

***Taras Shevchenko National University of Kyiv
(Faculty of Cybernetics)
International Institute for Applied Systems Analysis (Austria)
Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine
National Technical University of Ukraine (KPI)
Crimean Humanitarian University
System Analysis Committee of Presidium National Academy
of Sciences of Ukraine
Academy of Sciences “Vysha Skola” of Ukraine***

***XVIII International Conference
PROBLEMS OF DECISION MAKING
UNDER UNCERTAINTIES
(PDMU-2011)***



ABSTRACTS

***September 19-23, 2011
Yalta, Ukraine***

*Taras Shevchenko National University of Kyiv
(Faculty of Cybernetics)
International Institute for Applied Systems Analysis (Austria)
Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine
National Technical University of Ukraine (KPI)
Crimean Humanitarian University
System Analysis Committee of Presidium National Academy
of Sciences of Ukraine
Academy of Sciences “Vysha Skola” of Ukraine*

***XVIII International Conference
PROBLEMS OF DECISION MAKING
UNDER UNCERTAINTIES
(PDMU-2011)
September 19-23, 2011***

ABSTRACTS

Yalta, Ukraine

**Київ
2011**

INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE

A.Nakonechny(Ukraine) - Chairman

**F.Chernousko (Russia), A.Chekriy (Ukraine),
J.-F.Emmenegger (Switzerland), Yu.Ermoliev
(Austria), I.Gaishun (Belarus), A.Gluzman
(Ukraine), S.Hudak (Slovakia), J.Kaluski (Poland),
V.Korolyuk (Ukraine), A.Kurzhanskii (Russia),
A.Lindquist (Sweden), M.Makowski (Austria),
J.Michalek (Czech Republik), I.Sergienko
(Ukraine), Ya.Savula (Ukraine), K.Troitzsch
(Germany), R.Viertl (Austria), Yu.Zaichenko
(Ukraine), O.Zakusylo (Ukraine)**

NATIONAL ORGANIZING COMMITTEE

A.Anisimov – Chairman

Yu.Mitsay - Chairman

**V.Akimenko, M.Bartish, I.Beyko, M.Bratiychuk,
D.Buy, Ya.Chabanuk, O.Chernyak, V.Donchenko,
O.Iksanov, P.Knopov, E.Lebedev, I.Lyashenko,
V.Marcenyuk, E.Ponomareva, F.Sopronyuk,
A.Vlasyuk, Ya.Yeleiko, V.Zaslavsky,
E.Zheludkovsky**

LOCAL ORGANIZING COMMITTEE

P.Zinko - Chairman

Yu. Smelyanski- Chairman

**I.Kharchenko, V.Shevchenko, A.Nikitin,
O.Lukovych, O.Kucherenko, E.Kapustyan,
M.Loseva, T.Korobko, O.Pavluchenko, I.Usar,
P. Chetyrbok**



**Члени міжнародного програмного
комітету і учасники конференції
вітають із 75-річчям**

**вельмишановного
ІВАНА ВАСИЛЬОВИЧА
СЕРГІЄНКА**

Іван Васильович Сергієнко – академік Національної академії наук України, відомий учений в області інформатики, обчислювальної математики, теорії оптимізації, системного аналізу й математичного моделювання, математичного забезпечення ЕОМ.

І.В. Сергієнко народився 13 серпня 1936 року на Полтавщині. В 1954 р. закінчив середню школу і вступив на мех.-мат. факультет Київського державного університету ім. Т.Г. Шевченка. Після його закінчення з 1959 р. працює в Інституті кібернетики НАН України.

В 1964 р. Іван Васильович захи-стив кандидатську дисертацію, а в 1972 р. – докторську. У цьому ж році став професором кафедри обчислювальної математики КДУ ім. Т.Г.Шевченка, а згодом – завідувачем її філією в Інституті кібернетики ім. В.М. Глушкова НАНУ. З 1994 р. І.В.Сергієнко керує кафедрою теоретичної кібернетики і методів оптимального керування Московського фізико-технічного інституту при Інституті кібернетики, а також філією кафедри автоматизованих систем обробки інформації й управління факультету інформатики та обчислювальної техніки НТУ «КП».

Наукові інтереси І.В. Сергієнка формувалися під впливом відомих учених – академіків В.М. Глушкова, А.О. Дородніцина, В.С. Михалевича та чл.-кор. НАН України К.Л. Ющенко.

В 1978 р. І.В. Сергієнко був обраний членом-кореспондентом, а в 1988 р. – академіком АН УРСР. З 1982 р. до 1994 р. І.В.Сергієнко працював заступником директора, а в 1995 р. стає директором Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАНУ. З 1995 р. до 2009 р.– академік-секретар Відділення інформатики НАНУ, член Президії НАНУ, в 2009 р. – Радник Президії НАНУ. З 1995 р. І.В.Сергієнко є Генеральним директором Кібернетичного центру НАНУ.

Під керівництвом І.В.Сергієнка створена наукова школа з комп'ютерної математики та інтелектуальних інформаційних технологій. Його наукові дослідження пов'язані з розробкою математичних моделей і методів оптимізації, зокрема дискретної, з розв'язанням ряду сучасних проблем обчислювальної й прикладної математики, теорії програмування та створенням комп'ютерних інтелектуальних технологій, які є основою для розв'язання на комп'ютерах реальних задач, у тому числі задач трансобчислювальної складності.

І.В.Сергієнко – президент Української федерації інформатики (УФІ), голова Національного комітету України з інформатики, голова наукових рад НАНУ «Інтелектуальні інформаційні технології» і з проблеми «Кібернетика», головний редактор міжнародного науково-теоретичного журналу «Кибернетика и системный анализ», відповідальний редактор збірника наукових праць «Комп'ютерна математика», член редколегій ряду авторитетних наукових журналів, керівник і виконавець багатьох міжнародних проектів в області інформатики. В 1998-2005 рр. очолював Консультативну раду з питань інформатизації при Верховній Раді України.

Академік І.В. Сергієнко бере участь у роботі міжнародних організацій, що координують діяльність в області інформатики в різних країнах, почесний професор (доктор) одинадцяти провідних вітчизняних і закордонних університетів і інститутів, Почесний академік АН Вищої школи України, член математичного товариства США.

І.В.Сергієнко за час своєї наукової діяльності підготував 19 докторів і 60 кандидатів наук. Він автор понад 600 наукових праць, 32 монографій (частина яких перевидана за кордоном) і багатьох винаходів.

І.В. Сергієнко – Заслужений діяч науки і техніки України (1991), лауреат Державних премій у галузі науки і техніки України (1972, 1993, 1999, 2005), СРСР (1981), Ради Міністрів СРСР (1982), лауреат премій ім. В.М. Глушкова (1986), ім. С.О. Лебедєва (1997), ім. В.С. Михалевича (2002), ім. А.О. Дородніцина (2007) НАН України. Він повний кавалер ордена «За заслуги» (3-го ступеня (1996), 2-го ступеня (1998), 1-го ступеня (2007)), нагороджений орденом Дружби народів (1983).

Бажаємо вельмишановному Івану Васильовичу довгих і щасливих років життя, міцного здоров'я, здійснення задумів, втілення мрій, нових творчих успіхів у його багатогранній діяльності!

CONTENT¹

ЗМІСТ

Bakhrushin V.E.

New approach for testing the hypothesis on lin-ear differential bond and its application in de-cision making 15

Chechelnitcki A.A., Kucherenko O.V., Marin D.E.

Properties of multichannel queues in the net-work models with the parallel structure in heavy traffic..... 16

Dolenko G.

Result indicators difinition problem 18

Fusek M., Michálek J.

Hydrological Application of Extreme Value Distribution..... 19

Kapustian Olena

Approximate optimal stability for subdifferential type inclusion 21

Leonenko N., Shchestyuk N.

Reciprocal gamma diffuzion processes for risky asset returns construction 22

Neubauer J., Veselý V.

Impact of smoothing paramater on change point detection by sparse parameter estimation 24

Odehnal, J., Sedlačík, M., Michálek, J.

A competitiveness assessment of selected Ukrainian regions 25

Podlipenko Yu. K., Grishchuk N.V.

Guaranteed estimation of solutions of the first order linear hyperbolic systems of equations with uncertain data 26

Pryshchepa O.

Hysteresis strategies for retrial queues with limited number of retrials..... 27

¹ The abstracts are publishing in authors edition
Тези друкуються в авторській редакції

Rjasnaja I.I.

On adequacy of estimations of competitiveness of the enterprises in space of multisets..... 29

Rozora I. , Lukovych O.

Model construction methods for stationary stochastic processes with given accuracy and reliability 30

Sedlačík, M., Odehnal, J., Michálek, J.

An application of multivariate decision making methods for evaluating economic and institutional issues of the eu countries and the se-lected european neighbourhood 32

Shestopalov Yu. V.

Collective decisions: some problem statements and mathematical methods..... 33

Slabospitsky A. S.

Recurrent parameter estimation by least squares method with minimal deviations from ‘attraction’ points for nonlinear systems **under** uncertainties..... 34

Акіменко В.В., Єфіменко А.А.

Модель розщеплення логістичної системи Лотке-Вольтерра для задачі конкуренції..... 36

Алиев С., Бойчук З.

Применение теории ветвящихся процессов к решению классической задачи о дробинках..... 37

Атоев К.Л.

Оценка уязвимости здоровья в условиях повышенной неопределенности..... 38

Базилевич І. Б., Дідич О. І.

Гіллястий процес з міграцією і неперервним часом 39

Бартіш М. Я., Ковальчук О.В., Николайчук Л.В.

Трикровкові ітераційні методи з пам'яттю для розв'язування систем нелінійних алгебраїчних рівнянь..... 42

Бейко І.В.

Методи оптимізації керованих процесів з неповними даними і оптимізовані стратегії в спортивних іграх 43

Бейко І.В. , Зінько П.М.

Числові алгоритми оптимізації деяких нелінійних процесів із розподіленими параметрами45

Бейко І.В., Щирба О.В.

Алгоритми внутрішньої точки для розв'язування задач оптимізації із неповними даними47

Бірюков Д.С., Кондратов С.І.

Задачі прийняття рішень при здійсненні реагування на акти радіаційного тероризму48

Бидюк П.И., Гасанов А.С., Акперов П.А.

Прогнозирование деятельности предприятия с помощью СППР49

Бойчук З., Єлейко Я.

Застосування аналогу повної ймовірності для прогнозування в умовах малих вибірок50

Власюк А.П., Федорчук Н.А.

Математичне моделювання напружено-деформованого стану в основі гідротехнічного об'єкта при наявності тепло-масопере- носу 51

Власюк А.П., Цветкова Т.П.

Математичне моделювання фільтрації сольових розчинів та вологоперенесення в насичено-ненасичених ґрунтових середовищах в стаціонарному режимі.....53

Гасанов А.С., Вавилов С.Е., Махмудов Э.Ю.

Упрощенный тест идентификации нелинейности.....55

Голубєва К.М.

Знаходження контуру ядер за допомогою адаптивного порогового методу56

Гнатишин О.П.

Моделі профілактичного обслуговування технічних систем58

Гнатів Б.В., Кавалець І.І.

Керування хаосом у моделі олігополії за допомогою DFC-методу59

Головач В.Н.	
Гарантированное оценивание решений уравнений Стокса	60
Горбачук В.М., Гаркуша Н.І., Стецюк П. І., Єгоров Ю.	
До розрахунку транзитних обсягів і ставок	61
Горкуненко А.Б., Лупенко С.А.	
Інформаційна система для аналізу, прогнозу та імітації економічних циклічних процесів	62
Горун П.П., Чабанюк Я.М.	
Генератор стрибкової процедури оптимізації в Марковському середовищі в схемі дифузійної апроксимації	63
Губеладзе А.К.	
Об одной задаче определения точного порядка сложности стационарных двоичных цепей Маркова	64
Гуляницький Л. Ф.	
Диверсифікація пошуку в алгоритмах ОМК.....	66
Донченко В.С.	
Нечіткість як засіб опису невизначеності: математика, прикладна математика, евристика?	67
Донченко В.С., Зінько Т.П.	
Застосування перетворення Гока для розпізнавання зображення номерних знаків	68
Доценко С.И.	
Игровые ситуации в задаче наилучшего выбора.....	69
Дубовецька І.І., Моклячук М.П.	
Мінімаксна похибка прогнозу періодично корельованих послідовностей.....	70
Дудзяний І. М.	
Нелінійні коливання у деяких системах з рухомими розподіленими навантаженнями	71
Емеличев В. А., Коротков В. В.	
Бикритериальная задача выбора инвестиционных проектов с критериями Вальда и Сэвиджа в условиях неопределенности	72

Слейко Я.І., Базилевич І.Б., Тимків Г.Б.

Гранична теорема для гіллястого процесу з довільною кількістю типів частинок74

Слейко Я.І., Звізло М.Р.

Системний аналіз процесів ризику за умов узагальнених потоків надходжень і виплат.....75

Жерновий Ю.В.

Задачі оптимального синтезу Марковських систем обслуговування з декількома заданими характеристиками76

Жерновий К.Ю.

Стаціонарні характеристики системи $M^{\theta}/G/1/m$ з пороговим блокуванням вхідного потоку і перемиканням режимів обслуговування78

Жмихова Т.В.

Оптимальна стратегія поведінки страхової компанії, що інвестує капітал на неповний фінансовий ринок.....79

Заболоцький Т.М.

Спільна множина довіри для очікуваної дохідності та дисперсії портфеля акцій з найменшим рівнем VaR80

Заславська О.В., Махно М.Ф.

Про одну задачу розміщення об'єктів інфраструктури автомобільних доріг загального користування82

Іксанов О.М., Маринич О.В.

Про одне узагальнення закону Ердьоша-Турана.....83

Касьянюк В.С.

Відновлення траєкторій руху об'єкта за триангуляційними вимірюваннями84

Касьянюк В.С., Малютенко Л.М., Польща М.В.

Побудова алгебри нечітких реляцій на основі теоретико-можливісного підходу.....85

Квасній М.

Термодинамічне моделювання динаміки ринку валют87

Кійковська О.І., Чабанюк Я.М., Хімка У.Т.

Збіжність випадкової еволюції в схемі усереднення89

Кінаш О. М., Пароля М. І., Шеремета М. М.	
Швидкість зростання аналітичних характеристичних функцій ймовірносних законів у термінах узагальнених порядків	90
Кіндибалюк А.А., Притула М.М.	
Бігамільтоновість гідродинамічної моделі еволюції тонких рідинних розшарованих потоків	93
Ковальчук В.П.	
Управління структурою захисту територій від підтоплення на основі сценарного моделювання	94
Ковальчук В.П., Марків О.М.	
Математичне моделювання впливу каналів на підтоплення земель	95
Ковальчук П.І., Матяш Т.В., Балихіна Г.А	
Оптимізація ризиків водопостачальників в системі ціноутворення	96
Коркуна Н.М., Цегелик Г.Г.	
Визначення оптимальної податкової ставки з використанням модифікованої кривої Лаффера	99
Королюк В.С.	
Динамічні випадкові еволюції на зростаючих інтервалах часу ...	101
Косаревич К.	
Некласична модель олігополістичної конкуренції без припущення про вид розподілу випадкових стратегій гравців	102
Коцур М.П., Руснак М.А.	
Алгоритм наближеного розв’язування задачі оптимізації об’єктів з розподіленими параметрами	103
Кудін В.Г., Макара В.А.	
Прогнозування термодинамічних властивостей сплавів і фазових рівноваг в потрійних системах	106
Кулян В.Р., Юнькова О.О., Рутицька В.В.	
Задача про ідентифікацію параметрів математичної моделі портфеля акцій	107
Лебедєв Є.О., Семенов В.В.	
Про гіллясті процеси Гальтона-Ватсона з імміграцією	108

Лебедєва Т.Т., Семенова Н.В., Сергієнко Т.І. Узгодженість умов стійкості векторних задач дискретної оптимізації	109
Лукашів Т.О., Ясинський В.К. Асимптотична стохастична стійкість в цілому систем стохастичних диференціально-різницевих рівнянь з Марковськими параметрами	110
Марценюк В.П., Вакуленко Д.В., Андрушак І.Є. Кореляційний підхід до обґрунтування оптимальних моделей розгалуження мікросудинних вузлів	112
Марценюк В.П., Климук Н.Я. Про модель страхування епідеміологічних захворювань	113
Марценюк В.П., Майхрук З.В. Якісний аналіз моделі Ходжкіна-Хакслі електричної провідності біологічних клітин	115
Матвієнко В.Т., Харченко І.І. Використання методу сплайн-апроксимацій для розпізнавання та класифікації спектральних даних	117
Махорт А.П. Про залежність стратегій поведінки споживачів від цін та рівновагу у відкритій економічній системі	118
Мащенко С.О., Бовсунівський О.М. Узагальнення підходу Беллмана-Заде до задачі досягнення нечітко визначеної цілі	119
Мащенко С.О., Моренець В.І. Нечіткі індивідуально-оптимальні рівноваги в іграх з функціями виграшу гравців	120
Меньшиков Ю.Л. Матричний критерій функціональної відтворюваності входу та виходу динамічної системи	121
Мічута О.Р., Власюк А.П., Мартинюк П.М. Про одну задачу консолідації ґрунтів із врахуванням впливу бага- токомпонентних сольових розчинів в неізотермічних умовах	123

Михалевич В. М.	
Некоторые MULTI-PRIOR модели принятия решений	125
Моклячук М.П., Масютка О.Ю.	
Фільтрація векторних стаціонарних процесів	126
Назарага І.М.	
Система підтримки прийняття рішень для прогнозування основних макроекономічних показників економіки України	127
Наконечний О.Г.	
Оптимальні прогнозні оцінки розв'язків параболічних рівнянь з випадковими коефіцієнтами	128
Наконечний О.Г., Демиденко С. В.	
Гарантовані оцінки розв'язків рівнянь другого порядку з періодичними умовами	129
Наконечний О. Г., Шушарін Ю.В.	
Гарантовані оцінки параметрів лінійної регресії з випадковою матрицею спостережень	131
Нікітін А.В.	
Стійкість за першим наближеннях у стохастичних диференціальних рівняннях Іто-Скорохода у гільбертовому просторі	132
Ночвай В.І.	
Врахування невизначеності параметрів в задачах управління якістю повітря	133
Огородник Н.П.	
Трикукові методи у випадку задач умовної мінімізації.....	134
Олійничук В.В., Стефанишин Д.В.	
Математичне моделювання фільтрації в тілі земляної греблі за даними п'єзометричних спостережень	136
Павлюченко О. Г.	
Використання критерія Севіджа для прийняття оптимальних рішень в умовах неповної інформації.....	137
Пашко А.О.	
Моделювання стаціонарних строго субгауссових випадкових процесів	138

Пепеляев В.А., Атоев К.Л.

