veda.sia@mail.ru

Розглядається задача уточнення результату оцінювання виходу сигналу з заданого лінійного приладу при надходженні результату вимірювання цього невідомого сигналу іншим лінійним приладом. Вважається що вимірювання проводяться в умовах невизначеності, тобто результати вимірювань нечітко збудені.

Дана задача є важливою в умовах, коли вимірювальний прилад має компонентну (складену) будову і він не зможе забезпечити надходження даних вимірювань від усіх його компонент у відносно стислий проміжок часу. При цьому за мету ставиться надання у кожний момент часу оптимальної в певному розумінні оцінки виходу із заданого приладу, що максимально враховує наявну на поточний момент інформацію.

Подібна задача, але для випадку наявності всієї інформації одночасно, була формалізована в термінах операторів Гільберта-Шмідта та успішно розв'язана в [1]. Нагадаємо, що шукана оцінка

мала вигляд $\hat{P}u = PG^{-z}u$, де u – невідомий сигнал, вимірюваний приладом, що заданий оператором G ; z – нечітко збудований результат цього вимірювання; P – оператор, що моделює прилад, вихід з якого на сигналі u необхідно оцінити; G^{-} – оператор псевдообернений до G .

Для випадків $G: L_2[D] \rightarrow R^n$ і $G: R^m \rightarrow R^n$, використавши визначення псевдооберненого оператора та застосувавши формулу Фробеніуса обернення блочних матриць [2], побудовано рекурентну формулу, що уточнює попередню оцінку $\hat{P}u$ з урахуванням даних нового вимірювання.

Література

1. Заворотний А.Л. Теоретико-можливісний підхід до задачі редукції спотвореного значення лінійного оператора до значення іншого лінійного оператора // Київ, Вісник КНУ, серія фізико-математичні науки. – 2005. – №3. – С. 268-274.
2. Беллман Р. Введение в теорию матриц. – М.: Наука, 1969. – 357с.

ПРИНЯТТЯ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ ЯКІСНОГО АНАЛІЗУ МОДЕЛІ БАГАТОПРОДУКТОВОЇ ІННОВАЦІЇ

Ю. Загородній, А. Любенко

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

yuzagor@ukr.net, anna_lyubenko@mail.ru

В роботі використано підхід до побудови і дослідження математичних моделей продуктових інновацій, який запропонований в [1]. Нехай функції $M(t)$ - кількості капіталу економічного агента в час $t \in [0, T]$ та $P_i(t)$ - кількості продукту виду $i = \overline{1, n}$, $n \in \mathbb{N}$ на інтервалах $t \in [t_m, T]$, $m = \overline{0, n}$, $t_0 = 0 < t_1 \leq \dots \leq t_n < T$ задовольняють наступній системі рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dM(t)}{dt} = \sum_{i=1}^m (p_i w_i(t) - v_i M(t) - s_i P_i(t)) - R_m M(t) - v_{ex} M_{ex} - K \\ \frac{dP_i(t)}{dt} = k_i v_i M(t) - w_i(t), i = \overline{1, m} \end{cases}$$

$$M(0) = M_0 + M_{ex}, P_i(t_i) = P_i^0,$$

де $M_0 \geq 0$ - власний капітал агента в початковий час $t=0$, $M_{ex} > 0$ - кошти вкладені інвестором в дану організацію для проведення інновації, $v_{ex} M_{ex}$ - витрати організації на обслуговування кредиту в одиницю часу, v_i - доля капіталу, яка використовується на виготовлення нового продукту виду $i = \overline{1, n}$ в одиницю часу, k_i - кількість одиниць виробленого продукту на одиницю вкладеного капіталу, K - постійні витрати фірми на невикористані цілі, s_i - витрати на зберігання одиниці i -того

продукту, $w_i(t) = \frac{w_i^m P_i(t)}{P_1(t) + \dots + P_n(t) + P_0}$ - швидкість продаж

продукту, $R_m = \begin{cases} 0, m = n \\ \sum_{i=m+1}^n r_i, m < n \end{cases}$ - доля капіталу, що витрачається в

одиницю часу на розробку продуктів, які ще не поступили на продаж.

Були проведені якісні дослідження моделі та тестові чисельні експерименти для випадків $n=1$ та $n=2$, які виявили цікаві біфукарційні властивості.

Модель пройшла апробацію на даних реального інноваційного процесу і може бути корисною при прийнятті управлінських рішень про доцільність багато-продуктової інновації.

Література

1. Чернавский Д.С., Щербакой А.В., Соловьев С.А., Зайцев С.В. Математическая модель деятельности малого инновационного предприятия. Случай одного продукта. Феномен «скрытого банкротства»//Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. Электронный журнал «Исследовано в России» <http://www.ebiblioteka.lt/resursai/Uzsienio%20leidiniai/MFTI/2002/006.pdf>

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ РИЗИКУ ЗА УМОВ УЗАГАЛЬНЕНИХ ПОТОКІВ

Звізло М.Р.

Львівський національний університет імені Івана Франка

zvmax@i.ua

У зв'язку з розвитком страхового ринку, а, як наслідок підвищення конкуренції між страховими компаніями, необхідною потребою стає впровадження новації задля підвищення своєї конкурентоздатності. Таким чином зміну процес надходжень та виплат страхової компанії, в результаті чого відбувається розгляд побудова і аналіз процесів ризику, які відрізняються від класичних. В роботі розглядається наступна модель фінансового ризику страхової компанії: нехай процес ризику задається наступним чином

$$R_t(u) = u - U_t + A_t,$$

де $u \geq 0$ – початковий капітал страхової компанії в момент часу $t = 0$;

U_t, A_t – узагальнені Пуассонівські процеси [1,2], з параметрами $\mu_1(t), \mu_2(t)$ – в.в з розподілом пуасона. У дослідженні розглядаються декілька задач, а саме незалежність параметрів а також залежність.

Позначимо через $\tau = \inf \{t > 0 : R_t(u) < 0\}$ момент банкрутства страхової компанії з початковим капіталом $u \geq 0$. Вважатимемо, що $\tau(u) = +\infty$, якщо $R_t \geq 0 \forall t > 0$.

Використовуючи теорію відновлення та властивості узагальненого Пуассонівського процесу знаходиться оцінка моменту банкрутства та розміру збитків страхової компанії.

Література

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения/ В. Феллер – Москва: Мир, 1967.
2. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів/ А.В. Скороход – Київ: Либідь, 1990.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЧНИХ ГАСНИКІВ КОЛИВАНЬ

Ігнатишин М.І.

Мукачівський державний університет, Україна

igmiki@rambler.ru

Механічні гасники коливань мають широке застосування у техніці. Вони призначені для гасіння коливань механізмів, машин, будівельних споруд тощо [1, 2, 3]. Причиною виникнення небажаних коливань можуть бути техногенні та природні фактори, наприклад, землетрус.

Актуальним є дослідження та аналіз відомих конструкцій гасників механічних коливань, отримання співвідношень, що пов'язують динаміку лінійних та нелінійних коливань [4] гасника з його конструктивними і механічними характеристиками, подальше формулювання оптимізаційних задач на базі отриманих математичних формул вдосконалення відомих та синтез нових механічних гасників для зменшення шкідливих наслідків техногенних та природних катастроф пов'язаних механічним руйнуванням механізмів, машин та споруд.

Метою нашої роботи є побудова різної степені точності механіко-математичних моделей декількох варіантів конструкцій гасників механічних коливань. Перевірка адекватності відображення моделлю динаміки руху двох тіл механічного гасника та порівняння ефективності гасіння зовнішнього збурення різними варіантами конструкцій гасників (маятникові, циліндричні і т. п.).

Кінетична енергія системи двох тіл гасника механічних коливань складається з кінетичної енергії поступального руху тіла механізму (споруди) та кінетичної енергії поступального і обертального руху тіла гасника:

$$T = M \frac{\dot{x}^2}{2} = m \frac{2\dot{x}^2 + 4\dot{x}(R-r)\dot{\theta} \cos \theta + 3(R-r)\dot{\theta}^2}{2}. \quad (1)$$

Потенціальна енергія складається з потенціальної енергії пружини та потенціальної енергії сили тяжіння, що діє на тіло:

$$\Pi = k \frac{(\xi - x)^2}{2} - mg(R-r) \cos \theta. \quad (2)$$

Отже Лагранжіан системи буде:

$$L = M \frac{\dot{x}^2}{2} = m \frac{2\dot{x}^2 + 4\dot{x}(R-r)\dot{\theta} \cos \theta + 3(R-r)\dot{\theta}^2}{2} - k \frac{(\xi - x)^2}{2} + mg(R-r) \cos \theta. \quad (3)$$

З врахуванням сили в'язкого тертя маємо рівняння Лагранжа, що описують рух системи [1]:

$$\begin{cases} \ddot{x}(M+m) + \beta\dot{x} + kx + m(R-r)(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) = ku_0 \sin \Omega t \\ \ddot{x} \cos \theta - \dot{x} \dot{\theta} \sin \theta + \frac{3\ddot{\theta}(R-r)}{2} - g \sin \theta = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Система двох диференціальних рівнянь другого степеня (4) зведена до системи чотирьох рівнянь першого степеня і досліджена методом Рунге-Кутта.

Оцінено відмінність результатів щодо динаміки руху тіл гасника, яка впливає з точних та лінеаризованих диференціальних рівнянь руху системи. Запропоновано варіант конструкції гасника механічних коливань циліндричного типу, що є більш ефективним розглядуваних в науковій літературі та використовуваних на практиці.

Література

1. Левина Е. Е., Маневич А. И., Вынужденные нелинейные колебания тела с цилиндрическим гасителем колебаний. - Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла, вип. 11, 2010 р.
2. Вибрации в технике. Т.6. Защита от вибраций и ударов: справочник/ под ред. К. В. Фроловна. – М.: Машиностроение, 1981. – 456 с.
3. Корнеев Б. Г. Динамические гасители колебаний/ Б. Г. Корнеев, Л. М. Резников. – М.: Наука, 1988. – 304 с.

4. Клименко А. А., Милин Ю. В. Нелинейные формы колебаний механической системы с маятниковым гасителем колебаний. – Механика твердого тела, вып.. 40. – 2010 г.

ОСОБЛИВОСТІ АПРОКСИМАЦІЇ КОНТУРУ ДЕТАЛЕЙ ОДЯГУ ПОЛІНОМАМИ ТА ЛІНІЯМИ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Ігнатишин М.І., Матвійчук С.С.

Мукачівський державний університет, Україна

email@for.sending.mentions

При конструюванні розгортки оболонок виробів складних форм, якими є швейні вироби, та технічному розмноженні лекал, виникає необхідність побудови ліній, пов'язаних з поверхнею, що конструюється. Задача побудови ліній може бути вирішена різними інженерними методами [1].

Традиційно для математичного опису контуру криволінійних ділянок лекал використовують метод інтерполяції та апроксимації. Апроксимація – заміна одних математичних об'єктів іншими, наближеними до вихідних. В геометричному проектуванні апроксимація зводиться до заміни дискретно заданого контуру лекал кривими, які можуть бути виражені через різні функціональні залежності.

В зв'язку з тим, що швейні лекала мають різноманітну складну конфігурацію, описати єдиним рівнянням весь контур майже неможливо, тому аналітичний опис подається на окремі ділянки. Кусочно - аналітична модель, що використовується при цьому, представляє собою сукупність аналітично описаних простих ділянок та структуру з'єднання цих ділянок [2].

В роботі авторами розроблено методику розбиття контуру деталей одягу поліномами та лініями другого порядку. Методика була апробована представленням контурів уніфікованих лекал чоловічих штанів у виді аналітичної функції.

Література

1. Коблякова Е. Б. Конструирование одежды с элементами САПР: учебник / Е.Б.Коблякова, Г.С.Ивлеева, В.Е.Романов и др. – М.: КДУ, 2007. – 464 с.
2. Храмова Е.П. Об алгоритме аппроксимации контуров деталей швейных изделий // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 1977. – №3. – С. 97-101.

ПРО АСИМПТОТИКУ БЕТА-КОАЛЕСЦЕНТІВ

Іксанов О.М., Маринич О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

iksan@univ.kiev.ua, marynych@unicyb.kiev.ua

Переставний коалесцент з множинними зіткненнями $\Pi_n = (\Pi_n(t))_{t \geq 0}$ є марківським процесом, що набуває значень у множині розбиттів n натуральних чисел. В момент часу $t = 0$ процес стартує з n - блочного розбиття, а далі еволюціонує згідно з правилом: у кожний момент часу $t \geq 0$, якщо число блоків дорівнює m , то кожен піднабір з k блоків зливається в один блок з інтенсивністю

$$\lambda_{m,k} = \int_0^1 x^{k-2} (1-x)^{m-k} \Lambda(dx), \quad 2 \leq k \leq m,$$

де Λ позначає деяку скінченну міру на сегменті $[0,1]$.

При дослідженні переставних коалесцентів цікавими з точки зору застосувань є такі функціонали:

- X_n – число зіткнень у коалесценті, доки не залишиться єдиний блок;
- L_n – сумарний час життя всіх блоків в коалесценті до часу поглинання.

Бета (a,b) -коалесцент – це переставний коалесцент з мірою Λ , що має щільність $\Lambda(dx) = Cx^{a-1}(1-x)^{b-1} dx$, $x \in (0,1)$.

В роботі [1], на якій базується дана доповідь, доведено такий результат: для бета $(1,b)$ -коалесцента з $b > 0$ має місце:

$$\frac{\log^2 n}{n} Y_n - \log n - \log \log n \xrightarrow{d} \zeta_1, \quad n \rightarrow \infty,$$

де в якості Y_n можна взяти X_n або bL_n , а ζ_1 має спектрально негативний 1-стійкий розподіл. Наші доведення базуються на теорії відновлення та використанні метрик Васерштайна.

Література

1 Gnedin A. On asymptotics of the beta-coalescents / A. Gnedin, A.

Iksanov, A. Marynych // препринт, доступний на

<http://arxiv.org/abs/1203.3110>

АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ СИСТЕМ ЗІ ЗМІННОЮ ВИМІРНОСТЮ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ

Глашук М.С., Сопронюк Є.Ф.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
naluvajko@mail.ru

Розглянемо систему:

$$\frac{dx^{(j)}(t)}{dt} = A_j(t)x^{(j)}(t) + f_j(t), \quad t \in \tau_j, \quad (1)$$

за умов зміни вимірності фазового простору

$$x^{(j)}(t_{j-1}) = C_j x^{(j-1)}(t_{j-1}), \quad j = \overline{1, N}, \quad (2)$$

на проміжку $[T_0, T_1]$ з розбиттям $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ ($\tau_j = [t_{j-1}, t_j]$, $t \in [t_{j-1}, t_j]$, $j = \overline{1, N-1}$, $\tau_N = [t_{N-1}, t_N]$, $t \in [t_{N-1}, t_N]$) [1].

Означення 1. Систему (1) за умов зміни вимірності фазового простору (2) назовемо внутрішньо $\{c, B, \Phi_t^{(1)}, \Phi_t^{(2)}, \dots, \Phi_t^{(N)}, T_0, T_1\}$ -стійкою, за постійно діючих збурень, якщо $x^{(j)}(t) \in \Phi_t^{(j)}$ для всіх $t \in \tau_j$, $j = \overline{1, N}$, як тільки $x^{(1)}(t_0) \in \{x^{(1)} : x^{(1)*} B x^{(1)} < c^2\}$.

Означення 2. Систему (1) за умов зміни вимірності фазового простору (2) називатимемо зовнішньо $\{c, B, \Phi_t^{(1)}, \Phi_t^{(2)}, \dots, \Phi_t^{(N)}, T_0, T_1\}$ -стійкою за наявності постійно діючих збурень, якщо для будь-яких початкових даних $x_0^{(i)}$ системи (1) з області $x_0^{(i)} \in \{x^{(i)} : x^{(i)*} B x^{(i)} < c^2\}$ знайдеться такий індекс $j_0 \in \{1, 2, \dots, N\}$ і значення $t \in \tau_{j_0}$, що $x^{(j_0)}(t) \in \Phi_t^{(j_0)}$.

Для системи (1) за умов (2) сформульовано та доведено теореми про внутрішню та зовнішню $\{c, B, \Phi_t^{(1)}, \Phi_t^{(2)}, \dots, \Phi_t^{(N)}, T_0, T_1\}$ -стійкість.

Література

1. Сопронюк Ф.О. Моделювання та оптимізація систем управління з розгалуженням структур. – Чернівці: Рута, 1995. – 155 с.
2. Бублик Б.Н., Гаращенко Ф.Г., Кириченко Н.Ф. Структурно-параметрическая оптимизация и устойчивость динамики пучков. – К.: Наукова думка, 1985. – 305 с.
3. Гаращенко Ф.Г., Сопронюк Є.Ф. Теореми про практичну стійкість систем зі зміною вимірності фазового простору // Вісник Київського університету. Фізико-математичні науки. – 2003. – № 5. – С. 171–177.

ОБ ОЦЕНКЕ СХОДИМОСТИ РАЗНОСТНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ПО ФУНКЦИОНАЛУ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ КВАЗИОПТИКИ

¹А.Д.Искендеров, ²Г.Я.Ягубов, ³Н.С.Ибрагимов

¹Ленкоранский государственный университет, Азербайджан

²Кавказский университет, Турция

³Бакинский государственный университет, Азербайджан

office@lsu.edu.az , gabilya@mail.ru , natiq_ibrahimov@mail.ru

Пусть $l > 0, T > 0, L > 0$ - заданные числа, $0 \leq x \leq l$,
 $0 \leq t \leq T$, $0 \leq z \leq L$, $\Omega_t = (0, l) \times (0, t)$, $\Omega_z = (0, l) \times (0, z)$,
 $\Omega_{tz} = (0, l) \times (0, t) \times (0, z)$, $\Omega = \Omega_{TL}$.

Рассмотрим задачу идентификации о минимизации функционала:

$$J(v) = \beta_0 \|\psi(\cdot, T, \cdot) - y_0\|_{L_2(\Omega_L)}^2 + \beta_1 \|\psi(\cdot, \cdot, L) - y_1\|_{L_2(\Omega_T)}^2 \quad (1)$$

на

$$V \equiv \left\{ v = (v_0, v_1) : v_m \in L_2(0, l), 0 \leq v_m(x) \leq b_m, \forall x \in (0, l), m = 0, 1 \right\}$$

при условиях:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + i a_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} - a_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a(x) \psi + v_0(x) \psi + i v_1(x) \psi = f(x, t, z), (x, t, z) \in \Omega, \quad (2)$$

$$\psi(x, 0, z) = \varphi_0(x, z), (x, z) \in \Omega_L, \psi(x, t, 0) = \varphi_1(x, t), (x, t) \in \Omega_T, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \psi(0, t, z)}{\partial x} = \frac{\partial \psi(l, t, z)}{\partial x} = 0, (t, z) \in Q, \quad (4)$$

где $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица; $a_0 > 0, a_1 > 0, b_0 > 0, b_1 > 0$ - заданные числа, $\beta_0 \geq 0, \beta_1 \geq 0$ - заданные числа такие, что $\beta_0 + \beta_1 \neq 0$; $a(x)$ - заданная измеримая вещественнозначная функция, удовлетворяющая условию:

$$0 < \mu_0 \leq a(x) \leq \mu_1, \forall x \in (0, l), \mu_0, \mu_1 = const > 0;$$

$\varphi_0(x, z), \varphi_1(x, t), f(x, t, z), y_0(x, z), y_1(x, t)$ - заданные комплекснозначные измеримые функции, удовлетворяющие условиям:

$$\begin{aligned}\varphi_0 &\in W_2^{2,1}(\Omega_L), \quad \frac{\partial \varphi_0(0, z)}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_0(l, z)}{\partial x} = 0, z \in (0, L); \\ \varphi_1 &\in W_2^{2,1}(\Omega_T), \quad \frac{\partial \varphi_1(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_1(l, t)}{\partial x} = 0, t \in (0, T); \\ f &\in W_2^{0,1,1}(\Omega), \quad y_0 \in W_2^{1,1}(\Omega_L), \quad y_1 \in W_2^{1,1}(\Omega_T).\end{aligned}$$

Рассмотрим разностную аппроксимацию задачи идентификации (1) - (4). С этой целью область $\overline{\Omega} = [0, l] \times [0, T] \times [0, L]$ заменим последовательностью сеток:

$$\left\{ (x_j, t_k, z_p)_n \right\}, x_j = jh_n - \frac{h_n}{2}, j = \overline{1, M_n - 1}, x_0 = x_1 - \frac{h_n}{2} = 0, x_{M_n} = x_{M_n - 1} + \frac{h_n}{2} = l,$$

$$t_k = k\tau_n, k = \overline{0, N_n}, z_p = p\theta_n, p = \overline{0, Z_n},$$

$$h_n = \frac{l}{M_n - 1}, \tau_n = \frac{T}{N_n}, \theta_n = \frac{L}{Z_n}, n = 1, 2, \dots$$

Пусть $M = M_n, N = N_n, Z = Z_n, h = h_n, \tau = \tau_n, \theta = \theta_n$,

$$\begin{aligned}\delta_t^p \Phi_{jk}^p &= \frac{\Phi_{jk}^p - \Phi_{jk-1}^p}{\tau}, \quad \delta_z^p \Phi_{jk}^p = \frac{\Phi_{jk}^p - \Phi_{jk}^{p-1}}{\theta}, \\ \delta_x^p \Phi_{jk}^p &= \frac{\Phi_{jk}^p - \Phi_{j-1k}^p}{h}, \quad \delta_{xx}^p \Phi_{jk}^p = \frac{\Phi_{j+1k}^p - 2\Phi_{jk}^p + \Phi_{j-1k}^p}{h^2}, \\ \delta_{\bar{x}}^p \Phi_{1k}^p &= 2 \frac{\Phi_{1k}^p - \Phi_{0k}^p}{h}, \quad \delta_{\bar{x}}^p \Phi_{Mk}^p = 2 \frac{\Phi_{Mk}^p - \Phi_{M-1k}^p}{h}.\end{aligned}$$

При каждом $n \geq 1$ рассмотрим задачу о минимизации функции:

$$I_n([v]_n) = \beta_0 \theta h \sum_{p=1}^Z \sum_{j=1}^{M-1} \left| \Phi_{jN}^p - y_{0j}^p \right|^2 + \beta_1 \tau h \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^{M-1} \left| \Phi_{jk}^Z - y_{1j}^k \right|^2 \quad (5)$$

на

$$\begin{aligned}V_n &\equiv \{ [v]_n = ([v_0]_n, [v_1]_n) : [v_m]_n = (v_{m1}, v_{m2}, \dots, v_{mM-1}), \\ &\quad 0 \leq v_{mj} \leq b_m, j = \overline{1, M-1}, m = \overline{0, 1} \}\end{aligned}$$

при условиях:

$$i\delta_t^p \Phi_{jk}^p + ia_0 \delta_z^p \Phi_{jk}^p - a_1 \delta_{xx}^p \Phi_{jk}^p + a^j \Phi_{jk}^p + v_{0j} \Phi_{jk}^p + iv_{1j} \Phi_{jk}^p =$$

$$= f_{jk}^p, \quad j = \overline{1, M-1}, \quad k = \overline{1, N}, \quad p = \overline{1, Z}, \quad (6)$$

$$\Phi_{j0}^p = \varphi_{0j}^p, \quad j = \overline{0, M}, \quad p = \overline{1, Z}, \quad \Phi_{jk}^0 = \varphi_{1j}^k, \quad j = \overline{0, M}, \quad k = \overline{1, N}, \quad (7)$$

$$\delta_{\bar{x}} \Phi_{1k}^p = \delta_{\bar{x}} \Phi_{Mk}^p = 0, \quad k = \overline{1, N}, \quad p = \overline{1, Z}, \quad (8)$$

где сеточные функции $a^j, \varphi_{0j}^p, \varphi_{1j}^k, y_{0j}^p, y_{1j}^k, f_{jk}^p$ являются усреднениями по Стеклову функций $a(x), \varphi_0(x, z), \varphi_1(x, t), f(x, t, z), y_0(x, z), y_1(x, t)$ в соответствующих областях.

В этой работе доказывается, что последовательность разностных задач (5)-(8) аппроксимирует задачу (1)-(4) и устанавливается оценка о сходимости разностных аппроксимаций по функционалу.

ОЦІНКА КОРОТКОСТРОКОВОЇ ПЕРСПЕКТИВИ ДЕПОЗИТНОГО ПОРТФЕЛЯ КРЕДОБАНКУ

Квасній М. М., Квасній М. Р.

Львівський інститут банківської справи Університету
банківської справи

Національного банку України (м. Київ), Україна

mkvasniym@lbi.wubn.net

Для забезпечення ефективної депозитної політики банку важливо діагностувати не тільки поточний стан, але володіти інформацією про перспективу. Одним із інструментів перспективного аналізу є прогнозування. Основою для прогнозування є ряд розміщених у хронологічному порядку значень відповідного показника, який характеризуються динамічністю та інерційністю (Табл.1). Єдність мінливості і сталості формує закономірність розвитку, яку визначатимемо на основі інтегрального моделювання рядів динаміки обсягів депозитів Кредобанку [2]. Комплекс аналітичних методів зводиться до вибору конкретних кривих зростання та визначення їх параметрів. Під кривою зростання будемо розуміти деяку функцію, що апроксимує заданий динамічний ряд (Табл. 1).

Таблиця 1

Динаміка обсягів депозитів Кредобанку за період з 01.04.09р. до 01.07.11р. (млн. грн.)

Період	04.09р.	07.09р.	10.09р.	01.10р.	04.10р.	07.10р.
Y	2993	3249	3461	3606	3455	3348
Період	10.10р.	01.11р.	04.11р.	07.11р.		
Y	3301	2972	2875	2859		

Джерело [1]

Розробка прогнозу із використанням кривих зростання включає вибір кривих, форма яких відповідає динаміці часового ряду; оцінку параметрів; перевірку адекватності прогнозованому процесу; розрахунок точкового та інтервального прогнозів. Динаміка депозитів Кредобанку на досліджуваному часовому інтервалі характеризується монотонним зростанням та спаданням і відсутністю границь росту, тому поліноміальний тренд виду $f(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$ найбільш адекватно відображатиме досліджуваний ряд. Параметри рівняння моделі знаходяться за допомогою методу найменших квадратів. Систему нормальних рівнянь можна спростити і зменшити абсолютні значення величин, якщо початок координат перенести в середину ряду [2]. За допомогою формул Крамера обчислимо коефіцієнти поліному, тоді квадратичний тренд матиме вигляд $y = -6,63x^2 - 3,95x + 3430,69$, де x – момент часу (Рис.1).

Для перевірки адекватності вибраної кривої реальному процесу (Рис.1) розрахуємо коефіцієнт апроксимації за формулою $R^2 = 1 - \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n}}$, який рівний 4,6 %, що

підтверджує адекватність моделі. На основі моделі - параболи, що апроксимує динамічний ряд, прогнозовані обсяги депозитів на 01.10.11р. складають 2585,01 млн. грн. та 2428,57 млн. грн. на

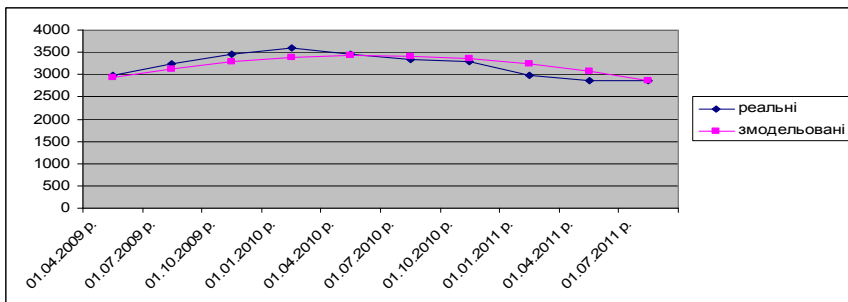


Рис. 1. Динаміка реального та змодельованого рядів обсягів депозитів Кредобанку

01.01.12р. Оцінимо точність та достовірність здійсненого прогнозу при $n=10$:

- коефіцієнт розбіжності (Г.Тейлора) $v = \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}}{\sqrt{\sum_{t=1}^n y_t^2}} = 0,009$;

- середньоквадратичну похибку прогнозу $MSE = \frac{1}{n} \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2 = 22327,3$;

- корінь квадратний із середньоквадратичної похибки прогнозу $RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2} = 149,42$;

- середню абсолютну похибку $MAD = \frac{1}{n} \sum_t |y_t - \hat{y}_t| = 121,3$;

- корінь квадратний із середньоквадратичної похибки у відсотках $RMSPE = 100 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_t \left(\frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right)^2} = 4,73\%$;

- середню абсолютну похибку у відсотках $MAPE = \frac{100}{n} \sum_t \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| = 3,79\% [2]$.

Критерії MSE , $RMSE$, MAD виражають абсолютну похибку і залежать від специфіки часового ряду. Такі критерії, як $RMSPE$ та

MAPE є відносними і доволі малими. Отже, точність прогнозу достатньо висока.

Прогноз, як і будь-яка оцінка майбутнього, має ймовірнісну природу, тому на практиці точкові прогнози оцінки Y_{n+v} доповнюють інтервальними оцінками:

$$\hat{y}_{n+v} - tS_t \leq \hat{y}_{n+v} \leq \hat{y}_{n+v} + tS_t,$$

де t – t -квантиль розподілу ймовірностей Стюдента (якщо ймовірність дорівнює 0,95, тоді $t=1,8$);

S_t – стандартна похибка прогнозу, яка залежить від адекватності трендової моделі;

n – обсяг сукупності динамічного ряду ($n=10$);

v – кількість періодів прогнозування.

Стандартну похибку прогнозу розраховуємо за формулою:

$$S_t = RMSE \cdot \sqrt{\frac{n+1}{n} + \frac{3(n+2v-1)^2}{n(n^2-1)}}. \text{ У результаті отримаємо}$$

$S_{11} = 180,95$; $S_{12} = 189,72$. Отже, з ймовірністю 0,95 можна стверджувати, що обсяги депозитів Кредобанку на 01.10.11р будуть знаходитись в межах інтервалу $2259,3 \leq \hat{y}_{11} \leq 2910,72$; а на 01.01.12р. в межах $2087,07 \leq \hat{y}_{12} \leq 2770,07$ (млн. грн.).

Для більш чіткого прояву тенденції часто використовують експоненціальне згладжування часового ряду, яке полягає в побудові нової послідовності за рекурентним співвідношенням: $S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}$, $0 < \alpha < 1$, де α є параметром згладжування, а величина $1-\alpha$ коефіцієнтом дисконтування. Нехай $\alpha = 0,2$, параметр S_0 - рівний середньому арифметичному трьох перших членів y_1, y_2, y_3 ; $S_0 = (y_1 + y_2 + y_3)/3$. Застосувавши метод експоненціального згладжування до ряду динаміки обсягів депозитів Кредобанку (Табл.1), отримаємо ряд S (Рис.2).

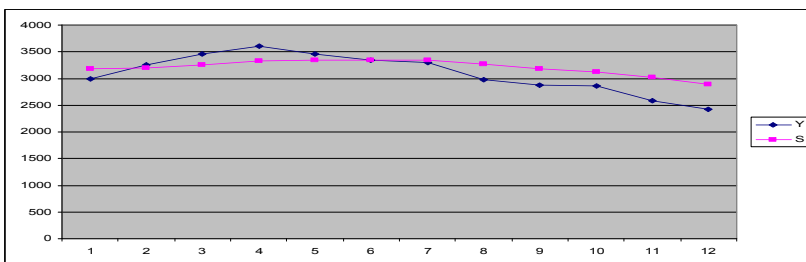


Рис.2. Динаміка реального та згладженого рядів обсягів депозитів Кредобанку

Прогнозовані обсяги депозитів Кредобанку за незмінних зовнішніх умов з урахуванням згладжування на 01.10.11р. становлять 3014,6 та на 01.01.12р. 2897,39 млн. грн. відповідно. Отже, прогнозування по згладженому ряду S (значення у точці 11 та 12) більш оптимістичне для Кредобанку, ніж прогнози за реальними даними по трендовій кривій. Оскільки коефіцієнт апроксимації досить малий 4,6%, то з ймовірністю 0,95 можна стверджувати, що прогнози будуть обмежуватись розрахованими показниками.

Враховуючи прогнозні результати обох моделей, бачимо, що зберігається тенденція до зменшення обсягів депозитів Кредобанку на наступні 2 періоди. Дані прогнози мають досить великі інтервали і дуже чутливі до зміни фінансово-економічного середовища. Оскільки, зовнішнє середовище нестабільне і значно впливає на депозитний ринок, тому для більш точнішого прогнозу використано метод випереджаючих індикаторів [3]. Якщо за визначальні параметри вибрати курс долара до гривні, який останнім часом стабілізувався, роздрібний товарооборот, що зростає та кількість безробітних, яка спадає, то такий стан фінансово-економічного середовища у розгляданні періоди уточнює прогнози в сторону верхніх меж інтервалів прогнозування. Для планування депозитної діяльності Кредобанку варто враховувати середньоарифметичні з усіх прогнозів.

Література

1. Звіти ПАТ "Кредобанк" / [http:// www.Kredobank.com.ua](http://www.Kredobank.com.ua)
2. Єріна А. М. Статистичне моделювання та прогнозування.- Навчальний посібник. – К.: КНЕУ, 2001. – 170с.
3. К.Холден , Д.А. Піл, Дж. Л. Томпсон. Економічне прогнозування : вступ— К.: Інформтехніка — ЕМЦ, 1996 — 216с.

ТЕКСТУРНИЙ АНАЛІЗ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ ЕМПІРИЧНИХ МОД

Керенцева О., Лупенко С.