Ранжирование регионов Украины по уровням социально-экономических и природно-техногенных угроз 139

Рагуліна О.Ю.

Властивості й обчислення ймовірності небанкрутства страхової компанії, яка розміщує капітал на фінансовому (B,S)-ринку..... 140

Романчук К.Г., Стефанишин Д.В.

Аналіз безвідмовності систем з автоматичним регулюванням 141

Россада Т.В.

Властивості мов програм з багатозначним іменуванням 142

Рясна І.І., Ходзінський О.М.

Про одну задачу комбінаторної оптимізації на нечітких множинах..... 143

Савула Я.Г., Щербата Г.М., Щербатий М.В.

Застосування Мсе до дослідження процесів гетеродифузного масоперенесення у двовимірній області 144

Самосёнок А.С.

Методы автоматической обработки неполадок в компьютерных системах..... 145

Семенець А.В.

Функціонально-модульна структура програмного забезпечення інформаційної системи перевірки знань в медичній освіті..... 146

Семенов В.В.

Аппроксимация решений системы равновесных задач 148

Семенов В.В.

Вирівнювання фіскальної здатності регіонів..... 149

Сенько І. О.

Асимптотична поведінка покращеної оцінки найменших квадратів у векторній регресійній моделі з похибками у змінних 150

Сеньо П.С.

Інтервальні ітераційні методи третього порядку збіжності, що не вимагають обертань інтервальних матриць 151

Судавацова В.С., Кудін Г.І., Кобилінська Н. Г.	
Моделювання фізико-хімічних властивостей багатокомпонентних сплавів	152
Тимофієва Н.К., Гриценко В.І.	
Про деяку особливість розв’язання задачі з теорії розкладів методом структурно-алфавітного пошуку	153
Турчин В.Ю., Звізло М.Р.	
Умови існування розв’язків для задачі прийняття рішень в умовах невизначеності з діагональною матрицею виплат.....	154
Ходневич Я.В.	
Проблема ефективного розв’язання СЛАР з розрідженою семидіагональною матрицею коефіцієнтів	155
Цимбал В.	
Сингулярно збурене еліптичне рівняння з випадковими граничними умовами.....	157
Чабанюк Я.М., Кукурба В.Р., Будз І.С.	
Генератор стохастичного процесу з напівмарковськими переключеннями	158
Чорней Р.К.	
Локальне керування Марковськими ступінчастими полями з переоцінкою на графі зі скінченною множиною керуючих впливів	159
Шахно С.М., Ярмола Г.П.	
Застосування різницевих методів для пошуку періодичних режимів нелінійних електронних схем.....	160
Шкільняк О.С.	
Композиційно-номінативні мультимодальні логіки та їх числення	161
Шкільняк С.С.	
Секвенційні числення в композиційно-номінативних логіках квазіарних предикатів	163
Шпига С. П.	
До оцінки коефіцієнта зсуву стохастичного диференціального рівняння з дробовим броунівським полем	164
Michálek J., Fusek M.	
Different approaches to inference for the extreme value distribution	165

NEW APPROACH FOR TESTING THE HYPOTHESIS ON LINEAR DIFFERENTIAL BOND AND ITS APPLICATION IN DECISION MAKING

Bakhrushin V.E

Classic Private University

Vladimir.Bakhrushin@zhu.edu.ua

Various methods of verification the hypothesis on the presence of statistical bond between the rows of data are widely used in applied research, including decision support systems. In particular it is interesting the question on testing the hypothesis about the presence of $f_1(x) = kf_2'(x) + b$ type statistical bond. Such bond may exist, particularly in the oscillating technical, socio-economical and ecological systems.

We proposed such approach for solving discussed problem [1]. The values $f_1(x_i)$ we replace with the numbers $y_{1i} \approx y_{10} + \int_{x_0}^{x_i} f_1(x) dx$ using the transformation:

$$y_{11} = f_2(x_1);$$

$$y_{1j} = y_{1j-1} + (f_1(x_{j-1}) + f_1(x_j))(x_j - x_{j-1})/2; \quad j = 2, \dots, n,$$

where n is the sample size. Such transformation corresponds to the trapezoidal method of numerical integration. Then, using the Pirson criterion, we may check the hypothesis about the linear bond between the y_1 and $f_2(x)$ samples.

Proposed approach was tested on model data, which corresponded to $f_1(x) = kf_2'(x) + b$ relations. Also it was tested on data about time dependences of model and real oscillating systems. It was also used for testing the hypothesis on linear differential bond between temperature dependences of internal friction and dynamical elastic modulus and gave an opportunity to prove it with real experimental data.

References

1 Бахрушин В.Є. Критерій для перевірки гіпотези про наявність зв'язку типу $f_1(x) = kf_2'(x)$ // Складні системи і процеси.– 2010 – 1.– С. 3 – 5.

PROPERTIES OF MULTICHANNEL QUEUES IN THE NETWORK MODELS WITH THE PARALLEL STRUCTURE IN HEAVY TRAFFIC

Chechelnitski A.A., Kucherenko O.V., Marin D.E.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

che@unicyb.kiev.ua

The parallel construction of the processes of calculations and treatment information is one of basic principles, used for planning modern computer networks. It allows to get a high speed and substantial economy of time. That is why an analysis of mathematical models with the parallel operating systems of service and general input flows are very important. .

In this paper we will consider the model which consists of r nodes $E_1, \dots, E_r$. Each node operates as a queueing systems $M / M / \infty$. It means that node E_i has a Poisson input flow of calls (exponential interarrival times) $y_i(t)$ with the parameter $\lambda_i > 0$, $i = \overline{1, r}$. The calls arrive one at time and immediately take one of servers. Each node has an infinite number of servers. Correspondingly, the service time in the node E_i , $i = \overline{1, r}$ has exponential distribution with the parameter $\mu_i > 0$, $i = \overline{1, r}$. Each call can be served only in one node. After service completion calls leaves the nodes. In addition we suppose that the batch which consists of r calls arrive semilteonsly at the all nodes according to a Poisson process $y(t)$ with the parameter $b > 0$. All nodes operate in parallel way in order to provide service in the batch of r calls. The construction of our model implies that in general the calls enter our model according to a multidementional Poisson input flow $(\nu_1(t), \dots, \nu_r(t))$ with parameter $\lambda_i > 0$, $i = \overline{1, r}$, $b > 0$, and the component $\nu_i(t)$ has the following representation $\nu_i(t) = y_i(t) + y(t)$. Denote by $Q(t) = (Q_1(t), \dots, Q_r(t))$, $t \in [0, T]$ the number of calls in the nodes of our model at time t . We will study the transient behavior of the multidimensional queueing process $Q(t)$ in heavy traffic conditions. This means that characteristics $\mu_i > 0$, $i = \overline{1, r}$ of our model de-

pend on a scaling parameter n , $n \rightarrow +\infty$ in the following way: 1) $\mu_i^{(n)} = \mu_i / n$, $i = \overrightarrow{1, r}$. Denote by $Q_n(t) = (Q_1^{(n)}(nt), \dots, Q_r^{(n)}(nt))$, $t \in [0, T]$ the numbers of calls in the nodes of our model at time nt . We assume as well that the initial number of calls is 0 in each node: 2) $Q_i^{(n)}(0) = 0$, $i = \overrightarrow{1, r}$. For process $\xi_n(t) = (\xi_1^{(n)}(t), \dots, \xi_r^{(n)}(t))$, where

$$\xi_i^{(n)}(t) = n^{-1/2} (Q_i^{(n)}(nt) - \alpha_i(t)n),$$

$\alpha_i(t) = (\lambda_i + b)(1 - e^{-\mu_i t})$, $i = \overrightarrow{1, r}$ (so $\xi_n(t)$ is a normalized queueing process $n^{-1/2} (Q_n(nt) - \alpha(t)n)$, where $\alpha(t) = (\alpha_1(t), \dots, \alpha_r(t))$) we prove a convergence in uniform metric to a diffusion process. Let us prove this fact.

Theorem. Suppose that conditions 1) and 2) hold. Then the sequence of processes $\xi_n(t) = (\xi_1^{(n)}(t), \dots, \xi_r^{(n)}(t))$ converges in uniform metric in any interval $[0, T]$ to a diffusion process $\xi(t)$, $\xi(0) = \xi_0 = 0$ with infinitesimal mean $a(x) = (a_1(x), \dots, a_r(x))$ and diffusion matrix B ,

$$(a_1(x), \dots, a_r(x)) = (-\mu_1 x, \dots, -\mu_r x),$$

$$B = \begin{pmatrix} (\lambda_1 + b)(2 - e^{-\mu_1 t}) & b & \dots & b \\ b & (\lambda_2 + b)(2 - e^{-\mu_2 t}) & b & b \\ \vdots & b & \ddots & b \\ b & \dots & b & (\lambda_r + b)(2 - e^{-\mu_r t}) \end{pmatrix}$$

References

1. Chechelnitzski A.A., (1999) Asymptotical properties of Erlang Queueing systems with dependent Poisson input flow. Top, v.7, 221-229.

RESULT INDICATORS DIFINITION PROBLEM

Dolenko G.

Taras Shevchenko National University of Kyiv
Department of *System Analysis and Decision Making Theory*
galinadolenko2006@yandex.ru

The aim of this paper is the evaluation of result indicators of effectiveness of economic development of organizational system with the help of the fuzzy sets theory and the elements of applied statistics [1]. The model and the method of evaluation of effectiveness of economic development of organizational system are proposed to consideration [2, 3]. The methodology is illustrated through example of Ukraine. Statistical data over the years 2009-2010 is used for calculations [4-6].

References

1. Dolenko G., Konareva E., Manovytska D. Fuzzy sets and statistics: Application to evaluation of economic development efficiency: IOS Press, Model Assisted Statistics and Applications, № 6, 2011, 1–11.
2. Dolenko G., Konareva E., Manovytska D. Multicriteria decision making problem of evaluating the effectiveness of Ukrainian regional economic development: PDMU-2011 (XVI International Conference “Problems of Decision Making under Uncertainties”), Ukraine, Skhidnytsia, May 23-27, 2011, 20-21.
3. Dolenko G., Multicriteria decision making problem of financial capital market: PDMU-2009 (International Conference “Problems of Decision Making under Uncertainties”), Ukraine, April 27-30, 2009, 20-21.
4. <http://www.kmu.gov.ua>
5. <http://www.sta.gov.ua/control/uk/index>
6. <http://www.ukrstat.gov.ua>

HYDROLOGICAL APPLICATION OF EXTREME VALUE DISTRIBUTION

¹Fusek M., ²Michálek J.

¹Brno University of Technology, Brno, Czech Republic

fusek.m@gmail.com

²University of Defence, Brno, Czech Republic

michalek@fme.vutbr.cz

The contribution deals with a statistical analysis of digitized chart records from six ombrographic stations of the Czech Hydrometeorological Institute ([3, 4, 7]). The statistical techniques for analyzing the measured time series are consistently based on the theory of extreme value distributions ([1, 2]). Two methods of statistical inference are compared in the contribution.

The first method is called Annual Maximum Series (AMS) in hydrological applications. The AMS works with data set divided into blocks of equal length, and the extreme value distribution (EVD) is fitted to the set of block maxima. In hydrology, the length of each block of long time series is usually one year. Then the block maxima are usually analyzed by maximum likelihood method and its asymptotic properties are used. The disadvantage of the method is that it works with block maxima only and other observations are omitted. Further the small number of blocks for short time series leads to high variance of the estimation.

The second method is called Partial Duration Series (PDS) method. Its idea is to work not only with block maxima but also with other order statistics which are above some threshold. It can be shown that conditional distribution of the observations above the given threshold is generalized Pareto distribution. Then the problem is reduced to the choice of a threshold (too low threshold leads to the bias of estimated parameters, and too high threshold leads to high variance of the estimates), and to statistical analysis of Pareto distribution. The parameters of Pareto distribution will be estimated by maximum likelihood.

A different approach based on the order samples and order statistics can be used in addition to maximum likelihood. We will concentrate on probability-weighted moment method ([5, 6]) in comparison with maximum likelihood.

Keywords: annual maximum series, extreme value distribution, Pareto distribution, maximum likelihood method, partial duration series, probability-weighted moment method.

References

1. Coles, S. (2001). An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values. Springer, 208 p. ISBN 1-85233-459-2.
2. De Haan, L., Ferreira, A. (2006) Extreme Value Theory. An Introduction. Springer, 421 p. ISBN 0387239464.
3. Hellebrand, R., Michálek, J., Fusek, M., Prax, P. (2010) Aktualizace hydrologických podkladů pro potřeby městské hydrologie. In Hydrologické podklady pro potřeby městského odvodnění. 1. Brno: VUT Brno, FAST. s. 10-23. ISBN: 978-80-214-4096-8
4. Hellebrand, R., Michálek, J., Fusek, M., Prax, P. (2011) Modelling precipitation extremes for the purpose of urban drainage in the Czech Republic}. Sent to: Journal of Hydrology, 2011.
5. Hosking, J. R. M., Wallis, J. R., Wood, E. F. (1985) Estimation of the Generalized Extreme-Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments. Technometrics. Volume 27. No. 3. p 251-261.
6. Hosking, J. R. M., Wallis, J. R. (1987) Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution. Technometrics. Volume 29. No. 3. p. 339 -349.
7. Michálek, J., Fusek, M. (2010) Rozdělení extrémních hodnot s aplikacemi. Proceedings of XIX Summer School of Biometrics. Biometric Methods and Models in Current Science and Research. Lednice, Czech Republic

Acknowledgment: Supported by the grant FSI-J-11-49 No. 22157 and by the institutional support of MoD of the Czech Republic.

APPROXIMATE OPTIMAL STABILITY FOR SUBDIFFERENTIAL TYPE INCLUSION¹

Kapustian Olena

Taras Shevchenko National University of Kyiv

olena_kap@gmail.com

Let H be separable Hilbert space, $\varphi : H \rightarrow (-\infty, +\infty]$ is proper convex lower semicontinuous function, $cl_H(D(\varphi)) = H$, $\partial\varphi$ is its subdifferential, $F : H \rightarrow 2^H$ is a multivalued mapping, $g \in H$ is given function, $\varepsilon > 0$ is a small parameter.

We consider an optimal stability problem for subdifferential type inclusion

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} \in -\partial\varphi(y) + \varepsilon F(y) + g \cdot u(t), & t > 0, \\ y(0) = y_0 \in H, \end{cases} \quad (1)$$

$$u(\cdot) \in U \subset L^2(0, +\infty) \text{ is closed, convex,} \quad (2)$$

$$J(u) \rightarrow \inf. \quad (3)$$

Let $\{\hat{y}_\varepsilon, \hat{u}_\varepsilon\}$ be an optimal process in (1)-(3), $\hat{J}_\varepsilon = J(\hat{u}_\varepsilon)$ is a value of our problem. Let under $\varepsilon = 0$ the problem (1)-(3) has an optimal regulator $u = u[y]$, on which the value $\hat{J}_0$ of this problem is realized.

In this paper conditions on function φ , the mapping F and on the functional $J(u)$ are presented. These conditions validate approximate stability in sence that regulator $u[y]$ gives approximate synthesis for initial problem (1)-(3) for small $\varepsilon > 0$. It means that for any solution $\tilde{y}_\varepsilon(\cdot)$ of problem

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} \in -\partial\varphi(y) + \varepsilon F(y) + g \cdot u[t, y], & t > 0, \\ y(0) = y_0, \end{cases} \quad (4)$$

an equality $|J(u[\tilde{y}_\varepsilon]) - \hat{J}_\varepsilon| \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0$ is valid.

¹Робота виконана в рамках українсько-французького проекту "Апостеріорне мінімаксне оцінювання руху рідин" (номер держреєстрації 0111U007406)

RECIPROCAL GAMMA DIFFUZION PROCESSES FOR RISKY ASSET RETURNS CONSTRUCTION

¹Leonenko N., ²Shchestyuk N.

¹Cardiff University, UK

Leonenkon@cardiff.ak.uk

²National University “Kiyv-Mohila Academy”, Ukraine

Natalyshch@gmail.com

It is known that there are the holes in Black-Scholes GBM model and it has been shown that the Black-Scholes GBM model lacks many empirically found features and many alternatives were proposed. In this paper we present another alternative to GBM that incorporates the hiperbolical distribution of the returns. This model gives asset prices as GBM but is driven by some nondecreasing stochastic "activity time" (or "market time") process.