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя
geleni.kerenski@gmail.com

Останні розробки в області аналізу сигналів та зображень становлять велику цікавість для нових методів обробки зображень. Великий інтерес становить метод розкладання сигналів на емпіричні моди (EMD).

Текстурні ознаки визначаються просторовими відношеннями між сусідніми пікселями. Підходи до визначення текстурних ознак охоплюють широкий спектр методів. Основні з них: статистичний; геометричний; на базі марківських випадкових полів; амплітудно-частотна модуляція та вейвлет-перетворення. Порівняльний аналіз різних методів показав суттєву розбіжність отриманих результатів. Жоден підхід не працює однаково добре для всіх зображень.

Метод EMD добре підходить для аналізу текстури з двох причин – це метод повністю керованих даних, що не використовує заздалегідь визначений фільтр чи вейвлет-функцію. Крім того, легко можна реалізувати його двовимірний аналог – BEMD.

Суть даного методу полягає в розкладанні вихідного сигналу в скінченний ряд за немонотонними функціями різної частоти – функціями внутрішніх мод (IMF) та подальшому їх відсіюванні. EMD – адаптивний метод розкладання сигналів, що можна визначити в вигляді ітераційного процесу, де для отримання чергової IMF функції з вихідного сигналу віднімається півсума огинаючих, побудованих за точками локальних екстремумів. В EMD вихідне зображення $f(i, j)$ розкладається в ряд, $f(i, j) = \sum_{k=1}^N y_k(i, j) + r(i, j)$, де N – кількість функцій внутрішніх мод в розкладі, $r(i, j)$ – залишок. Локальні властивості текстури (амплітуда, фаза, ізотропія, спрямованість) отримуються з кожної наступної IMF-функції.

Слід відзначити, що процес відсіювання мод вибирає насамперед високі частоти. Тобто шуму відповідають перші моди і залишкові сигнали.

Доповідь присвячено розгляду суті даного методу то його застосуванню.

ГРАНИЧНИЙ ГЕНЕРАТОР ДИФУЗІЙНОЇ ПРОЦЕДУРИ СТОХАСТИЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ

Кійковська О.І., Чабанюк Я.М., Будз І.С.

Національний університет "Львівська політехніка"

yaroslav_chab@yahoo.com

Неперервна процедура стохастичної апроксимації [1] в ергодичному марковському середовищі в схемі дифузійної апроксимації визначається стохастичним диференціальним рівнянням:

$$du^\varepsilon(t) = a(t) \left[C(u^\varepsilon(t); x(\frac{t}{\varepsilon^2}))dt + \varepsilon^{-1} C_0(x(\frac{t}{\varepsilon^2}))dt + \sigma(u^\varepsilon(t); x(\frac{t}{\varepsilon^2}))dw(t) \right],$$

де $C(u, x), u \in R^d$, - функція регресії, що залежить від рівномірно ергодичного марковського процесу $x(t), t \geq 0$ у фазовому просторі станів (X, X) , u - випадкова еволюція, w - вінерівський процес, а ε - малий параметр серій [2]. Для генератора Q марковського процесу $x(t), t \geq 0$, зі стаціонарним розподілом $\pi(B), B \in X$, визначений потенціал R_0 [2].

Граничний генератор двокомпонентного марковського процесу $u^\varepsilon(t), x_t^\varepsilon = x(\frac{t}{\varepsilon^2}), t \geq 0$, процедури стохастичної апроксимації має представлення :

$$LV(u) = a(t)C(u)V'(u) + \frac{1}{2}a^2(t)B(u)V''(u),$$

де $V(u)$ - функція регресії усередненої системи

$$\frac{du(t)}{dt} = C(u), C(u) = \int_X \pi(dx)C(u, x),$$

$$B(u) = 2 \int_X \pi(dx)C_0(x)R_0C_0(x) + \int_X \pi(dx)\sigma^2(u; x).$$

Зауваження: При $C_0(x) \equiv 0, B(u) \neq 0$ та при $C_0(x) \neq 0, \sigma(u; x) \equiv 0$ отримуємо граничний дифузійний процес $\zeta(t), t \geq 0$, що є розв'язком стохастичного диференціального рівняння [3]:

$$d\zeta(t) = a(t)[C(\zeta(t))dt + \sigma(\zeta(t))dw(t)].$$

Література

1. O.I.Kiykovska, Ya. M. Chabanyuk. Convergence of stochastic process with Markov switching//Matematychni Studii.–2012. - 32 №2. – P. 96-102.
2. V. Koroliuk, N. Limnios. Stochastic Systems in Merging Phase Space./ World Scientific Publishing, - 2005. - 330P.
3. Кійковська О.І., Чабанюк Я.М., Хімка У.Т.. Збіжність випадкової еволюції в схемі усереднення.// (PDMU-2011) International Conference. Abstracts. Yalta, September 19-23. Ukraine.-2011. С.89-90.

ОЦІНКИ ЗНИЗУ ДЛЯ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ФУНКЦІЙ ЙМОВІРНОСНИХ ЗАКОНІВ

Кінаш О. М., Пароля М. І., Шеремета М. М.

Львівський національний університет імені Івана Франка

okinasch@yahoo.com

Неспадна неперервна зліва на $(-\infty, +\infty)$ функція F називається [1, с. 10] ймовірносним законом, якщо $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(-x) = 0$ і $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$, а характеристичною функцією φ цього закону називається [1, с. 12] функція визначена для всіх $z \in (-\infty, +\infty)$ рівністю $\varphi(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{izx} dF(x)$. Якщо функція φ допускає аналітичне продовження (позначимо його також через φ) на круг $D_R = \{z : |z| < R\}$, $0 < R \leq +\infty$, то її називатимемо аналітичною в D_R характеристичною функцією закону F . Надалі вважатимемо, що D_R є максимальним кругом аналітичності φ . Відомо [1, с. 37-38], щодля того, щоб φ була аналітичною в D_R характеристичною функцією ймовірносного закону F , необхідно і досить, щоб для кожного $r \in [0, R)$

$$W_F(x) =: 1 - F(x) + F(-x) = O\left(e^{-rx}\right), \quad x \rightarrow +\infty.$$

Звідси випливає, що

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \ln \frac{1}{W_F(x)} = R.$$

Якщо приймемо $M(r, \varphi) = \max \{ |\varphi(z)| : |z| = r \}$ для $r < R$, то $W_F(x)e^{rx} \leq 2M(r, \varphi)$ для всіх $x \geq 0$ і $r \in [0, R)$. Для $R = +\infty$ цю нерівність доведено в [1, с.54], а для $R < \infty$ її доведення таке ж. Тому, якщо позначимо $\mu(r, \varphi) = \sup \{ W_F(x)e^{rx} : x \geq 0 \}$, то $\mu(r, \varphi) \leq 2M(r, \varphi)$ для всіх $r \in [0, R)$. Отже оцінки знизу для $\ln M(r, \varphi)$ впливають з таких же оцінок для $\ln \mu(r, \varphi)$. Для цілих характеристичних функцій Н.І. Яковлева [2] довела, що якщо $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln(1/W_F(x))}{\ln x} = 1 + \frac{1}{\lambda}$, то $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln \ln M(r, \varphi)}{\ln r} \geq 1 + \lambda$. Звідси випливає, що якщо

$$\ln x \geq \lambda \ln \left(\frac{1}{x} \ln \frac{1}{W_F(x)} \right), x \geq x_0, \quad (1)$$

то

$$\ln \frac{\ln M(r, \varphi)}{r} \geq (1 + o(1)) \lambda \ln r, r \rightarrow +\infty. \quad (2)$$

Виникає питання, чи правильною буде асимптотична нерівність (2), якщо співвідношення (1) не виконується для всіх $x \geq x_0$, а тільки для деякої зростаючої до $+\infty$ послідовності (x_k) . Позитивну відповідь на це питання дає таке твердження.

Твердження. *Якщо існує зростаюча до $+\infty$ послідовність*

(x_k) така, що $\ln x_k \geq \lambda \ln \left(\frac{1}{x_k} \ln \frac{1}{W_F(x_k)} \right)$ для всіх $k \geq 1$ і

$x_{k+1} = O(x_k)$ при $k \rightarrow \infty$, то $\ln \frac{\ln \mu(r, \varphi)}{r} \geq (1 + o(1)) \lambda \ln r$ при $r \rightarrow +\infty$.

Література

1. Линник Ю.В. Разложение случайных величин и векторов/ Линник Ю.В., Островский Н.В. — М.: Наука— 1972. — 479с.

2. Яковлева Н.И. О росте целых характеристических функций вероятностных законов/ Яковлева Н.И.// Вопросы матем. физики и функц. анализа.- К.: Наукова думка — 1976. — С. 43— 54.

МЕТОДОЛОГІЯ УПРАВЛІННЯ ВОДНИМ РЕЖИМОМ ЗРОШУВАНИХ ТЕРИТОРІЙ ДЛЯ ЗАХИСТУ ВІД ПІДТОПЛЕННЯ

Ковальчук В.П.

Інститут водних проблем і меліорації НААН, М. Київ

kovalchukvp@mail.ru

Виходячи з умов сталого розвитку, обґрунтована необхідність системного ієрархічного управління водним режимом зрошуваних територій в умовах ризику виникнення підтоплення, що забезпечується поєднанням наукових досліджень в двох напрямках:

- аналіз водонадходження на територію з урахуванням існуючих водних джерел, дослідження чинників антропогенного і природного походження;
- аналіз водовідведення з території, дослідження природних умов фільтраційної здатності території та зміну гідрогеологічних умов формування водовідведення в зв'язку з дією антропогенних факторів.

Для покращення управління водонадходженням на територію запропоновані системні методи та моделі, реалізована на їх основі інформаційно-аналітична система (ІАС) сценарного імітаційно-ігрового моделювання управлінських рішень. Імітаційне моделювання базується на застосуванні багатопланових моделей вологоперенесення в системах оперативного планування і проектування зрошення. Прийняття рішень здійснюється на основі моделі матричної гри з природою. Системний метод адаптовано на вирішення структурного управління для визначення алгоритмів функціонування та параметрів режимів зрошення в умовах ризику підтоплення. Це дає можливість ефективніше використовувати водно-земельні ресурси, мінімізувати втрати води на інфільтрацію.

Запропонована методика прогнозування підтоплення територій на основі персептронних моделей на принципах індуктивного моделювання, що дозволяє здійснювати аналіз стану території та проводити просторово-часове прогнозування підтоплення території як в цілому, так і на окремих її ділянках. Дана інформаційна технологія забезпечує використання прогнозів для системного управління водовідведенням. Розроблені методи, моделі, алгоритми і програмний комплекс ІАС для визначення доцільності попереджувального включення дренажних насосних

станцій (ДНС) з метою зменшення ризиків підтоплення, управління структурою у визначенні необхідності реконструкції чи модернізації ДНС, реконструкції каналів, зрошувальних систем.

Для управління розвитком територій (наприкладі смт Каланчак) проводиться оцінка еколого-економічної ефективності управлінських рішень на основі методу багатокритеріальної оптимізації у вигляді послідовності інженерних заходів (дій) для запобігання або зменшення шкідливої дії вод, застосування сучасних режимів зрошення.

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА МОДЕЛЮВАННЯ РИЗИКІВ ВОДОСПОЖИВАЧІВ ПРИ ПЛАТНОМУ ВОДОКОРИСТУВАННІ

Ковальчук П.І., Матяш Т.В., Балихіна Г.А., Пендак Н.В.

Інститут водних проблем і меліорації НААН, м.Київ
maslova-anna@bk.ru, Tmatiash@mail.ru

Інформаційна система дозволяє моделювати ризики водопостачальників та водоспоживачів. Розрахунки ризиків-корисностей проводяться на основі функції додаткового чистого прибутку від зрошення та одержується картина настання можливих ризикових ситуацій в натуральному та відносному вираженні.

Коефіцієнт ризику характеризує відносну частку збитків (корисностей) в натуральному вираженні, що припадає на певну зону ризику у відношенні до сумарної долі ризику в усій області. Коефіцієнти відносного ризику для додатніх f_i^+ та від'ємних f_i^- значень матриць виражаються за формулами (1):

$$r_i^+ = \frac{\sum p_i f_i^+}{\sum |p_i f_i^-| + \sum p_i f_i^+}, \quad r_i^- = \frac{|\sum p_i f_i^-|}{\sum |p_i f_i^-| + \sum p_i f_i^+}. \quad (1)$$

Застосування інформаційної системи дозволяє визначати напрямки зменшення ризиків при господарюванні на основі оцінювання варіантів ризиків-корисностей при вирощуванні різних культур. Моделювання проводиться при різних собівартостях, закупівельних цінах, проектній врожайності, питомих витратах на подачу води на зрошення та ліміту водокористування на поточний рік.

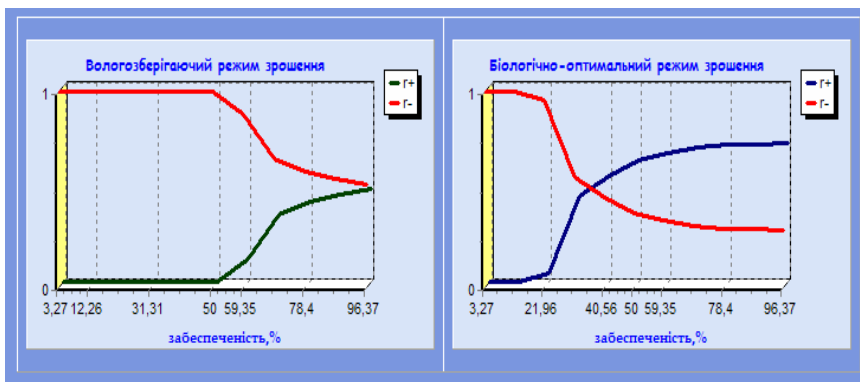


Рис.1. Функції відносних ризиків-корисностей для озимої пшениці при вартості послуг з подачі води 0.30 грн/м³.

“ГЕНЕТИЧНИЙ” СИНТЕЗ АВТОМАТІВ НА ПРИКЛАДІ МОДЕЛЬНОЇ ЗАДАЧІ “РОЗУМНА МУРАХА-3”

Комісарчук О.В., Фратавчан В.Г.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
mrpc-dpt@chnu.edu.ua

Розглянемо постановку задачі “Розумна мураха-3”. Мураха знаходиться на випадковому ігровому полі. Поле представлено тором розміром $n \times n$, де $n = 32$ клітинки. Область огляду мурахи – вісім клітинок, таким чином множина значень вхідних змінних містить $2^8 = 256$ елементів. Їжа в кожній клітинці розташовується з деякою ймовірністю μ . Значення μ є параметром задачі. У даному випадку кількість яблук, з’їдених мурахою за 200 ходів, за кожен з яких мураха може зробити одну з трьох дій: поворот наліво або направо, крок вперед, є випадковою величиною ξ (визначається мурахою) на дискретній множині елементарних результатів Ω – множина розташувань їжі – бітових матриць 32×32 . Якщо після ходу, мураха потрапляє на клітинку, де присутня їжа, то їжа з’їдається.

Метою задачі є побудова стратегії поведінки мурахи, при якій математичне сподівання з’їденої їжі максимальне.

Поведінка мурахи задається детермінованим кінцевим автоматом, який є п’ятіркою $(\Sigma, S, s_0, \delta, F)$, де:

- Σ – вхідна абетка (скінченний, непорожній набір символів);
- S – скінченний, непорожній набір станів;
- s_0 – початковий стан, елемент із S ;
- δ – функція переходу: $\delta : S \times \Sigma \rightarrow S$;
- F – набір кінцевих станів, (можливо порожня) підмножина S .

Автомат керування мурахою для даної задачі має вісім (кількість видимих клітинок) вхідних змінних, кожна з яких визначає, чи є їжа в клітинці, відповідної змінної.

Для розв’язування даної задачі використовується генетичне програмування, де керуючий автомат подається у вигляді особин генетичного алгоритму.

Розглянемо представлення кінцевого автомата за допомогою дерев рішень. Для задання автомата необхідно виразити його функції переходів і виходів за допомогою таких дерев. Здійснимо наступне перетворення: замість задання функцій переходів і виходів для автомата в цілому, представимо ці функції для кожного стану. Більш формально це виглядатиме наступним чином: задамо для кожного стану $q \in Q$ функцію $\sigma_q : X \rightarrow Q \times Y$ таку, що $\sigma_q(x) = (\delta(q, x), \lambda(q, x))$ для $\forall x \in X$. Функції σ_q відповідають функціям переходів і виходів зі стану q . [1]

Нехай кінцевий автомат, який необхідно представити, має n вхідних логічних змінних. Якщо їх значення в деякий момент розташувати в деякому фіксованому порядку, то отримається послідовність з нулів і одиниць довжини n . Якщо подати дану послідовність на вхід деякого кінцевого розпізнавача, то він перейде з початкового стану в деякий стан S . Стан S , в який перейшов кінцевий розпізнавач, буде аналогом листа дерева рішень. [2]

Перевагою кінцевих розпізнавачів є те, що для представлення однієї і тієї ж функції переходів, їм потрібна менша кількість станів, ніж деревам рішень, тобто це забезпечує більш компактне представлення функції переходів, що дозволяє прискорити процес пошуку автомата, який добре вирішує задачу “Розумна мураха-3”.

Література

1. Данилов В. Р. Метод представления автоматов деревьями решений для использования в генетическом программировании // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. Выпуск 53. Автоматное программирование, с. 103–108.

2. Царев Ф. Н., Шалыто А. А. Применение генетических алгоритмов для построения автоматов с минимальным числом состояний для задачи об “Умном муравье” /Труды научно-технической конференции “Научное программное обеспечение в образовании и научных исследованиях”. СПб.: СПбГПУ. 2008, с. 209–215.

СТІЙКІСТЬ РОЗВ'ЯЗКУ ОДНІЄЇ МАТРИЧНОЇ ГРИ ЩОДО ЗБУРЕННЯ ПОЧАТКОВИХ ДАНИХ

Косареви́ч К.

Львівський національний університет імені Івана Франка

Розглядається задача збереження капіталу як парна гра з матрицею R (матриця норм прибутків m ризикових активів в умовах n станів економічного середовища) та нульовою сумою.

Нехай в розв'язку (P^*, Q^*) в змішаних стратегіях матричної гри з матрицею R оптимальна стратегія другого гравця Q^* не є цілком змішаною. Нехай також існує сім'я $\{R^\varepsilon\}$ матриць $m \times n$ таких, що $R^\varepsilon \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} R$ в сенсі поелементної збіжності, і при $\forall \varepsilon$ у грі з матрицею R^ε оптимальна стратегія другого гравця $Q^{\varepsilon*}$ є цілком змішаною.

Встановлено умови, при яких $P^{\varepsilon*} = X^{\varepsilon*}$, $\forall \varepsilon$, де $P^{\varepsilon*}$ - розв'язок матричної гри з матрицею R^ε ($P^{\varepsilon*}$ - оптимальна стратегія першого гравця, другим гравцем, очевидно, є економічне середовище), $X^{\varepsilon*} = (x_1^{\varepsilon*}, \dots, x_m^{\varepsilon*})$ - розв'язок задачі збереження капіталу $D_\Pi^\varepsilon = D(R_\Pi^\varepsilon) \rightarrow \min_{X^\varepsilon}$.

Показано, що $X^{\varepsilon*} \rightarrow X^*$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, де X^* - розв'язок задачі $D_\Pi = D(R_\Pi) \rightarrow \min_X$. Нарешті, встановлено $P^{\varepsilon*} \rightarrow P^*$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, де P^* - розв'язок матричної гри з матрицею R . Таким чином, $P^* = X^*$.

ПРИКЛАД ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ОБ'ЄКТОМ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Коцур М.П., Руснак М.А.

Чернівецький національний університет імені Ю.Федьковича

mrcc@chnu.cv.ua

Процеси прийняття рішень в умовах невизначеності, як правило, пов'язані з задачами оптимізації. Великий клас оптимізаційних задач стосується об'єктів (систем і процесів) з розподіленими параметрами, поведінка яких описується за допомогою крайової задачі для рівнянь з частинними похідними. Рациональне функціонування таких об'єктів можливе за умов розв'язання задач оптимального керування, результатом яких є побудова оптимальних функцій керування. Тому розвиток теорії оптимального керування для об'єктів з розподіленими параметрами є актуальною задачею.

В [1] проведено узагальнення принципу максимуму Понтрягіна для однієї з таких задач, що описується системою двох нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних у вигляді

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + a \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = f_1(\varphi_1(x, t), \varphi_2(x, t), u(t)) \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = f_2(\varphi_1(x, t), \varphi_2(x, t), u(t)) \end{cases}, \quad (1)$$

$$\text{з початковою умовою} \quad \varphi_1(x, 0) = \varphi_0 \quad (2)$$

і заданими на кінцях відрізка L крайовими умовами

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \right)_{x=0} &= F_0(\varphi_1(0, t), \varphi_2(0, t), u(t)) \\ F_1(\varphi_1(L, t), \varphi_2(L, t), u(t)) &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

де $x \in \{0, L\}$ та $t \in \{0, T\}$ – незалежні змінні, $\varphi \equiv \{\varphi_1(x, t), \varphi_2(x, t)\}$ – вектор-функція стану об'єкту, f_1 , f_2 , F_0 , F_1 – неперервно-диференційовані функції своїх аргументів, $u(t)$ – функція керування, φ_0 і a – константи.

Оптимізаційна задача полягає в мінімізації функціоналу $\Phi = \Phi(\varphi \downarrow 1(0, T))$, що є функцією вектора стану об'єкту в кінцевий момент часу $t=T$, шляхом вибору $u(t)$ із допустимої області керування G_u .

В [1] наведено необхідні умови, яким повинно задовольняти оптимальне керування $u(t)$. Нелінійність правих частин рівнянь (1) і складність задачі в цілому уможливають її розв'язання тільки

чисельними методами. Для цього в [1] запропоновано алгоритм методу послідовних наближень.

Як приклад була розв'язана оптимізаційна задача нестационарного процесу теплопровідності в провідному середовищі з розподіленими вздовж вісі x джерелами і стоками тепла, зумовленими електричним струмом u , що протікає в цьому середовищі. Система рівнянь для знаходження температури φ_1 і теплового потоку φ_2 має вигляд (1), де праві частини конкретизуються наступними виразами

$$f_1 = a \left[A \frac{e}{k} \varphi_2(x, t) u(t) + A^2 \frac{e^2}{k} \varphi_1(x, t) u^2(t) + A^2 p u^2(t) \right]$$

$$f_2 = - \frac{\varphi_2(x, t)}{k} - A \frac{e}{k} \varphi_1(x, t) u(t) . \quad (4)$$

Початкова умова має вигляд (2), а крайові умови взято такими

$$\left(c \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \right)_{x=0} = - \frac{\varphi_2(0, t)}{A} - 2e \varphi_1(0, t) u(t) + u^2(t) r$$

$$\varphi_1(L, t) = \varphi_0 \quad (5)$$

У цих рівняннях характеристики матеріалу середовища, а саме термоелектрорушійна сила $e(\varphi_1)$, теплопровідність $k(\varphi_1)$ та питомий опір $\rho(\varphi_1)$ є функціями температури φ_1 , а температуропровідність a , фактор форми A , теплоємність c і електричний опір r під'єданого до середовища в точці $x=0$ теплового навантаження – константи.

Залежно від величини струму u температура в певній точці середовища за певний проміжок часу може бути нижчою або вищою за початкову (рис.1). Струмом можна керувати, змінюючи

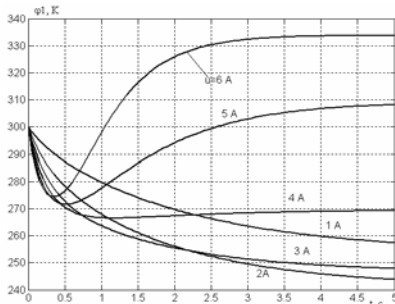


Рис.1.

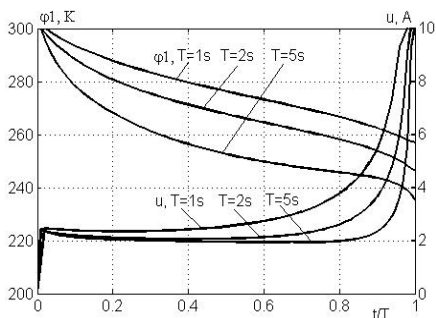


Рис.2.

його величину в часі в межах $0 < u < u_{\max}$. Результати розв'язання задачі пошуку оптимальної функції струму $u(t)$, що мінімізує температуру навантаження φ_1 в точці $x=0$ в певний момент часу $t=T$ показані на рис.2.

Результати отримані методом послідовних наближень з використанням різницевих схем для розв'язання основної і спряженої крайових задач.

Література

1. Коцур М.П. Спосіб оптимізації об'єктів з розподіленими параметрами. / М.П. Коцур, М.А. Руснак // Науковий вісник ЧНУ. Серія: Комп'ютерні системи та компоненти. – Т.2, вип.1. – 2011. – С.6-9.

ВИГРАШНИЙ ПЕРЕРОЗПОДІЛ ПРИ СТАРТОВОМУ ЛОКАЛЬНОМУ ПАРИТЕТІ

Кошманенко В.Д., Харченко Н.В.

Інститут математики НАНУ, Київ, Україна

koshman63@googlemail.com, kharchenko.nataliya@gmail.com

Нехай маємо дві команди А і В, які борються за спільний простір існування, розділений на регіони $\Omega = (\omega_1, \omega_2 \dots \omega_l)$ Імовірнісна присутність кожної з команд А та В в регіонах задана координатами стохастичних векторів $p = (p_1, p_2 \dots p_n)$, $r = (r_1, r_2 \dots r_n)$ Розглянемо математичну модель конфлікту [1, 2], пов'язану з динамічною системою заданою формулами $p_i^{N+1} = p_i^N (1 + \theta - r_i^N)$, $r_i^{N+1} = r_i^N (1 + \theta - p_i^N)$, $N = 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, n}$.

Теорема1. Якщо початкові вектори не рівні між собою, $p \neq r$, то граничні вектори динамічної системи конфлікту є ортогональними. Для регіону з паритетом, $p_k = r_k$ граничні значення $p_k^\infty = r_k^\infty = 0$.

Теорема2. При стартовому локальному паритеті в k -й позиції, $p_k = r_k$, і при умовах $r_j < p_j$, $r_k < r_j$ сторона А за рахунок кредитного перерозподілу шляхом переміщення ресурсу величиною s з j -ї позиції, з наступним його поверненням після першого кроку конфліктної боротьби, отримує локальний пріоритет над стороною В, тобто $p_k + s > r_k$, із максимальним граничним значенням, якщо величина s визначається формулою

$s = s_{\max} = \frac{\theta}{2(r_j - r_k)}$ де $\theta = (p, r)$ – скалярний добуток векторів.

При цьому максимальне значення граничного пріоритету після повернення ресурсу матиме значення $\hat{p}_k^\infty = \frac{\theta^2}{2(r_k - r_j)(2 + \theta)D}$,

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |p_j - r_j|.$$

Література

1. Кошманенко В.Д. Теорема про конфлікт для пари стохастичних векторів / В.Д. Кошманенко // Укр. мат. журн. – 2003. – № 55. – С. 555 – 560.
2. Кошманенко В.Д. Інваріантні точки динамічної системи конфлікту / В.Д. Кошманенко, Н.В. Харченко, М.В. Боднарчук // Нелінійні коливання. – 2004. – №7. – С. 446 – 461.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ САМООРГАНІЗАЦІЇ

Крамар В.І., Лупенко С.А.

Тернопільський національний технічний університет
імені І.Пулля, Україна

volodimir.kramar@gmail.com, lupenko@ua.fm

Сьогодні спостерігається широкий спектр математично формалізованих підходів до опису самоорганізуючих систем, кожен з яких має свої сильні та слабкі сторони, оскільки єдиної математичної теорії самоорганізації ще не побудовано. Ключовою проблемою в теорії самоорганізації є проблема дослідження та встановлення закономірностей спонтанного виникнення впорядкованих структур у деякій системі.

До сьогоднішнього часу вже розроблено досить багато математичних моделей, які певним чином описують самоорганізацію [1]. Але слід зробити таке важливе уточнення, що більшість цих моделей була розроблена для інших цілей, а не для моделювання самого процесу самоорганізації. Вони описують лише ті аспекти процесу самоорганізації, які важливі з точки зору конкретної прикладної задачі.

Запропоновано новий підхід до моделювання та опису процесів самоорганізації з використанням теорії Рамсея [2], яка

вивчає наявність регулярних структур у випадкових конфігураціях елементів [3]. Введено так звані числа Рамсея з правилами, що дало змогу використовувати їх як міру самоорганізації систем [2]. Такий підхід дозволяє математично обґрунтувати, чому виникає певна структура в системі та чи існують деякі правила, що призводять до її самоорганізації.

Література

1. Крамар В.І. Порівняльний аналіз моделей процесів самоорганізації та їх застосування в інформаційних системах / В.І. Крамар, С.А. Лупенко // Вісник Хмельницького національного університету. – 2011. – №3. – С. 254-259.
2. Крамар В.І. Числа Рамсея як міра самоорганізації систем / В.І. Крамар, С.А. Лупенко // Матеріали XV наукової конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, Тернопіль, 14 - 15 грудня 2011 р. – Тернопіль: ТНТУ, 2011. – С. 76.
3. Грэхем Р. Начала теории Рамсея / Р.Грэхем; [пер. с англ. Б.С. Стечкин]. – М.: Мир, 1984. – 96 с.

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ИССЛЕДОВАНИЙ В СРЕДЕ DATA FARMING

Криковлюк Е.А, Сахнюк М.А.

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины

emk160ik@gmail.com

Одним из наиболее известных подходов к повышению эффективности процессов принятия решений, развитых в последние годы и получивших признание в мировой практике имитационного моделирования сложных стохастических систем, является методология Data Farming. Разработка этой методологии в рамках проекта ALBERT инициировалась по заказу Военно-морских сил США с целью создания новых подходов к принятию ответственных управленческих решений в области военных приложений. К наиболее известным системам, встроенным в среду Data Farming, относятся системы PAX (Германия), Pythagoras (США) и MANA (Новая Зеландия), которые применялись в военных приложениях при исследовании боевых и миротворческих операций с учетом влияния человеческого фактора на их исход и применения нетрадиционных видов вооружения, например, оружия несмертельного действия. [1]

В основу реалізації методології Data Farming положені наступні ідеї: використання концепцій *агентно-базированное моделювання*, *дистилляційні моделі (distillations)* і коєволюція (*co-evolution*); використання методів оптимізації, технологій розподілених вичислень, реалізуємих на кластерних або мережних архітектурах, і інтелектуального аналізу даних. Інтеграція вказаних можливостей дозволяє породжувати, обробляти і аналізувати в найкоротші терміни величезні простори вихідних даних експериментів з метою вибору найбільш ефективних управлінських рішень.

В теперішній час в умовах відсутності вітчизняних розробок по Data Farming в Інституті кібернетики ім. В.М. Глушкова НАНУ початі дослідження по створенню системи оптимізаційно-імітаційного моделювання, базующоїся на основних концепціях методології Data Farming. [2].

Література

- 1.Horne G.E. Data Farming around the world overview / G.E. Horne, K.-P. Schwierz // Proc. of the Winter Simulation Conf. – 2008. – P. 1442–1447.
- 2.Пепеляев В.А., Сахнюк М.А., Черный Ю.М. Параллельная реализация процессов направленного поиска оптимальных решений // Проблемы програмування. – 2010. – №2-3. – С. 572-576.

ПРО ВЛАСТИВОСТІ СЛАБКОНЕЛІНІЙНИХ ЗБУРЕНЬ В ЕЛЕМЕНТАХ МАТРИЧНОЇ ГРИ У ЗМІШАНИХ СТРАТЕГІЯХ

Кудін В.І., Тодоріко Б.Д.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,

V_I_Kudin@mail.ru

Побудова математичної моделі процесу проводиться в умовах неточності, нечіткості, суперечливості критеріїв та конфлікту сторін. Виникає потреба аналізувати властивості моделі та передбачувати вплив кількісних уточнень та змін на якісні властивості розв’язків як ігрової задачі, зокрема, матричної. Відомо [1], що матрична гра у змішаних стратегіях може бути “зведена” до розв’язання двоїстої пари задач лінійного програмування вигляду:

$$\min Cx, Ax \leq B, x \geq 0 \quad (1)$$

$$\max B^T u, A^T u \geq C^T, u \geq 0, \quad (2)$$

де $A = \{a_{ij}\}_{i=1, j=1}^{m,n}$ - платіжна матриця розмірності $m \times n$,

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in E^n, u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T \in E^m$ вектори

змінних прямої та двоїстої задач, $B = (\underbrace{1, 1, \dots, 1}_m)^T, C = (\underbrace{1, 1, \dots, 1}_n)^T$,

$a_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jm})$, $j = \overline{1, m}$ - рядок матриці A^T . Будемо називати (1),(2) породжуючою парою задач. Методи лінійного програмування і, на сьогодні, залишаються одним з ефективних способів аналізу властивостей матричної гри.

Досягнення більшої адекватності математичної моделі процесу є "введення" нелінійних залежностей у лінійну модель [2].