We consider a model for stock price $\{P_t, t \geq 0\}$ driven by standard Brownian motion B , which has a “fractal clock” rather than a calendar clock:

$$\log P_t = \log P_0 + \mu t + \theta T_t + \sigma B(T_t), \quad (1)$$

where $\mu \in R$, $\sigma > 0$ reflect drift and diffusion, $\theta \in R$ determined skewness, $\{T_t, t \geq 0\}$ is positive process, nondecreasing with stationary but not independent increments $\tau_t = T_t - T_{t-1}$. When random activity time process $T_t = t$, then equation (1) is Black-Scholes formula and $\log P_t$ is normal for any t . Log-returns of the model (1) is stochastic process

$$X_t = \log P_t - \log P_{t-1} = \mu + \theta \tau_t + \sigma \sqrt{\tau_t} B(1), \quad (2)$$

By Leonenko N. N. was introduced a new construction of the fractal activity time $\{T_t, t \geq 0\}$ based on the idea of superposition of the diffusion processes. For construction of the activity time process was used inverse Gaussian (IG) or Gamma (VG) distributions of increments $\{\tau_t\}$.

In this paper we construct the activity time

$$T_t^m = \sum_{i=1}^t \tau_i^m,$$

where τ_i has reciprocal (inverse) Gamma distribution $R\Gamma(\alpha, \beta)$ and consider two models for this case of finite superposition.

Model 1: $m = 1$, $\tau_i = \tau_i^1 = Y_t$, $t = 0, 1, 2, \dots$, where Y_t is solution of equation

$$dY_t = -\theta(Y_t - \frac{\alpha}{\beta-1})dt + \sqrt{\frac{2\theta}{\beta-1}} Y_t^2 dW(t), \quad t \geq 0,$$

The diffusion process $Y = Y_t$, $t \geq 0$ that solves this SDE is ergodic with invariant reciprocal gamma probability density function $R\Gamma(\alpha, \beta)$.

Logreturns are of Student type.

Model 2: $m = 2$, that is $\tau_i^2 = Y_t^{(1)} + Y_t^{(2)}$, $t = 0, 1, 2, \dots$,

where $Y_t^{(1)}$ and $Y_t^{(2)}$ are independent processes such that are solutions of equations

$$dY_t^{(j)} = -\theta(Y_t^{(j)} - \frac{\alpha^{(j)}}{\beta^{(j)}-1})dt + \sqrt{\frac{2\theta^{(j)}}{\beta^{(j)}-1}} Y_t^{(j)2} dW^{(j)}(t), \quad t \geq 0, \quad j = 1, 2.$$

The process $Y_t^{(1)} + Y_t^{(2)}$, $t \geq 0$, is stationary and has a ergodic marginal density is a convolution of two IG densities.

For this models we present distribution theory, show that activity time processes is asymptotically self-similar, consider stock price processe $\{P_t\}$, construct model under which $\{e^{-rt} P_t\}$ is a martingale and find option price.

References

1. Bibly, B.M., Skowgaard, M. I. Diffusion-type models with given marginal distribution and autocorrelation function, Bernoulli, 2005, 11(2)}, p. 191-200.
2. Giron, F.J., Castillo C. A note on the convolution of inverted-gamma distributions with applications to the B-Fisher distribution, - Statistic and Operations Research, 2001, 95(1), p.39-44.
3. Heyde, C. C. and Leonenko, N. N. (2005). Student Processes., Applied Probability, 37, p. 342-365.

IMPACT OF SMOOTHING PARAMETER ON CHANGE POINT DETECTION BY SPARSE PARAMETER ESTIMATION

¹Neubauer J., ²Veselý V.

University of Defence, Brno, Czech Republic

Jiri.Neubauer@unob.cz

Masaryk University, Brno, Czech Republic

vesely@econ.muni.cz

Detection of changes is a problem of discovering time points at which properties of a stochastic process change. This covers a broad range of real-world problems and has been actively discussed. The standard statistical approach to this problem is described for example in Csörgő, M. and Horváth, L (1997). The contribution is focused on change point detection in a one-dimensional stochastic process using sparse parameter estimation from an overparametrized model. A stochastic process with change in the mean is estimated using dictionary consisting of Heaviside functions. Among all possible representations of the process we want to find a sparse one utilizing a significantly reduced number of atoms. This problem can be solved by ℓ_1 -minimization (see Bruckstein et al. (2009), Chen et. al (1998)). The basis pursuit algorithm is used to get sparse parameter estimates. Basic properties of this approach were studied in Neubauer and Veselý (2011) and in Neubauer and Veselý (2010) by simulations. According to these results, the basis pursuit approach proposes an alternative technique of the change point detection. In this contribution the authors calculate empirical probability of successful change point detection as a function depending on the smoothing parameter and the level of standard deviation of an additive white noise of the stochastic process. The empirical probability was computed by simulations where locations of change points were chosen randomly from uniform distribution.

Keywords: change point detection, overparametrized model, sparse parameter estimation, smoothing parameter.

References

1. Bruckstein, A. M. et al. (2009). From Sparse Solutions of Systems of Equations to Sparse Modeling of Signals and Images. *SIAM Review*, 51 (1), 34–81.
2. Chen, S. S. et al. (1998). Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM J. Sci. Comput.*, 20 (1), 33-61 (2001 reprinted in *SIAM Review*, 43 (1), 129–159).

3. Csörgö, M. and Horváth, L. (1997). *Limit Theorems in Change-Point Problem*. Wiley, New York.
4. Neubauer, J. and Veselý, V. (2011). Change Point Detection by Sparse Parameter Estimation. *Informatica*, 22 (1), 149–164.
5. Neubauer, J. and Veselý, V. (2010). Multiple Change Point Detection by Sparse Parameter Estimation. In *Proceedings of COMP-STAT'2010, 19th International Conference on Computational Statistics*. p.1453–1459.

Acknowledgment: supported by the grant MSM0021622418 and by the institutional support of MoD of the Czech Republic

A COMPETITIVENESS ASSESSMENT OF SELECTED UKRAINIAN REGIONS²

Odehnal, J., Sedláčik, M., Michálek, J.

Faculty of Economics and Management, University of Defence, Brno,
the Czech Republic

`jakub.odehnal@unob.cz`

`marek.sedlacik@unob.cz`

`michalek@fme.vutbr.cz`

The paper focuses on the application of multivariate classification techniques for assessing the regional competitiveness of selected Ukrainian regions. In accordance with the character of data used, the authors perform factor analysis and cluster analysis to make the classification. As an input for the practical analysis data sets, such variables are selected which describe regional competitiveness defined as the ability to produce goods, provide services and pass the test of international markets while maintaining high and sustainable levels of income or, more generally, the ability of regions to achieve relatively high income and employment levels (see e.g. [1]) while facing external competition. Four indicators of regional competitiveness are created using the factor analysis results.

The paper is related to the authors' previous classification of the European Union regions from the point of view of regional competitiveness. The Ukrainian regions are classified into groups with the aim of

² The paper is supported by FEM Development Projects Economic Laboratory and Development of Methods for Solving Unstructured Decision Making Problems at the Ministry of Defence.

clustering the most similar objects. It leads to the formation of homogeneous groups, which is pursuant to [2] considered to be the general aim of cluster analysis. The results of cluster analysis are graphically represented in a dendrogram and maps.

References

1. CAMBRIDGE ECONOMETRICS, ECORYS-NEI. 2003. A Study on the Factors of Regional Competitiveness (A Draft Final Report for the European Commission), University of Cambridge, 2003.
2. JOHNSON, R. A., WICHERN, D.W. Applied multivariate statistical analysis. Prentice Hall, 1992.
3. ODEHNAL, J., SEDLAČÍK, M., MICHÁLEK, J. : Multivariate classification of candidate and Member States of the EU. Economics and Management. 2011. ISSN 1822-6515
4. ODEHNAL, J., MICHÁLEK, J. : An empirical analysis of the business environment of selected European Union regions. Politická Ekonomie. Volume 59, Issue 2, 2011, Pages 242-262.

GUARANTEED ESTIMATION OF SOLUTIONS OF THE FIRST ORDER LINEAR HYPERBOLIC SYSTEMS OF EQUATIONS WITH UNCERTAIN DATA³¹

²Yu. K. Podlipenko, ³N.V. Grishchuk

²Kiev National University

youripl@mail.ru

³Niger Delta University, Nigeria

In this study we focus on optimal estimation of solutions of the Cauchy problem for the first order linear hyperbolic systems of equations (or, more generally, estimation of values of some functionals on their solutions) under incomplete data.

We assume that right-hand sides of equations and initial conditions are unknown and belong to the given bounded subsets of the space of all square integrable functions. It is supposed also that a class of noisy observations distributed on a finite system of bounded domains and observation errors (noises) are realizations of the stochastic processes, with unknown moment functions of the second order also belonging to certain given subsets.

³ Робота виконана в рамках українсько-французького проекту "Апостеріорне мінімаксне оцінювання руху рідин" (номер держреєстрації 0111U007406)

For solving such problems with the lack of reliable information about the distribution of random perturbations, the following approach is used.

We are looking for linear with respect to observations optimal estimates of solutions of the considered systems of equations from the condition of minimum of maximal mean square error of estimation taken over the above subsets. Such estimates are called minimax or guaranteed estimates.

This approach makes it possible to find optimal estimations of unknown solutions, corresponding to the "worst" realizations of perturbations.

The above mentioned estimation problems are of major significance in many areas of applied physics. Therefore, comprehensive theoretical analysis of estimation techniques is an urgent task.

We elaborate constructive methods for obtaining such estimates, which is expressed in terms of solutions of special integro-differential equations.

HYSTERESIS STRATEGIES FOR RETRIAL QUEUES WITH LIMITED NUMBER OF RETRIALS

Pryshchepa Oksana

Taras Shevchenko National University of Kyiv

o.prishepa@gmail.com

The main characteristic of retrial queues is that a primary customer who finds busy the service facility upon arrival immediately leaves the servers area, but some time later he repeats his demand (see, for example, [1]). Between retrials he is said to be in 'orbit'. Such queuing systems with repeated attempts have wide practical use in designing local area networks, communication network.

In this work we consider a retrial queue of type $M/M/1$ in which the number of retrials of each customer is limited by one attempt and which a rate of primary calls flow depends on the number of customers in the orbit. A rate of the input flow is controlled by hysteresis strategy. Such strategy is built by means of the two thresholds H_1 and H_2 , $H_1 \leq H_2$. If in some moment in time the number of customers in the orbit does not exceed H_1 then the system works in the first mode with rate of input flow h_1 . If the number of customers in the orbit exceed H_2 , then the system works in the second mode with rate of input flow h_2 . If the number

of repeated calls is in the interval $(H_1, H_2]$ than the queue follows the mode in which it was at previous moment of time.

The system state at time t can be described by means of a trivariate process $Q(t, H_1, H_2) = (Q_1(t, H_1, H_2), Q_2(t, H_1, H_2), R(t, H_1, H_2)), t \geq 0$, where $Q_1(t, H_1, H_2)$ is the number of busy servers at time t , $Q_2(t, H_1, H_2)$ is the number sources for one repeated attempt at time t and $R(t, H_1, H_2)$ is the system operating mode. The process $Q(t, H_1, H_2)$ is a continuous time Markov chain with the lattice semi-strip as the state space $S(Q(t, H_1, H_2)) = S^1(Q(t, H_1, H_2)) \cup S^2(Q(t, H_1, H_2))$, where $S^1(Q(t, H_1, H_2)) \cap S^2(Q(t, H_1, H_2)) = \emptyset$, $S^1(Q(t, H_1, H_2)) = \{i = (i_1, i_2, 1) : i_1 = 0, i_2 = 0, \dots, H_2\}$, $S^2(Q(t, H_1, H_2)) = \{i = (i_1, i_2, 2) : i_1 = 0, i_2 = H_1 + 1, \dots, \infty\}$.

Theorem 1. If $h_1, h_2, \mu, \nu > 0$ for the retrial queue of type $M/M/1$ with one repeat attempt and with rate of the input flow are controlled by hysteresis strategy that there exists stationary regime and recurrent formulas for stationary probabilities are given by:

$$\pi_{00}^{(1)} = \frac{\mu}{h_1} \pi_{10}^{(1)}, \pi_{0j}^{(1)} = \frac{\mu \alpha_j^{(1)} \pi_{10}^{(1)}}{h_1 + j\nu}, \pi_{1j}^{(1)} = \alpha_j^{(1)} \pi_{10}^{(1)}, j = 1, \dots, H_1,$$

$$\pi_{0j}^{(1)} = \frac{\mu}{h_1 + j\nu} \left[\alpha_j^{(1)} - \frac{h_1 \alpha_{H_2}^{(1)} \beta_{j, H_1+1}^{(1)}}{\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)}} \right] \pi_{10}^{(1)}, \pi_{1j}^{(1)} = \left[\alpha_j^{(1)} - \frac{h_1 \alpha_{H_2}^{(1)} \beta_{j, H_1+1}^{(1)}}{\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)}} \right] \pi_{10}^{(1)},$$

$$j = H_1 + 1, \dots, H_2,$$

$$\pi_{0H_1+1}^{(2)} = \frac{h_1 \mu \alpha_{H_2}^{(1)}}{(H_1 + 1)(\mu + h_2 + (H_1 + 1)\nu)(\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)})} \pi_{10}^{(1)},$$

$$\pi_{1H_1+1}^{(2)} = \frac{h_1 \alpha_{H_2}^{(1)} (h_2 + (H_1 + 1)\nu)}{(H_1 + 1)(\mu + h_2 + (H_1 + 1)\nu)(\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)})} \pi_{10}^{(1)},$$

$$\pi_{0j}^{(2)} = \frac{\mu h_1 \alpha_{H_2}^{(1)} \beta_{j, H_1+1}^{(2)}}{(h_2 + j\nu)(\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)})} \pi_{10}^{(1)}, \pi_{1j}^{(2)} = \frac{h_1 \alpha_{H_2}^{(1)} \beta_{j, H_1+1}^{(2)}}{\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)}} \pi_{10}^{(1)}, j = H_1 + 2, \dots, H_2 + 1,$$

$$\pi_{0j}^{(2)} = \frac{\mu \alpha_j^{(2)} h_1 \alpha_{H_2}^{(1)} \beta_{H_2+1, H_1+1}^{(2)}}{(h_2 + j\nu) \alpha_{H_2+1}^{(2)} (\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)})} \pi_{10}^{(1)}, \pi_{1j}^{(2)} = \frac{\alpha_j^{(2)} h_1 \alpha_{H_2}^{(1)} \beta_{H_2+1, H_1+1}^{(2)}}{\alpha_{H_2+1}^{(2)} (\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)})} \pi_{10}^{(1)},$$

$$j = H_2 + 2, \dots, \infty,$$

$$\text{where } \pi_{10}^{(1)} = \left[\frac{\mu + h_1}{h_1} + \sum_{j=1}^{H_1} \frac{h_1 + \mu + j\nu}{h_1 + j\nu} \alpha_j^{(1)} + \sum_{j=H_1+1}^{H_2} \frac{h_1 + \mu + j\nu}{h_1 + j\nu} \left(\alpha_j^{(1)} - \frac{h_1 \alpha_{H_2}^{(1)} \beta_{j, H_1+1}^{(1)}}{\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{h_1 \alpha_{H_2}^{(1)}}{\nu + h_1 \beta_{H_2, H_1+1}^{(1)}} \left(\frac{1}{H_1 + 1} + \sum_{j=H_1+2}^{H_2+1} \frac{\beta_{j, H_1+1}^{(2)} (h_2 + \mu + j\nu)}{h_2 + j\nu} + \sum_{j=H_2+2}^{\infty} \frac{(h_2 + \mu + j\nu) \alpha_j^{(2)} \beta_{H_2+1, H_1+1}^{(2)}}{\alpha_{H_2+1}^{(2)} (h_2 + j\nu)} \right) \right]^{-1},$$

$$\alpha_j^{(r)} = \frac{h_r^j}{j!v^j} \prod_{k=0}^{j-1} \frac{h_r + (j-k)v}{h_r + \mu + (j-k)v}, \quad \beta_{jm}^{(r)} = \sum_{i=0}^{j-m} \frac{(j-i-1)!h_r^i}{j!v^i} \prod_{k=0}^i \frac{h_r + (j-k)v}{h_r + \mu + (j-k)v}, \quad r=1,2.$$

In this work we consider optimization problem consisting in finding such thresholds H_1 and H_2 , which maximize average income of system $C_1S_1(H_1, H_2) + C_2S_2(H_1, H_2) - C_3S_3(H_1, H_2) - C_4S_4(H_1, H_2) \rightarrow \max$, where $\lim_{t \rightarrow \infty} t^{-1}S_i(t, H_1, H_2) = S_i(H_1, H_2)$ ($i = \overline{1,4}$); $S_1(t, H_1, H_2)$ – the number of calls that were served before time t in the first mode; $S_2(t, H_1, H_2)$ – the number of calls that were served before time t in the second mode; $S_3(t, H_1, H_2)$ – the number of calls that become repeated calls; $S_4(t, H_1, H_2)$ – the number of switching rate of the input flow, C_1 – profit associated with service of a call in the first mode; C_2 – profit associated with service of a call in the second mode; C_3 – penalty for refusal to serve; C_4 – penalty for switching rate of the input flow. The similar optimization problems for retrial queues have been considered in [2].