Означення 1. Модель слабко нелінійно збурена (СНЗ) за параметрами $(\tau, \lambda, \beta) \in E^{1+p+q}$ для породжуючої пари задач (1),(2), якщо деякі елементи лінійної моделі містять нелінійні функціональні зв'язки з C^2 (двічі неперервно-диференційовні) від параметрів τ, λ, β на

$$\begin{aligned} \Pi = \{(\tau, \lambda, \beta) \in E^{1+p+q} / \tau \in [t_0, t_k], \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p) \\ \beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q), \lambda_i \in [\lambda_{i(H)}, \lambda_{i(B)}], \beta_j \in [\beta_{j(H)}, \beta_{j(B)}], \\ i = \overline{1, p}, j = \overline{1, q}\}. \end{aligned}$$

Нелінійний аналог лінійної моделі (1), (2) матиме вигляд:

$$\min Cx, A(\tau, \lambda, \beta)x \leq B, x \geq 0 \quad (3)$$

$$\max B^T u, A(\tau, \lambda, \beta)^T u \geq C^T, u \geq 0 \quad (4)$$

де $A(\tau, \lambda, \beta) = \{a_{ij}(\tau, \lambda, \beta)\}_{i=1, j=1}^{m,n}$ - матриця зі слабко

збуреними елементами відповідна A , $a_j(\tau, \lambda, \beta) = (a_{j1}(\tau, \lambda, \beta), a_{j2}(\tau, \lambda, \beta), \dots, a_{jm}(\tau, \lambda, \beta))$ - елементи збуреного вектора-рядка a_j матриці A^T . Для визначеності

вважаємо, що $n > m$, а $(\tau, \lambda, \beta) \in E^{1+p+q}$ пов'язані ε , $\tau = \tau(\varepsilon, t)$, $\lambda = \lambda(\varepsilon)$, $\beta = \beta(\varepsilon)$, $\lambda = \lambda_0 + \varepsilon \lambda^i$, $\beta = \beta_0 + \varepsilon \beta^i$, $\tau = t_0 + \varepsilon t_i$, $i = \overline{1, K}$, де $t_0, t_i, \lambda_0, \lambda^i, \beta_0, \beta^i$ - задані. При

$\tau = t_o, \lambda = \lambda_o, \beta = \beta_o$ модель (3),(4) стає породжуючою (незбуреною). Це дає підставу локально звести вплив вектору параметрів до функціональної залежності від одного ε коректним використанням розкладу в ряд Тейлора.

Оскільки самим динамічним елементом даної моделі є платіжна матриця, то в дослідженні зроблено основний акцент на аналізі впливу змін як окремих елементів так і групи елементів-вектора рядка чи стовпця моделі на стійкість та оптимальність розв'язку. В роботі обґрунтовано відповідні твердження.

Література

1. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Задачи и методы линейного программирования //Советское радио,-Москва,-1961,-490с.
2. Кудін В.І., Кудін Г.І. Застосування методу малого параметру при дослідженні слабо нелінійних систем І. "Вісник Київського університету", Серія фіз.-мат. науки. – 2000.-2., С. 278 - 282.

ПРО ДИФЕРЕНЦІЙОВАНІСТЬ ПСЕВДООБЕРНЕНИХ МАТРИЦЬ

Кудін Г.І.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

kudin@unicyb.kiev.ua

Перспективними представляються дослідження задач оптимального синтезу систем управління, коли оптимізація здійснюється не тільки на етапі побудови оптимального управління по тому або іншому критерію оптимальності, але оптимізуються також параметри математичної моделі.

Одним из підходів до розв'язання проблеми можна вважати математичний апарат теорії псевдообернених матриць [1,2]. Постановка задачі оптимального синтезу структур для лінійних систем і можливий підхід до її розв'язання з використанням апарату псевдообернених матриць розглянуті в роботі [3].

В доповіді представляються аналітичні вирази збурень елементів псевдооберненої матриці від збурень окремих елементів початкової матриці [4], досліджується отримані залежності на предмет існування похідних.

Постановка задачі. Нехай для матриці $A \in R^{m \times n}$, складеної з елементів a_{ij} , тобто

$$A = (a(1) \vdots \dots \vdots a(n)) \equiv (a_{(1)} \vdots \dots \vdots a_{(m)})^T \in R^{m \times n},$$

де $a(j) \in R^m$, $a_{(i)}^T = (\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{ij}, \dots, \alpha_{in}) \in R^n$,

$$i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n},$$

відома її псевдообернених матриця $A^+ \in R^{n \times m}$, яку можна подати у вигляді

$$A^+ = (p(1) \vdots \dots \vdots p(m)) = (p_{(1)} \vdots \dots \vdots p_{(n)})^T,$$

$$p(i) \in R^n, \quad p_{(j)} \in R^m \quad i = \overline{1, m} \quad j = \overline{1, n}.$$

Якщо елемент α_{ij} матриці $A \in R^{m \times n}$ змінюється на деяку величину $\delta \in R$, тобто матриця A набуває збуреного вигляду

$$\tilde{A} = A + \delta e_i(m) e_j^T(n),$$

де $e_i(k) = (0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad 0)^T \in R^k$,

то це викликає збурення для псевдооберненої матриці A^+ :

$$\Delta A^+(\alpha_{ij}) = (A + \Delta A(\alpha_{ij}))^+ - A^+.$$

По відношенню до матриці A вектори $e_i(m)$ і $e_j^T(n)$ можуть бути лінійно залежними або незалежними з вектор - стовпчиками та вектор - рядками вихідної матриці A відповідно і це, як випливає з роботи [4], істотно впливає на аналітичне представлення збурених елементів псевдо-обернених та проекційних матриць.

Література

1. Кириченко Н.Ф. Аналитическое представление возмущений псевдообратных матриц. // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – №2. – С.98-107.
2. Кириченко Н.Ф., Донченко В.С. Псевдообращение в задачах кластеризации // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – №4. – С. 73-91.
3. Кириченко Н.Ф., Матвиенко В.Т. Оптимальный синтез структур для линейных систем. // Проблемы управления и информатики. – 1996. – №1-2. – С.162-171.
4. Кириченко Н.Ф., Кудин Г.И. Вариации псевдообратных и проекционных матриц при возмущении элементов исходной матрицы. // Проблемы управления и информатики. – 2009. – №3 -2. – С.7-2

5. Кудін Г.І. Псевдообернені матриці: функції та їх похідні // Журнал обчислювальної та прикладної математики, 2003р., №2(89), с 66-70
6. Кириченко Н.Ф., Кудин Г.И. Вариации псевдообратных и проекционных матриц при возмущении элементов исходной матрицы // Проблемы управления и информатики. –2009.-№4. – С.7 - 20.

ГЕНЕРАТОР РІЗНИЦЕВОЇ ПРОЦЕДУРИ ОПТИМІЗАЦІЇ З НАПІВМАРКОВСЬКИМИ ПЕРЕКЛЮЧЕННЯМИ

Кукурба В.Р., Чабанюк Я.М., Будз І.С.

Національний університет "Львівська політехніка"

yaroslav_chab@yahoo.com

Неперервна процедура стохастичної оптимізації з напівмарковськими переключеннями задається еволюційним рівнянням

$$du^\varepsilon(t) = a(t)\nabla_b C(u^\varepsilon(t); x(t/\varepsilon)), t \geq 0, u^\varepsilon(0) = u_0, \quad (1)$$

де $u \in R$, $\nabla_b C(u; x) = (C(u + b(t); x) - C(u - b(t); x)) / 2b(t)$, $a(t) > 0$, $b(t) > 0$, а функція регресії $C(u; x)$ залежить від рівномірно ергодичного напівмарковського процесу $x(t) > 0, t \geq 0$, у вимірному фазовому просторі станів (X, X) , що визначається ядром $Q(x, B, t) = P(x, B)G_x(t)$, де $G_x(t)$ - функція розподілу часу перебування в стані $x \in X$. Супроводжуючий марковський процес $x_0(t), t \geq 0$ задається генератором Q [1].

Лема. Компенсуючий оператор L_t^ε [2] процедури(1) на тест-функціях $\varphi(u, \cdot) \in C^2(R)$ допускає представлення:

$$L_t^\varepsilon \varphi(u, x) = \varepsilon^{-1} Q(u, x) + C_t(x) P \varphi(u, x) + \varepsilon q(x) \theta_2^\varepsilon(t, x) P \varphi(u, x)$$

де $C_t(x) \varphi(u) = a(t) \nabla_b C(u; x) \varphi'(u)$, $\theta_2^\varepsilon(t, x) = \theta_{21}^\varepsilon(t, x) + \theta_{22}^\varepsilon(t, x)$,

$$\theta_{21}^\varepsilon(t, x) = \int_0^\infty \overline{G_x^2}(s) \left[\frac{a'(t + \varepsilon s)}{a(t + \varepsilon s)} - b'(t + \varepsilon s) + C_{t+\varepsilon s}(x) \right] C_{t+\varepsilon s}(x) C'_{t+\varepsilon s}(x) ds$$

$$\theta_{22}^\varepsilon(t, x) = \int_0^\infty \overline{G_x^2}(s) \frac{b'(t + \varepsilon s) a(t + \varepsilon s)}{2b(t + \varepsilon s)} D_{t+\varepsilon s}(u, x) C'_{t+\varepsilon s}(x) ds,$$

$$D_{t+\varepsilon s}(u, x) =$$

$$= C'(u + b(t + \varepsilon s); x) + C'(u - b(t + \varepsilon s); x), \mathbf{P}\varphi(x) := \int_X P(x, dy)\varphi(y).$$

Література

1. V. Koroliuk, N. Limnios. Stochastic Systems in Merging Phase Space. / World Scientific Publishing, - 2005. - 330P.
2. Чабанюк Я.М. Генератор процедури стохастичної оптимізації з напівмарковськими переключеннями. / Кукурба В.Р., Будз І.С. // International Conference: PDMU.ABSTRACTS. May 23-27, Ukraine - 2011. - С.173-174.

ПРО ОПТИМІЗАЦІЮ СТРАТЕГІЇ ІНВЕСТИВАННЯ

¹Кулян В.Р., ²Юнькова О.О., ¹Рутицька В.В.

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка

²Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана
v.kulyan@gmail.com

Для математичної моделі формування ринкової вартості портфеля акцій [1] розглядається задача максимізації прибутковості на кінець періоду інвестування

$$I(\Lambda^{(1)}, \Lambda^{(2)}) = \max_{\substack{\Lambda^{(1)} \in G_\Lambda, \\ \Lambda^{(2)} \in G_\Lambda}} [\Phi(r(\Lambda^{(1)}, \Lambda^{(2)}, T))]$$

з урахуванням заданих інвестором обмежень на можливі зміни параметрів фондового ринку $\Lambda^{(1)}, \Lambda^{(2)}$. Для її розв'язання застосовується ітераційна схема градієнтного спуску:

$$\Lambda_i^{(k+1)} = P_{G_\Lambda^{(k)}} \left\{ \Lambda_i^{(k)} - \rho_k * \text{grad}_r^T \Phi(r(\Lambda^{(1)(k)}, \Lambda^{(2)(k)}, t_1)) U^{(i)}(\Lambda^{(1)(k)}, \Lambda^{(2)(k)}, t_1) \right\}$$

де P – операція проектування вектора параметрів Λ на множину $G_\Lambda^{(k)} \subset G_\Lambda$, ρ_k - крок спуску. Множина початкових умов є такою:

$$G_0 = \left\{ U(t_0) : \sum_{k=1}^m U^{(k)T}(t_0) D_i U^{(k)}(t_0) \leq c^2 \right\}.$$

Параметри Λ на $(k+1)$ -ій ітерації вибираємо із множини:

$$G_{\lambda^{(k)}} = G_{\lambda} \cap \left\{ \lambda : \sum_{i=1}^{2N} \left[\frac{dr_0(\Lambda)}{d\Lambda_i} - ((B^{(1)} + b(t_0)\Lambda^{(1)} + c(t_0)\Lambda^{(2)}) \cdot r(t_0(\Lambda), \Lambda)) \frac{dt_0(\Lambda)}{d\Lambda_i} \right]^T * D_i * \right. \\ \left. * \left[\frac{dr_0(\Lambda)}{d\Lambda_i} - ((B^{(1)} + b(t_0)\Lambda^{(1)} + c(t_0)\Lambda^{(2)}) \cdot r(t_0(\Lambda), \Lambda)) \frac{dt_0(\Lambda)}{d\Lambda_i} \right] \right\} \leq c^2.$$

Література

1. Гаращенко Ф.Г., Кулян В.Р., Рутицкая В.В. Моделирование и анализ динамики инвестиций // Проблемы управления и информатики. – 2011.-№6.-с.109-119.

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ВЕКТОРНИХ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ¹

Т.Т. Лебедєва, Н.В. Семенова, Т.І. Сергієнко

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

nvsemenova@meta.ua, lebedtt@i.com.ua

Розглянемо векторну задачу дискретної оптимізації

$Z(M(F, X)) : \max \{F(x) \mid x \in X\}, F = (f_1, \dots, f_\ell), X = \{x \in Z^n \mid Ax \leq b\},$

$f_i(x) = \langle x, D_i x \rangle + \langle c_i, x \rangle, i \in N_\ell$, що полягає в пошуку елементів дея-

кої множини $M(F, X) \in \mathfrak{M} = \{Sl(F, X), P(F, X), Sm(F, X)\}$ оптималь-

них розв'язків: відповідно множини слабо ефективних, Парето-оптимальних, строго ефективних розв'язків. Показано, що встановлення T_2 -, T_3 -, T_4 - і T_5 -стійкості задачі $Z(M(F, X))$ можна звести до дослідження двох визначених нижче понять, що стосуються стійкості допустимих, оптимальних і неоптимальних розв'язків.

Позначимо $\bar{\mathfrak{M}} = \mathfrak{M} \cup \{X, X \setminus P(F, X), X \setminus Sl(F, X), X \setminus Sm(F, X)\}$.

Нехай $\mathcal{M} \in \bar{\mathfrak{M}}$. Виберемо довільно число $\delta > 0$ і набір збурених вхідних даних $u(\delta) = (u_1(\delta), u_2(\delta)) \in O_\delta(u)$. Позначимо $\mathcal{M}_{u(\delta)}$

підмножину збуреної допустимої множини $X_{u_2(\delta)}$. Точка

$x \in \mathcal{M} \in \bar{\mathfrak{M}}$ **стійко належить множині $\mathcal{M}$** , якщо $\exists \delta > 0$: таке, що $\forall u(\delta) \in O_\delta(u) \quad x \in \mathcal{M}_{u(\delta)}$, і **нестійко належить множині $\mathcal{M}$** в

¹ Робота виконана за фінансової підтримки ДФФД (договір № Ф41/287-2011)

іншому випадку. Множина $\text{Ker}(\mathcal{M})$ всіх точок, які стійко належать множині $\mathcal{M} \in \bar{\mathcal{M}}$, становить **ядро стійкості множини $\mathcal{M}$** . Точка $x \in X$ **стійко не належить множині $\mathcal{M} \in \bar{\mathcal{M}} \setminus \{X\}$** , якщо $\exists \delta > 0 : \forall u(\delta) \in O_\delta(u) \ x \notin \mathcal{M}_{u(\delta)}$. Позначимо $\Omega(\mathcal{M})$ множину всіх точок $x \in X$, що стійко не належать множині $\mathcal{M}$. Очевидно, $\forall \mathcal{M} \in \bar{\mathcal{M}} \setminus \{X\} : \text{Ker}(X \setminus \mathcal{M}) \subseteq \Omega(\mathcal{M}) \subseteq X \setminus \mathcal{M}$.

Теорема 1. Задача $Z(M(F, X))$ T_2 -стійка $\Leftrightarrow \text{Ker}(M(F, X)) \neq \emptyset$.

Теорема 2. $Z(M(F, X))$ T_4 -стійка $\Leftrightarrow \text{Ker}(M(F, X)) = M(F, X)$.

Теорема 3. При $M(F, X) \neq X$ необхідною й достатньою умовою T_3 -стійкості задачі $Z(M(F, X))$ є: $X \setminus M(F, X) = \Omega(M(F, X))$.

Теорема 4. Нехай $M(F, X) \neq X$. Задача $Z(M(F, X))$ T_5 -стійка $\Leftrightarrow \text{Ker}(M(F, X)) = M(F, X)$ і $X \setminus M(F, X) = \Omega(M(F, X))$.

ПІДХОДИ ДО ОЦІНЮВАННЯ ФУНКЦІЇ РИТМУ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ ТА ПРОЦЕСІВ

Литвиненко Я.В.

Тернопільський національний технічний університет
імені І. Пулюя, Україна

d_e_l@gala.net

У задачах автоматизованої обробки циклічних сигналів та процесів таких як сигнали серця: електрокардіосигнал, реокардіосигнал, магнітокардіосигнал та інших; циклічних економічних процесів, процесів газоспоживання та енергоспоживання та інших, постає задача оцінювання їх функції ритму [1], яка характеризує динаміку розгортання таких процесів та сигналів у часі. Визначити функцію ритму та оцінити її можливо лише отримавши інформацію про зонно-часову структуру досліджуваного циклічного процесу. Зонно-часову структуру отримують шляхом сегментації циклічного випадкового процесу [2]. Для такого розбиття (сегментації) циклічного процесу на певні характерні сегменти можуть бути використані різні методи, тому актуальним є питання аналізу відомих методів сегментації та створення нових методів для задачі сегментації досліджуваних циклічних процесів.

Дана доповідь присвячена аналізу методів сегментації циклічних процесів для задачі оцінювання функції ритму.

Література

1. Литвиненко Я. Методи статистичної обробки сигналів серця на базі їх моделі у вигляді циклічного випадкового процесу із зонною часовою структурою / Я. Литвиненко, С. Лупенко, Ю. Студена // Вісник Тернопільського державного технічного університету. — Тернопіль, 2006. — Т. 11, № 4. — С. 189–200.
2. Литвиненко Я. Статистичний метод визначення зонної структури електрокардіосигналу в автоматизованих діагностичних системах / Я. Литвиненко, С. Лупенко, Л. Щербак // Вісник Тернопільського державного технічного університету. — Тернопіль, 2005. — Т. 10, № 3. — С. 165–175.

ПРО АПРОКСИМАТИВНИЙ ГАУСІВСЬКИЙ ПРОЦЕС ДЛЯ БАГАТОКАНАЛЬНИХ МЕРЕЖ

Г.В. Лівінська

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
livinskaav@gmail.com

Розглядається мережа масового обслуговування, яка складається з “ r ” обслуговуючих вузлів. На i -й вузол мережі надходить пуассонівський потік вимог $\nu_i(t)$ з ведучою функцією $\Lambda_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, r$. Кожен з “ r ” вузлів функціонує як багатоканальна стохастична система. При надходженні вимоги у таку систему одразу починається її обслуговування. Час обслуговування у i -ому вузлі показниково розподілений з параметром μ_i , $i = 1, 2, \dots, r$. Після завершення обслуговування в i -ому вузлі вимога з імовірністю p_{ij} надходить для обслуговування в j -й вузол і з імовірністю $p_{ir+1} = 1 - \sum_{j=1}^r p_{ij}$ залишає мережу, $P = \|p_{ij}\|_1^r$ – матриця маршрутизації мережі. Додатковий вузол з номером “ $r+1$ ” інтерпретується як “вихід” з мережі.

Нехай $Q_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, r$ – число вимог у i -ому вузлі мережі у момент часу t . Процесом обслуговування вимог у мережі будемо називати r -вимірний процес $Q'(t) = (Q_1(t), \dots, Q_r(t))$. Наша головна мета – побудувати для процесу $Q(t)$, $t \geq 0$, в умовах критичного навантаження апроксимативний гаусівський процес.

Режим критичного навантаження обумовлюється наступною поведінкою параметрів мережі.

1) Для кожного $i = 1, 2, \dots, r$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Lambda_i(t) / t = \lambda_i > 0.$$

2) Інтенсивності обслуговування у кожному вузлі залежать від “ n ” (номера серії) таким чином, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \mu_i(n) = \mu_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

3) У початковий момент часу $t = 0$ мережа порожня:

$$Q_i(0) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

У контексті умов 1) – 3) розглянемо два незалежних гауссівських процеси $\xi^{(i)'}(t) = (\xi_1^{(i)}(t), \dots, \xi_r^{(i)}(t))$, $i = 1, 2$. Процес $\xi^{(1)}(t)$ визначається середніми значеннями

$$E \xi^{(1)}(t) = 0$$

і кореляційними матрицями

$$R^{(1)}(t) = E \xi^{(1)}(t) \xi^{(1)'}(t) - E \xi^{(1)}(t) E \xi^{(1)'}(t) = \int_0^t P'(u) \Delta(\lambda) P(u) du,$$

$$R^{(1)}(s, t) = E \xi^{(1)}(s) \xi^{(1)'}(t) - E \xi^{(1)}(s) E \xi^{(1)'}(t) = R^{(1)}(s) P(t - s), \\ s < t,$$

де $\lambda' = (\lambda_1, \dots, \lambda_r)$, $P(\tau) = \exp \{ \Delta(\mu)(P - I)\tau \}$, $\Delta(x) = \|\delta_{ij} x_i\|$ – діагональна матриця з вектором $x' = (x_1, \dots, x_r)$ на головній діагоналі; $I = \|\delta_{ij}\|$ – одинична матриця, $\mu' = (\mu_1, \dots, \mu_r)$.

Для процесу $\xi^{(2)}(t)$

$$E \xi^{(2)}(t) = 0,$$

$$R^{(2)}(t) = \int_0^t [\Delta(\lambda' P(u)) - P'(u) \Delta(\lambda) P(u)] du, \quad R^{(2)}(s, t) = R^{(2)}(s) P(t - s), \\ s < t.$$

Доведено, що в умовах критичного навантаження процес $Q(t)$ апроксимується гаусівським процесом $\xi^{(1)}(t) + \xi^{(2)}(t)$. Обґрунтування дано у вигляді функціональної граничної теореми.

Частина $\xi^{(1)}(t)$ апроксимативного процесу пов'язана з флуктуаціями вхідного потоку, а $\xi^{(2)}(t)$ – з флуктуаціями часу обслуговування. Критерій з роботи [1] дозволяє перевірити, що гаусівський процес $\xi^{(1)}(t) + \xi^{(2)}(t)$ є дифузійною. Таким чином, представлений результат узагальнює матеріал, що міститься у розділі 4.2 монографії [2], на випадок вхідних пуассонівських потоків із змінною інтенсивністю.

Література

1. Лебедев Є.О. Про марковську властивість багатовимірних гаусівських процесів // Вісник Київського університету. Серія: фізико - математичні науки. – 2001. - № 4. – С. 287-291.
2. Анисимов В.В., Лебедев Е.А. Стохастические сети обслуживания. Марковские модели. – К.: Либідь, 1992. – 208 с.

ПРО СТІЙКІСТЬ ЗА ЙМОВІРНІСТЮ В ЦІЛОМУ КЕРОВНИХ СТОХАСТИЧНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ВИПАДКОВОЇ СТРУКТУРИ З ПУАССОНОВИМИ ЗБУРЕННЯМИ

Лукашів Т.О., Нікітін А.В.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

На ймовірнісному базисі $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P}, \mathbf{F} \equiv \{\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}, t \geq 0\})$ [1] розглянемо рівняння збуреного руху, яке будемо трактувати як динамічну систему випадкової структури зі скінченною післядією

$$dx(t) = a(t, \xi(t), x(t), u)dt + b(t, \xi(t), x(t), u)dw(t) + \int_Z c(t, \xi(t), z, x(t), u)\tilde{v}(dz, dt), \quad (1)$$

із зовнішніми марковськими перемикаваннями

$$\Delta x(t) \Big|_{t=t_k} \equiv x(t_k) - x(t_k-) = g(t_k-, \xi(t_k-), \eta_k, x(t_k-)),$$

$$t_k \in S \equiv \{t_n \uparrow, n \in \mathbf{N}\}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = +\infty \quad (2)$$

і початковими умовами

$$\xi(t_0) = y \in Y, \quad x(t_0) = x_0 \in \mathbf{R}^m, \quad \eta_{k_0} = h \in \mathbf{H}. \quad (3)$$

Тут $\{\xi(t), t \geq 0\}$ – марковський процес із значеннями в метричному просторі Y з перехідною ймовірністю $P(s, y, t)$ [1]; $(\eta_k, k \geq 0)$ – ланцюг Маркова із значеннями в метричному просторі H з перехідною ймовірністю на k -ому кроці $P_k(h, G)$ [1]; $x(t) = x(t, \omega) : [0, \infty) \times \Omega \rightarrow R^m$; $w(t)$ – одновимірний стандартний вінерів процес; $\tilde{v}(dz, dt)$ – центрована пуассонова міра; $u \in U \subset R^r$ – керування.

Припустимо, що вимірні за сукупністю змінних відображення $a : R_+ \times Y \times R^m \times U \rightarrow R^m$, $b : R_+ \times Y \times R^m \times U \rightarrow R^m$, $c : R_+ \times Y \times Z \times R^m \times U \rightarrow R^m$ та $g : R_+ \times Y \times H \times R^m \rightarrow R^m$ задовольняють за останнім аргументом умову Ліпшиця

$$\begin{aligned} & |a(t, y, x_1, u) - a(t, y, x_2, u)|^2 + |b(t, y, x_1, u) - b(t, y, x_2, u)|^2 + \\ & + \int_Z |c(t, y, z, x_1, u) - c(t, y, z, x_2, u)| \Pi(dz) + \\ & + |g(t, y, h, x_1) - g(t, y, h, x_2)|^2 \leq L|x_1 - x_2|^2, \quad L > 0, \end{aligned} \quad (4)$$

при $\forall t \geq 0, y \in Y, h \in H$, і умову

$$|a(t, y, 0, u)| + |b(t, y, 0, u)| + |g(t, y, h, 0)| = c < \infty. \quad (5)$$

Дискретний оператор Ляпунова $(lv_k)(y, h, x)$ на послідовності вимірних скалярних функцій $v_k(y, h, x) : Y \times H \times R^m \rightarrow R^1$, $k \in N \cup \{0\}$ для рівняння (1) з імпульсною дією (2) визначається рівністю

$$(lv_k)(y, h, x) \equiv \int_{Y \times H \times D} P_k(y, h, x)(du \times dz \times dl) v_{k+1}(u, z, l) - v_k(y, h, x).$$

Має місце **теорема**.

Нехай:

$$1) \quad 0 < |t_{k+1} - t_k| \leq \Delta, \quad k \geq 0, \quad \Delta > 0;$$

2) виконується умова Ліпшиця (4) і умова рівномірної обмеженості (5).

А) Якщо на підставі системи (1)-(3) для послідовності функцій Ляпунова $v_k(y, h, x)$ правильна нерівність

$lv_k(y, h, x) \leq 0$, то динамічна система випадкової структури (1)-(3) стійка за ймовірністю в цілому.

Б) Якщо існують послідовності функцій Ляпунова $v_k(y, h, x)$ і $a_k(y, h, x)$, $k \geq 0$ такі, що на підставі системи правильна нерівність $lv_k(y, h, x) \leq -a_k(y, h, x)$, то сильний розв'язок системи випадкової структури (1)-(3) асимптотично стохастично стійкий в цілому.

Література

1. Дынкин Е.Б. Марковские процессы. – М.: Физматгиз, 1969. – 859с.

ФОРМУВАННЯ КРИПТОГРАФІЧНОГО КЛЮЧА ЗА ДИНАМІЧНИМ ПІДПИСОМ ОСОБИ

Лупенко С., Луцків А.

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя
I.andriy@gmail.com

Авторами проводяться дослідження та розробка систем динамічної біометричної аутентифікації за динамічно введеним підписом, створено низку дослідних прототипів відповідного програмного забезпечення. Створені прототипи є окремими програмними продуктами, проте з практичної точки зору буває корисним зберігати аутентифікаційні дані у базах даних користувачів на рівні зі звичайними хешами паролів. Тому актуальною є задача інтеграції системи біометричної аутентифікації особи за динамічним підписом у інформаційні системи з рольовим доступом користувачів, де традиційно використовується аутентифікація за паролем, за певним об'єктом (смарт-, RFID- або пластиковою картою) або за статичним біометричним еталоном (дактилоскопічним малюнком, малюнком сітківки ока тощо). Таке вирішення дало б змогу суттєво розширити сфери застосування систем з аутентифікацією на основі динамічних біометричних даних, зробити їх універсальнішими, а також суттєво спростити їх інтеграцію в інформаційні системи з уже існуючими засобами аутентифікації.

На даний час наявна загальна методологія, яка здебільшого, стосується статичних біометричних даних, проте формування на основі динамічного біометричного еталону ключа деякого криптографічного однозначного відповідника є доволі складною

проблемою. Тому розробка загальних принципів формування однозначних біометричних еталонів-ключів, які водночас будуть криптографічно стійкими є актуальною задачею, а її розв'язання дасть змогу застосовувати таку методологію не лише стосовно динамічного підпису, але й цілого класу інших динамічних біометричних даних, зокрема клавіатурного почерку та відтвореної голосом фрази. Авторами проводиться розробка загальної методології по формуванню криптографічного унікального ключа, який би репрезентував динамічний біометричний еталон особи й водночас був криптографічно стійким. З результатами досліджень можна ознайомитись за електронною адресою: <http://www.nalabs.te.ua/signature/>

ВИКОРИСТАННЯ ВЕКТОРА ЦИКЛІЧНИХ РИТМІЧНО ПОВ'ЯЗАНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ ЗАДАЧ МОНІТОРИНГУ ЗА БІОМЕТРИЧНИМИ СИГНАЛАМИ

¹С.А. Лупенко, ²А.С. Сверстюк

¹Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя

²Тернопільський державний медичний університет
імені І.Я. Горбачевського

¹ lupenko@ua.fm, ² sverstyuk@ukr.net

Незважаючи на високий рівень автоматизації процесу управління складними технічними об'єктами, головним елементом всіх людино-машинних комплексів залишається людина-оператор. Діяльність людини-оператора характеризується високим психо-емоційним напруженням, що може негативно позначитися на якості вирішуваних завдань.

Більшість існуючих методів обробки біометричних сигналів ґрунтуються на математичних моделях у вигляді вектора випадкових величин, стаціонарного випадкового процесу та стохастичного періодичного процесу. Однак, у цих математичних моделях не враховуються важливі властивості досліджуваних біосигналів – мінливість та спільність їх ритму. Враховуючи значне багатоманіття циклічних біосигналів, що використовуються у сучасних біометричних системах, враховуючи факт подібності їх просторово-часових структур та генезису, як математичну модель досліджуваних біосигналів доцільно використати вектор циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів. Запропонована

математична модель повинна описуватися сукупністю сумісних імовірнісних характеристик, зокрема сумісних функцій розподілу, взаємних змішаних моментних функцій, взаємнокореляційними функціями, а також повинна враховувати спільність ритмічної структури досліджуваних сигналів.

Однчасне використання біосигналів різного функціонального походження дозволяє підвищити точність і адресність ранньої діагностики, оперативно зафіксувати зміну функціонального стану людини.

У цьому контексті актуальним є проведення наукових досліджень на предмет обґрунтування, верифікації та застосування вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів як математичної моделі біосигналів з метою їх сумісної обробки та імітації в сучасних комп'ютерних біометричних системах.

ПРО ВПЛИВ ЗАПІЗНЕННЯ τ В МОДЕЛІ Г.І.МАРЧУКА

Ляшенко І.М., Колянова Т.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

tania.kolianova@gmail.com

Нелінійна система звичайних диференціальних рівнянь, що описує найпростішу модель захворювання, має такий вигляд [1]:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= (\beta - \gamma F)V, \\ \frac{dF}{dt} &= \rho C - (\mu_F + \eta \gamma V)F, \\ \frac{dC}{dt} &= \xi(m)\alpha V(t - \tau)F(t - \tau) - \mu_C(C - C^*), \\ \frac{dm}{dt} &= \sigma V - \mu_m m,\end{aligned}\tag{1}$$

де $V(t)$ – концентрація патогенних антигенів, що розмножуються; $F(t)$ – концентрація антитіл (під антитілами розуміють субстрати імунної системи, що нейтралізують антигени); $C(t)$ – концентрація плазматичних клітин (популяція носіїв та продуцентів антитіл); $m(t)$ – відносна характеристика ураженого органу. До системи (1) додаються відповідні початкові умови:

$$\begin{aligned} V(t_0) = V_0, C(t_0) = C_0, F(t_0) = F_0, m(t_0) = m_0, \\ V(t) = 0, F(t) = 0 \text{ при } t_0 - \tau \leq t < t_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Найбільший прикладний інтерес представляють стаціонарні розв'язки, умови їх існування та стійкість. В роботах Г.І. Марчука та його школи для вивчення вказаних питань застосовується гармонічний аналіз. Проте цей метод зводить проблему стійкості до аналізу коренів кубічного рівняння з експоненційними нелінійностями, що є досить складною задачею. Остання може бути розв'язана лише чисельними методами, що не дає можливість проводити відповідний параметричний аналіз.

Враховуючи, що параметр τ в системі (1) є малим, використаємо метод лінеаризації по параметру τ системи диференціальних рівнянь із запізненням (1). Отже, замінімо функції $V(t - \tau)$ та $F(t - \tau)$ їх лінійними наближеннями:

$$V(t - \tau) \cong V(t) - \tau \frac{dV(t)}{dt}, \quad F(t - \tau) \cong F(t) - \tau \frac{dF(t)}{dt}. \quad (3)$$

Після цього система диференціальних рівнянь із запізненням (1) набуде вигляду системи звичайних диференціальних рівнянь, що має лінійний малий параметр:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= (\beta - \gamma F)V, \\ \frac{dF}{dt} &= \rho C - (\mu_F + \eta \gamma V)F, \\ \frac{dC}{dt} &= \xi(m) \alpha \left[VF - \tau V \frac{dF}{dt} - \tau F \frac{dV}{dt} \right] - \mu_C (C - C^*), \\ \frac{dm}{dt} &= \sigma V - \mu_m m. \end{aligned} \quad (4)$$

З метою спрощення в подальшому будемо вважати, що маємо справу з майже здоровим організмом, для якого $\xi(m) = 1$. Дослідження будемо проводити по стандартній схемі: спочатку знаходимо стаціонарні стани системи (4); потім досліджуємо стійкість цих стаціонарних станів; далі знаходимо умови, при яких той чи інший стаціонарний стан є стійким; накінець, даємо біологічне тлумачення одержаних результатів.