References

1. Falin G. I. and Templeton J. G. C. Retrial queues. - London: Chapman and Hall, 1997. - 328 p.
2. Dudin A.N., Klimenok V.I. Optimization of dynamic control of input load in node of informational-computing network // Automation and computing technology. - 1991. - №2. - P.25-31.

ON ADEQUACY OF ESTIMATIONS OF COMPETITIVENESS OF THE ENTERPRISES IN SPACE OF MULTISETS

Rjasnaia I.I.

V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine

riasnaia@gmail.com

Use of multisets has rather small history, therefore problems of adequacy of estimations on the basis of multisets aren't researched yet sufficiently. The problem of comparing (estimating) of competitiveness of the enterprises on the basis of the Hamming metric in space of multisets is considered in [1]. Let $\mathbf{A}$ – set of the enterprises, $\mathbf{A} = \{A_l\}_{l=1}^P$, $\mathbf{Q}$ – set of criteria of an estimation of competitiveness of the enterprises, $\mathbf{Q} = \{Q_s\}_{s=1}^m$. Each criterion Q_s is measured in the quantitative or quali-

tative scale with strict ordered set of values $Q_s = \left(q_s^{e_s} \right)_{e_s=1}^{h_s}$, e_s – a variable with domain of values $\{1, \dots, h_s\}$, $q_s^1 > q_s^2 > \dots > q_s^{h_s}$. Let n experts determined the estimations to the enterprises for each of these criteria. The result a of estimation by a set of experts of values of criteria of competitiveness of the enterprise A_l , $l \in \{1, \dots, p\}$, it is possible to present as a multiset over the domain $G = \{Q_1, \dots, Q_m\}$.

Estimations of competitiveness of the enterprises, received on the basis of the Hamming metric in space of multisets, it is possible to present as mapping $\varphi_H : \mathbf{A} \rightarrow R^1$.

In the report it is shown that according to positions of the representative theory of measurements [2] considered in [1] φ_H -estimations of competitiveness of the enterprises are *invariant*, but *not adequate*, as relations in the formal model of empirical system can contradict relations in empirical system.

The analysis of the reasons of inadequacy is carried out.

References

1. <http://ea.donntu.edu.ua/handle/123456789/959>
2. Суппес П., Зинес Дж. Основы теории измерений // Психологические измерения. – М.: Мир, 1967.– С. 9–110.

MODEL CONSTRUCTION METHODS FOR STATIONARY STOCHASTIC PROCESSES WITH GIVEN ACCURACY AND RELIABILITY

Rozora I. , Lukovych O.

Kyiv National Taras Shevchenko University

irozora@bigmir.net

Nowadays model construction of stochastic processes is one of an actual topics in probability theory and its applications because of wide use in different spheres, e.g. in social and economic sciences, actuarial and financial mathematics, engineering, physics and so on.

A lot of scientists worked on problem of model construction for stochastic processes and fields. Some of them are S. Yermakov, G. Mik-

hailov, M. Yadrenko, Yu. Kozachenko, V. Ogorodnikov, S. Prigarin and others.

New expansions of random processes in the form of the series are considered. Particularly, there are expansions in series of stationary stochastic processes with absolutely continuous spectral function.

For example, let $X(t)$, $t \in [a, b]$, be a centered stochastic processes with such correlation function

$$R(t, s) = EX(t)\overline{X(s)} = \int_{-d}^d f(t, \lambda) \overline{f(s, \lambda)} d\lambda$$

Then the process $X(t)$ is represented in series

$$X(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \xi_k a_k(t),$$

where

$$a_k(t) = \frac{1}{\sqrt{2d}} \int_{-d}^d f(t, \lambda) e^{\frac{ik\pi\lambda}{d}} d\lambda$$

and ξ_k are centered non-correlated random variables with variance 1.

The model of the process is defined as truncation of the series. The conditions under which the model approximates the process with given reliability and accuracy in some Banach space are studied.

References

1. Kozachenko Yu.V, Rozora I.V. and Turchyn Ye.V. Properties of some random series// Communications in Statistics—Theory and Methods, 40: 3672–3683, 2011.

AN APPLICATION OF MULTIVARIATE DECISION MAKING METHODS FOR EVALUATING ECONOMIC AND INSTITU- TIONAL ISSUES OF THE EU COUNTRIES AND THE SE- LECTED EUROPEAN NEIGHBOURHOOD⁴

Sedlačík, M., Odehnal, J., Michálek, J.

Faculty of Economics and Management, University of Defence, Brno,
the Czech Republic

**marek.sedlacik@unob.cz jakub.odehnal@unob.cz
michalek@fme.vutbr.cz**

The European Union as a result of the historical process of integration is currently a union of 27 Member States having developed market economies and functioning democratic government systems. The aim of this paper is to evaluate economic and institutional development of the European Union countries and the Ukraine as a member of the European neighbourhood. To analyse the current situation in the Ukraine and the EU countries, the authors employ multivariate statistical techniques which take into consideration the multivariate properties of the data sets used as input variables.

To quantify the general economic criteria consisting in the existence of flourishing economies in individual countries, the authors use data selected from the World Bank database. To quantify the political criteria, the authors examine data published by the World Bank evaluating the quality of administration in selected countries by means of 6 variables. The first variable designated as Voice and Accountability assesses the quality of administration in compliance with the evaluation of the level of political, civil and human rights in individual countries. The second variable Political Instability and Violence assesses the probability of possible violent threat to the given country or the level of political instability in the country. Government Effectiveness, i.e. the third variable, comprises the public service quality assessment, the level of bureaucracy and reliability of the government in the given country. The next variable Regulatory Burden assesses the regulatory burden of the country, and Rule of Law or the legal order quality comprises the as-

⁴ The paper is supported by FEM Development Projects Economic Laboratory and Development of Methods for Solving Unstructured Decision Making Problems at the Ministry of Defence.

assessment of public trust in social norms and the level of conformity to them.

The authors use data characterizing the position of 27 Member States of the European Union and the Ukraine. Similarly to the result published in [2, 3], the authors classify the analysed countries by means of factor and cluster analyses so as to prove first of all the existence of economically differentiated groups within the unified integration group.

Bibliography/References

1. JOHNSON, R. A., WICHERN, D.W. Applied multivariate statistical analysis. Prentice Hall, 1992.
2. ODEHNAL, J., SEDLAČÍK, M., MICHÁLEK, J. : Multivariate classification of candidate and Member States of the EU. Economics and Management. 2011. ISSN 1822-6515
3. ODEHNAL, J., MICHÁLEK, J. : An empirical analysis of the business environment of selected European Union regions. Politická Ekonomie. Volume 59, Issue 2, 2011, Pages 242-262.

COLLECTIVE DECISIONS: SOME PROBLEM STATEMENTS AND MATHEMATICAL METHODS

Yu. V. Shestopalov

Karlstad University, Sweden

your.i.shestopalov@kau.se

State main items of this study related to the theory of collective decisions (collective action) and decision making under uncertainties: to analyze situations when it is necessary to compare different activities (e.g. quality of the process under consideration in different time intervals; specific examples connected with the analysis of education quality are reported in [1]) or to establish their ranking based on the information collected in the form of questionnaires or query reports; to formulate mathematically correct problem statements and find adequate mathematical methods that would enable the customers to make rational choice or take rational decision.

A typical situation is when n respondents answer S times a questionnaire consisting of m items setting every time a mark $k \in K = \{1, \dots, K\}$. A purpose of the quiz may be to analyze or estimate a certain issue (often its purpose is not specified in advance and may not be clear even for its organizers; here lies uncertainty of the problem). A possible mathematical formulation may be (i) to collect the answers as a

matrix $A_s = \|a_{ij}^{(s)}\| \in \mathbb{R}^{mn}$, where $a_{ij}^{(s)} \in \mathbb{K}$ and $s \in S = \{1, \dots, S\}$; (ii) to define a 'quality' functional (a mapping, maybe nonlinear) $F: \mathbb{R}^{mn} \rightarrow \mathbb{R}^t$, where an element $I_s = F(A_s) \in \mathbb{R}^t$ may be treated as a 'collective mark' (estimate) or rank (in the simplest case, $t = 1$; a fine analysis requires higher dimensions); (iii) to define a binary relation $\succ$ on $\mathbb{R}^t$ suitable for the required analysis (purpose); (iv) to apply F to all matrices and obtain ranking $\{s_1 \dots s_S\}$ of the event (a permutation of S) according to $I_{s_1} \succ \dots \succ I_{s_S}$. Numbers n and m may vary from tens to, respectively, several hundred thousand and several hundred, while for the mark scale usually $2 \leq S \leq 10$.

We consider several specific examples, propose definitions of the quality functional, and present the results as ready rankings.

References

1. L. Haglund, L.E. Johansson, *Studenter om studier på distans. Resultat från 1616 studentenkäter vid Karlstads universitet 2007 och 2011*, Karlstad University Studies 2011:19.

RECURRENT PARAMETER ESTIMATION BY LEAST SQUARES METHOD WITH MINIMAL DEVIATIONS FROM 'ATTRACTION' POINTS FOR NONLINEAR SYSTEMS UNDER UNCERTAINTIES

Alexander S. Slabospitsky

Taras Shevchenko National University of Kiev

sl@univ.kiev.ua

Consider estimation of unknown parameter vector α in the dynamic system:

$$x(k+1) = F(x(k), u(k), k)\alpha + g(x(k), u(k), k) + \xi(k), \quad k \in \mathbb{N}, \quad (1)$$

where $x(k), u(k), \xi(k)$ are state, control and disturbance vectors respectively.

The problem of least squares parameter estimation for object (1) is considered in non-classical case when this estimate may be not unique and additionally 'attraction' point α_N for parameter vector α is known at any moment N , $N = 0, 1, 2, \dots$.

In this situation, set of all least squares estimates of α for system (1) is given as

$$\text{Arg min}_{\alpha} \sum_{k=1}^N \|\xi(k)\|^2. \quad (2)$$

The least squares estimate with minimal deviation from ‘attraction’ point α_N at any moment N is proposed as unique estimate on estimate set (2). This unique estimate has the following explicit representation form:

$$\hat{\alpha}(N) = \tilde{F}_N^+ \tilde{x}_N + \left[E - \tilde{F}_N^+ \tilde{F}_N \right] \alpha_N, \quad N \in \mathbb{N},$$

where $(^+)$ — Moore-Penrose pseudoinverse operator,

$$\tilde{x}_N = \begin{pmatrix} x(2) - g(x(1), u(1), 1) \\ x(3) - g(x(2), u(2), 2) \\ \dots \\ x(N+1) - g(x(N), u(N), N) \end{pmatrix}, \quad \tilde{F}_N = \begin{pmatrix} F(x(1), u(1), 1) \\ F(x(2), u(2), 2) \\ \dots \\ F(x(N), u(N), N) \end{pmatrix}.$$

Two representation forms of recurrent estimation algorithm for least squares parameter estimate $\hat{\alpha}(N)$ with minimal deviation from ‘attraction’ point α_N at any moment N and corresponding recurrent procedure for residual sum of squares are obtained for above-mentioned nonlinear discrete dynamic system.

МОДЕЛЬ РОЗЩЕПЛЕННЯ ЛОГІСТИЧНОЇ СИСТЕМИ ЛОТКЕ-ВОЛЬТЕРРА ДЛЯ ЗАДАЧІ КОНКУРЕНЦІЇ

Акіменко В.В., Єфіменко А.А.

Київський університет імені Тараса Шевченка,

akvv@unicyb.kiev.ua

У розглянутій замкненій системі у одиницю нормованого часу існує ресурс $\alpha_0(t) > 0$, $t \in [0, T]$, як деяка не спадаюча функція часу $d\alpha_0/dt \geq 0$ для деякого складного об'єкту, що еволюціонує у часі та може бути ідентифікованим за допомогою скалярного макропараметра $Y(t)$. Розглянемо задачу Коші для рівняння Бернуллі (логістична модель):

$$Y_t = (\alpha_0(t) - Y(t))Y(t), \quad Y(0) = Y_0.$$

де $0 < Y(0) < \alpha_0(0)$ - початкове значення макропараметра $Y(t)$. За Розщеплюємо рівняння і початкові умови задачі на 4 під задачі та отримуємо формально систему Лотке-Вольтера для чотирьох конкуруючих об'єктів:

$$y_t^{(00)} = (\alpha_0(t) - Y(t))y^{(00)} + \gamma_{0,1}(t)(y^{(10)} + y^{(11)})y^{(00)} + \gamma_{00,01}(t)y^{(00)}y^{(01)}$$

$$y_t^{(01)} = (\alpha_0(t) - Y(t))y^{(01)} + \gamma_{0,1}(t)(y^{(10)} + y^{(11)})y^{(01)} - \gamma_{00,01}(t)y^{(00)}y^{(01)}$$

$$y_t^{(10)} = (\alpha_0(t) - Y(t))y^{(10)} - \gamma_{0,1}(t)(y^{(00)} + y^{(01)})y^{(10)} + \gamma_{10,11}(t)y^{(10)}y^{(11)}$$

$$y_t^{(11)} = (\alpha_0(t) - Y(t))y^{(11)} - \gamma_{0,1}(t)(y^{(00)} + y^{(01)})y^{(11)} - \gamma_{11,10}(t)y^{(10)}y^{(11)}$$

$$y^{(00)}(0) = y_0^{(00)}, y^{(01)}(0) = y_0^{(01)}, y^{(10)}(0) = y_0^{(10)}, y^{(11)}(0) = y_0^{(11)}$$

де $\gamma_{00,01}(t)$, $\gamma_{10,11}(t)$ - коефіцієнти конкуренції ($\gamma_{s,k}(t) \in (-1; 1)$,

$s, k \in D_2$), $y_0^{(k)} > 0$ - початкові значення об'єктів, $0 < Y(0) =$

$= \sum_{k \in D_2} y_0^{(k)} < \alpha_0(0)$. Для побудованої системи отримано

аналітичний розв'язок у квадратурах. Результати дослідження узагальнені для бінарного дерева розмірністю 2^N , де N - кількість рівнів ієрархії бінарного дерева, кількість конкуруючих об'єктів системи.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕТВЯЩИХСЯ ПРОЦЕССОВ К РЕШЕНИЮ КЛАССИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О ДРОБИНКАХ

Алиев С., Бойчук З.

**Институт Математики и Механики НАН Азербайджана
Львовский Национальный университет имени Ивана Франко
soltanaliyev@yahoo.com , z_boichuk@yahoo.com**

В работе [1] рассмотрена классическая задача (1) о дробинках: n дробинок случайным образом попадает в N первоначально пустых ящиков. Пусть $\mu_0(n, N)$ - количество пустых ящиков, оставшихся после стохастического эксперимента. Найти распределение случайной величины $\mu_0(n, N)$. В работе [1] решены многие частные и граничные случаи для этой задачи.

В работе [2] решена вероятностными методами обобщение задачи (1) - задача (2): n частичек случайным образом попадает в N первоначально пустых ячеек. Пусть в данном стохастическом эксперименте случайная величина $K(n, N)$ - количество частичек в ячейке. Найти распределение случайной величины $K(n, N)$.

В данном сообщении удалось рассмотреть случайное явление, как случайный процесс, сделать постановку задачи (2) и решить её в терминологии теории ветвящихся процессов:

Первоначальное состояние S_0 системы – N -мерный нуль-вектор. В каждый дискретный момент времени в систему попадает ровно одна частичка, увеличивая одну случайную компоненту вектора на единицу. В момент времени $t = 1$, система состоит из одного вектора, $N-1$ компонент которого равны нулю, кроме последней, которая равна 1. В момент времени $t = 2$ уже возможны с 2 разных N -мерных вектора, получившиеся из вектора системы S_1 . В момент времени $t = k$ система S_k состоит из множества векторов с определёнными вероятностями нахождения в данной системе. Сумма вероятностей равна единице. Сумма компонент каждого вектора системы S_k равна k . В сообщении методами теории ветвящихся процессов получен такой же результат при $t = n$, как и в [2], а также некоторые новые интересные результаты.

Литераура

1. Колчин В.Ф., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. / Случайные размещения, «Наука», Москва, 1979, 224 с.
2. Скороход А.В., Теорія ймовірностей. «Вища школа» Київ 1976.

ОЦЕНКА УЯЗВИМОСТИ ЗДОРОВЬЯ В УСЛОВИЯХ ПОВЫШЕННОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Атоев К.Л.

Институт кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины
konstantin_atoyev@yahoo.com

Разработан математический метод оценки состояния здоровья в условиях повышенной неопределенности, вызванной протяженностью причинно-следственных связей, сильной зависимостью от начальных условий и неполнотой данных. Метод базируется на использовании теории катастроф, бифуркаций и хаоса. Уязвимость организма оценивается по степени приближенности параметров его функциональных систем к их бифуркационным значениям, при достижении которых происходит возникновение патологии. Строится «фрактальная пирамида» бифуркационных множеств, с помощью которой вычисляется матрица вероятности распространения патологии по разным иерархическим уровням организма. Динамика параметров управления определяется на основании математических моделей нейро-иммунно-эндокринной сети, сердечно-сосудистой системы, внутриклеточного метаболизма и др. Созданная информационная система позволяет ранжировать уязвимость отдельных функциональных систем организма и определять их резервные возможности. С помощью методов теории оптимального управления рассчитывается динамика управлений, минимизирующих риск возникновения патологических состояний, либо оптимизирующих терапию в случае болезни.