Стационарний розв'язок, що відповідає стану здорового організму (захворювання немає ($V_1 = 0$) та орган є цілісним ($m_1 = 0$)) має вигляд:

$$V_1 = 0, F_1 = F^* = \rho C^* / \mu_F, C_1 = C^*, m_1 = 0. \quad (5)$$

Стационарний розв'язок, що відповідає захворюванню, яке можна інтерпретувати як хронічне (виконується $V_2 > 0$, при цьому орган не є цілісним ($m_2 \leq m^*$)), має такий вигляд:

$$F_2 = \frac{\beta}{\gamma}, C_2 = \frac{\alpha \mu_F \beta - \eta \gamma^2 \mu_C C^*}{\gamma(\alpha \rho - \eta \gamma \mu_C)}, \quad (6)$$

$$V_2 = \frac{\mu_C}{\beta} \cdot \frac{(\mu_F \beta - \rho \gamma C^*)}{(\alpha \rho - \eta \gamma \mu_C)}, m_2 = \frac{\sigma \mu_C}{\mu_m \beta} \cdot \frac{(\mu_F \beta - \rho \gamma C^*)}{(\alpha \rho - \eta \gamma \mu_C)}.$$

де параметр C^* – характеристика здорового організму.

Величини V_2 , m_2 та C_2 існують (з біологічної точки зору) при $\mu_F \beta - \rho \gamma C^* > 0$, $\alpha \rho - \eta \gamma \mu_C > 0$, $\alpha \mu_F \beta - \eta \gamma^2 \mu_C C^* > 0$. Для подальшого будемо вважати, що ці вимови виконуються.

Встановлюється, що при умові $\rho \gamma C^* > \mu_F \beta$ стационарний розв'язок (5), що відповідає стану здорового організму, буде асимптотично стійким.

Дослідження асимптотичної стійкості стану хронічної хвороби (6) при $\tau = 0$ зводиться до встановлення умов невід'ємності дійсних частин коренів кубічного рівняння

$$\lambda^3 + \lambda^2 \left(\frac{\gamma}{\beta} \rho C_2 + \mu_C \right) + \lambda \left[\frac{\gamma}{\beta} \rho \mu_C C_2 - \alpha \rho V_2 \right] + (\alpha \rho \beta V_2 - \eta \gamma \beta \mu_C V_2) = 0. \quad (7)$$

Для асимптотичної стійкості (6) при $\tau = 0$ встановлюється достатня умова

$$C^* > \frac{\beta^2 \mu_F}{\rho \gamma (\mu_C + \beta)}. \quad (8)$$

Дослідження стану хронічної хвороби (6) при $\tau > 0$ зводиться до встановлення умов невід'ємності дійсних частин характеристичного рівняння

$$\lambda^3 + \lambda^2 \left(\frac{\gamma}{\beta} \rho C_2 + \mu_c + \tau \alpha \rho V_2 \right) + \lambda \rho \left[\frac{\gamma}{\beta} \mu_c C_2 - \alpha V_2 - \tau \alpha \beta V_2 \right] + \beta V_2 (\alpha \rho - \gamma \eta \mu_c) = 0. \quad (9)$$

Відповідна необхідна і достатня умова впливає з теореми Рауса-Гурвиця [2] і записується у вигляді

$$(\gamma \rho C_2 + \beta \mu_c)(\gamma \mu_c C_2 - \alpha \beta \rho V_2) - \tau \alpha \beta \rho V_2 [\beta (\gamma \rho C_2 + \beta \mu_c) - \gamma \mu_c C_2 + \alpha \beta \rho V_2] - \beta^3 V_2 (\alpha \rho - \gamma \eta \mu_c) > 0. \quad (10)$$

З (10) випливає, що шукана нерівність типу $0 < \tau < \tau_0$ існує не завжди, а лише при виконанні двох умов.

Перша умова

$$\rho(\gamma \rho C_2 + \beta \mu_c)(\gamma \mu_c C_2 - \alpha \beta \rho V_2) - \beta^3 V_2 (\alpha \rho - \gamma \eta \mu_c) > 0 \quad (11)$$

еквівалентна нерівності

$$\frac{(\mu_F \beta - \rho \gamma C^*)}{(\alpha \rho - \gamma \eta \mu_c)} < \frac{\rho(\alpha \mu_F \beta - \eta \gamma^2 \mu_c C^*)}{\alpha \rho [\rho(\alpha \mu_F \beta - \eta \gamma^2 \mu_c C^*) + \beta \mu_c (\alpha \rho - \gamma \eta \mu_c)] + \beta^2 (\alpha \rho - \gamma \eta \mu_c)^2}. \quad (12)$$

Друга умова

$$\beta(\gamma \rho C_2 + \beta \mu_c) > \rho(\gamma \mu_c C_2 - \alpha \beta \rho V_2) \quad (13)$$

еквівалентна нерівності

$$C^* > \frac{\beta^2 (\alpha \rho (\mu_c - \mu_F) + \gamma \eta \mu_c^2)}{\gamma \rho \mu_c (\gamma \eta (\mu_c - \beta) - \alpha \rho)}. \quad (14)$$

Таким чином, при $\tau > 0$ на основі теореми Рауса-Гурвиця отримані умови асимптотичної стійкості стану хронічного захворювання. Додатково знайдена умова типу $0 < \tau < \tau_0$, що дає

такі межі для часового параметра, що зберігають асимптотичну стійкість стану хронічного захворювання організму.

Література

1. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. – М., Наука, 1991. – 304с.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М., Наука, 1967. – 557 с.

ДВОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЙНА ЗАДАЧА ДЛЯ БАГАТОКАНАЛЬНИХ МЕРЕЖ НАПІВМАРКОВСЬКОГО ТИПУ

Макушенко І.А., Аккаш С.Х.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
iamak@ukr.net

Розглянемо стохастичну мережу, яка функціонує наступним чином. На “ r ” вузлів іззовні надходить один загальний потік пакетів, який керується напівмарковським процесом $x(t) \in \{1, 2, \dots, N\}$. Це означає, що моменти надходження пакетів співпадають з моментами τ_n , $n = 1, 2, \dots$ змін станів $x(t)$. Якщо у моменти τ_n процес $x(t)$ переходить у стан “ i ”, то пакет з номером “ n ” з імовірністю h_{ij} надходить для обробки у вузол “ j ”,

$\sum_{j=1}^r h_{ij} = 1$, $H = \|h_{ij}\|$ – прямокутна матриця розміром $N \times r$. Через

$F(t) = \|F_{ij}(t)\|_1^N$ будемо позначати напівмарковську матрицю процесу $x(t)$, $F(+\infty) = F = \|f_{ij}\|_1^N$ – матриця перехідних імовірностей

вкладеного ланцюга Маркова для $x(t)$, $F_i(t) = \sum_{j=1}^N F_{ij}(t)$ – функція розподілу часу перебування у стані “ i ”.

Кожен з “ r ” вузлів представляє собою багатоканальну стохастичну систему. При надходженні пакету у таку систему зразу починається його обробка. Розподіл часу обробки залежить від номера вузла, через $G_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$, будемо позначати його функцію розподілу. Після обробки у j - ому вузлі пакет з

імовірністю p_{jk} надходить у вузол k і з імовірністю

$$p_{jr+1} = 1 - \sum_{k=1}^r p_{jk} \quad \text{залишає мережу,} \quad P = \|p_{jk}\|_1^r - \text{матриця}$$

маршрутизації мережі. Додатковий вузол з номером “ $r+1$ ” інтерпретується як “вихід” з мережі. У відповідності до прийнятої системи позначень описану вище модель будемо позначати символом $[S M | G I | \infty]^r$.

Для мереж типу $[S M | G I | \infty]^r$ багатовимірним процесом обробки інформації будемо називати вектор $Q'(t) = (Q_1(t), \dots, Q_r(t))$, де $Q_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$ - число пакетів у j -ому вузлі в момент часу $t \geq 0$. Якщо у початковий момент мережа порожня, $x(0) = i$, і момент надходження першого пакету в мережу співпадає з моментом виходу з “ i ”, то процес обробки інформації будемо позначати через $Q^i(t) = (Q_1^i(t), \dots, Q_r^i(t))$.

На процесі обробки пакетів $Q^i(t)$, $i = 1, 2, \dots, N$ у $[S M | G I | \infty]^r$ - мережі визначимо адитивний функціонал $S^i(t) = (S_1^i(t), S_2^i(t), \dots, S_r^i(t))$, де $S_j^i(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$ - число пакетів, обробка яких завершилася в j -ому вузлі за час t при умові, що у початковий момент $t = 0$ мережа порожня і $x(0) = i$.

При умові, що існують границі $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} M S_j^i(t)$, будемо позначати їх через m_j , $j = 1, 2, \dots, r$. Очевидно, що m_j , $j = 1, 2, \dots, r$ залежать від параметрів $[S M | G I | \infty]^r$ - мережі: $H = \|h_{ij}\|$, $F(t) = \|F_{ij}(t)\|_1^N$, $G_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$, $P = \|p_{ij}\|_1^r$. у подальшому будемо вважати, що $F(t)$, $G_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, r$, P є заданими, а вибір матриці H знаходиться у нашому розпорядженні. Таким чином $m_j = m_j(H)$, $j = 1, 2, \dots, r$. Аналогічно, якщо існують

границі $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \text{cov}(S_k^i(t), S_p^i(t))$, будемо позначати їх через $V_{kp}(H)$, $k, p = 1, 2, \dots, r$.

Перейдемо до постановки оптимізаційної задачі.

Нехай C_j , $j = 1, 2, \dots, r$ – прибуток від обробки одного інформаційного пакету в j -ому вузлі. Тоді $V(H) = \sum_{k,p=1}^r C_k V_{kp}(H) C_p$ є величиною ризику, мірою відхилення прибутку від очікуваного значення $M(H) = \sum_{j=1}^r C_j m_j(H)$. Враховуючи це, ми приходимо до оптимізаційної задачі виду

$$M(H) = \sum_{j=1}^r C_j m_j(H) \rightarrow \max ,$$

$$V(H) = \sum_{k,p=1}^r C_k V_{kp}(H) C_p \rightarrow \min ,$$

$$h_{i1} + h_{i2} + \dots + h_{ir} = 1, \quad h_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, r .$$

Для того, щоб розв'язати поставлену задачу, необхідно подати функціонали $M(H)$, $V(H)$ через параметри $[SM|GI|^\infty]^r$ – мережі.

Література

- 1.Корольок В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения. – К.: Наукова думка, 1976. – 184 с.
- 2.Лебєдєв Є.О. Стаціонарний режим та біномні моменти для мереж типу $[SM|GI|^\infty]^r$ // Украинский математический журнал. – 2002. – Т. 54, № 10. – С. 1371-1380.

РОЗРОБКА ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ МОДЕЛІ ВСТУПНОЇ КОМПАНІЇ У ВНЗ

А.В. Малуґа¹, В.П. Савкова²

¹Військовий інститут Київського національного університету
імені Тараса Шевченка

anclean7@gmail.com.

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка
valentinasavkova@rambler.ru.

Важливим елементом системи забезпечення і управління якістю вищої освіти є моніторинг, актуальність дослідження якого визначається широкою зацікавленістю усіх учасників освітнього процесу в перманентній модернізації та пошуку інновацій у цій сфері. До одного з етапів вирішення проблеми відноситься й система управління якістю вищої освіти (ЯВО) в самому вищому навчальному закладі (ВНЗ). Ціллю створення системи управління ЯВО є підвищення ефективності підготовки висококваліфікованих фахівців відповідно до вимог державних і міжнародних стандартів.

Впровадження системи управління ЯВО в ВНЗ дозволяє підвищити його рейтинг. Для безпосереднього перетворення структури управління у математичний об'єкт, яка є частиною системи автоматичного управління, ми маємо побудувати функціональну модель, в якій кожен процес із реального управління буде описаний динамічними ланками.

Розглянемо побудову функціональної моделі на прикладі побудови блоку "Вступна компанія", яка складається з наступних блоків: Блок 1 – прийом документів у абітурієнта та Блок 2 – здача вступних випробувань.

Після відповідного перетворення елементів функціональної схеми блоку "Вступна компанія" за визначеннями перехідних функцій в блоці, використовуючи метод аналогій нами запропонована наступна логічна інтерпретація структурної схеми блоку "Вступна компанія": на вході схеми ми отримуємо певний сигнал, який дає системі знак про те, що людина бажає вступити до ВНЗ. Після цього ми переходимо до першого логічного блоку, що є блоком перевірки необхідних документів. Оскільки дана динамічна система побудована із використанням оберненого зв'язку (для випадку додаткової задачі документів), ми маємо забезпечити інерційність блоку, тобто його здатність працювати у сталому напрямі зі сталим результатом незалежно від впливу зовнішніх

факторів. Аперіодична динамічна ланка є інерційною, отже, саме нею буде задаватись даний функціональний блок.

Для забезпечення роботи аперіодичної динамічної ланки необхідно мати параметри k , T та вхідний сигнал.

Після роботи першого блоку ми маємо n однакових логічних блоків, кожен з яких відповідає певному вступному випробуванню (для даного випадку $T=9$). Блоки будуються однаковим чином: власне випробування задається аперіодичною динамічною ланкою, після проведення випробування ми маємо перевірити його результати та перехід необхідного для зарахування порогу. У випадку задовільності результатів даного випробування ми переходимо до наступного, і т.д., поки випробування не закінчуються. Якщо всі результати були задовільними, ми вважаємо вступну кампанію успішною та завершуємо роботу функціональної моделі.

Важливим моментом при побудові функціональної моделі є перевірка її стійкості. Оскільки дана модель будується на стандартних динамічних ланках, для перевірки стійкості можна застосувати метод передаточних функцій. Для проведення дослідження на стійкість необхідно трансформувати отриману остаточну передаточну функцію таким чином, щоб у чисельнику було лише k та прирівняти знаменник до нуля. Після цього маємо розв'язати отримане рівняння відносно p та впевнитись, що всі корені рівняння є від'ємними для $k>0$. Якщо дана умова виконується, система є стійкою. Таким чином, для дослідження побудованої функціональної моделі на стійкість необхідно отримати параметри динамічних систем за допомогою методів регресійного аналізу або експертними оцінками, отримати остаточну передаточну функцію системи за допомогою формул для паралельного, послідовного з'єднання та при наявності оберненого зв'язку та прирівняти знаменник отриманої функції при чисельник, що дорівнює k до нуля, розв'язавши отримане рівняння відносно p . Критерієм стійкості є від'ємність всіх отриманих p при $k>0$.

Розроблена функціональна модель блоку "Вступна компанія" дозволяє показати ті сторони ВНЗ, які зазвичай не оцінюються. Це дозволить в комплексі здійснити оцінювання управлінням ЯВО ВНЗ та адекватно реагувати як на сигнали системи, якою управляють, так і на сигнали соціального середовища. Напрямом подальшого дослідження є розробка функціональної моделі навчального процесу ВНЗ.

ПРО КОНЦЕПТУАЛЬНУ МОДЕЛЬ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ РІШЕНЬ В СИСТЕМНИХ МЕДИЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Марценюк В.П., *Андрущак І.Є.

Тернопільський державний медичний університет
імені І.Я.Горбачевського

*Луцький національний технічний університет
marceniuk@yahoo.com , westa@land.ru

Сучасний стан охорони здоров'я невід'ємно пов'язаний з орієнтацією на доказову медицину, головними напрямками якої є: стандартизація охорони здоров'я та медичних досліджень, активне використання систем підтримки рішень в медичних наукових дослідженнях, розробка клінічних довідкових систем.

Подолання суперечностей між обсягом медичної інформації і можливістю її повноцінного аналізу можливе з використанням в медицині інформаційних систем, що опираються на методи моделювання, системного аналізу та теорії прийняття рішень.

При цьому основою для декомпозиції в алгоритмах системного аналізу в медицині служить змістовна модель захворювання. Під захворюванням мають на увазі інтеграцію патологічних процесів, що характеризується обмеженням захисно-приспосувальних явищ та зниженням працездатності людини.

Переважає більшість процесів в медицині носить складний нелінійний характер. Сюди долучаються складності, пов'язані з ефектами післядії. Слід також враховувати різноманітні випадкові збурення (шуми), які роблять процеси стохастичними. Самі ж формулювання медичних проблем є за своєю суттю задачами дослідження стійкості, чутливості, керованості динамічних систем.

В даній роботі запропоновано підхід до побудови та аналізу моделей системних медичних досліджень в класах балансових моделей, функціонально-диференціальних рівнянь, які отримали назву рівнянь популяційної динаміки.

Застосування таких моделей в процесі лікування повинно враховувати моделі страхової медицини та фінансування лікувально-профілактичного закладу. Тому в роботі запропоновано узагальнену модель, яка враховує на основі прогнозування перебігу захворювання визначає основні параметри полісу медичного страхування.

Отже, мета даної системи прийняття рішень полягає в розробці точних методів діагностики та оптимальних схем лікувально-профілактичних заходів – одних з головних засад доказової медицини, напрямку, який обрала охорона здоров'я України.

МОДЕЛЬ ЗАХВОРЮВАННЯ З ЧАСОМ ПЕРЕБУВАННЯ НА СТАДІЇ ЗА ГОМПЕРЦОМ

Марценюк В.П., Климук Н.Я.

Тернопільський державний медичний університет

ім. І. Я. Горбачевського

marceniuk@yahoo.com, klymuknataliya@mail.ru

Модель розглядається як компартментний процес. Особи можуть переходити із однієї стадії на наступну стадію з певними перехідними ймовірностями [1-3].

Основний результат сформульовано у вигляді теореми.

Теорема 1. Перехідні ймовірності $q_{ij}(t)$, $i \leq j$, $i, j = \overline{0, m+1}$ можуть бути розраховані за співвідношенням:

$$q_{ij}(t) = P\{S(t) = j / S(0) = i\} = P\{W_k > 0, k = \overline{i, j-1}\} \times \\ \times (P\{Y_{ij} > 0, k = \overline{i, j-1}\} - \\ - P\{Y_{i,j-1} > t / W_k > 0, k = \overline{i, j-1}\}).$$

Розглядається випадок, коли величини U_i, V_i , $i = \overline{0, 2}$ мають розподіл Гомперца, тобто $U_i \sim G(\mu_i, \eta_i)$, $V_i \sim G(\alpha_i, \beta_i)$, $i = \overline{0, 2}$.

Розподіли H_i . Знайдено розподіли H_i , $i = \overline{0, 2}$ при $\eta = \beta$.

Маємо:

$$P\{H > t\} = P\{U > t, V > t\} = \exp\left[-e^{\frac{t-\mu}{\eta}}\right] \exp\left[-e^{\frac{t-\alpha}{\eta}}\right] = \\ = \exp\left[-e^{\frac{t-\mu}{\eta}} \left(1 + e^{\frac{t-\alpha}{\eta}}\right)\right], \quad t > 0, \quad (1)$$

Розподіли $W_i = U_i - V_i$.

Твердження. Нехай $U \sim G(\mu, \eta)$ та $V \sim G(\alpha, \beta)$ - випадкові величини, розподілені згідно до розподілу Гомперца, причому

$\eta = \beta$. Тоді різниця $W = U - V$ розподілена згідно закону розподілу із щільністю:

$$f_{U-V}(t) = \frac{\eta e^{-\frac{t+\mu+\alpha}{\eta}}}{\left(e^{-\frac{\mu}{\eta}} + e^{-\frac{t+\alpha}{\eta}}\right)^2}.$$

Обчисливши умовні розподіли $P\{H_i > t / W_i > 0\}$ бачимо, що H_i та W_i не є незалежними випадковими величинами.

Література

1. Whittemore A.S. and Keller G.(1978) Quantitative theories of carcinogenesis. S IAM Review, 20, 1-30.
2. Andersen P.K.(1988) Multistate models in survival analysis: A study of nephropathy and mortality in diabetes. Statistics in Medicine, 7, 661-670.
3. Weiss K. M. and Chakraborty R.(1990) Multistage models and the age patterns of cancer: Does the statistical analogy imply genetic homology? In Familial Adenomatous Polyposis, ed. L. Herrera, pp. 77-89. NewYork: Wiley-Liss.

ПРО SIR-МОДЕЛЬ СПІВІСНУВАННЯ ДВОХ ШТАМІВ ГРИПУ

Марценюк В.П., Кучвара О.М.

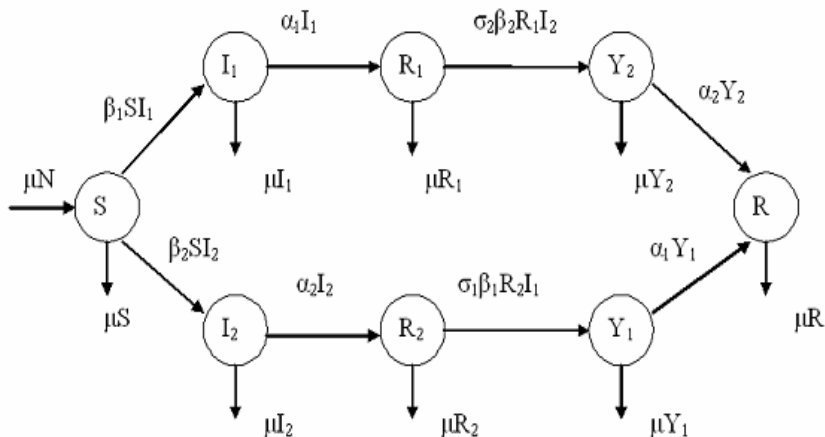
ТДМУ ім. І.Я.Горбачевського, Україна

koleksandra@i.ua

Розглянуто модель співіснування двох штамів вірусу, для якої представлено умови стійкості трьох стаціонарних станів. Умови стійкості виражаються в термінах показників репродуктивності вірусів. Модель призначена для опису розповсюдження різних штамів вірусу (наприклад, пандемічного та сезонного грипу). В моделі робляться припущення.

1. Не розглядаються компартменти латентних осіб.
2. Вважається, що перебіг грипу обов'язково супроводжується наявністю симптомів. Тобто відсутній компартмент асимптоматично інфікованих.
3. Загальний розмір популяції N вважається сталим.

Отже, розглядається діаграма перехідних станів:



Тут ми маємо компартменти, що відповідають підпопуляціям S – вразливих, I_1 – інфікованих 1-м штамом вірусу, I_2 – інфікованих 2-м штамом вірусу, R_1 – одужавших після 1-го штаму вірусу, R_2 – одужавших після 2-го штаму вірусу, Y_1 – повторно інфікованих (але вже першим штамом), Y_2 – повторно інфікованих (але вже другим штамом вірусу), R – одужавших після подвійного інфікування осіб.

ДОСЛІДЖЕННЯ БІФУРАКЦІЙ В МОДЕЛІ ІМУННОГО ЗАХИСТУ

Марценюк В.П., Майхрук З.В.

Тернопільський державний медичний університет імені

І.Я.Горбачевського, Україна

zorana_mauhruk2010@mail.ru

В роботі розглядається система диференціальних рівнянь із запізненням, що описує модель імунного захисту Г.І.Марчука. Система має два стани рівноваги: один з них – тривіальний, інший -- (V^*, F^*, C^*, m^*) відповідає хронічному перебігу захворювання. Проведена лінеаризація системи в околі точки (V^*, F^*, C^*, m^*) . Характеристичний поліном отриманої лінійної системи із

запізненням є квазіполіномом (експоненціальним поліномом) четвертого степеня:

$$W(\lambda) = (\mu_m + \lambda)Z(\lambda),$$

$$\text{де } Z(\lambda) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda^1 + a_3 + b_1\lambda e^{-\lambda\tau} + b_2e^{-\lambda\tau}.$$

Встановлено достатні умови знакосталості дійсних частин коренів $W(\lambda)$. Зокрема було введено граничне значення запізнення τ_0 (а також відповідає йому значення кореня ω_0), при перевищенні якого відбувається втрата стійкості.

Біфуркація Хопфа виникає у системі у випадку пари чисто уявних коренів $\pm i\omega$ квазіполінома $Z(\lambda)$.

Теорема про біфуркацію Хопфа для системи імунного захисту має вигляд.

Теорема 1. Нехай:

- 1) при $\tau = \tau_0$ квазіполіном $Z(\lambda)$ має пару уявних коренів $\pm i\omega_0$, а всі решта коренів мають від'ємні дійсні частини;
- 2) для неперервного продовження уявного кореня $\lambda(\tau)$ маємо:

$$\operatorname{Re}\left[\frac{d\lambda(\tau_0)}{d\tau}\right] \neq 0.$$

Тоді при заданому $\tau = \tau(\varepsilon)$, де ε - невідомий параметр, існує сім'я періодичних розв'язків $(V(t, \varepsilon), C(t, \varepsilon), F(t, \varepsilon), m(t, \varepsilon))$, що має властивості:

$$\tau(0) = \tau_0, V(t, 0) = V^*, C(t, 0) = C^*, F(t, 0) = F^*, m(t, 0) = m^*,$$

але $V(t, \varepsilon) \neq V^*, C(t, \varepsilon) \neq C^*, F(t, \varepsilon) \neq F^*, m(t, \varepsilon) \neq m^*$ для як завгодно малого $\varepsilon \neq 0$. При цьому період $T(\varepsilon)$ задовольняє

$$T(0) = \frac{2\pi}{|\lambda(\tau_0)|}.$$

Набір функцій $\{V(t, \varepsilon), C(t, \varepsilon), F(t, \varepsilon), m(t, \varepsilon), \tau(\varepsilon), T(\varepsilon)\}$ є єдиним і періодичні розв'язки існують лише для $\tau > \tau_0$, або лише для $\tau < \tau_0$, або лише для $\tau = \tau_0$.

Умовам теореми 1 можна надати конструктивнішого характеру скориставшись властивостями експоненціального поліному третього порядку $Z(\lambda)$.

Теорема 2. Припустимо, що:

1) для многочлена $Z(\lambda)$ при $\tau = \tau_0$ виконано критерій Гурвіца, тобто:

$$a_1 > 0, a_1(a_2 + b_1) - a_3 - b_2 > 0, a_3 + b_2 > 0$$

2) $h'(z_0) \neq 0$, де $z_0 = \omega_0^2$.

Тоді $\pm i\omega_0$ є парою протиставлених уявних коренів квазіполінома $Z(\lambda)$ при $\tau = \tau_0$. Якщо, крім того, коефіцієнти $Z(\lambda)$ такі, що $r < 0$, або $r \geq 0$, $z^* > 0$ і $h(z^*) \leq 0$, то:

$$\operatorname{Re} \left[\frac{d\lambda(\tau_0)}{d\tau} \right] > 0.$$

ЗАДАЧА АДАПТИВНОГО ТОЧКОВОГО РЕГУЛЮВАННЯ ДЛЯ МОДЕЛІ ФАРМАКОКІНЕТИКИ НАНОЧАСТИНОК

¹Марценюк В.П., ²Мінцер О. П., ¹Меленчук І.Б.

¹Тернопільський державний медичний університет
ім. І. Я. Горбачовського

²Національна медична академія післядипломної освіти імені
П.Л.Шупика

marceniuk@yahoo.com, melenchuk_i@mail.ru

Побудуємо керування $u(t)$ у вигляді оберненого зв'язку, таке що концентрація наночастинок у венозній крові прагне до певного бажаного рівня $C_{blood,d}$, тобто $C_{blood}(t) \rightarrow C_{blood,d}$ при $t \rightarrow \infty$.

Запишемо систему [1,2] у вигляді:

$$\frac{dC(t)}{dt} = AC(t), \quad (1)$$

Поряд із системою (1) розглядаємо систему керування:

$$\frac{dC(t)}{dt} = AC(t) + Bu(t), \quad (2)$$

де $B \in R_+^5$ -- вектор вигляду $B^T = (b, 0, 0, 0, 0)^T$, $u(t) \in R_+$ -- кусково-неперервне керування.

Припустимо, що A - асимптотично стійка. Більш того, припустимо, що існує стала k_g така, що матриця $A_s = A + BK_g$ є асимптотично стійкою.

Крім того вважаємо, що для заданого $C_{blood}(t)$ існують вектор $C_{eq}^T = (C_{liv,eq}, C_{spl,eq}, C_{m,eq}, C_{kid,eq})^T \in R_+^4$ та стала $u_{eq} > 0$, що є розв'язками рівняння:

$$A \begin{pmatrix} C_{blood,d} \\ C_{eq} \end{pmatrix} + Bu_{eq} = 0. \quad (3)$$

Розглянемо адаптивне керування у вигляді оберненого зв'язку:

$$u(t) = \max\{0, \hat{u}(t)\}, \quad (4)$$

де

$$\hat{u}(t) = k(t)(C_{blood}(t) - C_{blood,d}) + \varphi(t), \quad (5)$$

Тоді розв'язок системи $(C_{blood,d}, C_{eq})^T$ з керуванням, заданим (4), де $\varphi(t) \equiv u_e$ є стійким за Ляпуновим і $C_{blood}(t) \rightarrow C_{blood,d}$ при $t \rightarrow \infty$ для будь-яких додатних початкових умов. Крім того $u(t) \geq 0$, $t \geq 0$ і $C(t) \in R_+^5$ при $C(0) \in R_+^5$.

Література

1. Марценюк В.П., Меленчук І.Б. Умови стійкості у лінійній фізіологічно-обґрунтованій фармакокінетичній моделі наночастинок // Вісник Хмельницького національного університету. – 2012, №1 – стор. 112-116.
2. Raymond S.H. Yang, Louis W. Chang, Chang Shi Yang and els. Pharmacokinetics and Physiologically-Based Pharmacokinetic Modeling of Nanoparticles / Journal of Nanoscience and Nanotechnology / NO.10, 2010, p. 8482-8490.

КЕРУВАННЯ ДИСКРЕТНИМИ СИСТЕМАМИ З ОБМЕЖЕННЯМИ НА ТРАЄКТОРІЇ СИСТЕМИ

Матвієнко В.Т.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
matvienko.vt@gmail.com

Задача керування по переводу системи керування з початкової точки фазового стану у фінальний стан є основною задачею теорії керування (задача термінального керування). У разі системи керування з дискретним аргументом для цієї задачі описано повну множину її розв'язків. Цікавішим з практичної точки зору є задача оптимального переводу початкового стану динамічної системи у фінальний стан.

Розглянемо для цілком керованої дискретної системи керування задачу термінального керування, що переводить систему

$$x(i+1) = A(i)x(i) + B(i)u(i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

з початкового стану $x(0) = 0$ в кінцевий стан $x(N+1) = x_{(1)}$ і при цьому мінімізується наступний критерій якості

$$I(v) = \sum_{i=1}^l (x(k_i) - \bar{x}(k_i))^T F(k_i) (x(k_i) - \bar{x}(k_i)). \quad (2)$$

Тут $F(k_i)$ – симетричні вагові матриці розмірності $n \times n$, наперед задані вектори $\bar{x}(k_i)$ розмірності n , $k_1 < k_2 < k_3 < \dots < k_l$, v – вектор довільних параметрів розмірності $m(N+1)$. Ця постановка задачі дозволяє визначити оптимальне термінальне керування, при цьому траєкторія системи (1) проходить найближче до наперед заданих точок $\bar{x}(k_i)$, $i = 1, 2, \dots, l$.

Записавши необхідні умови мінімуму критерію (2), одержимо систему алгебраїчних рівнянь для визначення вектора параметрів $v^T = (v^T(0), v^T(1), \dots, v^T(N))$,

$$Qv = d. \quad (3)$$

Розв'язок системи (3) існує і єдиний, якщо $d^T Z(Q^T)d = 0$, $\det Q^T Q > 0$, де $Z(Q^T) = I_{m(N+1)} - QQ^+$.

Одержано оптимальний розв'язок задачі термінального керування з дискретним аргументом, при цьому траєкторія системи проходить найближче до наперед заданих точок.

ВПЛИВ МОНОПОЛІЙ ТА НЕЛІНІЙНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ЦІНИ СТРУКТУРИ СПОЖИВАННЯ ТОВАРІВ НА РІВНОВАГУ У ВІДКРИТІЙ ЕКОНОМІЧНІЙ СИСТЕМІ

Махорт А.П.

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України
map@bitp.kiev.ua

Ефективність функціонування економічних систем залежить від їх спроможності протидіяти впливові можливих несприятливих чинників. Монополісти якраз і є одним з таких чинників. Дослідження станів рівноваги економічних систем дозволяє виявляти способи усунення або компенсації наслідків дії негативних процесів.

Модель опису економічної системи ґрунтується на стохастичній природі поведінки споживачів і прийняття рішень виробниками стосовно вибору технологічних процесів. Всі суб'єкти економічної системи (l) є споживачами товарів. Частина з них є водночас і виробниками (n), а деякі – монополістами. Є споживачі (не всі), що витрачають весь свій прибуток на придбання нових товарів. Кожен суб'єкт економічної системи прагне для себе кращих умов функціонування. Існують чинники, що можуть перешкоджати досягненню цієї мети. Істотний вплив спричиняє характер залежності вибору споживчого набору товарів суб'єктами економічної системи від ціни на ці товари. Характеристики станів рівноваги економічної системи дають змогу з'ясувати можливості ефективного функціонування її суб'єктів. Рівновага розуміється в сенсі Вальраса, а умова рівноваги подається системою нелінійних нерівностей

$$\sum_{i=1}^l \Lambda_{ki}(p) \tilde{D}_i(p) \leq \psi_k, \quad k = \overline{1, n}.$$

Цінова залежність структури споживання моделюється за допомогою двох наборів функцій $\{f_k^1(p)\}_{k=1}^n$ і $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$, за якими будуються величини $\{\Lambda_i(p)\}_{i=1}^l$. Знайдено умови, зокрема і на ці функції, за виконання яких в економічній системі реалізується стан рівноваги, в якому всі споживачі в економічній системі зможуть задовольнити свої потреби на прийнятному для них рівні. Цей стан рівноваги буде оптимальним з точки зору ефективності функціонування всіх суб'єктів економічної системи.