Литераура

1. Atoyev K . Mathematical modeling of metabolic and hormonal regulation: risk assessment of environmental and radiation influence on various links of endocrine system// HAIT Journal of Science and Engineering, B, 2005, Volume 2, Issues 1-2, pp.31-53

ГІЛЛЯСТИЙ ПРОЦЕС З МІГРАЦІЄЮ І НЕПЕРЕРВНИМ ЧАСОМ

Базилевич І. Б., Дідич О. І.

Львівський національний університет імені Івана Франка

i_bazylevych@yahoo.com, oxana0707@gmail.com

Розглядаємо однорідний гіллястий процес з неперервним часом з імміграцією та еміграцією.

У початковий момент часу є 0 частинок. У довільний момент часу $t \in (0, \infty)$ або з ймовірністю $P_k(t)$ в популяцію іммігрує k частинок, або з ймовірністю $Q_r(t)$ з популяції емігрує r частинок ($r = 1, \dots, m$) (при умові, що в момент часу t є n частинок),

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) + \sum_{r=1}^m Q_r(t) = 1.$$

Частинки розмножуються незалежно одна від одної і незалежно від свого походження.

Процес еміграції та імміграції частинок позначимо через $\zeta(t)$, тобто

$$P\{\zeta(t) = k\} = P_k(t), k \geq 0,$$

$$P\{\zeta(t) = -r\} = Q_r(t), r = 1, \dots, m.$$

Виберемо мале Δt ($\Delta t \rightarrow 0$). Припускаємо, що

$$P_0(\Delta t) = 1 + p_0 \Delta t + o(\Delta t),$$

$$P_k(\Delta t) = p_k \Delta t + o(\Delta t), k \geq 1,$$

$$Q_r(\Delta t) = q_r \Delta t + o(\Delta t), 1 \leq r \leq m,$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k + \sum_{r=1}^m q_r = 0, \quad p_0 < 0, \quad p_i, q_j \geq 0.$$

Нехай у момент часу t маємо випадкову кількість $\mu(t)$ частинок, які розмножуються незалежно одна від одної та за одним і тим же законом.

Позначимо через $\xi(\Delta t)$ ($i = 1, \dots, \mu(t)$) кількість нащадків i -ї частинки через час Δt , тобто в момент часу $t + \Delta t$, і будемо вважати, що

$$P\{\xi(t + \Delta t) = n \mid \xi(t) = 1\} = P\{\xi(\Delta t) = n \mid \xi(0) = 1\} = \\ = H_n(\Delta t) = \begin{cases} h_n \Delta t + o(\Delta t), & n = 0, 2, 3, \dots \\ 1 + h_n \Delta t + o(\Delta t), & n = 1, \end{cases}$$

де $\sum_{n=0}^{\infty} h_n = 0$, $h_1 \leq 0$, $h_j \geq 0$ ($j = 0, 2, \dots$), $\sum_{n=0}^{\infty} H_n(\Delta t) = 1$. Випадкові величини $\xi_i(t)$ незалежні між собою і однаково розподілені з

твірною функцією $F(t, s) = M s^{\xi_i(t)} = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(t) s^n$, $|s| \leq 1$.

$$\text{Позначимо } F(s) = \sum_{n=0}^{\infty} h_n s^n, |s| \leq 1.$$

Крім цього, у систему ще іммігрує або емігрує випадкова кількість $\zeta(t)$ частинок, тому в момент часу $t + \Delta t$ кількість частинок дорівнює $\max \left\{ \sum_{i=1}^{\mu(t)} \xi_i(\Delta t) + \zeta(\Delta t), 0 \right\}$.

Надалі будемо вважати, що

$$\begin{aligned} f(1-) &= 0, \\ \forall t > 0, F(t, 0) &> 0, Q_m(t) > 0, \\ b = \frac{f'(1-)}{2} < \infty, \quad b = \frac{f''(1-)}{2} > 0, \\ \forall t > 0, \sum_{k=0}^{\infty} k P_k(t) - \sum_{k=1}^m k Q_k(t) &= 0, \\ \forall t > 0, \sum_{k=0}^{\infty} k^2 P_k(t) < \infty, \end{aligned}$$

Нехай $\mathfrak{R}$ множина станів марковського ланцюга $\{\mu(t), t \in (0, \infty)\}$, $P_{rj}(t)$ - ймовірність переходу зі стану r у стан j за час t , $r, j \in \mathfrak{R}$, $t \in (0, \infty)$ ($P_{rr}(0) = 1, r \in \mathfrak{R}$), ${}_0 P_{0r}(t)$ - ймовірність того, що процес $\{\mu(t), t \in (0, \infty)\}$, виходячи з нуля, досягне стану r за час t , ні разу до цього не потрапляючи в 0 ($t \in (0, \infty), r \in \mathfrak{R}$). Вважатимемо, що $P_{0r}(t)$ і ${}_0 P_{0r}(t)$ -

диференційовні по t і $P'_{0r}(t) = p_{0r}(t)$, ${}_0P'_{0r}(t) = {}_0p_{0r}(t)$.
Позначимо

$$Z(t) = \int_t^{\infty} {}_0p_{00}(\tau) d\tau, t \geq 0,$$

$$W_{0r}(s) = \int_t^{\infty} p_{00}(\tau) s^{\tau} d\tau, t \geq 0, \quad W_0(s) = W_{00}(s),$$

де $0 \leq s < 1, r \in \mathfrak{R}$. Введемо твірні функції

$$V(t, s) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) s^k, \quad \Psi(t, s) = M s^{\mu(t)} = \sum_{j \in \mathfrak{R}} P_{0j}(t) s^j, \quad \text{і функцію}$$

$$G_r(s) = \int_0^{\infty} {}_0p_{0r} e^{s\tau} d\tau, \text{ де } 0 \leq s \leq 1, r \in \mathfrak{R}, t \in (0, \infty).$$

Введемо випадкову величину τ^* - момент першого виходу процесу з нуля.

Теорема 1 При $\Delta t \rightarrow 0$ для твірної функції процесу виконується співвідношення

$$\begin{aligned} \Psi(t + \Delta t, s) &= \Psi(t, F(\Delta t, s)) V(\Delta t, s) + \\ &\sum_{r=1}^m Q_r(\Delta t) [\Psi(t, F(\Delta t, s)) - \sum_{j=0}^{r-1} \sum_{k=0}^{\infty} P_{0k}(t) P(k, j, \Delta t) s^j] s^{-r} + \\ &+ \sum_{r=1}^m Q_r(\Delta t) \sum_{j=0}^{r-1} \sum_{k=0}^{\infty} P_{0k}(t) P(k, j, \Delta t), \end{aligned}$$

де $P(k, j, \Delta t) = P\{\xi_1(\Delta t) + \dots + \xi_k(\Delta t) = j\}$, $k, j = 0, 1, 2, \dots$.

Теорема 2 Функція розподілу випадкової величини τ^* дорівнює

$$F_{\tau^*}(u) = \begin{cases} 0, & u \leq 0 \\ 1 - e^{-\sum_{k=1}^{\infty} p_k u}, & u > 0, \end{cases}$$

а щільність

$$f_{\tau^*}(u) = \begin{cases} 0, & u \leq 0 \\ \sum_{k=1}^{\infty} p_k e^{-\sum_{k=1}^{\infty} p_k u}, & u > 0, \end{cases}$$

також має місце граничне співвідношення

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{P\{\tau^* > t\}}{e^{-\sum_{l=1}^{\infty} p_l t}} = 1.$$

Теорема 3 Нехай τ_1 - випадкова величина, яка позначає час перебування в ненульовому стані після τ^* , або момент першого попадання в нуль після τ^* при умові $\tau^* = 0$.

Тоді функція розподілу $G_{\tau_1}(t)$ випадкової величини τ_1 має вигляд

$$G_{\tau_1}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1 - \exp(-A(t)), & t > 0, \end{cases}$$

$$\text{де } A(t) = \int_0^t (h_{00} P_{a1}(u) + \sum_{v=1}^m q_{v0} P_{av}(u)) du.$$

Література

1. Севастьянов Б. А. Ветвящиеся процессы. М. : Наука, 1971.
2. Nagaev S. V., Han L. V. Limit theorems for a critical Galton-Watson branching process with migration. Theory Probab. Appl. 1980, XXV 3 523-534.

ТРИКРОКОВІ ІТЕРАЦІЙНІ МЕТОДИ З ПАМ'ЯТТЮ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Бартіш М. Я., Ковальчук О.В., Николайчук Л.В.

Львівський національний університет імені Івана Франка

ktop@franko.lviv.ua

Розглянемо задачу

$$P(x) = 0, P: R^n \rightarrow R^n \quad (1)$$

Для розв'язування задачі (1) широко використовують метод Ньютона або його модифікації. Нами пропонується новий

трикроковий ітераційний метод, побудований на базі методу Ньютона, а саме:

$$\begin{aligned} u_k &= x_k - \alpha_k [P'(x_k)]^{-1} P(x_k), \\ v_k &= x_k - \beta_k [P'(x_{k-1})]^{-1} P(x_k), \\ x_{k+1} &= \bar{u}_k + \gamma_k (v_k - u_k), \quad k = 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\alpha_k \in (0, 1]$, $\beta_k \in (0, 1]$ вибирається з умови монотонності норми $\|P(x_k)\|$, а $\gamma_k = \arg \min \|P(\bar{u}_k + \gamma_k (v_k - u_k))\|$,
 $\bar{u}_k = \arg \min \{\|P(u_k)\|, \|P(v_k)\|\}$.

Для визначення x_{k+1} з формули (2) доцільно використовувати метод ДСК з відповідним вибором γ_k .

При виконанні певних умов, накладених на $P(x)$, послідовність $\{x_k\}$, визначена з (2), збігається і в околі розв'язку маємо квадратичну збіжність, аналогічно як і в методі Ньютона, однак знаменник менший.

На підставі розв'язування тестових задач і порівняння одержаних результатів показано ефективність методу (2) в сенсі кількості обчислень в порівнянні з методом Ньютона.

Поряд з алгоритмом (2) можемо розглядати і інші методи із заміною $P'(x_k)$ поділеними різницями або з використанням модифікацій квазіньютонівських алгоритмів.

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ КЕРОВАНИХ ПРОЦЕСІВ З НЕПОВНИМИ ДАНИМИ І ОПТИМІЗОВАНІ СТРАТЕГІЇ В СПОРТИВНИХ ІГРАХ

Бейко І.В.

Національний технічний університет України «КПІ»

ivan.beyko@gmail.com

Побудова методів і алгоритмів оптимізації складних керованих процесів з неповними даними охоплює як побудову оптимізованих математичних моделей причинно-наслідкових залежностей у взаємодії між підсистемами так і оптимізацію способів практичної реалізації раціональних стратегій керування. Відповідно до

характеру неповноти даних будуються різні типи математичних моделей - від найбільш спрощених агрегованих моделей до максимально деталізованих моделей підсистем. До задач оптимізації складних керованих процесів відносяться, зокрема, й задачі відшукування оптимальних ігрових стратегій максимізації ймовірностей виграшу футбольного матчу на основі побудови раціональних математичних моделей прогнозування результатів матчу в залежності від вибраних стратегій. У найпростіших моделях задачі прогнозування спортивних результатів розв'язуються за допомогою вельми агрегованої числової величини, яку використовують і для оцінювання індивідуальної «спортивної майстерності» гравців, наприклад у рейтингах шахістів, і для оцінювання командної майстерності у рейтингах футбольних команд. У більш адекватних моделях силу команди доцільніше оцінювати більшою кількістю параметрів. Наприклад, у статистичних моделях прогнозування результатів футбольних матчів силу i -ої футбольної команди більш адекватно оцінювати за такими чотирма індикаторами майстерності футбольної команди: a_i – сила атаки i -ої команди на своєму полі, b_i – сила її атаки на чужому полі, c_i – сила її захисту на своєму полі та d_i – сила її захисту на чужому полі. За цими величинами ймовірність результату матчу $N:M$ із N забитими та M пропущеними голами у матчі на полі i -ої команди із k -ю командою можемо обчислити за формулами розподілів Пуассона

$$e^{-(f+g)} f^N g^M / N! M!, f = a_i - d_k, g = b_k - c_i$$

і за отриманими значеннями цих ймовірностей можна далі обчислити ймовірність перемоги, ймовірність поразки та ймовірність нічийного результату. Побудована нами більш адекватна модель для оцінювання спортивної майстерності футбольних команд та для прогнозування результатів футбольних матчів оснований на оцінюванні розподілів ймовірностей випадкових результатів двоборств між гравцями за індикаторами їх індивідуальної спортивної майстерності, до яких ми включаємо не тільки найважливішу інформацію щодо швидкості бігу гравця (на 30 м та на 200 м), висоти його стрибків та швидкість його ігрової «реакції» (оцінюється за спеціальною методикою), але також: силу і точність його ударів по воротах; силу, точність і дальність його штрафних ударів а також і ударів по незручних м'ячах на різних швидких траєкторіях польоту м'яча (оцінюється за спеціальною

методикою), технічну майстерність (оцінюється за спеціальною методикою), майстерність силового двоборства за оволодіння м'ячем (оцінюється за спеціальною методикою) тощо. Важливими у нашій моделі є ефективні алгоритми оптимізації на черговий матч складу команди та алгоритми оптимізації тактичних індивідуальних завдань для переходів від захисту до атак (та навпаки) із урахуванням індивідуальної спроможності наявних у команді гравців виконувати оптимізовані завдання. Побудовані алгоритми забезпечують: оптимізацію систем захисту; оптимізацію систем атаки; оптимізацію стратегій раціонального переходу від захисту до атаки; оптимізацію стратегій раціонального переходу від атаки до захисту; оптимізацію стартового складу команди для найбільш ефективної реалізації оптимізованої для вибраного складу команди стратегії командної гри, яка максимізує ймовірність виграшу.

ЧИСЛОВІ АЛГОРИТМИ ОПТИМІЗАЦІЇ ДЕЯКИХ НЕЛІНІЙНИХ ПРОЦЕСІВ ІЗ РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Бейко І.В.¹, Зінько П.М.²

¹ Національний технічний університет України «КПІ»,

² Київський національний університет імені Тараса Шевченка
petro.zinko@gmail.com

Задача відшукування мінімізатора

$$u(t, x) = (u^1(t, x), u^2(t, x), u^3(t, x)), t \in [0, T], x \in [0, l]$$

функціоналу

$$\Phi(u) \equiv \Phi_T \equiv \Phi \left(Q, \frac{\partial Q}{\partial t}, \dots, \frac{\partial^k Q}{\partial t^k} \right) \Bigg|_{t=T}$$

на замкнутих обмежених множинах $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$

$$(u^1(t, x) \in \Omega_1 \subset R^{m_1}, u^2(t, x) \in \Omega_2 \subset R^{m_2}, u^3(t, x) \in \Omega_3 \subset R^{m_3})$$

і на траєкторіях $Q(x, t)$ керованого процесу з розподіленими параметрами, який описується нелінійним рівнянням у частинних похідних

$$\frac{\partial^{k+1}Q}{\partial t^{k+1}} = f\left(t, x, u^1, Q, \frac{\partial Q}{\partial x}, \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}, \frac{\partial Q}{\partial t}, \dots, \frac{\partial^k Q}{\partial t^k}\right) \quad (1)$$

та узагальненими початковими і крайовими умовами

$$Q(x, t) \Big|_{t=0} = Q^0(x); \quad \frac{\partial^i Q}{\partial t^i} \Big|_{t=0} = Q^{0i}(x), i = \overline{1, k};$$

$$\varphi_1\left(t, x, u^2, Q, \frac{\partial Q}{\partial x}\right) \Big|_{x=0} = 0;$$

$$\varphi_2\left(t, x, u^3, Q, \frac{\partial Q}{\partial x}\right) \Big|_{x=l} = 0; t \in [0, T], x(t) \in [0, l],$$

зводиться за методом прямих до задачі мінімізації функціоналу

$$\Phi^h(\bar{u}) \equiv \bar{\Phi}_T\left(\bar{Q}, \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t}, \dots, \frac{\partial^k \bar{Q}}{\partial t^k}\right) \Big|_{t=T}$$

на (зосереджених у вузлах вибраної на інтервалі $[0, l]$ сітки)

розв'язках $\bar{Q}(\bar{u}, t) \equiv (\bar{Q}_1(\bar{u}, t), \bar{Q}_2(\bar{u}, t), \dots, \bar{Q}_N(\bar{u}, t))$ системи

диференціальних рівнянь

$$\frac{d^{k+1}}{dt^{k+1}} \bar{Q}(\bar{u}, t) = f^h\left(t, \bar{u}, \bar{Q}, \frac{d\bar{Q}}{dt}, \dots, \frac{d^k \bar{Q}}{dt^k}\right) \quad (2)$$

із зосередженими у тих же вузлах керуваннями

$\bar{u}(t) = (\bar{u}_1(t), \bar{u}_2(t), \dots, \bar{u}_N(t))$ при умовах

$$\bar{Q}_j(\bar{u}, 0) = Q^0(jh); \quad \frac{d^i \bar{Q}_j(\bar{u}, 0)}{dt^i} = Q^{0i}(jh),$$

$$h = l / (N - 1), i = \overline{1, k}, j = \overline{1, N}.$$

За допомогою числових алгоритмів підвищеної точності для обчислення фазової траєкторії апроксимованого керованого процесу із зосередженими параметрами [1] та за допомогою градієнтних методів розв'язування крайової задачі для π -системи Л.С.Понтрягіна будується наближене керування $\bar{u}$, яке задовольняє принципу максимуму.

Література

1. Бейко І.В., Зінько П.М. Чисельні алгоритми асимптотично-розв'язуючих операторів для розв'язування задач Коші з підвищеною точністю // Вісник Київ. націон. ун-ту, сер.: «Кібернетика». - 2009. - №9. - С.4-10.

АЛГОРИТМИ ВНУТРІШНЬОЇ ТОЧКИ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ ІЗ НЕПОВНИМИ ДАНИМИ

Бейко І.В., Щирба О.В.

Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут»

ivan.beyko@gmail.com

З використанням методів внутрішньої точки у даній роботі будуються числові алгоритми для розв'язування задач оптимізації із неповними даними. Методи внутрішньої точки знаходять все ширші застосування для практичного розв'язування задач лінійного програмування великих розмірностей. До таких задач зводяться побудовані різницевиими методами задачі оптимізації керованих процесів із розподіленими параметрами, які описуються системами лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними. З використанням різницевих методів ми будуємо модифікацію алгоритмів внутрішньої точки для розв'язування задач оптимізації лінійних керованих процесів з розподіленими параметрами, які описуються системами лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними, коефіцієнти яких задані інтервальними значеннями. Приводяться результати числових експериментів, отримані при розв'язуванні відповідної задачі оптимізації дифузійного екопроцесу у річкових водах із водосховищами, рівень води в яких регулюється за визначеними критеріями оптимальності при інтервально заданих коефіцієнтах дифузії та швидкостях течії води на різних ділянках річки.

ЗАДАЧІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ ЗДІЙСНЕННІ РЕАГУВАННЯ НА АКТИ РАДІАЦІЙНОГО ТЕРОРИЗМУ

¹Бірюков Д.С., ²Кондратов С.І.

Національний інститут стратегічних досліджень

¹biryukov@niss.gov.ua, ²kondratov@niss.gov.ua

В роботі розглядається низка задач прийняття рішень в умовах невизначеності, що виникають під час реагування на можливі терористичні акти радіаційного тероризму. Загроза вчинення терористичного акту на території України оцінюється Антитерористичним центром при СБУ як низька, проте для багатьох країн світу, зважаючи на глобальне зростання терористичної напруженості та незаконний обіг радіоактивних матеріалів, проблеми забезпечення готовності системи реагування на радіаційні терористичні акти усвідомлюються як найактуальніші [1]. Радіаційний тероризм включає дії з використання радіоактивних матеріалів в формі пристрою, що їх розпорошує в повітрі, в тому числі, шляхом вибуху («брудна бомба»), зловмисного зараження їжі, води та інших продуктів споживання, розповсюдження таких матеріалів (незаконний обіг).

Особливість задач прийняття рішень при здійсненні заходів з первинного реагування на такі акти полягає у частковій (або повній) відсутності даних про рівень радіаційного забруднення, кількість та вид радіаційного матеріалу. Це перешкоджає швидкому реагуванню, своєчасному прийняттю рішень, створює принципові складності для здійснення аналізу ситуації керівниками аварійно-рятувальних груп, і, відповідно, викликає затримки та необґрунтовано підвищені дози опромінення особового складу бригад [2]. Формальні постановки задач прийняття рішень в умовах невизначеності для етапу реагування на акти радіаційного тероризму, створені на основі узагальнення знань та досвіду експертів, дозволяють в подальшому розробити спеціалізовані програмні системи підтримки прийняття рішень.

Література

1. NCRP Report No.165: Responding to a Radiological or Nuclear Terrorism Incident: A Guide for Decision Makers. US National Council on Radiation Protection and Measurements, 2010.
2. Скалецький Ю.М. Випадки переопромінення у значних дозах як критерій оцінки системи протирадіаційного захисту військових

ліквідаторів // Матеріали XIV з'їзду гігієністів України. – Дніпропетровськ: АРТ-ПРЕС, 2004. – Т. 2. – С. 472 – 475.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ С ПОМОЩЬЮ СППР

Бидюк П.И., Гасанов А.С., Акперов П.А.

Национальный технический университет Украины «КПИ»
pbidyuke@gmail.com

Посвящен построению математических моделей выбранных процессов и краткосрочному прогнозированию на основе полученных моделей. Для построения модели разработан СППР с очень удобным веб-интерфейсом для пользования и математического моделирования процессов, представленных статистическими данными. Для адаптации алгоритма оценивания и прогнозирования состояния процесса используются вычисленные в реальном времени оценки статистических характеристик возмущений состояния и шумов измерений.

Итак, необходимо использовать концепцию адаптивного прогнозирования процессов произвольной природы на основе подходов и методов системного анализа, которые предусматривают иерархический анализ процессов моделирования и прогнозирования, учет неопределенностей структурного параметрического и статистического характера, адаптации моделей к изменениям в процессах и применение альтернативных методов оценивания с целью поиска лучших оценок прогнозов с помощью множества числовых критериев их качества.

Приведен пример построения моделей для выбранных финансовых показателей деятельности предприятия и сравнение полученных моделей с другими методами прогнозирования. В результате выполнения компьютерных экспериментов установлены, что лучший прогноз можно получить с помощью метода прогнозирования на основе уравнений АР. При этом для оценивания качества прогноза использованы несколько показателей, которые способствуют повышению вероятности выбора лучшего прогноза. Для сравнения с методом АР выполнено прогнозирование с помощью других методов. Среди них четкий и нечеткий метод группового учета аргументов (МГУА). Для всех показателей деятельности предприятия четкий МГУА оказался худшим, чем АР. При прогнозировании с помощью МГУА объемов

продажи блокнотов и прогнозировании дохода предприятия показатели качества прогноза САПП и коэффициент Тейла U принимают значение большие, чем при прогнозировании с помощью АР ($САПП=0,07\%$, $U=0,004$).

Определение лучшей модели и получение с их помощью значение прогнозов необходимы для оперативного планирования и управления предприятием. Использование объективных прогнозов позволяет реально спланировать затраты предприятия и избежать ущерба.

ЗАСТОСУВАННЯ АНАЛОГУ ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ В УМОВАХ МАЛИХ ВИБІРОК

Бойчук З., Єлейко Я.

Львівський Національний університет імені Івана Франка
yikts@yahoo.com z_boichuk@yahoo.com

Для побудови лінії регресії із заданою надійністю $1 - 2\alpha$ необхідна кількість спостережень n , яку можна обчислити за формулою $n \geq u_{\alpha}^2 / 4\Delta^2$, [1]

(1)

На практиці, зокрема в економічних процесах, для знаходження лінії регресії динамічного ряду і побудови прогнозу для наступних моментів часу кількість спостережень m часто є недостатньою: $m < n$. Крім цього, в реальних економічних процесах діють зовнішні чинники (кризи, зміни політичних курсів, військові конфлікти, природні катаклізми, тощо), які важко передбачити, а отже, важко побудувати достовірний прогноз навіть при достатній кількості спостережень n .

У даному повідомленні вводиться аналог формули повної ймовірності ([2]) для побудови з надійністю $1 - 2\alpha$ лінії регресії $R(t)$ в умовах $m < n$:

$$R(t) = \sum_{i=1}^k v_i R_i(t), \quad (2)$$

де $R_i(t)$ - побудовані за вибіркою об'єму m , ($m < n$), k різних трендових рівнянь (лінійна регресія, парабола 2-го степеня, модифікована експонента, тощо) з відповідними коефіцієнтами детермінації R_i^2 , v_i - «ваги»:

$$v_i = R_i^2 / \sum_{i=1}^k R_i^2. \quad (3)$$

Формула (2) «враховує» k різних регресій з ймовірностями (3), завдяки чому результуюча регресія $R(t)$ краще відображає апроксимацію саме для реальних процесів.

Література

1. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей, Москва, «Наука» 1978. 224 с.
2. Я.І.Єлейко, Б.І.Копитко, Б.М.Тріщ Теорія ймовірностей. Теорема, приклади, задачі. Львів Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. Львів 2009. 260 с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В ОСНОВІ ГІДРОТЕХНІЧОГО ОБ'ЄКТА ПРИ НАЯВНОСТІ ТЕПЛО-МАСОПЕРЕНОСУ

Власюк А.П., Федорчук Н.А.

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, N.A.Fedorchuk@mail.ru

Розглядається задача моделювання напружено-деформованого стану (НДС) основи гідротехнічного об'єкта з урахуванням переносу солей фільтраційним потоком в неізотермічних умовах (рис. 1).

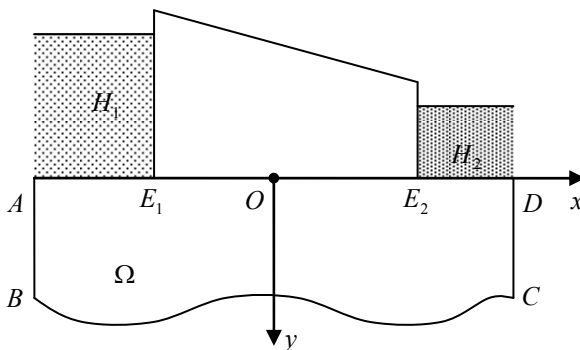


Рис.1. НДС основи гідротехнічного об'єкта в умовах тепло-масопереносу

Математичну модель задачі НДС основи гідротехнічного об'єкта за наявності тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах в двохвимірній постановці в

загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею [1, 2]:

$$\begin{aligned} \mu(c, T)\Delta U + (\lambda(c, T) + \mu(c, T))\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) + \left[\frac{\partial \lambda(c, T)}{\partial x}\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) + \right. \\ \left. + 2\frac{\partial \mu(c, T)}{\partial x}\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial y}\left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)\right] - (2\lambda(c, T) + 2\mu(c, T))\alpha_T\frac{\partial T}{\partial x} = X, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mu(c, T)\Delta V + (\lambda(c, T) + \mu(c, T))\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) + \left[\frac{\partial \lambda(c, T)}{\partial y}\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) + \right. \\ \left. + 2\frac{\partial \mu(c, T)}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial x}\left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)\right] - (2\lambda(c, T) + 2\mu(c, T))\alpha_T\frac{\partial T}{\partial y} = Y, \end{aligned}$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{D}(c, T)\nabla c) - \mathbf{v}\nabla c - \gamma(c - C_m) + \nabla \cdot (\mathbf{D}_T\nabla T) = n\frac{\partial c}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\lambda_T\nabla T) - \rho c_p\mathbf{v}\nabla T = c_T\frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K}(c, T)\nabla h + \mathbf{v}_c(c)\nabla c + \mathbf{v}_T\nabla T, \quad \text{div } \bar{\mathbf{v}} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \quad (4)$$

$$(\bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{n}})|_{ABCD \cup E_1E_2} = 0, \quad h|_{AE_1} = H_1, \quad h|_{E_2D} = H_2, \quad (5)$$

$$(\bar{\mathbf{q}}_c, \bar{\mathbf{n}})|_{ABCD \cup E_1E_2} = 0, \quad c|_{AE_1} = \tilde{C}_1(x, t), \quad \frac{\partial c}{\partial y}|_{E_2D} = 0, \quad (6)$$

$$(\bar{\mathbf{q}}_T, \bar{\mathbf{n}})|_{ABCD \cup E_1E_2} = 0, \quad T|_{AE_1} = T_1, \quad T|_{E_2D} = T_2, \quad (7)$$

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{v}c - \mathbf{D}(c, T)\nabla c - \mathbf{D}_T(c, T)\nabla T, \quad (x, y) \in \Omega, \quad (8)$$

$$\mathbf{q}_T = \rho c_p\mathbf{v}T - \lambda_T(c, T)\nabla T, \quad (x, y) \in \Omega, \quad (9)$$

$$u_n = u_s = 0, \quad (x, y) \in AB \cup BC \cup CD \cup E_1E_2, \quad (10)$$

$$\sigma_n = 0, \quad \tau_s = 0, \quad (x, y) \in AE_1 \cup E_2D, \quad (11)$$

$$c(x, y, 0) = \tilde{C}_0(x, y), \quad T(x, y, 0) = \tilde{T}_0(x, y), \quad (x, y) \in \Omega. \quad (12)$$

Отримано чисельний розв'язок крайової задачі (1)-(12) методом скінченних різниць з використанням чисельних конформних відображень [3]. Знайдено зміщення, напруження, деформації, а також розподіл поля напорів, швидкостей фільтрації, концентрації соляового розчину та температури в основі гідротехнічного об'єкта. Проведено аналіз впливу тепло-масопереносу при фільтрації соляових розчинів на НДС основи гідротехнічного об'єкта.

Література

1. Сергиенко І.В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека. – К.: Наукова думка, 1991. – 432с.
2. Власюк А.П. Математичне моделювання впливу тепло-масопереносу на напружено-деформований стан ґрунтового масиву в процесі руху вільної поверхні ґрунтових вод / А.П. Власюк, Н.А. Федорчук // Тез. XVII Міжнар. наук. конф. "Прийняття рішень в умовах невизначеності", 23-27 травня 2011р., Східниця, 2011.– С. 46-48.
3. Власюк А.П. Чисельне розв'язання одного класу задач з вільними межами в криволінійних чотирикутниках для еліптичних систем рівнянь / А.П. Власюк, В.Г. Михальчук // Препр./АН України. Ін-т математики; 94.36. – Київ: 1994. – 23с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ ТА ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННЯ В НАСИЧЕНО-НЕНАСИЧЕНИХ ҐРУНТОВИХ СЕРЕДОВИЩАХ В СТАЦІОНАРНОМУ РЕЖИМІ

Власюк А.П., Цветкова Т.П.

Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rambler.ru, Tsvetkova@ukr.net

Досліджується масоперенос сольових розчинів при фільтрації підземних вод та вологоперенесенні в насичено-ненасичених ґрунтових середовищах з нерухомою вільною поверхнею (зволожувальний режим) (рис.1).

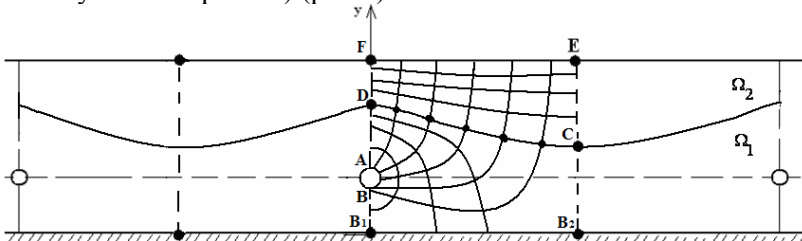


Рис.1. Масоперенос солей при фільтрації та вологоперенесенні до горизонтального систематичного дренажу

Математичну модель даної задачі у загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею [1, 2]:

$$\left(\frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right)}{\partial y} \right) - v_x(c) \frac{\partial c_1}{\partial x} - v_y(c) \frac{\partial c_1}{\partial y} - \gamma(c_1 - C^*) = \sigma_1 \frac{\partial c_1}{\partial t}, \quad (1)$$

$$v_x = -k(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial x}, \quad v_y = -k(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial y}, \quad \text{div } \vec{v}_1 = 0, \quad (2)$$

$$c_1(x, y, 0) = \tilde{C}_0^1(x, y), \quad c_1|_{AB} = \tilde{C}_1^1(t), \quad \frac{\partial c_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma^*} = 0, \quad (3)$$

на CD : $c_1(x, y, t) = c_2(x, y, t), \quad D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial n} - v_1 c_1 = D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial n} - v_2 c_2;$

$$h_1|_{AB} = \tilde{H}_1, \quad \frac{\partial h_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma^*} = 0, \quad h_1|_{CD} = y, \quad \left(\frac{\partial h_1}{\partial y} - \frac{\partial h_1}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} \right) \Big|_{CD} = 0, \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} \right)}{\partial y} \right) - v_1(\omega, c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} - v_2(\omega, c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} - f(\omega) c_2 = \sigma_2 \frac{\partial c_2}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\mu(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial t} = \text{div} \left(K(h_2, c_2) \text{grad } h_2 \right), \quad v = -k(\omega, c_2) \text{grad } h_2, \quad (6)$$

$$c_2(x, y, 0) = \tilde{C}_0^2(x, y), \quad c_2|_{EF} = \tilde{C}_2^1(x, t), \quad \frac{\partial c_2}{\partial n} \Big|_{CE \cup FD} = 0, \quad (7)$$

$$h_2(x, y, 0) = \tilde{H}_0^2(x, y), \quad h_2|_{EF} = \tilde{H}_1^2, \quad \frac{\partial h_2}{\partial n} \Big|_{CE \cup FD} = 0, \quad (8)$$

де $c_1(x, y, t), c_2(x, y, t), D_1(c_1), D_2(c_2), v_x, v_y$ – концентрації сольових розчинів, коефіцієнти конвективної дифузії та компоненти швидкості фільтрації в областях Ω_1 та Ω_2 відповідно, $v_1(\omega, c), v_2(\omega, c)$ – деякі залежності від швидкості, вологості і концентрації, $H(x)$ – висота нависання води, n – внутрішня нормаль, h_1 – напір рідини, h_2 – напір вологи, γ – коефіцієнт масообміну, C^* – концентрація граничного насичення, σ – пористість, $f(\omega)$ – функція джерел, ω – вологість, $k(\omega)$ – коефіцієнт вологопереносу, $\mu(h) = \frac{\partial \omega}{\partial h}$,

$K(h_2)$ – коефіцієнт водопроникності, $\Gamma^* = BB_1 \cup B_1 B_2 \cup B_2 C \cup DA$.

Для задачі (1)-(8), використовуючи метод чисельних конформних відображень, побудовано монотонну різницеву схему в комплексній області та отримано її чисельний розв'язок. На основі проведених чисельних експериментів отримано поле швидкостей фільтрації та поле напорів в області фільтрації Ω_1 , розподіл потенціалів вологості в області неповного насичення Ω_2 , поля концентрацій в областях Ω_1 та Ω_2 .