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЗА НЕЧІТКО ВИЗНАЧЕНОЮ ЦІЛЛЮ

Мащенко С.О., Бовсунівський О.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

msomail@yandex.ru, bovs@email.ua

Розглядається задача раціонального вибору альтернатив, у якій ціль особи, що приймає рішення (ОПР), задана нечіткою множиною нечітких цільових множин [2].

Нехай X – універсальна множина альтернатив, на якій задана нечітка множина альтернатив. Інколи ОПР не може чітко вказати, які нечіткі множини G_i , $i \in N$, характеризують її ціль, але може задати деяку нечітку підмножину $\tilde{N} \subseteq N = \{1, \dots, n\}$ цих множин, де N – множина індексів цілей.

Позначимо $\eta: N \rightarrow [0, 1]$ функцію належності нечіткої множини $\tilde{N}$ нечітких множин G_i , які характеризують ціль ОПР. Тоді ціль може бути заданою перетином $\tilde{G} = \bigcap_{i \in \tilde{N}} G_i$ нечіткої множини $\tilde{N}$

нечітких множин цілей G_i , $i \in N$. У такому випадку для кожної фіксованої альтернативи $x \in X$ значення функції належності нечіткої множини $\tilde{G}$ також утворює нечітку множину. Як показано у [1],[2] нечітка множина $\tilde{G}$ є, так званою, нечіткою множиною типу 2 (нечітка множина, функція належності якої приймає значення з нечіткої множини).

В доповіді пропонується метод побудови агрегованої цілі ОПР, як нечіткої множини $\tilde{G} = \bigcap_{i \in \tilde{N}} G_i$ типу 2, та прийняття рішень за нею.

Література

1. Мащенко С.О. Нечеткие индивидуально-оптимальные равновесия // Кибернетика и вычислительная техника. – 2010. – Вып. 159. – с. 19 – 29.
2. Мащенко С.О. Прийняття рішень за нечіткою множиною відношень переваги / С.О. Мащенко, О.М. Бовсунівський // Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки. – 2011. – № 2. – С. 131 – 136.

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЗА ВІДНОШЕННЯМ ПЕРЕВАГИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ З НЕЧІТКОЮ МНОЖИНОЮ СТАНІВ ПРИРОДИ

Мащенко С.О., Моренець В.І.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

msomail@yandex.ru, v.i.morenets@gmail.com

В роботі розглядається узагальнена задача раціонального вибору альтернатив в умовах невизначеності з нечіткою множиною станів природи з ціллю особи, що приймає рішення (ОПР), яка задана відношенням переваги. Потреба в таких задачах виникає в наступних випадках: по-перше, коли ЛПР може тільки попарно порівнювати наслідки альтернатив за їх перевагою для себе, а функція їхньої корисності йому або не відома через специфіку задачі, або її складно, чи зовсім неможливо побудувати; по-друге, коли ОПР не може чітко вказати, які стани природи впливатимуть на наслідки вибору альтернатив в задачі, яка склалася на момент прийняття рішення, а може задати лише функцію належності нечіткої множини актуальних станів природи.

В основі методу розв'язання цієї задачі лежить поняття максимального елемента множини за заданим відношенням переваги, яке узагальнене на випадок прийняття рішень в умовах невизначеності з нечіткою множиною станів природи. Для задання агрегованого відношення переваги використовується перетин нечіткої множини чітких відношень [1], який є нечітким відношенням типу 2. Розроблене конструктивне представлення його функції належності. Запропоновано метод вибору раціональної альтернативи за нечітким відношенням типу 2. Метод полягає у виборі альтернативи, яка максимізує функцію належності нечіткої множини альтернатив, невідомінованих за нечітким відношенням строгої переваги типу 2. Доведене існування максимізуючої альтернативи. Обґрунтоване зведення вихідної задачі до мінімаксної задачі математичного програмування спеціального вигляду.

Література

1 Мащенко С.О. Нечеткие индивидуально-оптимальные равновесия // Кибернетика и вычислительная техника. – 2010. – № 156. – С. 34 – 44.

СТІЙКІ РОЗВ'ЯЗКИ В ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧАХ СИНТЕЗУ

Меньшиков Ю.Л.

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

Menshikov2003@list.ru

При дослідженні практичних обернених задач часто виникає питання інтерпретації отриманого тим чи іншим чином наближеного розв'язку оберненої задачі [1,2]. Від вирішення цього питання у значній мірі залежить практичне застосування отриманого наближеного розв'язку.

У даній роботі розглядаються деякі засоби вибору конкретного розв'язку з нескінченної множини можливих у різних практичних ситуаціях.

Уявімо обернену задачу як розв'язок деякого операторного рівняння

$$Az = u_{\delta}, \quad (1)$$

де A – компактний оператор, u_{δ} – початкові дані, $z \in Z$, $u_{\delta} \in U$ (Z, U – нормовані функціональні простори),

$$\|u_T - u_{\delta}\|_U \leq \delta, \quad (2)$$

де u_T – точні початкові дані.

Розглянемо рівняння (1) з точними даними u_T

$$Az = u_T \quad (3)$$

та будемо припускати, що $AZ = U$.

Яким чином можливо використовувати точний розв'язок z_T (3) у подальшому при дослідженні фізичних процесів? Якщо трактувати z_T як точний розв'язок реальної оберненої задачі, тоді опосередковано будемо вважати, що оператор A в рівнянні (1) точно описує реальні фізичні процеси. Таке припущення, очевидно, не відповідає дійсності. Єдине, що можливо стверджувати впевнено відносно функції z_T , так це те, що після дії оператора A отримуємо функцію u_T . Практичне значення z_T та подальше використання цього розв'язку не очевидне.

У літературі обернені задачі такого типу називають задачами синтезу [1,2]. Розв'язок задач синтезу (1) використовується при моделюванні реальних фізичних процесів математичними методами [1].

Зазвичай, функція u_T у (1) задається у вигляді графіка $u_{\text{екс}}$, який отримують з експерименту. Для подальшої цифрової обробки функція $u_{\text{екс}}$ апроксимується деякою функцією $u_{\delta} \in AZ$, яка відрізняється від $u_{\text{екс}}$ на відому величину δ_0 . Множина можливих розв'язків рівняння (1) буде мати вигляд

$$Q_{\delta_0} = \{z : z \in Z, \|Az - u_{\delta}\| \leq \delta_0\}.$$

Множина функцій Q_{δ_0} необмежена, так як оператор A в рівнянні (1) є компактным [3]. Для отримання стійких розв'язків рівняння (1) звичайно використовують метод регуляризації, який дає результат, який має одну корисну якість до задач математичного моделювання. Регуляризований розв'язок можливо трактувати як результат застосування низькочастотної фільтрації до функцій множини Q_{δ_0} . Невраховані фактори, які не ввійшли до оператора A , визначають в основному високочастотну частину процесу. Таким чином, регуляризований розв'язок оберненої задачі є стійким до малих змін неврахованих факторів. Ця властивість регуляризованого розв'язку є корисною для прогнозування поведінки фізичних процесів методами математичного моделювання.

У якості критерію вибору можливо застосувати також критерій «простоти» функції [1]. Наведені приклади такого вибору.

Література

- 1 Меньшиков Ю.Л., Поляков Н.В. Идентификация моделей внешних воздействий. Вид-во «Наука та Освіта», Днеп-вск, 2009, 188с.
- 2 Меньшиков Ю.Л. Идентифікація зовнішніх впливів при мінімумі апіорної інформації: постановка, класифікація та інтерпретація. Вісник КНУ, Математика, вип.2, Київ, 2004, с.310-315.
- 3 Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1979. 288с.

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО ПРОГНОЗУВАННЯ ВАЛОВИХ ІНВЕСТИЦІЙ

Назарага І.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
inna_na@ukr.net

У доповіді розглянуто проблеми знаходження валових інвестицій [1-5] та запропоновано підхід до їх визначення із використанням функціональної залежності від експорту товарів та послуг.

Валові інвестиції пропонується визначати із співвідношення:

$$I_t = \eta_t + \pi_t E_t, \quad (1)$$

де E_t - експорт товарів і послуг, η_t , π_t - параметри.

Співвідношення (1) підтверджується статистичними даними різних країн щодо таких показників, як експорт товарів і послуг та валові інвестиції [6-7]. Параметри η_t , π_t знаходяться методом найменших квадратів, показником якості оцінювання є R^2 (коефіцієнт детермінації). Наприклад, валові інвестиції України для періоду 1996 – 2011 рр. визначаються залежністю (у млн. грн.):

$$I_t = 3,83E_t - 44468,85, \quad R^2 = 0,98.$$

Таке визначення валових інвестицій дозволяє прогнозувати їх обсяг у залежності від значення експорту товарів та послуг.

Література

1. Харазішвілі Ю.М. Теоретичні основи системного моделювання соціально-економічного розвитку України: Моногр. / Ю.М. Харазішвілі. – К.: ПоліграфКонсалтинг, 2007. – 324 с.
2. Тарасевич Л.С. Макроэкономика: Учебник / Л.С. Тарасевич, П.И. Гребенников, А.И. Леусский. – М.: Высшее образование, 2006. – 654 с.
3. Сакс Джеффри Д. Макроэкономика. Глобальный подход. Пер. с англ. / Сакс Джеффри Д., Ларрен Фелипе Б. – М.: Дело, 1996. - 848 с.
4. Петров А.А. Опыт математического моделирования экономики / А.А. Петров, И.Г. Поспелов, А.А. Шананин. – М.: Энергоатомиздат, 1996.– 544 с.
5. Економіко-математичні моделі економічного зростання / [О.О. Бакаєв, В.І. Гриценко, Л.І. Бажан та ін.]- К.: Наук. думка, 2005. - 190 с.
6. Офіційний сайт Державного комітету статистики України [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>.
7. Офіційні сайти Міжнародного валютного фонду [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.imf.org>, <http://www.imfstatistics.org>.

ГАРАНТОВАНІ ОЦІНКИ РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ З ПАРАМЕТРОМ

Наконечний О.Г., Демиденко С.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

s.demidenko@gmail.com

Нехай вектор функція $\varphi(\lambda) \in R^n$, $\lambda \in R^1$, є розв'язком лінійного рівняння $A(\lambda)\varphi = Bf$, де B – матриця розмірності $n \times m$, $A(\lambda)$ – квадратна матриця така, що існують числа $\lambda_1, \dots, \lambda_s$, що $\det A(\lambda_k) = 0$, $k = 1, \dots, s$ та $\det A(\lambda) \neq 0$ при $\lambda \neq \lambda_k$. Припустимо, що при деякому наперед невідомому значенні вектора f спостерігаються величини $y(\lambda) = H(\lambda)\varphi(\lambda) + \xi(\lambda)$, $\lambda \in \Lambda$,

де $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_s, \lambda \in \bigcup_{k=1}^N I_k\}$, $I_k = \{\lambda : a_k < \lambda < b_k\}$, причому $\det A(\lambda) \neq 0$, $\forall \lambda \in \bigcup_{k=1}^N I_k$, а $H(\lambda)$ – матриця розмірності $p \times n$.

Припускається, що $A(\lambda), H(\lambda), \lambda \in \bigcup_{k=1}^N I_k$ – вимірні функції такі,

що $\int_{I_k} \|A^{-1}(\lambda)\|^2 d\lambda < \infty$, $\int_{I_k} \|H(\lambda)\|^2 d\lambda < \infty$, $\xi(\lambda)$ – реалізація

випадкової вектор функції такої, що $E\xi(\lambda) = 0$, $E|\xi(\lambda)|^2 < \infty$.

Досліджуються умови існування та єдиності лінійних оцінок вектора $V(\varphi)$, що знаходиться із умови

$$\inf_{\hat{V}(\varphi)} \sup_{F, \varphi, \Re} E|V(\varphi) - \hat{V}(\varphi)|^2 = \sup_{F, \varphi, \Re} E|V(\varphi) - \hat{V}(\varphi)|^2,$$

де F – множина невідомих векторів f , $\Re$ – множина невідомих кореляційних функцій процесу $\xi(\lambda)$,

$$V(\varphi) = \int_{\Lambda_1} V(\lambda)\varphi(\lambda)d\lambda + \sum_{k=1}^s V_k\varphi(\lambda_k), \quad \hat{V}(\varphi) = \int_{\Lambda_1} U(\lambda)y(\lambda)d\lambda + \sum_{k=1}^s u_k y(\lambda_k) + c$$

При певних умовах на множини $F, \Re$, приводяться конструктивні алгоритми обчислення таких оцінок. Моделювання проводилося за допомогою системи комп'ютерної алгебри Wolfram Mathematica 8.

Література

1. Верес М.М., Наконечний О.Г. Мінімаксні методи оцінювання в лінійних задачах із параметром // Київ, Логос, 2007, 116 с.

ОПТИМІЗАЦІЯ МНОЖИН ПОЧАТКОВИХ ЗНАЧЕНЬ В ЗАДАЧАХ СТІЙКОСТІ СТОХАСТИЧНИХ СИСТЕМ З ДИСКРЕТНИМ ЧАСОМ

¹О. Г. Наконечний, ²Ю.В. Шушарін

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка

a.nakonechniy@gmail.com

²Національний економічний університет імені Вадима Гетьмана
shusharin@meta.ua

Нехай послідовність $x_k \in R^n$ є розв'язком стохастичного рівняння

$$x_{k+1} = \varphi_k(x_k, u_k, \theta_k, \xi_k), \quad k = 0, 1, \dots, N,$$

де u_k - послідовність векторів із простору R^m , θ_k - векторні випадкові величини, що утворюють ланцюг Маркова, ξ_k - послідовність незалежних випадкових величин, $\varphi_k(\cdot)$ - послідовність векторних функцій, таких, що $\varphi_k(0, u_k, \theta_k, \xi_k) = 0$.

Позначимо через G множину початкових умов x_0 таких, що виконуються умови

$$Eg_1(x_{n_1}) \leq 1, \quad Eg_2(x_{n_2}) \leq 1, \quad \dots \quad Eg_s(x_{n_s}) \leq 1,$$

$$0 < n_1 < n_2 < \dots < n_s \leq N, \quad g_i(0) = 0, \quad i = \overline{1, s}.$$

Нехай також G_λ - сім'я множин таких, що $G_\lambda \subseteq G$ для довільного λ , причому $G_{\lambda_1} \subset G_{\lambda_2}$ при $\lambda_1 < \lambda_2$.

Досліджується випадок, коли G_λ - сім'я множин певного виду, а $\lambda_{\max}$ - максимальне число таке, що $G_\lambda \subseteq G_{\lambda_{\max}} \subset G$. Доводиться наступне

Твердження. Нехай $\varphi_k(\cdot), g_s(\cdot)$ - вимірні функції, причому для довільного числа λ $\varphi_k(\lambda x, \cdot) = \lambda \varphi_k(x, \cdot)$,

$g_i(\lambda x) = \lambda^{2r} g_i(x), \quad i = \overline{1, s}, \quad g_i(x) \geq 0, \quad \text{та якщо } x_0 \in G_\lambda \quad \text{та}$
 $\frac{x_0}{\lambda} \in G_1, \quad \text{тоді}$

$$\lambda_{\max} = \left(\max_{x_0 \in G_1} \max_{1 \leq i \leq s} E g_i(x_{n_i}) \right)^{-1}.$$

При умові, що u_k - послідовності, що можуть залежати від x_k, θ_k , досліджуються задачі максимізації множини початкових значень шляхом вибору u_k .

ПРО ДЕЯКІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВИХ БЛУКАНЬ З БАР'ЄРОМ

Негадайлов Павло

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
npasha@ukr.net

Нехай ξ - випадкова величина, що має власний розподіл

$$p_k := P\{\xi = k\}, \quad p_1 > 0, \quad k \in N.$$

Для кожного n визначимо випадкове блукання з бар'єром

$$R_0^{(n)} := 0, \quad R_k^{(n)} := R_{k-1}^{(n)} + \xi_k 1_{\{R_{k-1}^{(n)} + \xi_k < n\}}, \quad k \in N,$$

де $\{\xi_k : k \in N\}$ - незалежні копії випадкової величини ξ , та момент поглинання у ньому

$$T_n := \inf \{k : R_k^{(n)} = n - 1\} = \sum_{l=1}^{\infty} 1_{\{R_l^{(n)} < n-1\}} + 1.$$

Зазначимо, що $T_1 = 1$ м.н., а при $n \geq 2$ величина $T_n < \infty$.

Наступна теорема встановлює критерій існування граничного розподілу для первним чином центрованої та нормованої послідовності T_n у випадку скінченного середнього кроку випадкового блукання.

Теорема. Якщо $E\xi < \infty$, то такі твердження рівносильні,

1. Існують послідовності $\{a_n, b_n : n \in \mathbb{N}\}$, $a_n > 0$ та

$b_n \in \mathbb{N}$ такі, що при $n \rightarrow \infty$, $(T_n - b_n)/a_n$ слабо збігається до не виродженого та власного ймовірнісного розподілу.

2. Для деякого $\alpha \in [1, 2]$ і функції L , що повільно змінюється на ∞

$$\sum_{k=1}^n k^2 p_k \sim n^{2-\alpha} L(n), n \rightarrow \infty.$$

БАГАТОЗНАЧНІ ЛОГІКИ ТА ДВОЗНАЧНІ КОМПОЗИЦІЙНО-НОМІНАТИВНІ ЛОГІКИ ЧАСТКОВИХ ПРЕДИКАТІВ

Нікітченко М.С., Шкільняк О.С., Шкільняк С.С.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ttp@unicyb.kiev.ua

Характерним для програмування й моделювання є широке використання часткових відображень над складними даними, причому такі відображення можуть бути неоднозначними. Тому постає проблема дослідження програмно-орієнтованих логік із нетрадиційними семантиками. Класична логіка – це логіка тотальних однозначних предикатів. Композиційно-номінативні логіки (КНЛ) однозначних часткових предикатів вивчались в [1]. Семантичні властивості КНЛ тотальних неоднозначних та часткових неоднозначних предикатів вивчались, зокрема, в [2]. Досліджені в [1, 2] логіки належать до традиційних двозначних, множина істиннісних значень в цих логіках двоелементна. Водночас в останні роки зростає зацікавленість багатозначними логіками. Найвідомішими з 3-значних є сильна та слабка логіки С.Кліні [3], які використовуються в теорії рекурсії, системах алгоритмічних алгебр, мовах табличних баз даних. Серед 4-значних особливої уваги заслуговує логіка Белнапа [4], що зумовлено її застосуванням для опису інформаційних систем із неповною та суперечливою інформацією.

В доповіді встановлено зв'язки між КНЛ часткових однозначних, тотальних неоднозначних і часткових неоднозначних квазіарних предикатів та 3-значними і 4-значними логіками однозначних предикатів. Доведено ізоморфізм композиційної

алгебри Кліні тотальних однозначних предикатів 3-значної логіки та композиційних алгебр тотальних неоднозначних і часткових однозначних предикатів 2-значної логіки, ізоморфізм композиційної алгебри Белнапа тотальних однозначних предикатів 4-значної логіки та композиційних алгебр часткових однозначних предикатів 3-значної логіки і часткових неоднозначних предикатів 2-значної логіки. Це засвідчує особливе місце сильної логіки Кліні серед 3-значних та логіки Белнапа серед 4-значних.

Література

1. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К.: ВПЦ Київський університет, 2008. – 528 с.
2. Шкільняк С.С. Відношення логічного наслідку в композиційно-номінативних логіках // Пробл. програмування.– 2010.– № 1.–С. 15–38.
3. Клини С. Введение в метаматематику. – М.: ИЛ, 1957. – 526 с.
4. Белнап Н., Стил Т. Логика вопросов и ответов – М.: Прогресс, 1981. – 288 с.

СТОХАСТИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ ВАЛЮТНОГО РЫНКА

Новак С.Н.

Севастопольский институт банковского дела Украинской
академии банковского дела Национального банка Украины
S.Novak@ukr.net

В работе [1], автором предпринята попытка дать математическое описание ценообразования «свободно плавающих валютных курсов». Модель устанавливает функциональную зависимость между волатильностью валютных курсов $\sigma(T)$ с величиной спреда валютной котировки $\bar{M}$, а при определенных условиях и процентными ставками валют конверсии.

Основная гипотеза модели – существования совершенного рынка состоящего из двух категорий участников с взаимоисключающими интересами – спекулянтов и арбитражеров. Наблюдаемые изменения обменного курса рассматриваются как сумма случайных независимых отклонений обменного курса, инициированных участниками в ходе двухсторонних торгов на внебиржевом рынке.

Уравнение волатильности валютных курсов (зависимость стандартного отклонения от времени) получено из равенства дохода арбитражёра его издержкам, которые равны доходу

спекулянта при умови прийняття ими оптимальних торгових рішень в умовах стохастическої неопределенності валютного курсу

$$\sigma(T) = \frac{H+1}{\mu \cdot p} \cdot (\bar{M} - (1-\rho) \cdot R_{\Sigma}) \cdot T^H,$$

здесь H – показател ь Херста, R_{Σ} – потерянн ые процентн ые доходи по незакрытым позициям со сроком поставки меньше спот, μ – оптимальн ый уровень отклонения курса для закрьтия спекулятивн ых позиций, ρ_s – вероятность закрьтия позиции.

Литература

1. Новак С.Н. Модели стохастического равновесия на конверсионном рынке // Економіка розвитку. – Харьков : ХНЭУ. – 2008. – №1 (49). С. 58-62.

АГЕНТНО-ОРІЄНТОВАНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

Омельянчик Д.А.

Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України
omelyanchikd@gmail.com

Одним із найсучасніших підходів до моделювання економічних процесів є агентно-орієнтована обчислювальна економіка [1]. Основна її ідея полягає в побудові динамічної системи незалежних гетерогенних агентів, що взаємодіють між собою і не обов'язково володіють властивостями повної раціональності та поінформованості.

Розглянемо спрощену агентну обчислювальну модель функціонування економіки. Вона містить два типи активних агентів (домогосподарство та фірму) і три типи пасивних агентів (ринок товарів, ринок праці та бюджет). Активні агенти взаємодіють між собою не прямо, а через посередників – ринок товарів та ринок праці. Особливим агентом моделі є бюджет, функції якого зводяться до збору податків та виплати допомоги по безробіттю домогосподарствам. Припускається, що фірми виробляють лише один товар, який є споживчим. Виробники виставляють свої пропозиції товару на єдиному централізованому ринку товарів, звідки домогосподарства можуть його придбати.

Пропозиція товару складається з ціни на одиницю товару та відповідного обсягу товару, виставленого на продаж.

Ринок праці містить відомості про попит на працю з боку фірм-виробників. Пропозиція роботи від фірми складається з кількості працівників, яких планується найняти, та їхньої платні. Пошуком роботи на ринку праці займаються незайняті особи та активні працівники інших фірм (частка зайнятих осіб, яка хоче змінити роботу). Всі домогосподарства споживають товар, щоб задовольнити деяку норму споживання, необхідну для їх подальшого існування. Припускається, що виробнича функція залежить лише від кількості працівників, тобто $Q = F(K, L) = \alpha L$, де α – екзогенно заданий коефіцієнт продуктивності праці.

Програмна реалізація описаної моделі дозволяє досліджувати справедливність тверджень економічної теорії і виявляти нові закономірності функціонування економічних систем.

Література

1. Shoham Y. Multiagent systems: Algorithmic, game-theoretic and logical foundations. – NY: Cambridge University Press, 2009. – 483 p.

МОБІЛЬНІ СИСТЕМИ ПРОГНОЗУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНОЇ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ.

Охременко А.Е., Степанов О.В., Черній Д.І.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Технології прогнозування [1,3-5], за допомогою програмно-моделюючих систем, забезпечують скорочення часу обробки інформації, високий рівень достовірності результату та, одночасно, запобігання ризиків при прийнятті відповідальних рішень. Існуючі системи прогнозування розвитку еволюційних процесів вимагають потужних обчислювальних ресурсів. Комп'ютерні системи такого призначення [5], як правило знаходяться у проектних установах, де виконується розробка загального будівельного проекту. Але, при проведенні робіт на самому будівельному майданчику інженерам часто потрібні мобільні системи, які (за допомогою експрес-моделювання) здатні забезпечити уточнення параметрів аерогідродинамічних та інших фізичних процесів, що виникають в середині, або зовні окремих технічних конструкцій та споруд.



Мал.1 Мобільна моделююча система встановлена на планшетному комп'ютері



Мал.2 Мобільна моделююча система встановлена на мобільному телефоні із сенсорним дисплеєм

Розроблена мобільна система експрес-прогнозування аерогідродинамічних процесів базуються на спрощеній математичній моделі[1,3] та застосуванні ефективних обчислювальних технологій[2,4]. Система дозволяє визначити характеристики течії зовні довільно розташованих розімкнених контурів довільної геометрії. Подібні мобільні моделюючі системи встановлюються на планшетні комп'ютери (Мал.1) або на мобільні телефони (Мал.2) із сенсорними дисплеями. Адаптивний інтерфейс забезпечує зручне введення геометричних характеристик конструкції або споруди, для якої необхідно визначити характеристики обтікання.

Література

1. Довгий С.А., Лебедь А.Г., Литвин И.Н., Черний Д.И. Технологии прогнозирования эволюции физических процессов для систем поддержки принятия решений. // 10 Міжнародна науково-практична конференція: «Сучасні інформаційні технології управління екологічною безпекою, природокористуванням, заходами в надзвичайних ситуаціях», 5-9 вересня 2011р., Київ-Харків-АР Крим, 2011, Збірник наукових праць, с.5-36.
2. Довгий С.А., Лифанов И.К., Методы решения интегральных уравнений.- К.: Наукова думка, 2002, 344с.
3. Довгий С.А., Лифанов И.К. и др. Рекомендации по оценке аэрации территории в жилой застройке г.Москвы.- М.: Макс-Пресс-2006, 160с.
4. Черний Д.І., Головенко А.Д. Технологія експрес-прогнозу нестационарних нелінійних аераційних та гідрологічних процесів// International Workshop “PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER

UNCERTAINTIES” (PDMU-2008), Abstracts, September 22-27, 2008, Cremia (Novy Svit), Ukraine, pp.127-128.

5. Черній Д.І., Гаркуша В.І., Рижинко А.І., Кашпур О.Ф. Програмна система для дослідження аерогідродинамічних процесів.//Наукові розробки Київського національного університету імені Тараса Шевченка.-Частина 1. Природничі науки.- Київ: ВПЦ “Київський університет” – 2009, с.137.

ЛАНЦЮГОВІ ДРОБИ ЯК АПАРАТ НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ

Пагіря М., Кацала Р.

Мукачівський державний університет, Україна

pahirya@gmail.com, rkatsala@gmail.com

В багатьох задачах прикладної математики виникає необхідність наближати функцію однієї дійсної або комплексної змінної, яка визначена на деякому компактї, функціями більш простої або більш зручної для обчислення будови. Поряд із відомими способами наближення функцій, такими як поліноми, сплайни, дробово-раціональні наближення, апроксимації Паде, для наближення використовуються ланцюгові дроби [1], [2], [3]. Розглядаються, як задача інтерполяції функцій $w=f(z)$ комплексної змінної деякими типами ланцюгових дробів так і задача розвинення функцій $y=f(x)$ дійсної змінної у ланцюгові дроби. Встановлені оцінки залишкових членів для інтерполяційних ланцюгових дробів та встановлені області збіжності розвинень функцій у певні типи ланцюгових дробів. На числових прикладах ілюструються переваги запропонованих способів наближення функцій перед відомими.

Література

1. Пагіря М.М., Кацала Р.А. Розвинення деяких функцій у ланцюгові дроби // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інформ. – 2007. – Вип. 14–15. – С. 107–116.
2. Пагіря М.М., Кацала Р.А. Властивості обернених похідних // Український математичний журнал. – 2010. – 62, № 5. – С.708–713.
3. Пагіря М.М. Задача інтерполяції функцій ланцюговими дробами // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інформ. – 2005. – Вип. 10–11. – С. 77–87.

МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ ІЗОТРОПНИХ ПОЛІВ НА СФЕРІ

Пашко А.О.

Європейський університет, м. Київ, Україна

pashkoua@mail.ru

Побудовані моделі, що наближають лінійні ізотропні поля на сфері з просторів Орліча $L_u(\Omega)$ з заданою точністю і надійністю в нормах простору $L_p(S_d)$ [1].

Нехай (Ω, Ψ, P) стандартний ймовірносний простір. S_d сфера в R^d . $\xi(x)$ - випадкове неперервне в середньому квадратичному, лінійне, ізотропне поле на сфері $\xi(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{h(m,d)} \xi_m^l S_m^l(x)$, де $\{\xi_m^l\}$ – незалежні субгауссові випадкові величини, $E \xi_m^l = 0$, $E(\xi_m^l)^2 = \sigma_m^2$, $l = 1, \dots, h(m, d)$, $S_m^l(x)$ – сферичні гармоніки.

Модель поля будуюмо за формулою

$$\xi_N(x) = \sum_{m=0}^N \sum_{l=0}^{h(m,d)} \xi_m^l S_m^l(x).$$

Теорема 1. Якщо $\sum_{m=1}^{\infty} h(m, d) \cdot \sigma_m^2 \cdot m^{d-1} < \infty$ тоді для будь-якого $\delta > 0$ має місце

$$P \left\{ \left(\int_{S_d} |\xi(x) - \xi_N(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}} \geq \delta \right\} \leq \left(u \left(\frac{\delta^2}{C_{u_2} \cdot C \cdot \sum_{m=N+1}^{\infty} h(m, d) \cdot b_m \cdot m^{d-1}} \right) \right)^{-1}$$

та $\xi_N(x)$ є моделлю, що наближає $\xi(x)$ з заданими точністю $\delta > 0$ та надійністю в нормі простору $L_p(S_d)$.

Розглянуто частинні випадки для $u(x) = |x|^q$, $q \geq 1$, та $u(x) = \exp\{|x|^q\} - 1$, $q \geq 1$ [2].

Так, для $u_p(x) = |x|^{q \cdot p}$ і заданого $\alpha > 0$ необхідно виконання

$$\text{нерівності} \quad \sum_{m=N+1}^{\infty} m^{(d-1) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right)} \cdot \sum_{l=1}^{h(m,d)} \left\| \xi_m^l \right\|_{u_p}^2 \cdot p \leq \frac{\delta^2}{C_{u_p} \cdot 3^{d-1} \cdot \varepsilon^{\frac{2}{pq}}} \leq \alpha,$$

$$\text{де} \quad C_{u_p} = 2\sqrt{2} \left(\Gamma \left(\frac{pq+1}{2\sqrt{\pi}} \right) \right)^{\frac{1}{pq}}.$$

Література

1. Dzjamko V.Yo, Moza A.I., Pashko A.O. (2011) The accuracy in $L_p(S_d)$ and the reliability of linear isotropic fields simulation on the sphere. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Series: Physics&Mathematics*. No. 4, 16-19.
2. Kozachenko Yu.V., Pashko A.A., Rozora I.V. (2007) *The Simulation of Random Processes and Fields*. Zadruga, Kyiv.

ВПРОВАДЖЕННЯ GRID-ТЕХНОЛОГІЙ В КАРДІОДІАГНОСТИЦІ

Поліщук Г., Лупенко С.

Тернопільський національний технічний університет імені І.Пулюя
askflip@gmail.com

В кардіодіагностиці досить важливим завданням є оперативний та точний аналіз показників пацієнта задля виявлення відхилення від норми на ранній стадії розвитку патології та прийняття рішення щодо подальшого лікування. Сучасне діагностичне обладнання дає змогу збільшити якість і швидкість знімання параметрів ЕКГ, прискорити постановку діагнозу та проводити постійний кардіомоніторинг.

В роботі [1] пропонується підхід до збереження та уніфікації медичних даних пацієнтів з застосуванням Grid-технологій, що збільшить точність встановлення діагнозу та відкриє нові можливості для дослідження та прогнозу.

Іншою проблемою кардіодіагностики є значий обсяг інформації для опрацювання. Застосування кластерних рішень частково вирішує цю проблему в межах одного або декількох медичних закладів. Однак, застосування Grid-технологій дозволить зберігати та обробляти дані пацієнтів в межах країни,

приведе до підвищення якості та швидкості діагностики, збільшення доступності та зменшення вартості медичного обслуговування[2].

Доповідь присвячена методам, моделям та засобам кардіодіагностики у задачах телемедицини та популяційних досліджень із застосуванням Grid-середовища. Наведено переваги та перспективи розвитку впровадження Grid в медицині та розгортання телемедичної мережі, основна мета якого - це можливість віддаленого консультування, віддаленого доступу до висококваліфікованої медичної допомоги за допомогою сучасних засобів телекомунікації.

Література

1. Авраменко В., Загородній А., Мартинов Є. Особливості застосування грід-технології в медицині // Вісник Національної академії наук України. - 2008. - № 10. - С.5-15.
2. Ходжибаев А.М., Адылова Ф.Т. Новейшие информационные ГРИД-технологии в электронной медицине // Український журнал телемедицини та медичної телематики. - 2005. - т. 3, №1. - 12 с.