Література

1. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – Киев: Наук.думка, 1991. – 432 с.
2. Власюк А.П., Цветкова Т.П. Математичне моделювання масоперенесення солей при сумісній фільтрації та вологоперенесенні в насичено-ненасичених ґрунтах в нелінійній постановці // Тез. XVII Міжн. конф. „Прогнозування та прийняття рішень в умовах невизначеності”, Східниця, 2011. – С. 48-50

УПРОЩЕННЫЙ ТЕСТ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Гасанов А.С., Вавилов С.Е., Махмудов Э.Ю.

Международный научно-учебный центр ИТ и С НАН и МОН
Украины

ayding44@rambler.ru

Представлен анализ известного теста на нелинейность, основанный на отношении Фишера, и предложен упрощенный тест. Для получения критических значений, необходимых для упрощенного теста, выполнены вычислительные эксперименты. Установлено существование тесной взаимосвязи между этими тестам. Определение нелинейности основано на вычислении кумулятивной суммы, связанной с так называемой «кумулятивной кривой» отклонений. Кривая накапливает отклонения экспериментальных данных от прямой линии, построенной по МНК с помощью которого оцениваются параметры модели. Основная идея метода заключается в анализе диапазона, в котором находятся остатки интегральной кривой и сравнение этого диапазона с критической величиной для различных уровней вероятности. Интегральная кривая с равными интервалами может пересекать нулевую линию в произвольном месте ближе к

середине. Если эмпирические точки имеют ярко выраженную нелинейность, интегральная кривая пересечет нулевую линию только один раз, где-то в середине интервала. В результате анализа интегральной кривой авторы определили его максимальную и минимальную величины и рассчитали разность между максимальным и минимальным значением отклонения временного ряда от линейной аппроксимации. Диапазон рассчитан по сравнению с критической величиной для различных координатных вероятностей. Эмпирический критерий проверки на нелинейность D рассчитывается как простая связь между $R_{\max}$ и стандартным отклонением σ , вычисленным по экспериментальным данным, т. е. $D = R_{\max} / \sigma$. В результате для данных объемом 5 - 60 значений авторы вычислили значения критической величины d_{crit} , являющийся максимальной относительно диапазона, для значений вероятностей (уровней значимости) $p = 0.90$, $p = 0.975$, $p = 0.99$. Приведен пример использования упрощенного теста. В результате компьютерного моделирования и сравнительного анализа установлено, что существует тесная связь между классическим тестом, предложенный Фишером, и упрощенным тестом, предложенным авторами. Это тесная взаимосвязь позволила составить таблицу критических значений для использования и проверки гипотезы о нелинейности в данных. Предложенный упрощенный тест может быть использован в условиях недостаточности экспериментальных данных.

ЗНАХОДЖЕННЯ КОНТУРУ ЯДЕР ЗА ДОПОМОГОЮ АДАПТИВНОГО ПОРОГОВОГО МЕТОДУ

Голубєва К.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
katrin_g@bigmir.net

Для виділення контуру ядер було використано принцип методів порогової обробки зображень, який ґрунтується на попередньому виборі порога яскравості, який потрібен для розбиття зображення на два кластери. Задача ускладнюється тим, що кожне зображення має свій власний поріг, заздалегідь невідомий. Найбільш поширеною є порогова обробка за методом

Отсу [1]. Цей метод використовується для виконання порогової бінаризації півтонових зображень. Алгоритм передбачає наявність в зображенні двох класів пікселів (основних і фонових) і шукає оптимальний поріг, який розподіляє їх на два класи таким чином, що їхня внутрішньокласова дисперсія була мінімальною.

Нехай є деяке зображення, кожна точка якого представлена значенням інтенсивності сірого кольору. Отже, маємо N точок зображення та L градацій сірого кольору. Припустимо, що всі точки зображення можливо розбити на два класи C_1 і C_2 , які розрізнятимуть точки з інтенсивностями $[1, \dots, k]$ та $[k+1, \dots, L]$ відповідно. Тоді оптимальним значенням порога T буде таке значення k , $1 \leq k \leq L$, при якому міжкласова дисперсія $\sigma_{C_1 C_2}^2$ досягає максимального значення:

$$T = k | \sigma_{C_1 C_2}^2 \max .$$

Для обчислення міжкласової дисперсії необхідно побудувати гістограму зображення – розподіл, який визначає кількість точок n_i , які мають інтенсивність I , від загальної кількості точок зображення N , тоді міжкласова дисперсія обчислюється за формулою

$$\sigma_{C_1 C_2}^2 = \omega_1 \omega_2 (\mu_2 - \mu_1)^2 ,$$

$$\text{де } \omega_1 = \sum_{i=1}^k p_i, \quad \omega_2 = 1 - \omega_1, \quad p_i = n_i / N, \quad \mu_1 = \frac{1}{\omega_1} \sum_{i=1}^k i p_i, \quad \mu_2 = \frac{1}{\omega_2} \sum_{i=k+1}^L i p_i .$$

Надалі, послідовно порівнюючи значення інтенсивностей кожного пікселя зображення із вибраним порогом T , визначається приналежність точки до відповідного класу.

Література

1. Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms / N. Otsu // Trans. Sys., Man., Cyber. — 1979. — Vol. 9, № 1. — P. 62–66.

МОДЕЛІ ПРОФІЛАКТИЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Гнатишин О.П.

Львівський національний університет імені Івана Франка
gnatlesya@franko.lviv.ua

Впродовж останніх десятиліть в рамках математичної теорії надійності актуальною залишається проблема профілактичного обслуговування складних технічних систем. Дослідження цього предмету можна знайти в працях [1,2]. В моделях, що там розглядаються, переважно припускається, що попереджувальні заміни відновлюють працездатність системи відразу після їх проведення. Проблема ускладнюється тим, що системи складаються з багатьох компонент, функціонування яких має взаємний вплив. З одного боку взаємовплив компонент ускладнює процес моделювання і оптимізації схем обслуговування, а з другого, дає можливість згрупувати їх, і, таким чином, зекономити на витратах.

Досліджено декілька моделей попереджувальних заміन. Одна з них базується на мінімізації сподіваної питомої вартості ремонтного циклу. Отримана необхідна умова мінімуму

$$r_i(T_i^*) = C[k, \{T_i^*\}] / C_H, \quad 1 \leq i \leq k, \quad (1)$$

де $r(t)$ -інтенсивність відмов елемента за час t , k – кількість попереджувальних замін, $\{T_i(k)\}$ - моменти проведення попереджувальних замін, C – сподівана питома вартість ремонтного циклу, C_H – вартість ремонту у випадку відмови. Отримані періоди проведення попереджувальних замін такі, що інтенсивності відмов за ці періоди однакові. Розглянуті моделі апробовані на системах з напрацюваннями на відмову, що розподілені за законом Вейбула.

Література

- 1 Pierskalla, W.P., and J.E. Voelker. A Survey of Maintenance Models: The Control and Surveillance of Deteriorating Systems//Naval Res.Logist Quart, vol.23, 1986,p.353-388.
- 2 Yuan Lin Zhang, Richard C.M. Yam, Ming J. Zuo A bivariate optimal replacement policy for a multistate repairable system // Reliability Engineering & System Safety, Vol.92, Is. 4, April 2007, p. 535-542.

КЕРУВАННЯ ХАОСОМ У МОДЕЛІ ОЛІГОПОЛІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ DFC-МЕТОДУ

Гнатів Б.В., ¹ Кавалець І.І.

Національний університет “Львівська політехніка”

¹ ira.kavalets@gmail.com

Олігополія з декількома фірмами на ринку є проміжною структурою між двома протилежними випадками: монополією і досконалою конкуренцією. Для дослідження моделлю олігополії вибрано узагальнену модель Курно-Пу [1]. Розглянуто, як принцип зворотного зв'язку із затримкою (DFC-метод – delayed feedback control method) [2] може бути використаний для керування хаотичною поведінкою в моделі олігополії, що описує конкуренцію чотирьох фірм:

$$\left\{ \begin{aligned} q_1(t+1) &= \sqrt{\frac{q_2(t)}{c_1} + \frac{q_3(t)}{c_1} + \frac{q_4(t)}{c_1}} - q_2(t) - q_3(t) - q_4(t), \\ q_2(t+1) &= \sqrt{\frac{q_1(t)}{c_2} + \frac{q_3(t)}{c_2} + \frac{q_4(t)}{c_2}} - q_1(t) - q_3(t) - q_4(t), \\ q_3(t+1) &= \sqrt{\frac{q_1(t)}{c_3} + \frac{q_2(t)}{c_3} + \frac{q_4(t)}{c_3}} - q_1(t) - q_2(t) - q_4(t), \\ q_4(t+1) &= \sqrt{\frac{q_1(t)}{c_4} + \frac{q_2(t)}{c_4} + \frac{q_3(t)}{c_4}} - q_1(t) - q_2(t) - q_3(t), \end{aligned} \right. \quad (1)$$

де q_1, q_2, q_3, q_4 – обсяги випуску кожної із фірм-олігополістів, а c_1, c_2, c_3, c_4 – їх граничні витрати.

Розглянуто застосування DFC-методу до структури (обсягу випуску фірми) та параметра (граничних витрат) моделі Курно-Пу відповідно. В обох випадках встановлено умови стійкості точки рівноваги $(q_1^*, q_2^*, q_3^*, q_4^*)$ системи (1), що є вагомим результатом, оскільки, знаючи умови стійкості, фірма-виробник або уряд можуть стабілізувати хаотичний ринок.

Література

1. *Puu T.* Attractors, Bifurcations, and Chaos: Nonlinear Phenomena in Economics. Springer, New York, 2000.
2. *Pyragas K.* Continuous control of chaos by self-controlling feedback. Phys. Lett. A 170 (6), 1992. – 421–428pp.

ГАРАНТИРОВАННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ СТОКСА

Головач В.Н.

Киевский национальный университет імені Тараса Шевченка
yourip@mail.ru

Задача состоит в том, чтобы по распределенным наблюдениям вида

$$\mathbf{y}_i(x) = \int_{D_i} \mathbf{K}_i(x, \xi) \mathbf{v}(\xi) d\xi + \boldsymbol{\eta}_i(x), \quad x \in D_i, \quad (1)$$

$i = \overline{1, n}$, за вектором $(\mathbf{v}, p)$ системы, описываемой задачей Стокса
 $-\nu \Delta \mathbf{v} + \text{grad } p = \mathbf{f}$, $-\text{div } \mathbf{v} = q$ в D , $\mathbf{v} = 0$ на Γ ,
оценить значение линейного функционала

$$l(\mathbf{v}) = \int_D (\mathbf{l}_0^{(1)}(x), \mathbf{v}(x))_{R^n} dx$$

в классе линейных по наблюдениям (1) оценок $\hat{l}(\mathbf{v})$. Здесь $\nu = \text{const}$, $f(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))^T$ и $q(x)$ - неизвестные функции, подчиненные квадратичным ограничениям; $\boldsymbol{\eta}_i$ - неизвестные случайные функции, вторые моменты которых, также подчинены некоторым квадратичным ограничениям; D_i - подобласти D , причем $(\overline{D_i} \subset D)$; $\mathbf{K}_i(x, \xi)$ - $n \times n$ -матрица с элементами, принадлежащими $L^2(D_i) \times L^2(D_i)$, $\mathbf{l}_0 \in L^2(D)$ - заданная вектор-функция.

Вводится понятие минимаксной оценки значения функционала $l(\mathbf{v})$, и получены теоремы об общем виде этих оценок, а также представления для погрешности минимаксного оценивания наблюдаемого решения. Кроме того, определяется также понятие приближенной минимаксной оценки значения этого функционала и доказывается сходимость приближенных оценок к точным.

ДО РОЗРАХУНКУ ТРАНЗИТНИХ ОБСЯГІВ І СТАВОК

¹Горбачук В.М., ²Гаркуша Н.І., ¹Стецюк П. І., ³Єгоров Ю.

¹Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

GorbachukVasyl@netscape.net

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка

NGarkusha@gmail.com

³Університет Відня

Дослідимо міждержавний ланцюг постачання (продукту) $T \rightarrow R \rightarrow U \rightarrow E$ на основі підходів багаторівневої оптимізації [1, 2]. Коли T експортує обсяг Q_{TU} через R до U , а також обсяг Q_{TE} через R , U до E , то прибуток π_T держави T становить

$$P_{TU}Q_{TU} + P_EQ_{TE} - c_T(Q_{TU} + Q_{TE}) - t_R(Q_{TU} + Q_{TE}) - t_{UT}Q_{TE},$$

де: P_{TU} – ціна продукту з T для U ; $P_E = a - b(Q_{TE} + Q_{RE} + Q_E)$ – ціна для E ; $a, b > 0$; Q_{RE} – обсяг з R для E через U ; Q_E – обсяг для E з інших держав; c_T – собівартість для T ; t_R – (чиста) плата до R за транзит з T ; t_{UT} – плата до U за транзит з T .

Якщо R продає обсяг Q_{RU} до U , то прибутком π_R є

$$P_{RU}Q_{RU} + P_EQ_{RE} - c_R(Q_{RU} + Q_{RE}) + t_R(Q_{TU} + Q_{TE}) - t_{UR}Q_{RE},$$

де: P_{RU} – ціна продукту з R для U ; c_R – собівартість для R .

Якщо T (R) максимізує по Q_{TE} (Q_{RE}) прибуток π_T (π_R), то

$$Q_{TE}^N = (a - 2c_T + c_R - 2t_R + t_{UR} - 2t_{UT} - bQ_E)(3b)^{-1},$$

$$Q_{RE}^N = (a - 2c_R + c_T + t_{UT} - 2t_{UR} - bQ_E)(3b)^{-1}.$$

Якщо за цієї рівноваги Неша (Nash) держава U максимізує по t_{UT} , t_{UR} прибуток від транзиту $\pi_U = t_{UT}Q_{TE}^N + t_{UR}Q_{RE}^N$, то

$$t_{UR}^* = 6^{-1}(3a - 3c_R - 2t_R + bQ_E),$$

$$t_{UT}^* = 6^{-1}(3a - 3c_T + bQ_E).$$

Література

1. Горбачук В. М. К решению проблемы транзита ресурса // Компьютерная математика. – 2006. – № 3. – С. 141–148.

2. Yegorov Y., Wirl F. Gas transit, geopolitics and emergence of games with application to CIS countries // United States Association for Energy Economics – International Association for Energy Economics Working Paper 10-044. – 2010. – 27 p.

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА ДЛЯ АНАЛІЗУ, ПРОГНОЗУ ТА ІМІТАЦІЇ ЕКОНОМІЧНИХ ЦИКЛІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

¹Горкуненко А.Б., ²Лупенко С.А.

^{1,2}Тернопільський національний технічний університет ім. І.Пулюя
¹horkunenko@gmail.com, ²lupenko@ua.fm

Існує багато засобів автоматизованого аналізу та прогнозу економічних циклічних процесів, але питання підвищення точності та достовірності результатів аналізу та прогнозу завжди залишається актуальною задачею. В даній роботі пропонується нова інформаційна система для задач аналізу, прогнозу та імітації економічних циклічних процесів, що уможливорює їх автоматизований аналіз та прогноз з підвищенням точності та достовірності.

Математичне забезпечення інформаційної системи базується на математичних моделях, у вигляді циклічного випадкового процесу та вектора ритмічно взаємопов'язаних випадкових процесів для задачі аналізу та імітації економічних циклічних процесів, що описано у роботах [1-3].

Дана інформаційна система, являє собою систему комп'ютерних програм для статистичної обробки економічних циклічних процесів та для моделювання економічних циклічних процесів. Даний комплекс програм нам дозволяє проводити статистичний аналіз економічних циклічних процесів з врахуванням структури циклів самого процесу, а також з метою тестування та навчання проводити імітацію. Дана інформаційна система є хорошим доповненням до існуючого ряду аналогічних програмних засобів.

Література

1. Горкуненко А.Б. Математичне моделювання економічних циклічних процесів для їх автоматизованого аналізу та прогнозу // А.Б. Горкуненко, С.А. Лупенко, А.М. Луцків // Вісник Хмельницького національного університету. -2010. – № 3. – С. 269-275.

2. Горкуненко А.Б. Математичне моделювання та статистичний сумісний аналіз взаємопов'язаних економічних циклічних процесів // А.Б. Горкуненко, А.М. Луцків, С.А. Лупенко // Вісник Хмельницького національного університету. -2011.-№1. – С. 137-143.
3. Горкуненко А.Б. Імітаційне моделювання взаємопов'язаних економічних циклічних процесів на основі вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів / А.Б. Горкуненко, С.А. Лупенко, Н.Р. Дем'янчук, Я.В. Литвиненко // Електроніка та системи управління. – 2011.– №2 .– С.133-141.

ГЕНЕРАТОР СТИБКОВОЇ ПРОЦЕДУРИ ОПТИМІЗАЦІЇ В МАРКОВСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ В СХЕМІ ДИФУЗІЙНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ

Горун П.П., Чабанюк Я.М.