ГІСТЕРЕЗИСНЕ КЕРУВАННЯ БАГАТОКАНАЛЬНОЮ СИСТЕМОЮ З ОБМЕЖЕНИМ ЧИСЛОМ ПОВТОРЕНЬ

Прищеп О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

o.prischepa@gmail.com

В роботі, що пропонується, розглядається задача керування багатоканальною системою масового обслуговування з обмеженим числом повторень в класі гістерезисних стратегій.

Функціонування даної системи можна описати наступним чином (див., наприклад, [1]). Ззовні до системи, що має s приладів, надходять вимоги. За умови наявності вільного приладу вимоги обслуговуються, в іншому випадку формують джерела повторних викликів, звідки повторно можуть опитати систему лише один раз. Якщо при повторному зверненні вимоги, що утворила джерело повторних викликів, всі прилади є зайняті, то вона залишає систему. Параметрами моделі є наступні: μ – інтенсивність обслуговування, ν – інтенсивність повторних опитувань, λ_j – інтенсивність вхідного потоку, що залежить від числа джерел повторних викликів.

Процес керування інтенсивністю вхідного потоку на основі гістерезисної стратегії визначається наступним чином. Фіксуються два невід’ємних цілих числа H_1 та H_2 , $H_1 \leq H_2$, які називаються порогами. Якщо в деякий момент часу кількість повторних викликів в системі не перевищує H_1 , то вона функціонує в першому режимі і інтенсивність вхідного потоку дорівнює h_1 . Якщо кількість повторних викликів більша за H_2 , то система функціонує у другому режимі з інтенсивністю вхідного потоку h_2 . Якщо кількість повторних викликів лежить у проміжку $(H_1, H_2]$, то система зберігає той режим, в якому вона функціонувала в попередній момент часу.

При фіксованій стратегії $H = (H_1, H_2]$ стан системи в будь-який момент часу t може бути описаний тривимірним процесом $Q(t, H) = (Q_1(t, H), Q_2(t, H), R(t, H))$, де $Q_1(t, H)$ – кількість зайнятих приладів, $Q_2(t, H)$ – кількість джерел повторних викликів, $R(t, H)$ – режим роботи системи. Якщо $R(t, H) = 1$, то система працює в першому режимі з інтенсивністю вхідного потоку h_1 . Якщо $R(t, H) = 2$, то система працює в другому режимі з інтенсивністю вхідного потоку h_2 . Процес $Q(t, H)$, $t \geq 0$ є ланцюгом Маркова з неперервним часом і множиною станів $S = S^1 \cup S^2$, де $S^1 \cap S^2 = \emptyset$, $S^1 = \{i = (i_1, i_2, 1) : i_1 = 0, \dots, c; i_2 = 0, \dots, H_2\}$, $S^2 = \{i = (i_1, i_2, 2) : i_1 = 0, \dots, c; i_2 = H_1 + 1, \dots, N\}$.

Позначимо $\pi_{ij}^r(H)$, $(i, j) \in S$ стаціонарні ймовірності системи:

$$\pi_{ij}^r(H) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{Q_1(t, H) = i, Q_2(t, H) = j, R(t, H) = r\}.$$

Ці ймовірності можна подати в наступному векторно-матричному вигляді:

$$\pi_j^1(H) = \pi_{0N}^2(H) F_j^1 F_{H_1+1}^2 D^{-1} e_0, \quad j = 0, 1, \dots, H_2,$$

$$\pi_j^2(H) = \pi_{0N}^2(H) F_j^2 D^{-1} e_0, \quad j = H_1 + 1, \dots, N,$$

$$\text{де } \left(\pi_{0N}^2(H) \right)^{-1} = e \left(I + \sum_{j=0}^{H_2} F_j^1 F_{H_1+1}^2 + \sum_{j=H_1+1}^{N-1} F_j^2 \right) D^{-1} e_0,$$

$$\pi_j^r(H) = \left(\pi_{0j}^r(H), \pi_{1j}^r(H), \dots, \pi_{cj}^r(H) \right)^T,$$

$e_0 = (1 \ 0 \ \dots \ 0)^T$, $e = (1 \ 1 \ \dots \ 1)$, F_j^1 , F_j^2 , D – $(c+1) \times (c+1)$ матриці з елементами, що залежать від параметрів системи.

Таке представлення стаціонарних ймовірностей було отримано на основі теореми про рівність потоку ймовірностей через границю замкненої області в стаціонарному режимі ([2], стор. 49).

Для пошуку порогів H_1, H_2 , оптимальної стратегії керування, що максимізує середній прибуток від роботи системи розв'язується оптимізаційна задача

$$C_1 S_1(H_1, H_2) + C_2 S_2(H_1, H_2) - C_3 S_3(H_1, H_2) - C_4 S_4(H_1, H_2) \rightarrow \max,$$

$$H_1, H_2 \in \{0, 1, \dots\}, H_1 \leq H_2,$$

де $S_i(H_1, H_2)$ – число викликів, що отримали обслуговування в системі в i -му режимі, $i=1,2$; $S_3(H_1, H_2)$ – число викликів, які отримали відмову в обслуговуванні і стали повторними викликами; $S_4(H_1, H_2)$ – число перемикань інтенсивності вхідного потоку; C_i – прибуток, пов'язаний з обслуговуванням одного виклику в i -му режимі, $i=1,2$; C_3 – штраф за відмову в обслуговуванні; C_4 – штраф за перемикання інтенсивності вхідного потоку.

Функціонали $S_i(H_1, H_2)$, $i=\overline{1,4}$ можуть бути виписані через стаціонарні ймовірності системи за умов існування стаціонарного режиму.

Література

1. Shin Y.W., Moon D.H. Retrial queues with limited number of retrials: numerical investigations. In: The seventh international symposium on operations research and its applications (ISORA'08), Lijiang, China; October 31–November 3, 2008, pp.237–247.
2. Уолрэнд Дж. Введение в теорию сетей массового обслуживания. - М.: Мир, 1993.-336 с.

ДВОКРИТЕРІАЛЬНА ЗАДАЧА ОПТИМІЗАЦІЇ БАНКІВСЬКОГО КРЕДИТУВАННЯ

Прядко О. Я., Цегелик Г. Г.

Львівський національний університет імені Івана Франка
pryadko_olya@ukr.net

Банківська система в кожній країні виступає як механізм балансування, який регулює проведення грошово-кредитної політики, зміни в економічній політиці, запобігає кризам. У сучасних умовах розвитку ринкових відносин в Україні одним з основних макроекономічних завдань кредитування банками є отримання максимального прибутку при мінімальних витратах.

В доповіді розглядається побудова математичної моделі двокритеріальної задачі банківського кредитування, за якого одночасно треба максимізувати прибуток від кредитування і мінімізувати кредитний ризик.

Нехай m – кількість грошових одиниць коштів, виділених банком для кредитування; n – кількість позичальників; $C_i(x_i)$ – величина прибутку від надання кредиту i -му позичальнику в розмірі x_i одиниць коштів; $r_i(x_i)$ – величина ризику від надання кредиту i -му позичальнику в розмірі x_i одиниць коштів; x_i – кількість грошових одиниць, що планується надати i -му позичальнику.

Тоді математична модель задачі матиме вигляд:

$$P = \sum_{i=1}^n C_i(x_i) \rightarrow \max, \quad R = \sum_{i=1}^n r_i(x_i) \rightarrow \min$$

за умов

$$\sum_{i=1}^n x_i = m, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Для розв'язування задачі пропонується окремо знайти $\max P$ і $\min R$ [1] за допомогою методу динамічного програмування, а пізніше компромісну альтернативу відшукати методом послідовних поступок.

Література

1. Прядко О.Я. Задача розподілу кредитних коштів банку з мінімальною величиною ризику / О.Я. Прядко, Г.Г. Цегелик // Наук.журн. «Вісник Хмельницького національного університету». Сер.економ. науки. – 2010. – №4. – С.123-126.

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ РІВНЕМ УМОВНОЇ ФРАНШИЗИ В КЛАСИЧНІЙ МОДЕЛІ РИЗИКУ З ТОЧКИ ЗОРУ МАКСИМІЗАЦІЇ ЙМОВІРНОСТІ НЕБАНКРУТСТВА

Рагуліна О.Ю.

Донецький національний університет, Україна

lena_ragulina@mail.ru

Розглядається задача вибору оптимального рівня умовної франшизи в динамічній постановці в класичній моделі ризику з точки зору максимізації ймовірності небанкрутства страхової компанії на нескінченному проміжку часу. Припускається, що страхова компанія має можливість у кожний момент часу встановлювати умовну франшизу й визначати її рівень на основі інформації, що доступна до цього моменту часу.

Для ймовірності небанкрутства на нескінченному проміжку часу (як функції початкового капіталу) при використанні оптимальної стратегії вибору рівня умовної франшизи встановлюється рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана у припущенні, що ця функція є диференційовною, і показується, що це рівняння має розв'язок, який задовольняє певні умови. Далі за допомогою перевірконої теореми встановлюється зв'язок між ймовірністю небанкрутства при використанні оптимальної стратегії та розв'язком рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана, існування якого вже доведено.

Для випадку, коли розміри страхових вимог мають показниковий розподіл, показано, що стратегія, яка полягає в тому, щоб ніколи не використовувати умовну франшизу, не є оптимальною.

Отже, використання оптимальної стратегії вибору рівня умовної франшизи дозволяє збільшити ймовірність небанкрутства. Як свідчать чисельні приклади, що розглядаються, використання такої оптимальної стратегії є особливо корисним при невеликих значеннях початкового капіталу.

ПРО ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ БАЙЄСА В ЗАДАЧАХ ОЦІНКИ РИЗИКУ АВАРІЙ НА ГІДРОСПОРУДАХ

Романчук К.Г., Стефанишин Д.В.

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного
простору НАН України, Київ

c.romanchuk@mail.ru, dvstefanyshyn@yahoo.com

Формула Байєса:

$$P(B_i | A) = P(B_i) \cdot P(A | B_i) / P(A), \quad (1)$$

де $P(B_i)$ – ймовірність події-причини B_i , з якою пов'язується виникнення події-наслідку A ймовірністю $P(A)$, $P(A | B_i)$ – умовна ймовірність виникнення події-наслідку A в результаті події-причини B_i , дозволяє обчислювати умовну ймовірність $P(B_i | A)$ того, що подія A відбулася саме через причину B_i серед n попарно несумісних, що утворюють повну групу, подій-причин, $i = \overline{1, n}$.

Можливість ідентифікації найбільш ймовірних подій-причин наслідкових подій, за умови несумісності подій-причин, зумовило широке використання методу Байєса при розв'язанні прикладних задач діагностики, розпізнавання, прийняття рішень в умовах невизначеності [1].

Однак при розв'язанні практичних задач з оцінки ризику аварій на гідропоруках досить часто має місце сумісність подій-причин, що аварії викликають.

Як показує практика, аварії на гідропоруках можуть розвиватися за різними сценаріями, як несумісними, так і сумісними, і з самих різноманітних причин (сумісних, несумісних, незалежних, залежних, внутрішніх, зовнішніх тощо). Крім того аварії на гідропоруках, як і причини, що їх викликають, зазвичай розглядаються як події-припущення, а не як статистичні події-факти, оскільки гідропоруди, як об'єкти, відзначаються надзвичайною індивідуальністю та унікальністю. Тому ймовірності, якими оперують при розв'язанні задач з оцінки ризику аварій на гідропоруках, здебільшого є байєсівськими ймовірностями [2].

Показано, що:

1) перехід від байєсівських ймовірностей $P(B_i | A)$, $i = \overline{1, n}$, до повних (безумовних) ймовірностей реалізації гіпотетичних форм аварії A_i (сценаріїв виникнення й розвитку аварії) на гідроспоруді, що пов'язуються з різними подіями-причинами B_i , $i = \overline{1, n}$, може здійснюватися за формулою повної ймовірності у вигляді:

$$P(A_i) = P(A) \cdot P(B_i | A), \quad (2)$$

де $P(A_i)$ – повна (безумовна) ймовірність i -ї форми аварії або сценарію виникнення й розвитку аварії на гідроспоруді;

2) умовні ймовірності $P(A | B_i)$, $i = \overline{1, n}$, можуть представлятися як нормалізовані «ваги» ймовірностей $P(B_i)$ відповідних подій-причин B_i :

$$P(A | B_i) = P(B_i) / \sum_{i=1}^n P(B_i). \quad (3)$$

Розглянуто приклади застосування формули Байєса (1) при оцінці ймовірностей деяких характерних форм аварій та сценаріїв виникнення й розвитку аварій на гідроспорудах, як подій, що визначаються у вигляді припущень, та узагальненого ризику збитків від аварій у вигляді суми ймовірних збитків:

$$R(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot D(A_i), \quad (4)$$

де $D(A_i)$ – збитки, що викликаються подіями A_i , $i = \overline{1, n}$.

Література

1. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев. – М.: Наука, 1979. – 495 с.
2. Романчук К.Г. Використання байєсівських моделей в оцінках ризику при управлінні безпекою природно-технічних систем / К.Г. Романчук // Системний аналіз. Інформатика. Управління. Тези доповідей II Всеукраїнської науково-практичної конференції. 10-11.03. 2011 / Класичний приватний університет. – Запоріжжя: 2011. С. 184-186.

ПОДАННЯ НАПІВСТРУКТУРОВАНИХ ДАНИХ В ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ НАВЧАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

Россада Т.В., Скляр А.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

t.rossada@gmail.com, a.sklyar@seeker.pp.ua

Інтелектуальні навчальні системи (ІНС) відрізняються від звичайних систем електронного навчання, розповсюджених нині, перш за все здатністю до адаптивної взаємодії з учнем: вони мають, з одного боку, визначати шлях навчання, який найбільше відповідає поточним потребам учня, і з іншого боку, бути здатними відобразити навчальний матеріал у тому вигляді, який би найбільше відповідав його уподобанням [1].

Однією з важливих, на нашу думку, проблем, які постають при побудові ІНС, є гнучке й водночас виразне представлення різнотипних даних, якими оперує така система: починаючи від окремих мультимедійних теоретичних матеріалів і навчальних задач, організованих у цілісний курс навчання, завершуючи моделями поведінки учня при розв'язанні проблемних ситуацій та представленням його знань та засвоєних умінь [1]. Строга структуризація даних значно обмежує їх виразну потужність та гнучкість, тому для цих потреб доцільно використовувати напівструктуровані дані — з нерегулярною та нечіткою структурою, яка може змінюватися під час обробки [2-4].

Застосування напівструктурованих даних в ІНС породжує нові проблеми, які вимагають вирішення. Зокрема, при роботі з напівструктурованими даними допускається неоднозначність іменування, синонімія та деякі інші аспекти, які відкривають перед ІНС нові горизонти для більшого їх наближення до імітації реальної взаємодії “вчитель — учень”, проте ці аспекти ієрархічних даних потребують додаткових досліджень.

У [5] було введено номінативні множини, що допускають неоднозначність іменування, доведена теорема про монотонність та еквітонність програм над такими даними. У даному повідомленні досліджується еквівалентність даних, що допускають неоднозначність іменування, доводиться теорема про збереження програмами композиційної мови $SICON_R$ еквівалентності, яка базується на початковій еквівалентності базових значень.

Література

1. Валькман Ю.Р., Скляр А.В. Сравнительный анализ моделей знаний обучаемого в интеллектуальных обучающих системах.
2. Brian F. Cooper, Neal Sample, Michael J. Franklin, Gisli R. Hjaltason and Moshe Shadmon. A fast index for semistructured data // VLDB – Roma, 2001. – pp.341–350.
3. J. McHugh, J. Widom, S. Abiteboul, Q. Luo, and A. Rajaraman. Indexing Semistructured Data. Technical Report, January 1998.
4. Nikitchenko N.S. A Composition Nominative Approach to Program Semantics // Technical Report IT-TR: 1998-020. – Technical University of Denmark. – 1998. – 103 p.
5. Россада Т.В. Формалізація багатозначного іменування у мовах програм над номінативними даними // Вісник київського національного університету. Серія: фізико-математичні науки. – 2012 – Вип. 1.

СТРАТЕГІЯ ВІДНОВЛЕННЯ ПОДРІБНЕНИХ ДОКУМЕНТІВ

Руснак М., Хомнюк І.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
mrcc-dpt@chnu.edu.ua

Нехай задано фрагменти документа, механічно розкряного на прямокутники однакового розміру. Ці фрагменти розміщено на горизонтальній поверхні лицевою стороною догори. За допомогою сканера або фотоапарата отримують вихідне зображення. Задача полягає у максимально повному відтворенні змісту початкового документа.

В припущенні, що документ має одну інформативну сторону і фрагменти документа на вихідному зображенні не перетинаються, запропоновано стратегію розв'язування поставленої задачі. Стратегія складається із алгоритму склеювання фрагментів зображення та інтерактивної процедури оцінки якості отриманих частин документа і, при необхідності, ручного внесення змін.

Склеювання фрагментів зображення розпочинається із вирівнювання фрагментів на зображенні так, щоб мінімізувати вплив цифрового представлення контурів. При цьому вдається позбутися впливу завад при розрізанні та оцифруванні документу. Далі для кожної сторони фрагмента обчислюється набір ознак, які в подальшому дозволяють склеювати фрагменти. Зауважимо, що

алгоритм побудовано так, щоб його було зручно розпаралелити для виконання на багатопроцесорних обчислювальних системах.

Оцінка якості отриманих частин документа здійснюється оператором у інтерактивному режимі. При цьому передбачено редагування набору фрагментів, зміна їх орієнтації та взаєморозміщення.

Рекурсивне використання запропонованої стратегії дозволило досягнути прийнятних результатів при роботі із тестовими зображеннями.

Література

1. Шапиро Л. Компьютерное зрение / Л. Шапиро, Дж. Стокман. – М.: Бинум, 2006. – 752 с.
2. Богуславский А.А. Си++ и компьютерная графика / А.А. Богуславский. – М.: КомпьютерПресс, 2003. – 352 с.

СТРАТЕГІЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗКРОЮ

Руснак М., Юрїїв В.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
mpcc-dpt@chnu.edu.ua

Розглядаються задачі оптимального розкрою прямокутних заготовок на деталі прямокутної форми. Доцільно використовувати тільки раціональні способи розкрою матеріалів з ціллю зменшення відходів і витрати матеріалів на виробництві. Спосіб розкрою одиниці матеріалу називається [1] раціональним, якщо збільшення числа заготовок одного вигляду можливо тільки за рахунок скорочення числа заготовок іншого вигляду.

Розглянемо модель розкрою з мінімальною витратою заготовок

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^p x_{ij} &\rightarrow \min; \\ \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^p a_{ijk} x_{ij} &\geq b_k, \quad k = 1, \dots, q; \\ x_{ji} &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad i = 1, \dots, p, \end{aligned}$$

де x_{ji} – кількість заготовок виду j , що розкроюються способом i ,
 a_{jik} – кількість деталей вигляду k , отриманих при розкрою

заготовки виду j способом i ; b_k – число деталей вигляду k , що використовується для виготовлення одного виробу. Зауважимо, що при врахуванні технологічних вимог – способу розрізу, можливості повороту заготовок, урахування допусків і ширини розрізів, задача є надзвичайно складною.

Пропонується стратегія розв’язування задачі оптимального розкрою, яка містить два етапи. На першому етапі методом направленого перебору визначаються раціональні способи розкрою матеріалу. На другому – будується та розв’язується задача лінійного цілочислового програмування для визначення інтенсивності використання раціональних способів розкрою. Запропонована стратегія реалізована мовою VBA в MS Excel і підтвердила свою праездатність на серії модельних прикладів.

Література

1 Канторович Л.В. Рациональный раскрой промышленных материалов / Л.В. Канторович, В.А. Залгаллер. — Новосибирск: Издательство Наука, 1971. – 301с.

ЗАДАЧІ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ ДЛЯ ПРОЦЕСІВ ГЕТЕРОДИФУЗНОГО МАСОПЕРЕНОСУ

Савула Я., Щербата Г., Щербатий М.

Львівський національний університет імені Івана Франка

savula@lnu.edu.ua, shcherbatyy@gmail.com,

shhelenka@gmail.com

Процес гетеродифузного масопереносу описується системою рівнянь параболічного типу [1]

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^3 d_{ij} \vec{\nabla} c_j \right) + \sum_{j=1}^3 a_{ij} c_j + f_i, \quad (t, \xi) \in \Omega = \Omega_t \times \Omega_\xi, \quad i = 1, 2, 3.$$

Рівняння моделі доповнюються відповідними початковими та крайовими умовами.

Шукана функція $c(t, \xi) = (c_1(t, \xi), c_2(t, \xi), c_3(t, \xi))^T$ залежить від параметрів моделі – коефіцієнтів рівнянь моделі та початково-крайових умов. Позначимо через p – вектор невідомих параметрів моделі, які підлягають визначенню (ідентифікації) на основі відомих значень $g_{zk}(t, \xi)$, $k = \overline{1, K}$ певних характеристик

$g_k(t, \xi, c, p)$, $k = \overline{1, K}$ процесу. Параметри p знаходяться шляхом мінімізації функціоналу

$$\psi(p) = \sum_{k=1}^K \int_{\Omega} \|g_k(t, \xi, c, p) - g_{zk}(t, \xi)\| d\Omega \rightarrow \min_p.$$

Для обчислення вектора коефіцієнтів чутливості $d\psi / dp$, який є необхідною складовою градієнтних методів оптимізації, використано прямий метод диференціювання, метод спряжених змінних та метод скінченних різниць [2]. Приведено розв'язки задач аналізу чутливості та ідентифікації параметрів для процесу гетеродифузного масопереносу домішкової речовини у шарі ґрунту. Проаналізовано ефективність різних підходів для обчислення коефіцієнтів чутливості.

Література

1. Чапля Є.Я. Фізико-математичне моделювання гетеродифузного масопереносу / Чапля Є.Я., Чернуха О.Ю. – Львів: СПОЛОМ, 2003-128 с
2. Савула Я. Аналіз чутливості розв'язків задач одновимірної гетеродифузії стосовно змін параметрів середовища / Савула Я., Щербата Г. // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2011. - №14. – С. 133-142.

МОДЕЛЮВАННЯ СМО З НЕ НАЙПРОСТІШИМ ВХІДНИМ ПОТОКОМ

Садов'як А., Гуцул Д.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
mpcc-dpt@chnu.edu.ua

Розглядається одноканальна СМО з чергою, на яку поступає довільний вхідний потік з інтенсивністю λ і коефіцієнтом варіації v_λ , $0 < v_\lambda < 1$. Час обслуговування $T_{об}$ також має довільний розподіл з середнім значенням $t_{об} = 1/\mu$ і коефіцієнтом варіації v_μ , $0 < v_\mu < 1$. В цьому випадку точних аналітичних формул отримати не вдається; можна тільки наближено оцінити середню довжину черги, обмеживши її зверху і знизу.

Доведено [2], що в цьому випадку

$$\frac{\rho^2(v_\lambda^2 + v_\mu^2)}{2(1-\rho)} - \frac{\rho(1-v_\lambda^2)}{2} \leq L_{черги} \leq \frac{\rho^2(v_\lambda^2 + v_\mu^2)}{2(1-\rho)} + \frac{(1-\rho)(1-v_\lambda^2)}{2}$$

Якщо вхідний потік – найпростіший, то обидві межі – верхня і нижня співпадають. Для грубо наближеної межі середньої довжини черги М. А. Файнберном [3] отримана дуже проста формула:

$$L_{\text{черги}} \approx \frac{\rho^2 (v_{\lambda}^2 + v_{\mu}^2)}{2(1 - \rho)}.$$

Середнє число замовлень в системі отримуємо з $L_{\text{черги}}$ простим додаванням ρ - середнє число замовлень, які обслуговуються:

$$L_{\text{сист.}} = L_{\text{черги}} + \rho$$

Отже, характеристики одноканальних СМО з необмеженою чергою можуть бути (якщо не точно, то наближено) знайдені і у випадках, коли вхідний потік не найпростіший.

Робота такої СМО змодельована на ПК в середовищі C++ Builder 2006.

Література

1. Вентцель Е. С. Исследование операций. М: «Советское радио».: 1974 г., - 204 с.
2. Саати Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения.— М.: Советское радио, 1971.
3. Платонов Г. А., Файнберг М. А., Штильм а н М. С. Поезда, пассажиры и. математика.— М.: Транспорт, 1977.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МАКСШЕРРІ ДЛЯ ГЕНЕРУВАННЯ ШТУЧНИХ ЕКГ СИГНАЛІВ.

Сарабун Р.О.

ТДМУ ім. І.Я.Горбачевського, Україна

romasar86@gmail.com

Нові біомедичні алгоритми обробки електрокардіосигналів, як правило, оцінюють їх застосуванням до ЕКГ, які зберігають у великій базі даних. Маючи доступ до реалістичних штучних сигналів ЕКГ можна полегшити цю оцінку. В даній роботі проведено огляд моделі призначеної для генерування штучних сигналів ЕКГ.

Модель МакШеррі генерує траєкторію ЕКГ в трьох вимірному просторі з координатами (x, y, z) . Квазіперіодичність ЕКГ відображається рухом траєкторії по обмеженому колу в

площині (x, y) . Кожен прохід цього кола відповідає одному RR-інтервалу. Окремі зубці на ЕКГ, такі як P,Q,R,S,T, відображенні за допомогою руху траєкторії відносно осі z . Їх знаходять за фіксованими кутами $\theta_P, \theta_Q, \theta_R, \theta_S, \theta_T$ на колі в площині (x, y) .

Для побудови моделі використано систему трьох нелінійних диференціальних рівнянь:

$$x'(t) = \alpha x(t) - \omega y(t)$$

$$y'(t) = \alpha y(t) + \omega x(t)$$

$$z'(t) = - \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp \left(- \frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2} \right) - (z(t) - z_0(t))$$

де $\alpha = 1 - \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}$, $\Delta \theta_i = (\theta - \theta_i) \bmod 2\pi$, $\theta = \text{atan2}(y(t), x(t))$ і ω - кутова швидкість, $z_0(t) = A \sin(2\pi f_2 t)$, $A = 0,15 \text{ мВ}$.

Для визначення параметрів θ_i, a_i, b_i використано візуальний аналіз ЕКГ здорового пацієнта.

Очевидно, що час, необхідний для завершення одного циклу синтетичного сигналу дорівнює RR-інтервалу ЕКГ. Відмінності в довжині RR-інтервалів можуть бути включені шляхом зміни кутової швидкості ω .

Дану модель реалізовано у вигляді бібліотеки Java-класів.

ПРОГРЕСИВНІСТЬ СИСТЕМИ МІЖБЮДЖЕТНИХ ТРАНСФЕРТІВ УКРАЇНИ

Семенов В.В.

Інститут демографії та соціальних досліджень імені

М.В.Птухи НАН України

semenovsr@meta.ua

Основним інструментом перерозподілу ресурсів між регіонами є система міжбюджетних трансфертів, яка є прогресивною, якщо ефективна ставка трансферту, тобто, відношення обсягу трансферту на особу до показника, який вирівнюється (власні надходження до регіонального бюджету, валовий регіональний продукт тощо) зменшується із зростанням цього показника. Це також означає, що гранична ставка трансферту менша середньої, або, в термінах еластичності, еластичність трансферту по

регіональним доходам повинна бути меншою одиниці. Прогресивність системи міжбюджетних трансфертів України досліджена за допомогою трьох економетричних моделей та індексів прогресивності і перерозподілу. Недоліком економетричних критеріїв є апіорне припущення стосовно функціональної залежності податкових надходжень та обсягу трансфертів від валового регіонального продукту із подальшою перевіркою гіпотези про прогресивність лише в моделі, яка розглядається. Критерії, які засновані на індексах прогресивності та перерозподілу, такого недоліку не мають.

Отримані результати свідчать, що в 1999-2005 рр. уряд у більшій мірі орієнтувався на виділення загальноцільових безумовних грантів. У період 2006-2009 рр. вплив грантів співфінансування стає домінуючим, утворюючи позитивні стимули до зростання власних податкових надходжень регіонів. Згідно із отриманими результатами найбільш потужний вплив система міжбюджетних трансфертів має на фінансування освіти. Аналіз результатів дослідження дозволяє оцінити вплив власних ресурсів регіонів та міжбюджетних трансфертів на обсяги та стабільність фінансування трьох головних соціальних програм: освіти, охорони здоров'я та соціального захисту. Головний результат полягає у тому, що в Україні утворено дві групи регіонів для яких (перша група) домінуючу роль у фінансуванні трьох галузей соціальної інфраструктури відіграють власні ресурси та (друга група) міжбюджетні трансфери. Таким чином, є підстави для гіпотези про процес міжрегіональної поляризації (міжрегіональної дивергенції) за даною ознакою.

ДЕЯКІ ПІДХОДИ ДО ВИБОРУ З ПАРЕТО МНОЖИНИ

Семенов В.В., Степовий Д.В.

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

hunt.semen@gmail.com, bqa.dima@gmail.com

Досліджена багатокритеріальна задача вигляду:

$\min \{f(x) \mid x \in X\}$, де $X \subseteq Z^n \subset R^n$, $X \neq \emptyset$, $|X| < \infty$, f – векторна функція, $f: E \rightarrow F$, тобто задача полягає у знаходженні такої точки $\bar{x} \in X$, що $f(X) \cap (f(\bar{x}) - K \setminus \{0\}) = \emptyset$. Позначимо $E_K(f, X)$

множину розв'язків задачі, а елементи цієї множини будемо називати Парето-оптимальними розв'язками. Багатокритеріальні алгоритми оптимізації можуть породжувати великі множини Парето-оптимальних розв'язків. Ідентифікація найкращих розв'язків по дуже великій кількості Парето-оптимальних розв'язків може бути складною. Тому для ОПР корисно мати можливість отримувати малу множину переважних Парето-оптимальних розв'язків. Дана дискретна задача оптимізації аналізується для отримання опти-мальних підмножин розв'язків із великих множин Парето-опти-мальних розв'язків. Розглянемо нове поняття, що називається **ранг** границі Парето. Розв'язки безпосередньо на границі мають ранг 1. Якщо видалити ці розв'язки, а потім порахувати нову границю, то розв'язки на цій границі будуть мати ранг 2 і т.д. Така процедура називається **недоміноване сортування**. Ранг не єдиний спосіб використання границі Парето для обчислення переваги. Можна також визначити **силу** розв'язку, рівну кількості розв'язків, які домінуються за Парето даним розв'язком. Можна використовувати **силу розв'язку** як його переваги. Однак сила не обов'язково показує, наскільки близько розташований розв'язок до границі Парето. Дійсно, розв'язки по краях границі часто є не такими сильними, як розв'язки досить далекі від границі. Замість сили можна визначати **слабкість** розв'язку, як **кількість** розв'язків, що домінують даний. Очевидно, що розв'язки на границі Парето мають слабкість рівну 0, а розв'язки далі від границі мають більшу слабкість. Деякою більш вдалою версією слабкості розв'язку є його **квалітет**: сумарна загальна сила всіх розв'язків, що домінують даний. Бажано, щоб квалітет була якнайменше. Недомінований розв'язок має квалітет рівну 0. Міра схожості обчислюється як від-стань до інших розв'язків, зокрема, до k -го найближчого розв'язку.

ПАРАМЕТРИЧНИЙ ТА ПОСТОПТИМАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Н.В. Семенова, М.В. Мартиновська

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
nvsemenova@meta.ua

Параметричний аналіз задач математичного програмування проводиться на основі моделей та методів параметричного програмування, предметом якого є задачі оптимізації, всі чи окремі

коефіцієнти яких є функціями одного або декількох параметрів. Ставиться питання про опис оптимальних розв'язків всіх задач деякого сімейства без необхідності досліджувати кожну з них при конкретних значеннях параметрів. Техніка пост оптимального аналізу та параметричної оптимізації добре розвинена для задач лінійної оптимізації. І хоча їх практична роль на сьогодні досить вагома, у контексті дискретної векторної оптимізації ці методи знаходяться лише на стадії розробки. В даній роботі проведено аналіз відомих досліджень [1] і закладені основи для подальшого вивчення параметричних векторних задач дискретної оптимізації.

На практиці досить часто приходиться розв'язувати не одиничні цілочислові задачі, а цілі сімейства таких задач, що представляють інтерес. Члени такої родини можуть мати однакову структуру, але розрізнятися за значенням одного або декількох коефіцієнтів; або ж вони можуть навіть мати різні (але пов'язані) структури. Для того, щоб визначити, навіть локально, вплив різних параметрів на оптимальні розв'язки, загалом треба заново розв'язати задачу. Задачі цілочислової оптимізації можуть вести себе хаотично, їх поведінку важко передбачити через наявність розриву двоїстості. Необхідність аналізу спадковості є потужним стимулом для розвитку методів, які можуть розв'язувати сімейства відповідних задач із зусиллями, меншими ніж ті, що затрачаються на для розв'язання кожної задачі з родини. Розглянуто питання, що мають відношення до постоптимального та параметричного аналізу в цілочисловій оптимізації: 1) маючи оптимальний розв'язок даної цілочислової задачі, в якій мірі можуть бути змінені її дані без втрати оптимальності цього розв'язку? 2) маючи розв'язок однієї або декількох задач сімейства цілочислових задач, що можна сказати про оптимальне значення і/або розв'язки інших членів цієї родини? 3) Як алгоритми дискретної оптимізації можуть бути модифіковані для більш ефективного розв'язання параметричних задач?

Література

1.Сергиенко И.В., Козерацкая Л.Н., Лебедева Т.Т. Исследование устойчивости и параметрический анализ дискретных оптимизационных задач – К.: Наук.думка, 1995.

ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ НА ОСНОВІ ЛІНІЙНИХ ІНТЕРВАЛЬНИХ ОБМЕЖНИКІВ

Сеньо П.С.

Львівський національний університет імені Івана Франка
petrosny@ukr.net, senio_ps@point.lviv.ua

Ефективність кожного інтервального методу та його швидкість збіжності суттєво залежить від виду та точності апроксимації функції $f(x)$ та (або) її похідних, які визначають математичну модель поставленої задачі. Інтервальне розширення функції $f(x)$ на інтервалі X є деяким фіксованим інтервалом, межі якого задають відрізки прямих (лінійні обмежники), паралельні осі абсцис, між якими на даному інтервалі гарантовано знаходиться графік цієї функції.

Марков С.М. розробив інтервальну арифметику напрямлених інтервалів [1], яка дає можливість значно уточнити інтервальне розширення функції. Однак ця арифметика стосується лише монотонних функцій.

Нами розроблена інтервальна арифметика лінійних обмежників, яка узагальнює класичну інтервальну математику та математику напрямлених інтервалів для будь-яких обмежених на інтервалі X функцій. Вона дає можливість побудувати кусково-лінійні міноранти та мажоранти такої функції на даному інтервалі, які з максимально можливою точністю апроксимують функцію $f(x)$ не спотворюючи її основні властивості.

Методи розв'язування основних задач обчислювальної математики, які враховують так побудовані інтервальні розширення функції $f(x)$ та (або) її похідних математичної моделі поставленої задачі, значно ефективніші від відповідних класичних методів та мають вищі порядки збіжності. На цій основі побудовані [2] методи розв'язування систем нелінійних рівнянь та нерівностей, задач на екстремум, задачі Коші, граничних та крайових задач.

Література

1. Markov Svetoslav M. On the presentation of ranges of monotone functions using interval arithmetic // Interval Computations, 1992, - № 4(6), p 19-31.
2. Сеньо П.С. Інтервальні методи розв'язування деяких класів детермінованих задач // Вісн. Львів. уні-ту. - сер. прикл. матем. та інформ. 2003. - Вип 7. С.86-96.

ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАНИЧНИХ КОНЦЕНТРАЦІЙ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РОСТУ КУЛЬТУРИ МІКРООРГАНІЗМІВ

Сіренко І.П.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
i.sirenko@gmail.com

В роботі досліджується граничні концентрації моделі Херберта, яка описує ріст популяції клітин мікроорганізмів в періодичній глибинній культурі.

Модель описується системою рівнянь у безрозмірних змінних

$$\frac{dx}{dt} = x \left(\frac{y}{1+y} - \alpha \right), \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{xy}{1+y}, \quad x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0,$$

де x — концентрація біомаси, y — концентрація субстрату, x_0 — початкова концентрація біомаси, y_0 — початкова концентрація субстрату, α — постійна, що характеризує ефективність перетворення субстрату в біомасу.

При $y_0 < y^* = \alpha / (1 + \alpha)$, де y^* — концентрація субстрату при якій досягається максимум концентрації біомаси, модель можна інтерпретувати як відображення процесу очищення середовища з використанням мікроорганізмів.

Теорема. Існує гранична концентрація забруднення середовища, що залежить від фізіологічних параметрів культури та початкових значень, нижче якої очистити середовище за допомогою культивування в ній мікроорганізмів неможливо.

Наслідок. Якість очищення середовища залежить від ступеня початкового забруднення:

- 1) якщо концентрація забруднення більша за y^* , якість очищення середовища з більшою початковою концентрацією забруднення буде кращою;
- 2) якщо концентрація забруднення менша за y^* , якість очищення середовища з меншою початковою концентрацією забруднення буде кращою.

РОЗРОБКА БДЖОЛИНОГО АЛГОРИТМУ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ НА ПЕРЕСТАНОВКАХ

Сидорук Ганна

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

anna.sydoruk@gmail.com

В роботі пропонується алгоритм розв'язання задач на перестановках, який базується на методі вибору партнерів в бджолиних колоніях [1]. У просторі перестановок генерується допустимий розв'язок (матка). Цей розв'язок покращується за допомогою деякого траєкторного алгоритму. Матка, ініціалізована енергією $E(0)=E_0$ та швидкістю $S(0)=S_0$, рухається в просторі, випадковим чином обираючи трутнів (допустимі розв'язки). Ймовірність обрання трутня залежить від значення його фітнес-функції. Після спарювання швидкість та енергія матки зменшуються. Коли рівень енергії стає нижчим певного рівня, матка повертається у вулик, де відбуваються схрещування та мутації. Маткою стає найкращий нащадок.

Загальна схема алгоритму:

Випадково генеруємо та покращуємо матку;

for наперед задана кількість шлюбних вильотів **do**

$E = E_0$; $S = S_0$; // S_0 , E_0 – початкові значення

while $E > 0$ **do** випадковим чином генеруємо трутня;

if $\exp\left(\frac{-\Delta(f)}{E(t)}\right) > \text{rand}()$ **then** зберігаємо трутня;

// Δf - абс. різниця знач. фітнес-функцій матки та трутня;

$E(t+1) = E(t) - \gamma$; $S(t+1) = \alpha \cdot S(t)$; // γ , α - параметри;

endwhile;

генеруємо нащадків за допомогою схрещування та мутації;

покращуємо нащадків;

if найкращий нащадок краще матки **then** замінюємо матку;

endfor

Розроблений алгоритм реалізовано в середовищі Matlab. Його ефективність підтверджена результатами обчислювального експерименту із розв'язання серії практичних задач комівояжера.

Література

1. Talbi E.G. Metaheuristics: From Design to Implementation / Talbi E.G. - New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009. – 618с.

ПРАКТИЧНА СТІЙКІСТЬ ЛІНІЙНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ ЗІ ЗМІНОЮ ВИМІРНОСТІ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ

Сопронюк О.Л.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
osopr@mail.ru

На відрізку $[T_0, T_1]$ з розбиттям $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N\}$, де
 $\tau_j = [t_{j-1}, t_j)$, $j = \overline{1, N-1}$, $\tau_N = [t_{N-1}, t_N]$,
 $t_0 = T_0 < t_1 < \dots < t_{N-1} < t_N = T_1$ розглянемо динамічну систему

$$\frac{dx^{(j)}(t)}{dt} = A_j(t)x^{(j)}(t) + G_j(t)\alpha^{(j)} + f^{(j)}(t), \quad t \in \tau_j, \quad (1)$$

за умов зміни вимірності фазового простору

$$x^{(j)}(t_{j-1}) = C_j x^{(j-1)}(t_{j-1}-), \quad (2)$$

де $A_j(t)$ – квадратна матриця порядку n_j , $x^{(j)}(t) \in R^{n_j}$ – вектор фазового стану системи (1), $G_j(t)$ – прямокутна матриця розмірності $n_j \times m_j$, $\alpha^{(j)}$ – вектор параметрів розмірності m_j , $f^{(j)}(t) \in R^{n_j}$ – вектор зовнішніх збурень, $t \in \tau_j$, C_j – матриця розмірності $n_j \times n_{j-1}$, причому $C_1 = E_1$ – одинична матриця порядку n_1 , $j = \overline{1, N}$.

Нехай елементи матриць $A_j(t)$, $G_j(t)$ – інтегровні на проміжках τ_j , а постійно діючі збурення $f^{(j)}(t)$, $t \in \tau_j$ вважатимемо відомими або ж невідомими, але обмеженими за нормою

$$\|f^{(j)}(t)\| = \left(\int_{t_{j-1}}^{t_j} \left(\sum_{i=1}^{n_j} |f_i^{(j)}(\tau)|^q \right)^{\frac{q_1}{q}} d\tau \right)^{\frac{1}{q_1}} \leq \bar{R}_j, \quad 1 \leq q < \infty, \quad 1 \leq q_1 < \infty, \quad (3)$$

де $\bar{R}_j$ – деякі сталі.

Для системи (1) за умов (2), (3) сформульовано означення $\{G_0^x, G_0^\alpha, \Phi_t^1, \Phi_t^2, \dots, \Phi_t^N, T_0, T_1\}$ – стійкості та за відомих збурень одержані необхідні та достатні умови вказаної стійкості.

СПЛАЙНОВА СХЕМА РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО РІВНЯННЯ АДВЕКЦІЇ-ДИFUЗІЇ В ЛАГРАНЖЕВІЙ ФОРМІ

Стеля О.Б., Стеля І.О., Тригуб О.С.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Національний університет Києво-Могилянська академія

Oleg.Stelya@gmail.com

Розглядається нестационарне рівняння адвекції-дифузії при значному домінуванні дифузійного члена над адвективним. При застосуванні чисельних методів для його розв'язання виникають значні труднощі. Це обумовлено подвійною природою рівняння: коли у переносі переважає адвекція, рівняння веде себе як рівняння першого порядку, а коли у переносі переважає дифузія, рівняння веде себе, як параболічне рівняння другого порядку.

Розглядається початково-крайова задача для рівняння адвекції-дифузії записаного в лагранжевій формі:

$$\frac{du}{dt} = D(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad x \in (0, L), \quad t > 0,$$
$$u(0, t) = U_0(t), \quad u(L, t) = U_L(t), \quad u(x, 0) = g(x),$$

де $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V(x, t) \frac{\partial}{\partial x}$ — субстанційна похідна, яка визначає швидкість зміни концентрації мігранта в рухомій точці.

Для побудови різницевої схеми використовується параболічний сплайн. Застосування такого сплайна для розв'язання нестационарних рівнянь запропоновано в роботі [1]. Різницева схема має вигляд

$$\alpha \varphi_{\tau_{i-1}}^{k+1} - \gamma \varphi_{\tau_i}^{k+1} + \beta \varphi_{\tau_{i+1}}^{k+1} = -(f_{x_{i+1}}^{k+1} + f_{x_i}^{k+1}) / 2 - (\varphi_{x_{i+1}}^k + \varphi_{x_i}^k) / 2\rho,$$

де $\alpha = \frac{D}{h^2} - \frac{1}{8\rho}$, $\gamma = \frac{2D}{h^2} + \frac{3}{4\rho}$, $\beta = \frac{D}{h^2} - \frac{1}{8\rho}$, h, ρ — кроки за

простором та часом.

Література

1. Стеля О.Б. Сплайнова схема розв'язання нестационарного рівняння конвекції-дифузії / О.Б. Стеля // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – 2011. – №1(104). – С. 136–142.

ПРО НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ ТА НЕЧІТКІСТЬ ДОВГОСТРОКОВИХ ПРОГНОЗІВ ЗА ДАНИМИ СПОСТЕРЕЖЕНЬ НА ОСНОВІ ЕКСТРАПОЛЯЦІЙ

Стефанишина-Гаврилюк Ю.Д., Стефанишин Д.В.

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного
простору НАН України, м. Київ

stefanishina@yahoo.com, dvstefanyshyn@yahoo.com

Розглядається задача довгострокового прогнозування на основі екстраполяцій за даними спостережень, представлених варіаційними рядами або однорідними, монотонними рядами динаміки. Для варіаційних рядів в якості апроксимуючих моделей-екстраполяцій використовуються функції розподілу ймовірності, для рядів динаміки – тренди.

Показано, що на інтервалах, що відповідають даним спостережень (на ретроспективі), різні гіпотези – апроксимуючі моделі-екстраполяції такі як тренди (або регресійні залежності) та функції розподілу ймовірності часто дають близькі результати. Однак при пролонгації інтервалів, особливо при екстраполяції на віддалену перспективу, спостерігається значна розбіжність результатів, що дають близькі моделі, в тому числі і у випадках, коли апроксимуючі моделі однаково добре погоджуються з натурними даними.

Зазвичай при виборі апроксимуючої функції для побудови моделі-екстраполяції на основі даних спостережень орієнтуються на гіпотезу, яка найкраще відповідає вибраному критерію ретроспективного моделювання, з мінімізацією відповідних функціоналів для похибок або з максимізацією коефіцієнтів детермінації [1].

При цьому реалізується принцип оптимізації – пошук оптимальної, найкращої в певному сенсі моделі-екстраполяції.

Однак, як відомо, процес оптимізації передбачає певні граничні обмеження при моделюванні (наприклад, в методі найменших квадратів використовується гіпотеза про незалежність похибок як випадкових величин і нормальний закон їхнього розподілу, гіпотеза про сталість дисперсії похибок в межах моделі тощо). На практиці всі граничні обмеження зазвичай не виконуються, причому, з ростом вибірки даних спостережень невизначеність, пов'язана з вибором «оптимальної» моделі, може зростати [2].

Ускладнення моделі в таких випадках, зокрема через збільшення її розмірності за рахунок врахування більшої кількості визначальних факторів тощо, також не дозволяє знизити

невизначеність прогнозування. Задачі прогнозування на основі натурних даних, а це обернені задачі, є некоректно поставленими. Тому ускладнення моделей може супроводжуватися порушенням стійкості розв'язків [3] і розбіжністю результатів прогнозування, що, зазвичай, й має місце на практиці.

Імовірнісне прогнозування, по суті, є багатоваріантним прогнозуванням. У його основі лежить розгляд різних варіантів прогнозу (гіпотез, моделей, сценаріїв, припущень тощо) і вибір серед них кращих (наприклад, більш імовірних). При цьому завжди залишається ризик того, що події можуть піти в іншому, відмінному від модельного варіанта, напрямку.

З метою подолання невизначеності та мінімізації ризику при прогнозуванні на основі екстраполяцій пропонується здійснювати «зважування» перспективних оцінок, отриманих за допомогою різних моделей, з використанням імовірнісної або нечіткої міри.

При використанні імовірнісної міри будується «суміш» прогнозів з оцінкою «зважених» за ймовірністю значень прогнозованого параметра на розрахунковому інтервалі часу (горизонті прогнозування) [4]. При використанні нечіткої міри різні варіанти моделей-екстраполяцій приймаються в якості експертних оцінок з обробкою отриманих при цьому результатів прогнозування методами теорії нечітких множин та нечіткої логіки [5].

Література

1. Єріна А.М. Статистичне моделювання та прогнозування / А.М. Єріна. – К.: КНЕУ, 2001. – 170 с.
2. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 487 с.
3. Тихонов А.Н. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация / А.Н. Тихонов, А.В. Гончарский и др. – М: Наука, 1983. – 198 с.
4. Стефанишин Д.В. Вибрані задачі оцінки ризику та прийняття рішень за умов стохастичної невизначеності / Д.В. Стефанишин. – К.: Азимут-Україна, 2009. – 104 с.
5. Stefanyshyn D.V. A method for forecasting of expected annual damage on basis of time series analysis and fuzzy modeling / D.V. Stefanyshyn, Stefanyshyna Yu.D. // Proc. of Int. Scientific School «Modelling and Analysis of Safety and Risk in Complex Systems». July 6-10, 2010. Saint-Petersburg, Russia. P.P. 526-531.

ДО ПИТАННЯ ЕФЕКТИВНОГО ПЕРЕРАХУНКУ МАТРИЦІ ПРЯМИХ ВИТРАТ МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА З ВРАХУВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗМІН

Тадєєв Ю.П.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ytadeyev@gmail.com

Розглянемо модель Леонтьєва «витрати-випуск» [1], яка описується матричним рівнянням $x = Ax + y$, $y > 0$, $x \geq 0$. При умові, що корінь Фробеніуса $\lambda_A < 1$ [2], розв'язок моделі має вигляд $x = By$, де $B = (I - A)^{-1} \geq 0$ – матриця повних витрат.

Врахування технологічних змін (елементів матриці A), потребує повного перерахунку оберненої матриці B , що, як відомо з алгебри, потребує $O(n^3)$ арифметичних операцій.

Нехай матриця прямих витрат A набуває приросту ΔA , завдяки чому матриця повних витрат набуде приросту ΔB . Справедливою є наступна формула

$$\Delta B = ((I - B \Delta A)^{-1} - I)B, \quad (1)$$

При умові, що A набуває приросту ΔA за рахунок заміни технології, тобто ΔA матиме лише один ненульовий стовпчик Δ_{j_0} , добуток матриць $B \cdot \Delta A$ також буде мати лише один ненульовий стовпчик і в цьому випадку, з урахуванням (1), обернена матриця $(I - B \Delta A)^{-1}$ просто обчислюється у явному вигляді [3].

Розрахунок приросту ΔB за вказаними формулами вимагає лише $O(n^2)$ арифметичних операцій, що значно ефективніше повного перерахунку оберненої матриці B .

Література

1. Леонтьев В. Межотраслевая экономика. – М.: Экономика, 1997. – 479 с.
2. Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. Основи математичної економіки. – К.: Інформтехніка, 1995. – 320 с.
3. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. – СПб.: Издательство «Лань», 2002. – 736 с.

ЗАДАЧА МЕДІАПЛАНУВАННЯ ЯК ЗАДАЧА РОЗМІЩЕННЯ З ОБМЕЖЕННЯМИ

Тарасова О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
olga_ta@bigmir.net

У доповіді розглянуто задачу медіапланування як складову управлінської медійної діяльності з ефективного розміщення ефірних подій таким чином, аби досягнути оптимальної кількості цільової аудиторії [1,2]. Задачу медіапланування формалізовано для телевізійних ефірних подій як задачу дискретної оптимізації [3] та приведено до задачі розміщення з обмеженнями: у формалізації враховано можливу наявність інтервалів, заборонених для розміщення.

Для розв'язання поставленої задачі розроблено 4-кроковий алгоритм, що реалізовано засобами Borland Delphi [4]. Реалізацію алгоритму проілюстровано на прикладі розміщення двох рекламних блоків у годинному інтервалі за наявних обмежень при заданому оптимальному значенні зваженої цільової аудиторії.

Через стрімкий розвиток медіа носіїв та всього медійного ринку як світового, так і українського, а також з причини постійного росту конкуренції за увагу споживачів різного типу інформаційних повідомлень, питання якісного медіапланування стає дедалі актуальнішим. Особливої важливості набуває його практична можливість влучно та оптимальним чином контактувати з різними цільовими аудиторіями.

Отримані у проведеному дослідженні результати можуть бути застосовані при побудові медіа планів на телебаченні, на радіо та в Інтернет порталах, а також для кросс-медійного планування.

Література

1. Бузин В.Н. Медиапланирование. Теория и практика: учебное пособие. / В.Н. Бузин, Т.С. Бузина // М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010.– 495 с.
2. Панкрухин А.П. Маркетинг: большой толковый словарь / А.П. Панкрухин и др. / Под ред. Панкрухина А.П. – М.: Издательство «Омега-Л», 2010. – 264 с.
3. Гилл Ф. Практическая оптимизация. Пер. с англ. / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт // М.: Мир, 1985. – 509 с.
4. Фаронов В.В. Delphi. Программирование на языке высокого уровня: Учебник для вузов/ В.В. Фаронов // СПб.: Питер, 2006.–640 с.

ІНТЕГРАЛЬНІ ЗОБРАЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗВ'ЯЗАНОЇ ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ ОБЛАСТІ

Терещенко В.М., Терещенко О.В.

Київський Національний Університет імені Тараса Шевченка

v_ter@ukr.net, o_lena@inbox.ru

Робота присвячена розробці алгоритмів розв'язання зв'язаної квазістатичної задачі термопружності для кусково-однорідної області. Представлення термомеханічних параметрів матеріалів відповідних включень у вигляді характеристичних функцій Хевісайда дозволяє побудувати інтегральні зображення для компонент вектора переміщень та тензора напружень у вигляді, єдиному для кожної точки усієї розглядуваної області. Окрім цього, одержані окремо зображення для скінченних та напівскінчених областей, в залежності від форми розв'язку нестационарної задачі теплопровідності. Так, якщо розв'язок задачі теплопровідності зображений у вигляді дискретних числових значень, то зручніше використовувати інтегральні зображення, одержані для напівскінчених або нескінчених областей. Для випадку аналітичного розв'язку задачі теплопровідності краще користуватись інтегральними зображеннями виведеними для скінченних областей.

В роботі проведено аналіз одержаних інтегральних зображень, який показав перевагу зображень, невідомими щільностями яких є термопружні потенціали напружень. Так, у випадку рівних коефіцієнтів Пуассона матриці та включень, вирази для переміщень містять об'ємні потенціали простого шару, а вирази для напружень – об'ємні потенціали подвійного шару, що дозволяє визначити поле напружень в довільній точці кусково-однорідного тіла.

Розв'язок задачі зводиться до розв'язання системи граничних інтегральних рівнянь відносно невідомих щільностей напружень на границях областей включень методом граничних елементів.

МОДЕЛЬ МУЛЬТИАГЕНТНОЇ АДАПТИВНОЇ СИСТЕМИ ОБРОБКИ ВІЗУАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Терещенко В.М., Фісуненко А.Л.

Київський Національний Університет імені Тараса Шевченка

v_ter@ukr.net, alf.via@gmail.com

Робота присвячена моделюванню еволюції мультиагентних систем (МАС) на прикладі задачі обробки візуальної інформації. Основна увага при цьому акцентується на пошуку умов самоускладнення, які б підвищували ступінь адаптивності та функції корисності МАС, як композитного раціонального агента.

Прискорення темпів збільшення обсягів інформації, яка генерується людством, як суцільною системою, та всебічна складність інформаційних систем суттєво загострюють як саму проблему автоматичної обробки даних, так і проблему створення відповідних засобів обробки інформації. Традиційно, з цим колом задач пов'язані визначені напрямки досліджень та практичних застосувань штучного інтелекту. При цьому, загальною тенденцією є зміщення акцентів з детермінованих систем до таких, які здатні адаптуватися в умовах невизначеного оточуючого середовища [1]. Останнім часом найбільш плідною вважається концепція інтелектуальності, що базується на раціональних агентах [2]. Завдяки інтенсивному поширенню розподілених систем таких, як всесвітня мережа Інтернет та під'єднання до неї високопродуктивної мобільної та побутової обчислювальної техніки, актуальним стає побудова та застосування мультиагентних систем [3]. Напрямок МАС визначено, як один з стратегічних у галузі штучного інтелекту [4].

У зв'язку з експансією cloud-технологій, МАС потенційно отримують природне середовище для свого безпосереднього втілення та виходу із лабораторій та дослідницьких GRID-систем у світ реальних застосувань.

В роботі зазначається, що важливість та перспективність МАС зумовлює необхідність розробки глибоких теоретичних та практичних основ для швидкого розвитку МАС та їх застосуванні при розв'язанні реальних задач. Оптимальні архітектура та сценарії еволюції МАС в умовах функціонування у середовищі cloud-інфраструктур є одною із перспективних проблем, що очікують свого вирішення.

Новизна підходу, який пропонується в роботі полягає в наступному: по-перше у базуванні МАС у cloud-середовищі; по-друге, використанні МАС для вирішення задач обробки візуальної інформації (розпізнавання об'єктів, вилучення інформації з відео та зображень, 3D-реконструкції, тощо); по-третє, у розгляді таких еволюційних моделей, які дозволяють таким системам розвиватися автономно, корегуючи свою внутрішню організацію відповідно до змін в нечіткому оточуючому середовищі та здійснюючи самоускладнення (мета-системні переходи).

Література

- 1.Dzitac I., Bârbat B.E., Artificial Intelligence + Distributed Systems = Agents // International Journal Computers, Communications & Control, Vol. IV-2009, No. 1. – P. 17-26.
- 2.Russell S., Norvig P., Artificial Intelligence: A Modern Approach, Third Edition / Pearson Education, 2010 – 1152 p.
- 3.Wooldridge M., An Introduction to MultiAgent Systems/ John Wiley & Sons Ltd, 2002-366 p.
- 4.Doyle J., Dean T., Г. Strategic directions in artificial intelligence // AI Magazine, Volume 18, Number 1., 1997. – P. 87 - 101.

ПРО ПРИРОДУ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ В ЗАДАЧІ КЛІНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ

Тимофієва Н.К., Гриценко В.І.

Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем НАН та МОН України
tymnad@gmail.com

Ситуація невизначеності в задачі клінічної діагностики виникає із-за неповної вхідної та поточної інформації а також із-за нечітко розроблених правил обробки та оцінки інформації, які визначаються кваліфікацією лікаря (правила прийняття оптимального рішення). Але при формалізації задачі клінічної діагностики з використанням теорії комбінаторної оптимізації можна побачити, що ситуація невизначеності виникає і за рахунок структури аргумента цільової функції та способу її моделювання.

Задача клінічної діагностики розділяється на три підзадачі: а) структуризація бібліотеки еталонів; б) пошук у бібліотеці еталонної інформації; в) задача порівняння еталонної та вхідної інформації. Аргументом цільової функції в першій підзадачі є розбиття n -елементної множини на підмножини, в другій підзадачі

– розміщення без повторень, а в третій – сполучення без повторень. Оговорені комбінаторні множини W складаються з підмножин ізоморфних комбінаторних конфігурацій W_η . Якщо в задачах комбінаторної оптимізації множина W складається з підмножин W_η , а оптимізація проводиться за сумарним або середнім значенням ваг між елементами базової множини, то цільова функція на певному впорядкуванні ізоморфних підмножин змінюється як дискретна кусково-монотонна функція незалежно від вхідних даних, тобто вона змінюється однаково для будь-якої індивідуальної задачі. В цьому випадку в процесі розв'язання задачі виникає ситуація невизначеності, пов'язана з моделюванням цільової функції і структурою її аргумента. Для виходу з цієї ситуації в задачі порівняння еталонної та вхідної інформації уведено три цільових функції, за якими проводиться пошук оптимального розв'язку такого, що збігається з метою дослідження. Оцінка результату при структуризації бібліотеки еталонів і пошук у бібліотеці еталонної інформації проводиться за кількома критеріями, які зводяться до зваженого критерію (лінійної згортки).

СОЛІТОННА МОДЕЛЬ СЕЙСМІЧНОГО ПРОЦЕСУ

Турбал Ю.В.

Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука

turbaly@gmail.com

Модель ґрунтується на гіпотезі про солітонну природу “спускових механізмів” землетрусів. Суть моделі полягає у наступному. Ми вважаємо, що підземний поштовх може породжувати систему різноманітних хвиль, в тому числі і відокремлених. Відокремлена хвиля певного типу (солітон) може виступати в якості “спускового механізму” нового поштовху, якщо проходить через зону накопичення сейсмічної енергії. Отримаємо деякий каскадний процес поштовхів та породження солітонів, які знову зумовлюють нові поштовхи.

Зауважимо, що про існування збурень у гірських породах, відмінних від звичайних сейсмічних хвиль гармонічного характеру, вказано в ряді робіт, зокрема в роботі [1]. Ми ж пропонуємо розглядати відокремлені хвилі типу δ -солітонів [2].

Під землетрусом (поштовхом) будемо розуміти вектор (x, t, μ) , де $x \in \Omega$ - гіпоцентр, $t \in R^+$ - час поштовху, $\mu \in M$ - енергія .

Будемо розглядати динамічну систему виду:

$$\Sigma = \{T, \Omega, G_0, E, X, S, I\},$$

де $T = [t_0, t_1] \subset R$ - часовий інтервал; $\Omega \subset R^3$ - фазовий простір; $G_0 \subset \Omega \times T \times M$ - початкова множина землетрусів; E - функція розподілу накопичення сейсмічної енергії; $\Omega(E)$ - відповідний простір функцій; $X : T \times G \rightarrow G$ - оператор, що визначає траєкторії солітонів; $S_t \subset \Omega$ - множина координат солітонів в момент часу t , $S = \{S_t, t \in [t_0, t_1]\}$; $I : \Omega \times \Omega(E) \times S \times T \times M(T) \rightarrow [0, 1]$ - функціонал, який описує ймовірність виникнення землетрусу певної магнітуди в заданий момент часу в заданій точці.

Література

1. Kozak J. and Sileny J. Seismic events with non-shear component. I. Shallow earthquakes with a possible tensile source component// PAGEOPH.-1985.-V.123,P.1-15
2. Turbal Y. The trajectories of self-reinforcing solitary wave in the gas disc of galaxies//Proceedings of the 3-rd International Conference on Nonlinear Dynamic.- Kharkov.- 2010.- P.112-118

ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ СТАЦІОНАРНИХ РОЗПОДІЛІВ СИСТЕМ З ПОВТОРНИМИ ВИКЛИКАМИ

Усар І. Я., Протопоп Ю.О.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

usar@unicyb.kiev.ua

Теорія систем з повторними викликами є одним із важливих розділів теорії масового обслуговування. Такі системи детально розглянуті в монографії [1]. Математичні моделі систем з повторними викликами мають широке застосування в практиці [2].

В даній роботі розглядаються системи обслуговування з повторними викликами типу $M / M / 2 / N$ та $M / M / 2 / \infty$, в яких інтенсивність вхідного потоку залежить від кількості джерел повторних викликів. Процес керування роботою систем визначається на основі гістерезисних стратегій: нехай $h_1 \leq h_2$ - два натуральні числа (пороги). Якщо кількість повторних викликів $j \leq h_1 - 1$, то системи будуть працювати в першому режимі і

інтенсивність вхідного потоку дорівнює $\lambda_1(j)$. Якщо $j \geq h_2$, то в другому режимі з інтенсивністю вхідного потоку $\lambda_2(j)$. А якщо $h_1 \leq j < h_2$, то системи зберігають той режим, в якому вони працювали в попередній момент часу. Клас порогових стратегій є підмножиною класу гістерезисних стратегій, який можна отримати при $h_1 = h_2$. Такі системи розглядалися в роботі [3]. Змінний характер інтенсивності вхідного потоку в моделях такого типу дає можливість ставити і розв'язувати для них оптимізаційні задачі.

В роботі знайдено оцінки швидкості збіжності стаціонарних розподілів $\pi_{ij}^{(r)}(N)$ системи $M_Q/M/2/N$ до відповідних розподілів $\pi_{ij}^{(r)}$ системи $M_Q/M/2/\infty$ з повторними викликами. Ці розподіли та умови їх існування розглядалися раніше.

Література

- 1 Falin G.I., Templeton J.G.C. Retrial queues.– London Chapman & Hall, 1997. – 331p.
- 2 Anisimov V.V., Artalejo J.R. Analysis of Markov multiserver retrial queues with negative arrivals // Queuing Systems. – 2001. – Vol.39. – P. 157-182.
- 3 Є.О. Лебедев, І.Я. Усар Про системи з повторними викликами та керованим вхідним потоком // Доповіді національної академії наук України. – 2009. - №5. – С. 52-59.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОЛИЭДРАЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Филимонов Н.Б.

доктор физ.-мат. наук, зам. гл. редактора журналов: «Известия вузов. Приборостроение», «Информационные технологии», Россия
nbfilimonov@mail.ru

Одним из эффективных инструментов решения прикладных оптимизационных задач управления и обработки информации является *полиэдральное программирование* (ПП), рассматривающее класс экстремальных задач с полиэдральными целевой и ограничивающими функциями. В силу полиэдральной структуры, задачи ПП относятся к классу *задач выпуклой негладкой оптимизации*. При этом, если выпуклость существенно облегчает, то негладкость,

порождаемая операциями взятия максимума и абсолютной величины, напротив, существенно затрудняет решение задачи.

Потребности практики способствовали интенсивному развитию *теории негладкой, или недифференцируемой оптимизации*, основанной на аппарате *негладкого анализа*. Наиболее плодотворно теория, методы и приложения негладкого анализа развиваются в последние 25 лет, обогатившись к настоящему времени фундаментальными и прикладными результатами: установлены условия экстремума для негладких задач и найдены методы их решения. Различным аспектам негладкой оптимизации посвящены работы А.М. Гупала, В.А. Демьянова, В.Н. Малоземова, Л.В. Васильева, В.В. Федорова, Н.З. Шора, В.И. Норкина, Е.А. Нурминского, Б.Т. Поляка, А.М. Рубинова, И.В. Коннова, Рокафеллара (R.T. Rockafellar) Данскина (J.M. Danskin), Ауслендера (A. Auslender), Каллума (Jane Cullum), Доната (W.E. Donath), Волфа (P. Wolfe), Голдстейна (A.A. Goldstein), Халкина (H. Halkin), Кларка (F.H. Clarke) и др.

В докладе обсуждается применение основных достижений негладкого анализа к широкому классу задач ПП. Рассматриваются основные конструкции и результаты полиэдрального исчисления, позволяющие исследовать локальное поведение и условия экстремума полиэдральных функций, а также общие условия полиэдральной оптимизации. Дается обзор двух альтернативных подходов, наиболее приспособленных к решению задачи ПП, т.е. позволяющих учесть их специфическую особенность - полиэдральную структуру - и преодолеть трудности с негладкостью в их постановке.

ПРОБЛЕМНІ ПИТАННЯ ОБ'ЄКТИВНОЇ ОЦІНКИ ПСИХОЛОГІЧНИХ ВІДЧУТТІВ КОМФОРТУ ВЗУТТЯ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ЕКСПЕРТНОГО ОПИТУВАННЯ РЕСПОНДЕНТІВ

Фордзюн Ю.І.

Мукачівський державний університет

email@msu.edu.ua

Експертні опитування респондентів відносяться до маркетингових досліджень, тому носять дещо упереджений характер, однак актуальним залишається питання об'єктивної оцінки закономірностей опитування в межах вибірки. В маркетингу

зазвичай використовуються вибірки – 100-200 респондентів, а для оцінки певних сегментів споживчого ринку вибірка може становити 600 чоловік. Коефіцієнт конкордації таких досліджень становить $0,3 \div 0,4$, що характеризує низький рівень узгодженості думок респондентів. Це, очевидно, пояснюється складною психологічною природою та мотивацією споживача, що постійно змінюються, як в часі, так і в просторі. Це, очевидно, є наслідком постійного взаємовпливу комплексу свідомих і несвідомих, чуттєвих, інтелектуальних, а також культурних і фізіологічних потреб тощо...

Представляє інтерес вивчити істинну природу психологічних відчуттів комфорту та дискомфорту споживача пов'язаних з дослідним носінням взуття, які можуть мати місце у системі «споживач-взуття-зовнішнє середовище».

На основі математичної обробки відповідей респондентів встановлено, що безпосередні відчуття респондентів відображені через органолептичні рецептори дають об'єктивну інформацію про комфортність взуття. Дослідження думок респондентів здійснювалось для однакової групи респондентів, характер запитань стосувався відношення респондентів щодо відчуття тепла, холоду, сухості, вологості. Одинакові запитання ставились у різні проміжки часу відповідно влітку та взимку. Встановлено розсіювання думок респондентів в межах 20 %. Вибірка становила 60 чоловік.

Зроблено припущення, що причиною поведінки є природою сприйняття, та відчуття, які носять рефлексорний характер. Ще у роботах І.П. Павлова показано, що в основі сприйняття лежать умовні рефлекси, утворювані в корі великих півкуль мозку при дії на органи чуття людини комплексу подразників. Очевидно відчуття відображає об'єктивну картину в реальному проміжку часу, а сприйняття є вищою формою аналітико-синтетичної діяльності мозку, що відображає результуючу думку респондента за певний час досвіду. Сприйняття є наслідком як пристосування респондента, так і його індивідуальних фізіологічних можливостей в тому числі спадкових. Отже, на наш погляд, відчуття та сприйняття формують практичний досвід людини щодо суб'єктивного відображення властивостей взуття як об'єкту дослідження.

ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ БАНКІВСЬКОЇ СИСТЕМИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Хайлук С. О.

Севастопольський інститут банківської справи Української
академії банківської справи НБУ, Україна

khay@ukr.net

В світовій практиці використовуються різні підходи до оцінки ефективності банківської системи, але найбільш розповсюдженими з них є рейтингові системи оцінювання. Вихідні характеристики в них зазвичай визначаються експертами і вимірюються якісними бальними оцінками (приміром, CAMELS, ROCA). При цьому дані оцінки або вважаються рівнозначними, або їх вагомість також визначається на основі експертної інформації. В якості синтезуючої найчастіше вибирається адитивна функція (наприклад, PATROL, ORAP), хоча іноді вона не визначається однозначно взагалі (приміром, CAMELS).

Однак, можна показати, що даний підхід хоча і є одним з найлегших у реалізації, але він не надає можливості отримання коректних та статистично обґрунтованих оцінок. То ж, актуальними для використання стають ймовірнісно-статистичні моделі оцінки ефективності банківської системи, що дозволяють враховувати нечислову, неточну та неповну інформацію щодо функціонування об'єкту дослідження. З цією метою автором пропонується до використання модель, що базується на байєсівському підході. Зокрема, доводиться, що за умови наявності про об'єкт дослідження інформації z_h ймовірність того, що він є ефективним за ознакою h , $h = 1, \dots, H$, можна оцінити на основі:

$$p_h(z_h) = 1 / (1 + e^{L_h}) \quad (1)$$

де L_h є інтегральним показником вектору характеристик z_h .

Запропонований метод має ряд переваг. По-перше, в ньому об'єктивно враховуються єдині можливі величин ваг характеристик. По-друге, формула (1) дозволяє здійснити перехід до якісно більш інформативної величини, яка дає можливість кількісно порівнювати рівні ефективності банківської системи в різні періоди часу чи банківські системи різних країн, чого не дозволяють зробити звичайні інтегральні показники. І, по-третє, даний метод допускає прогнозне використання.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ МБПЛА

Хашеминежад Саид

Национальный технический университет Украины «КПИ»

Sh1980-80@mail.ru

Известна важность создания беспилотных летательных аппаратов в сельском хозяйстве для опыления удобрением заданного участка поля для получения лучшей урожайности страны или региона; в мирных целях, например, постоянно выполнять аэродинамические съемки по линии полета и др. Представлен анализ характеристик малогабаритных беспилотных летательных аппаратов (МБПЛА), основанных на разных видах топлива и имеющих малое время полета (максимальное время полета МБЛА составляет около 30 минут). На основе анализа существующих предлагается разработать МБПЛА с улучшенными полетными характеристиками. Цель исследования включает: создание макета силовой установки, включающей следующие компоненты: энергетический блок, устройство контроля оборотов двигателя, редуктор, устройство вращения винта и собственно винт; полет по определенному маршруту; имитация испытания на разных высотах с учетом погодных условий. Испытания должны включать такие показатели, как например, время полета ЛА на полной зарядке аккумулятора. Чтобы поддержать полные обороты винта ЛА необходимо подать полную емкость (полетные характеристики при минимальных и максимальных оборотах винта) с учетом расхода энергии на подъемную силу и энергию полета. Приведена классификация по различным признакам, включающей как летные характеристики (скорость, мощность источника питания и др.) так и функциональные (многоцелевые, участие в фотосъемках и др.). В зависимости от цели и назначения ЛА будут рассмотрены следующие режимы полета: обычный режим полета с небольшой скоростью полета (начальные исходные данные: при отсутствии встречных потоков, например ветра, высота небольшая); оптимальный режим, при котором необходимо обеспечить максимальную дальность полета; режим, при котором необходимо обеспечить максимальное время нахождения в полете ЛА. Для исследования перечисленных режимов выполнено компьютерное моделирование СУ ЛА. Целью является обеспечение время полета не менее 4 часов. Для этого необходимо выбрать параметры, которые варьируются с учетом различных

факторов – грузоподъемности ЛА, скорости ветра, непогоды, температуры воздуха, воздушных потоков. Также должны быть рассмотрены: выбор параметров СУ и его исследование; выбор формы и размеров вентилятора, обеспечивающего требуемую подъемную силу и полет ЛА; выбор редуктора с заданным коэффициентом передачи; изменение энергии источника питания для обеспечения требуемого коэффициента передачи мощности редуктором.

Полученные результаты от исследования и расчета параметров СУ предполагается использовать в макетном образце МБпЛА.

**ПРО ОДИН МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ
ОДНАКОВОСТІ ЙМОВІРНОСТІ УСПІХУ
ЗА СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ
НАД ДВОМА ВИПАДКОВИМИ ВЕЛИЧИНАМИ,
ЩО МАЮТЬ РОЗПОДІЛ БЕРНУЛЛІ**

Хитрий І.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

hitry_igor@ukr.net

При аналізі статистичних даних часто виникає задача визначити суттєвість залежності однієї характеристики від іншої. Наприклад, залежність між статтю та наявністю шкідливих звичок. Оскільки справжній розподіл є невідомим, замість критерію хі-квадрат варто застосовувати, наприклад, точний тест Фішера, який в свою чергу має ряд недоліків [1]. У роботі був досліджений новий точний метод, що можна застосувати для аналізу таблиці спряженості 2×2 , та який можна узагальнити на інші випадки.

Розглянемо дві незалежні випадкові величини ξ_1 та ξ_2 , що мають розподіл Бернуллі з параметрами p та q відповідно (p, q – невідомі та незалежні). Позначимо через ε ($\varepsilon > 0$) абсолютну різницю між ймовірностями успіху, яку вже потрібно вважати суттєвою.

Припустимо, що серед доступних n спостережень над ξ_1 міститься k успіхів, а серед доступних m спостережень над ξ_2 міститься t успіхів.

Для прийняття рішення про те, чи можна вважати p та q такими, що не суттєво різняться між собою з заданим ε , тобто

$|p - q| < \varepsilon$, знайдемо ймовірність цієї події, при умові наявності вищезгаданих доступних спостережень над змінними ξ_1 та ξ_2 .

Для підрахунку потрібної ймовірності у роботі запропоновано ефективний чисельний метод її знаходження та обговорюється його застосування.

Література

1. Mehta C. R. Conditional versus Unconditional Exact Tests for Comparing Two Binomials / C. R. Mehta, P. Senchaudhuri // Mode of access: <http://www.cytel.com/Papers/twobinomials.pdf>. - Last access: 2003.

ФОРМУВАННЯ ІНТЕГРАЛЬНОЇ ОЦІНКИ ОБ'ЄКТА У ЗАДАЧАХ OPINION MINING

Хомів Б.А., Лупенко С.А.

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя
bogdan.khomiv@gmail.com, lupenko@ua.fm

За останні декілька років у середовищі Інтернет з'явилося надзвичайно багато ресурсів (блоги, форуми, соціальні мережі) на котрих інтернет-користувачі виражають власну думку (опінію) стосовно певних об'єктів (товари, послуги, фірми, люди).

Основною задачею області добування opinii (англ. Opinion mining) є збір, ідентифікація та оцінювання opinii користувачів стосовно певного об'єкта на позитивність чи негативність.

При аналізі висловлювань виділяють: об'єкт O_j та його компонент (властивість) F_{jk} про який йде мова; власника opinii H_i , котрий написав дане висловлювання; часову мітку T_l коли було написане висловлювання; opiniiu SO_{jkl} про об'єкт чи його компонент.

У доповіді запропоновано математичний апарат, що дає змогу узагальнити opinii всіх користувачів стосовно одного об'єкта до загального інтегрального показника із застосуванням вагових коефіцієнтів та лінгвістичних змінних на основі моделі:

$$I_j = \sum_{k=1}^{K_j} (F_{jk} \cdot W_{jk}) \cdot W_i \cdot W_l, \quad (1)$$

де: I_j – інтегральний показник j -го об'єкта, W_i – вага власника opinii, W_l – вага часової мітки, W_{jk} – вага компоненти F_{jk} , F_{jk} – числове значення емоційного забарвлення, отримане шляхом дефазифікації та узагальнення лінгвістичних змінних в рамках однієї компоненти об'єкта O_j .

Наведений у доповіді математичний апарат дозволяє не лише отримувати узагальнену інтегральну оцінку opinii інтернет-користувачів стосовно одного об'єкта, а й порівнювати об'єкти між собою.

Порівняння декількох об'єктів за допомогою вищенаведеного математичного апарату дасть змогу ранжувати об'єкти згідно opinii висловлювань користувачів.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТАВКИ ОПОДАТКУВАННЯ

Цегелик Г.Г., Коркуна Н.М.

Львівський національний університет імені Івана Франка

a.natali.m@mail.ru

Метою дослідження є визначення оптимальної ставки оподаткування прибутку суб'єкта господарської діяльності.

Залежність величини податкової ставки і об'єму податкових надходжень описується, так званою кривою Лаффера, побудованою американським економістом Артуром Лаффером. Економічний зміст цієї кривої полягає в тому, що збільшення податкової ставки не завжди супроводжується збільшенням податкових надходжень до бюджету, а інколи й зменшенням [1].

Для визначення оптимальної ставки оподаткування нами розроблена математична модель

$$D(x) = \lambda x^\alpha (1 - x^2)^\beta, \quad (1)$$

де $D(x)$ - надходження в бюджет від оподаткування, x ($0 \leq x \leq 1$) – ставка оподаткування, $\lambda > 0$, $\alpha * \beta > 0$ - параметри, які задають вигляд кривої. Податкова ставка, за якої відрахування в бюджет будуть максимальними, виражається формулою

$$x = \left(\frac{\alpha}{2\beta + \alpha} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

На відміну від кривої Лаффера в основі кривої (1) лежить той факт, що залежність обсягу випуску продукції N від податкової ставки x є більш реальною у формі [2]

$$N = \lambda(1 - x^2),$$

ніж $N = \lambda(1 - x)$, що використовується у моделі кривої Лаффера.

Література

- 1.Сморгонский А.В. Оптимизация налогов на прибыль предприятий// Экономика и математические методы. – 1992. – Т.28. – Вып.2. – С. 316-318.
- 2.Коркуна Н.М. Задача визначення ставки оподаткування суб'єктів господарювання за якої відрахування в бюджет буде максимальним./ Н.М. Коркуна, Г.Г. Цегелик // Вісн. Львів. держ. фінанс. академії. Сер. економ. науки. – 2011.– № 20. – С. 254-259.

СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНІ ГІПЕРБОЛІЧНЕ ТА ЕЛІПТИЧНЕ РІВНЯННЯ З ВИПАДКОВИМИ ПОЧАТКОВИМИ ТА КРАЙОВИМИ УМОВАМИ

Цимбал В.

Львівський національний університет імені Івана Франка
victor_tsymbal@yahoo.com

У серії робіт професорів Ю.В. Козаченка та В.В. Булдигіна та їх учнів [1,2] розглядалися крайові задачі для рівнянь математичної фізики, зокрема, для рівнянь гіперболічного, параболічного та еліптичного типів з випадковими початковими та крайовими умовами, коли умови є сумісно строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$, зокрема. гауссові випадкові процеси. та випадкові процеси з простору Орліча. Для задач з такими рівняннями знайдено умови існування з ймовірністю одиниця класичного та узагальненого розв'язку і обґрунтовано використання методу Фур'є для розв'язування задач математичної фізики.

Отже, представляється цікавим і актуальним вивчення сингулярно збурених задач [3] з випадковими початковими або крайовими умовами або випадковими правими частинами.

У даному повідомленні продовжено дослідження [4,5].

Література

- 1.Buldygin V.V. Metric Characterization of Random Variables and Random processes // V.V. Buldygin, Yu.V.Kozachenko. – American

Mathematical Society, Providence, Rhode, 2000. – 257 p.

2. Довгай Б.В. Крайові задачі математичної фізики з випадковими факторами//Б.В.Довгай, Ю.В.Козаченко, Г.І.Сливка-Тилищак. – Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. – 173 с.

3. Найфэ А. Методы возмущений//А.Найфэ.–Москва: Мир,1976.– 455 с

4. Цимбал В. Сингулярно збурене гіперболічне рівняння з випадковими початковими умовами / В.Цимбал Збірник матеріалів Міжнародної конференції PDMU // 2011. 23-27 травня 2011р. – Східниця, 2011. – С. 172-173

5. Цимбал В. Сингулярно збурене еліптичне рівняння з випадковими граничними умовами / В.Цимбал Збірник матеріалів Міжнародної конференції PDMU // 2011. 19-23 вересня 2011р. – Ялта, 2011. – С. 157.

ФЛУКТУАЦІЇ РІЗНИЦЕВОЇ ПРОЦЕДУРИ СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ З ДИФУЗІЙНИМ ЗБУРЕННЯМ

Чабанюк Я.М., Хімка У.Т., Семенюк С.А.

Національний університет "Львівська політехніка", Україна
yaroslav_chab@yahoo.com

Для неперервної процедури стохастичної оптимізації [1], що задається стохастичним диференціальним рівнянням

$$du^{\varepsilon}(t) = (a/t) C^{\varepsilon}(u^{\varepsilon}(t), x(t/\varepsilon^4)) dt, \quad (1)$$

де $C^{\varepsilon}(u, x) = \nabla_b C(u, x) + \varepsilon^{-1} C_0(u, x)$ - функція регресії, $u \in R$, $x \in X$, залежить від рівномірно ергодичного марковського процесу $x(t), t \geq 0$, у вимірному фазовому просторі станів (X, X) [1], з генератором Q , стаціонарним розподілом $\pi(B), B \in X$, та потенціалом R_0 [2], $\nabla_b C(u, \cdot) = (C(u^+, \cdot) - C(u^-, \cdot)) / 2b(t)$, $u^{\pm} = u \pm b(t)$, $b(t) = b/t^{1/4}$, $a > 0, b > 0$, $C_0(u, \cdot) \in C^3(R)$.

Збурена функція регресії $C_0(u, x)$ задовольняє умову балансу (УБ1) $PC_0(0, x) = \int_X \pi(dx) C_0(u, x) \equiv 0$, а для існування точки екстремуму u_0 усередненої системи $du(t)/dt = C'(u(t))$ достатньою умовою є умова балансу (УБ2) $PC'(0, x) = 0$.

Розглянемо флуктуації різницевої процедури стохастичної оптимізації в наступному нормуванні $v^{\varepsilon}(t) = \varepsilon^{-1}[u^{\varepsilon}(t) - \varepsilon C_0^{\varepsilon}(t)]$.

Теорема. Нехай виконуються умови балансу УБ1, УБ2 та умови збіжності [1] ПСО(1), функції $C'_0(u, x)$, $C''_0(u, x)$ - рівномірно обмежені по x , тоді виконується слабка збіжність $(v^\varepsilon(t), C_0^\varepsilon(u, x)) \rightarrow (\zeta(t), W_\sigma(t))$ при $\varepsilon \rightarrow 0, t > 0$ для $\forall(t_0, t) \subset (0, T)$. Граничний процес $(\zeta(t), W_\sigma(t))$ задається генератором $L\varphi(v, w) = (ac/t)(v+w)\varphi'_v(v, w) + (a^2/2t)B\varphi''_w(v, w)$, де $c = \int_X \pi(dx)C''(0, x)$, $B = \int_X \pi(dx)C'_0(0, x)R_0C'_0(0, x)$.

Література

1. U.T.Khimka, Ya.M.Chabanyuk. Stochastic Optimization Procedure Convergence with Markov Switching in the Average Scheme.//Математичні студії,- 2010,- vol.34, № 3. С.126-134.
2. V. Koroliuk, N. Limnios. Stochastic Systems in Merging Phase Space. / World Scientific Publishing. - 2005. - 330P.

МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ ПОМЕХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕКТОРНОГО КРИТЕРИЯ

П. В. Четырбок

Институт экономики и управления РВУЗ КГУ, Ялта, АРК, Украина
petr58@ukr.net

Постановка проблемы. Построить отображение множества распознаваемых образов (векторов параметров образов) на множество векторов ошибок распознавания образов нейронную сетью, которое позволяет связать классификацию образов с анализом векторов в пространстве ошибок.

Формулировка векторного критерия близости образов в пространстве ошибок. Переход из пространства параметров в пространство ошибок. Для распознавания образов построим функционал

$$F = E_2 x_1 + E_3 x_2 + E_4 x_3, \quad (1)$$

E_2 – среднеквадратическая ошибка, полученная при распознавании образа:

$$E_2 = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_j^n (y_j - d_j)^2},$$

где y_j – реальное выходное состояние нейрона j выходного слоя нейронной сети при подаче на ее входы образа; d_j – идеальное

(желаемое) выходное состояние этого нейрона. Суммирование ведется по всем нейронам выходного слоя n .

E_3 – линейная ошибка сети, полученная как сумма модулей поразрядного отклонения образа от эталона:

$$E_3 = \frac{1}{n} \sum_j^n |y_j - d_j|,$$

где y_j – реальное выходное состояние нейрона j выходного слоя нейронной сети при подаче на ее входы образа; d_j – идеальное (желаемое) выходное состояние этого нейрона. Суммирование ведется по всем нейронам выходного слоя n .

E_4 – максимальная ошибка поразрядного отклонения образа от эталона:

$$E_4 = \max_{j=1, \dots, n} |y_j - d_j|,$$

где y_j – реальное выходное состояние нейрона j выходного слоя нейронной сети при подаче на ее входы образа; d_j – идеальное (желаемое) выходное состояние этого нейрона. Суммирование ведется по всем нейронам выходного слоя n .

x_1, x_2, x_3 – коэф. функционала, полученные при обучении сети.

x_1 – среднеквадратическая ошибка, полученная при заданном эталоне на входе сети;

x_2 – линейная ошибка сети, полученная при заданном эталоне на входе сети;

x_3 – максимальная ошибка сети, полученная при заданном эталоне на входе сети;

Для каждого из образов получили свое значение функционала, т.е. функционал однозначно определяет образ, запомненный сетью.

Выводы. Каждому образу, распознаваемому многослойным персептроном в многофакторном пространстве ошибок соответствует свой вектор ошибок. Впервые построено решающее правило для классификации образов в виде утверждения: каждому образу, распознаваемому многослойным персептроном в многофакторном пространстве ошибок будет соответствовать свой вектор ошибок и образ ближе к эталону, чем больше $\cos(\lambda)$.

$$\cos(\lambda) = \frac{(\overline{E}, \overline{X})}{\|\overline{E}\|_c \|\overline{X}\|_c},$$

где E - вектор ошибок в пространстве ошибок, полученный при распознавании нейронной сетью входного образа, X - вектор ошибок, полученный при распознавании нейронной сетью эталона. Предложенный в статье функционал и решающее правило (векторный критерий для распознавания образов) позволяют создать модель распределенной памяти.

Литература

1. Хайкин Саймон Нейронные сети: полный курс, 2-е издание. //: Пер. с англ. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
2. Зайченко Ю.П. Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах. //–К.: Издательский дом «Слово», 2008. – 344 с.
3. Горбань А.Н. Обучение нейронных сетей.// М.: изд. СССР-США СП "ПараГраф", 1990. – 160 с.99

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ В МОДЕЛЯХ ПОПУЛЯЦИИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Шакотько Т.И., Хусаинов Д.Я.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

Математическая модель, описывающая сосуществования двух видов типа «хищник-жертва» представляет собой систему двух обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с квадратичной нелинейностью

$$\dot{x}(t) = [a - cy(t)]x(t), \quad \dot{y}(t) = -[e - gx(t)]y(t).$$

Система имеет два положения равновесия

$$M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), x_1 = 0, y_1 = 0, x_2 = \frac{e}{g}, y_2 = \frac{a}{c}.$$

Нулевое положение является седлом, а ненулевое циклом. В докладе рассматривается модель Вольтера с запаздыванием

$$\dot{x}(t) = [a - cy(t - \tau)]x(t), \quad \dot{y}(t) = -[e - gx(t - \tau)]y(t).$$

Далее рассматривается нелинейная система вида

$$\dot{x}(t) = [a - bx(t) - cy(t)]y(t), \quad \dot{y}(t) = -[e - gx(t)]y(t).$$

Она представляет собой расширенное уравнение Лотки-Вольтерра.

Особыми точками будут $M_1(0,0)$, $M_2\left(\frac{a}{b}, 0\right)$, $M_3\left(\frac{e}{g}, \frac{ag-be}{cg}\right)$.

Будем считать, что параметры системы таковы, что $ag-be > 0$.

Тогда три особые точки, расположены в первом квадранте.

Строится фазовый портрет системы в целом.

Наконец, рассмотрена система с запаздыванием. Если учитывать время τ между тем моментом, когда убита одна особь жертвы и тем моментом, когда происходит увеличение численности хищников, то система принимает вид

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= [a - bx(t) - cy(t)]x(t) \\ \dot{y}(t) &= -ey(t) + gx(t - \tau)y(t - \tau)\end{aligned}$$

Проведено исследование динамики системы с запаздыванием.

ДВОКРОКОВИЙ МЕТОД З ПОСЛІДОВНОЮ АПРОКСИМАЦІЄЮ ОБЕРНЕНОГО ОПЕРАТОРА

Шахно С.М., Ярмола Г.П.

Львівський національний університет імені Івана Франка

shakhno@lviv.ua, halina_yarmola@ukr.net

При розв'язуванні нелінійних операторних рівнянь на кожному ітераційному кроці потрібно розв'язувати лінійне операторне рівняння або знаходити обернений оператор, що зробити не завжди легко. Тому можна застосовувати ітераційні методи з апроксимацією оберненого оператора.

Для розв'язування нелінійного рівняння

$$F(x) = 0,$$

де оператор F визначений на опуклій множині D банахового простору X зі значеннями в цьому ж просторі, ми пропонуємо ітераційний процес

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n - A_n F(x_n), \quad y_n = x_{n+1} - A_n F(x_{n+1}), \\ A_{n+1} &= A_n [2I - F(u_{n+1}, v_{n+1}) A_n], \quad n = 0, 1, \dots,\end{aligned}\tag{1}$$

де x_0 , A_0 – початкові наближення до x^* і $A^* = [F'(x^*)]^{-1}$,

$$u_n = x_n + a_n(y_n - x_n), \quad v_n = x_n + b_n(y_n - x_n), \quad a_n \in [-1; 1],$$

$b_n \in [0;1]$, I – одиничний оператор, $F(x; y)$ – поділена різниця першого порядку оператора F . Цей метод побудований на базі двопараметричного методу типу хорд, розглянутого у [2].

Оскільки основні обчислювальні затрати припадають на обчислення оберненого оператора, то кількість операцій у порівнянні з однокроковим методом зростає несуттєво.

Нами обгрунтовано локальну збіжність запропонованого методу та встановлено квадратичний порядок збіжності. Також проведено числове дослідження методу (1).

Література

1. Ульм С. Об итерационных методах с последовательной аппроксимацией обратного оператора / С. Ульм // Изв. АН Эст. ССР. Физика. Математика. – 1967. – Т. XVI. – № 4. – С. 403–411.
2. Шахно С.М. Двопараметричні методи типу хорд для розв'язування нелінійних рівнянь / С.М. Шахно, С.І. Граб, Г.П. Ярмола // Вісник Львівського університету. Серія прикл. матем. інформ. – 2009. – Вип 15 – С. 117–127.

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ СПЛАВІВ

Шевченко М.О., Кудін В.Г., Кобилінська Н.Г., Судавацова В.С.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича НАНУ
sud@ipms.kiev.ua

Визначення термодинамічних властивостей елементів, сполук, фаз, розчинів при високих температурах є складним експериментальним завданням, що потребує великих матеріальних, енергетичних і трудових затрат. У зв'язку з цим розробка методів моделювання і прогнозування фізико-хімічних властивостей різних об'єктів суттєво зменшить витрати для встановлення цієї важливої інформації. Відомо, що термодинамічні властивості сплавів і їх діаграми стану взаємозалежні – знаючи одні, можна оцінити другі.

Нами в [1] встановлено наступне: якщо із діаграм стану зняти достатньо велику кількість точок кривої ліквідус, то в результаті отримується перевизначена система рівнянь, яка дозволяє мінімізувати можливий вплив похибок експерименту. За розробленою методикою були виконані розрахунки термодинамічних властивостей раніше вивчених сплавів, а також

ще недосліджених. Порівняння показало, що розраховані та дослідні параметри задовільно узгоджуються між собою.

Загалом встановлено, що змодельовані термодинамічні властивості рідких сплавів подвійних систем правильно відображають їх природу та можуть бути використані для встановлення властивостей трикомпонентних систем за відомими рівняннями Колера, Бонье-Кабо, Тупа.

Додатково встановлено, що для діаграм стану, які мають області твердих розчинів, рівновага між рідкою та твердою фазами може бути представлена більш складними співвідношеннями. Але якщо для сплавів у твердому стані відомі фізико-хімічні властивості, то для розплавів можна отримати коректні параметри. Усе це зменшує кількість експериментальних досліджень і сприяє поглибленню уявлень про природу взаємодії між одно- і різнойменними частинками.

Література

1. Судаццова В.С., Макара В.А., Кудін В.Г. Термодинаміка металургійних і зварювальних розплавів. Частина 3 (сплави на основі нікелю та олова, методи моделювання та прогнозування термодинамічних властивостей). – К.: Логос, 2005. – 216 с.

МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИКО-ХІМІЧНИХ СПЛАВІВ З СИЛЬНОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ ЧАСТИНОК

Шевченко М.О., Судаццова В.С., Кудін В.Г., Кобилінська Н.Г.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича НАНУ
sud@ipms.kiev.ua

Великі матеріальні, енергетичні та трудові затрати визначення термодинамічних властивостей сполук, фаз, розчинів при високих температурах в умовах експерименту обумовлюють розробку математичних методів моделювання і прогнозування їх фізико-хімічних властивостей. різних об'єктів, серед яких термодинамічні є найважливішими, суттєво зменшить витрати для встановлення цієї важливої інформації. Багато сплавів систем, що використовують на практиці, є тугоплавкими і характеризуються сильними міжчастковими взаємодіями між різнойменними атомами, тому обчислення основних фізико-хімічних властивостей такого типу систем є важливим завданням.

Теорія ідеальних асоційованих розчинів (ТІАР) пов'язує сильну взаємодію частинок в сплавах з утворенням у ньому різних видів асоціатів. В рамках цієї теорії математична модель термодинамічних властивостей розплаву являє собою складну систему нелінійних рівнянь, параметрами якої не завжди достатньо досліджено експериментально, тому спостерігається неповна узгодженість результатів моделювання з експериментом.

Оптимізувати процес моделювання пропонується оптимізувати виділенням найбільш достовірних даних, а також порівнянням з характеристиками подібних систем, що дозволяє знайти “суттєву похибку” та визначити уточнене значення даної термодинамічної властивості або координати на діаграмі стану. Використання ТІАР дозволяє скорегувати дрібні (в межах похибки експерименту) неточності у визначенні ентальпій змішування розплавів, а також екстраполювати термодинамічні властивості у недосліджену область концентрацій. Зважаючи на те, що ТІАР гарантує точну адекватність усіх термодинамічних властивостей розплавів лише при врахуванні всіх можливих асоціатів, для практичного застосування достатньо число їх обмежити чотирма-п'ятьма. При введенні в розрахунок більшої кількості асоціатів (які присутні лише в дуже малих кількостях) розрахунок суттєво уповільнюється, а при зменшенні їх кількості – втрачається точність кореляції з експериментальними даними.

КОМПОЗИЦІЙНО-НОМІНАТИВНІ МОДАЛЬНІ ЛОГІКИ ЕПІСТЕМІЧНОГО ТИПУ

Шкільняк О.С.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

me.oksana@gmail.com

Розвиток інформатики та програмування характеризується появою нових розділів математичної логіки, які мають велике практичне значення. Особливе місце серед них посідають модальні логіки. Апарат темпоральних логік успішно застосовується для моделювання динамічних систем, специфікації та верифікації програм. Для опису інтелектуальних систем, баз даних і баз знань використовуються епістемічні логіки. Можливості модальних логік та композиційно-номінативних логік квазіарних предикатів синтезують композиційно-номінативні модальні логіки (КНМЛ) [1].

Важливим класом КНМЛ є транзиційні модальні логіки (ТМЛ), які відбивають аспект зміни й розвитку предметних областей, описуючи переходи від одного стану світу до іншого. Центральним поняттям ТМЛ є поняття транзиційної модальної системи (ТМС). ТМС – це об'єкт вигляду $((S, R, Pr, C), Fm, Jm)$. Тут S – множина станів світу; R – множина відношень на станах вигляду $R \subseteq S \times S$, Pr – множина предикатів на даних станів світу; C – множина композицій на Pr ; Fm – множина формул мови; Jm – відображення інтерпретації формул в станах світу. Важливим класом ТМС є мультимодальні транзиційні системи (ММС) [2]. Для ММС $R = \{R_i | i \in I\}$, де кожному R_i зіставлено базову модальну композицію K_i .

ММС із скінченними множинами однотипних відношень R_i названо [2] епістемічними, або ММС епістемічного типу. Семантичні властивості епістемічних ММС досліджено в [2], в даній доповіді основний акцент робиться на побудові для них числень секвенційного типу. Такі числення пропонуються для мультимодальних та епістемічних КНМЛ реномінативного, кванторного і кванторно-екваційного рівнів. Для побудованих числень доведено теореми коректності й повноти. Для доведення повноти використано метод систем модельних множин.

Література

1. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К.: ВПЦ Київський університет, 2008. – 528 с.
2. Нікітченко М.С., Шкільняк О.С., Шкільняк С.С. Побудова модальних логік темпорального та епістемічного типу на основі композиційно-номінативного підходу. – Вісник Київ. ун-ту. Сер.: фіз.-мат. науки. – 2011. – Вип. 3. – С. 204–211.

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ КЕРОВАНИХ МАРКОВСЬКИХ ПРОЦЕСІВ

Шпак П., Єлейко Я.

Львівський національний університет імені Івана Франка
prshpak@gmail.com , yikts@yahoo.com

Розглядаємо обривні керовані марковські процеси [2] з функцією краху

$$c(x_t^*) = - \sum_{i=m+1}^t \sup_{a_i \in A_i} q(a_i)$$

заданою на множині обривних та ймовірнісною мірою

$$P^*(l) = \begin{cases} \mu(x_m) \pi(a_{m+1} | x_m) p(x_{m+1} | a_{m+1}) \dots \pi(a_n | h_{n-1}) p(x_n | a_n), & \forall t \quad x_t \neq x_t^* \\ \mu(x_m) \pi(a_{m+1} | x_m) p(x_{m+1} | a_{m+1}) \dots \pi(a_k | h_{k-1}) p(x_k^* | a_k), & x_t = x_k^* \end{cases}$$

заданою на просторі шляхів $l \in L = X \times (A \times X)^{n-m}$.

Розглянемо послідовність обривних керованих марковських процесів зі скінченними множиною станів та множиною керувань на інтервалі часу $[m, n]$ $Z_\mu^K = (X, A, j, p_k, q_k, r_k, c_k, \mu_k)$

При виконанні наступних умов:

$$\forall t, \forall a_t \in A_t, \forall x_t \in X_t : p_k(x_t | a_t) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} p(x_t | a_t),$$

$$\forall t, \forall a_t \in A_t : q_k(a_t) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} q(a_t),$$

$$\forall x_n \in X_n : r_k(x_n) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} r(x_n),$$

$$\forall x_m \in X_m : \mu_k(x_m) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \mu(x_m),$$

$$\forall t : c_k(x_t^*) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} c(x_t^*),$$

досліджується поведінка граничного обривного керованого марковського процесу, його оцінка та оптимальні стратегії, взаємозв'язок оптимальних стратегій граничного процесу з послідовністю оптимальних стратегій π_k (π_k оптимальна стратегія для процесу Z_μ^K [1]).

Література

1. Дынкин Е.Б., Юшкевич А.А. — Управляемые марковские процессы и их приложения, Москва, 1975. - 334 с.
2. Пароля Н. Р., Єлейко Я. І. Обривні керовані марковські процеси на скінченному інтервалі часу для скінченних моделей // Вісник Львівського університету. Серія механіко-математична. – 2010. – №72 – С. 243 – 254.