Національний університет "Львівська політехніка"

yaroslav_chab@yahoo.com

Стрибкова процедура стохастичної оптимізації з марковськими переключеннями в схемі серій задається співвідношенням

$$u^\varepsilon(t) = u + \varepsilon^2 \sum_{k=0}^{v(t/\varepsilon^2)-1} a_k^\varepsilon (\nabla_b C(u_k^\varepsilon, x_k^\varepsilon) + \varepsilon^{-1} C_0(u_k^\varepsilon, x_k^\varepsilon)), \quad u^\varepsilon(0) = u \quad (1)$$

в позначеннях [1], $\nabla_b C(u, \cdot) = \{(C(u_i^+, \cdot) - C(u_i^-, \cdot)) / 2b(t), i = \overline{1, d}\}$, $u_i^\pm = u_i \pm b(t)e_i$, $e_i = \{0, \dots, 1, 0, \dots, 0\}$. Функція регресії $C(u, x)$, $u \in R^d$, $x \in X$, задовольняє умові існування глобального розв'язку супроводжуючих систем $du_x/dt = a(t)(\nabla C(u_x, x) + \varepsilon^{-1} C_0(u_x, x))$, $x \in X$ в припущенні єдиної точки екстремуму u^* . Розглянемо оператор T_v^n , що діє за правилом:

$$T_v^1 f(u, \cdot) = \langle v, \nabla \rangle f(u, \cdot), \quad T_v^n f(u, \cdot) = T_v^n T_v^{n-1} f(u, \cdot); \quad \langle a, b \rangle = ab^T, \quad a, b \in R^d.$$

Далі розглянемо двокомпонентний марковський процес

$$u^\varepsilon(t), x_t^\varepsilon := x(t/\varepsilon^2), t \geq 0, \quad (2)$$

а також збудуємо функцію Ляпунова:

$$V^\varepsilon(u, x) = V(u) + \varepsilon a(t) V_1(u, x) + \varepsilon^2 a(t) V_2(u, x), \quad V(u) \in C^4(R^d), \quad (3)$$

де $V(u)$ - функція Ляпунова усередненої системи $du(t)/dt = \nabla C(u(t))$,

$$C(u) = q \int_X \rho(dx) C(u, x).$$

Лема. Генератор процесу (2) на функціях (3) має асимптотичне представлення $\mathbf{L}_t^\varepsilon V^\varepsilon(u, x) = [a(t)\mathbf{T}_{\nabla_b C(u)}^1 + a^2(t)\mathbf{L}_0 + \varepsilon a^2(t)H_t^\varepsilon(x)]V(u)$, де

$$\mathbf{L}_0 V(u) = b(u)V(u) + \frac{1}{2}B(u)V(u), \quad \text{причому} \quad b(u) = q \int_X \rho(dx)b(u, x),$$

$$B(u) = q \int_X \rho(dx)B(u, x), \text{ де}$$

$$b(u, x)V(u) = C_0(u, x)q(x)R_0q(x)\mathbf{T}_{\nabla C_0(u, x)}^1 V(u),$$

$$B(u, x)V(u) = 2C_0(u, x)q(x)R_0q(x)\mathbf{T}_{C_0(u, x)}^1 \nabla V(u) - q(x)\mathbf{T}_{C_0(u, x)}^2 V(u),$$

а залишковий член $H_t^\varepsilon(x)V(u)$ обмежений.

Література

1. Горун П.П., Чабанюк Я.М., Гнатів Л.Б. Збіжність стрибкової процедури оптимізації в марковському середовищі //XVII International Conference: Problems of decision making under undertainties, 23-27 may 2011. – P.58-59.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧНОГО ПОРЯДА СЛОЖНОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ ДВОИЧНЫХ ЦЕПЕЙ МАРКОВА

Губеладзе А.К.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченка

stat@unicyb.kiev.ua

В работе [1] была изложена задача о понижении порядка сложности стационарной сложной двоичной цепи Маркова $\{\xi_n; n \geq 1\}$ порядка r . Рассмотрим теперь задачу о понижении порядка сложности, когда в множестве состояний сложной цепи несколько эргодических классов и для некоторого эргодического класса существенных состояний $K = \{S_{i_1}, S_{i_2}, \dots, S_{i_k}\}$, $P_{i_1} + P_{i_2} + \dots + P_{i_k} = 1$, где $(P_{i_1}, P_{i_2}, \dots, P_{i_k})$ -стационарные начальные распределения эргодического класса K , k - число состояний этого класса, $1 < k < 2^r$. Порядок r рассматриваемой сложной цепи является точным тогда и только тогда, когда в эргодическом классе K найдется состояние $S_i, S_{i'}, \dots, S_{i'+2^{r-1}}$, такое, что для соответствующих переходных вероятностей выполняется условие $P_{i'i} \neq P_{(i'+2^{r-1})i}$ ($i' = i/2$ при четном i , при нечетном -

$i' = (i+1)/2$). Если порядок r сложной цепи не является точным, то в таком случае возможно понизить порядок сложности до точной порядка $r_0 < r$. Для решения этой задачи строим эргодический класс существенных состояний $K^{(r-1)} = \{S_{m_1}^{(r-1)}, S_{m_2}^{(r-1)}, \dots, S_{m_c}^{(r-1)}\}$.

Состояние эргодического класса $K^{(r-1)}$ определяется следующим образом: если $S_i = (\alpha_1, \dots, \alpha_r)$ -состояние эргодического класса K , то $S_j^{(r-1)} = (\alpha_1, \dots, \alpha_r)$ -состояние эргодического класса $K^{(r-1)}$.

Таким образом при заданных состояниях эргодического класса K , определяем все состояния эргодического класса $K^{(r-1)}$. Переходные вероятности эргодического класса $K^{(r-1)}$ определяются при помощи заданных переходных вероятностей состояниях эргодического класса K .

Пусть $P(i(r), j(r))$ - вероятность перехода из состояния $(\alpha_1, \dots, \alpha_r)$ с номером $i(r)$ в состояние $(\alpha_2, \dots, \alpha_{r+1})$ с номером $j(r)$. $P(i(r-1), j(r-1))$ - вероятность перехода из состояния $(\alpha_2, \dots, \alpha_r)$ с номером $i(r-1)$ в состояние $(\alpha_3, \dots, \alpha_{r+1})$ с номером $j(r-1)$. При $\alpha_1 = 0$ $i(r) = i(r-1)$, при

$\alpha_1 = 1$ $i(r-1) = i(r) - 2^{r-1}$. При $\alpha_2 = 0$ $j(r) = j(r-1)$, при $\alpha_2 = 1$ $j(r-1) = j(r) - 2^{r-1}$. При заданных переходных

вероятностях эргодического класса K в силу равенства $P(i(r), j(r)) = P(i(r-1), j(r-1))$ определяем все переходные вероятности эргодического класса $K^{(r-1)}$. Проверяя критерии точности порядка и при необходимости продолжая последовательно процесс снижения порядка, находим точный порядок r_0 сложной цепи. В результате снижения порядка сложности определяем эргодический класс существенных состояний $K^{(r_0)} = \{S_{z_1}^{(r_0)}, S_{z_2}^{(r_0)}, \dots, S_{z_a}^{(r_0)}\}$. Переходные вероятности

между состояниями эргодического класса $K^{(r_0)}$ определяются при помощи известных переходных вероятностей эргодического класса $K^{(r_0+1)}$ и стационарные начальные распределения $(P_{z_1}, P_{z_2}, \dots, P_{z_a})$,

отвечающие эргодическому классу $K^{(r_0)}$, удовлетворяют условию $P_{z_1} + P_{z_2} + \dots + P_{z_a} = 1$.

Таким образом, вышеописанная стационарная сложная цепь Маркова $\{\xi_n; n \geq 1\}$ порядка r сводится к модели стационарной сложной цепи Маркова точного порядка r_0 .

Література

1. Губеладзе А.К., Про задачу пониження порядку складності стаціонарних двійкових ланцюгів Маркова. Тези міжнародної конференції PDMU-2010, жовтень 4-8, Ялта, с. 55.

ДИВЕРСИФІКАЦІЯ ПОШУКУ В АЛГОРИТМАХ ОМК

Гуляницький Л. Ф.

Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України

lh_dar@hotmail.com

Оптимізація мурашиними колоніями (ОМК) – один із найперспективніших напрямів розробки прикладних алгоритмів комбінаторної оптимізації [1]. Ці алгоритми відносяться до моделє-орієнтованих методів, оскільки вони використовують власну модель задачі комбінаторної оптимізації, яка розв'язується. Така модель подається, як правило, у вигляді спеціального зваженого графа $G = (X, U)$.

Вузловим аспектом ОМК є послідовна побудова кожною штучною мурахою маршруту в графі на основі використання імовірнісної моделі. На кожному кроці для вершини, що є останньою в поточному маршруті, формується множина допустимих сусідніх вершин і обчислюється ймовірність переходу до кожної з цих вершин. На основі цих ймовірностей і вибирається чергова вершина для продовження наявного фрагменту маршруту.

Пропонується диверсифікація пошуку шляхом розгляду варіантів продовження маршруту, що враховувати не одну, а декілька вершин, які можуть бути включені в цей маршрут. Для наочності розглянемо випадок, коли ця кількість вершин дорівнює двом.

Для кожної мурахи формується множина пар $j, k \in X$ вершин, що утворюють ланцюжок попарно інцидентних вершин графа G , а саме $(j, k) \in U, k \neq i$. Обчислюється ймовірність переходу від вершини i до вершини k через вершину j як функції

від значень, залежних від значень феромону на фрагменті маршруту (i, j, k) та евристичної інформації, співвіднесеної до ребер (i, j) та (j, k) . На основі цього здійснюється ймовірнісний вибір відразу двох вершин і доповнення ними поточного фрагменту маршруту після вершини i .

Пропонований підхід дозволяє розширити сферу пошуку в ОМК, створюючи умови для уникнення передчасної збіжності – однієї із найгостріших проблем для більшості прикладних алгоритмів комбінаторної оптимізації.

Література

1 *Dorigo M., Blum C.* Ant colony optimization theory: A survey // Theoretical computer science. – 2005. – **344**, N 2-3. – Р. 243–278.

НЕЧІТКІСТЬ ЯК ЗАСІБ ОПИСУ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ: МАТЕМАТИКА, ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА, ЕВРИСТИКА?

В.С. Донченко

voldon@unicyb.kiev.ua

Нечіткість, запропонована в середині 60-х років минулого століття відомою роботою Лотфі Заде [1] із моменту появи анонсувалася як засіб математичного моделювання невизначеності. Проголошення нечіткості саме математичним засобом з самого початку містило нехтування низкою принципових моментів і ставляло низку не менш принципових питань. По-перше, що є тою невизначеністю, яку математичними засобами описує нечітка підмножина? По-друге, якою є інтерпретація невизначеності за допомогою нечіткості і навпаки? Нагадаємо, що саме інтерпретація є основою застосування математики в прикладних дослідженнях. По-третє, чи має відношення нечіткість до множин загалом? По-четверте, що є тим, що адепти нечіткості називають «нечіткою логікою» і чи має ця «логіка» якесь відношення до того, що розуміють під логікою саме в тій області, частиною якої проголошується нечіткість: в математиці? І загалом, по-п'яте, а чи є нечітка теорія математикою загалом, в тому числі і в її прикладному варіанті? Тверезий погляд на поставлені дозволяє запропонувати певні пропозиції і в тому, що стосується нечіткості (див., наприклад, [2]), і в тому, якою може бути інтерпретація чи інтерпретації[3,4], що може бути математичною логікою

нечіткості[5]. А загалом, неупереджений висновок щодо нечіткості полягає у тому, що це, власне, є певна евристика[5], а математикою не є і наявному вигляді не може бути просто тому, що в ній відсутня реалізацію математичного розуміння істинності.

Література

1. Zadeh L. Fuzzy Sets. In Information and Control, 8(3).June 1965. pp.338-53.
2. Донченко В.С. Неопределённость и математические структуры в прикладных исследованиях/ Human aspects of Artificial Intelligence International Book Series Information science & Computing.– Number 12. – Supplement to International Journal “Information technologies and Knowledge”. –Volume 3.–2009. – P. 9-18.
3. Донченко В.С. Умовні розподіли та нечіткі множини//Вісник Київського університету. – 1998.–Випуск №3– С. 175-179.
4. Buy D., Bogatyreva Ju. Multiset Bibliography. In Papers of 9th International Conference on Applied Mathematics, February 2-5,2010.– Bratislava.- 2010.- P.407 -413
5. Hajek P. Ten questions and one problem on fuzzy logic. In Preprint submitted to Elsevier Science.- February 1998.- 10 p.
6. Heuristics. [Electronic resource] -Wikipedia: <http://en.wikipedia.org/wiki/Heuristic>.

ЗАСТОСУВАННЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГОКА ДЛЯ РОЗПІЗНАВАННЯ ЗОБРАЖЕННЯ НОМЕРНИХ ЗНАКІВ

Донченко В.С., Зінько Т.П.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
voldon@unicyb.kiev.ua , tzinko@ukr.net

В роботі розглядається задача для розпізнавання реєстраційних номерних знаків автомобіля за допомогою перетворення Гока (Hough transform, перетворення Хафа).

Перетворення Гока – це метод пошуку на зображенні ліній, наприклад, прямих, чи їхніх ділянок, інших кривих (кіл, гіпербол парабол), чи, відповідно – їхніх частин, - представлених на зображенні, коли відповідні криві розглядаються в рамках того чи іншого параметричного сімейства кривих.

Застосування перетворення Гока до аналізу зображення номерного знаку є одним із етапів перетворення зображення в рамках алгоритму, що включає початкове виділення самого номерного знаку на фотозображенні, нормалізацію зображення,

виділення ділянок символів та самих символів для подальшого аналізу із застосуванням перетворення Гока. У свою чергу вихід перетворення Гока застосовується для розпізнавання самих символів.

Пошук зображення здійснюється за допомогою навчання класифікатора за рухомим вікном, яке сканує зображення для пошуку шуканого номера. Для нормалізації зображення спочатку визначається кут повороту номера в зображенні, для чого виконується операція виділення контурів на зображенні через застосування лінійного оператора Собеля.

Література

1. Donchenko V.S. Limit behaviour of the Accumulator Function for the Hough Transform // Proc. ESS 2000 in cooperation with ASIM 2000. Simulation in Industry: 12-th European Simulation Symp., September 28–30, 2000. – Hamburg, Germany. – 2000. – P. 637–640.
2. Donchenko V.S. The Hough Transform and uncertainty//Intern. J. on Information Theories and Applications.–2003.–10, N 4. – P. 376–379.
3. Донченко В.С., Кириченко Н.Ф. Быстрое преобразование Гока и псевдообращение.//Проблемы управления и информатики. – 2002. – 2.– С. 115-125.
4. Мурыгин К.В. Обнаружение автомобильных номеров на основе смешанного каскада классификаторов / К.В. Мурыгин // Искусственный интеллект. – 2010. – No 2. – С. 147-152.

ИГРОВЫЕ СИТУАЦИИ В ЗАДАЧЕ НАИЛУЧШЕГО ВЫБОРА

Доценко С.И.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
Sergei204@ukr.net

В [1] была рассмотрена задача выбора наилучшего объекта, сформулированная следующим образом. Пусть некто в случайном порядке знакомится с n объектами и хочет выбрать среди них наилучший. При этом после ознакомления с очередным объектом нужно либо остановить на нем свой выбор, либо отвергнуть его; возвращаться к ранее просмотренным объектам нельзя. Объекты являются упорядоченными определенным образом по качеству, т.е. качества любых двух объектов сравнимы между собой.

Для данной модели была рассмотрена игровая ситуация, когда каждый объект просматривается обоими игроками

одновременно при следующих условиях. Как и в [1] каждый из игроков имеет возможность выбора – останавливаться на текущем объекте или продолжать просмотр. И точно также отсутствует возможность возврата к ранее просмотренным объектам. Если на одном из объектов желает остановиться только один из игроков, то он останавливается на нем и выбывает из игры, другой игрок продолжает просмотр. Если же на некотором объекте желает остановиться оба игрока, то право остановки разыгрывается между ними жеребьевкой:

1-й/2-й игрок выигрывает жребий с вероятностью $\alpha / 1 - \alpha$ соответственно. Выигравший жребий останавливается и выбывает из игры, проигравший продолжает просмотр. Показано, что при $\alpha = 1$ оптимальное поведение игроков будет таким же, как и в случае корпоративного поведения (т.е. ситуации, когда если один из игроков выбирает наилучший элемент, то оба игрока получают максимальное вознаграждение). Для произвольных α показано, что существует параметрическое семейство ситуаций равновесия по Нэшу и найдены ситуации равновесия по Штакельбергу.

Литература

1. Е.Б.Дынкин, А.А.Юшкевич. Теоремы и задачи о процессах Маркова. Москва, изд-во "Наука", с. 91-102.

МІНІМАКСНА ПОХИБКА ПРОГНОЗУ ПЕРІОДИЧНО КОРЕЛЬОВАНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

Дубовецька І.І., Моклячук М.П.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
idubovetska@gmail.com

Розглядається задача оптимального середньоквадратичного оцінювання лінійного функціонала $A_N \zeta = \sum_{j=0}^N a(j) \zeta(j)$ від невідомих значень Т-періодично корельованої послідовності $\zeta(j)$ з класу $K = \{E\zeta(j) = 0, \|\zeta(j)\|^2 \leq K\}$, за спостереженнями $\zeta(j)$ при $j < 0$. Нехай L_N - клас всіх лінійних оцінок функціонала $A_N \zeta$. Тоді функція $\Delta(\zeta, \hat{A}_N)$ середньоквадратичної похибки

оцінки $\hat{A}_N \zeta$ на множині $K \times L_N$ має сідлову точку та виконуються рівності

$$\min_{A_N \in L_N} \max_{\zeta \in K} \Delta(\zeta, \hat{A}_N) = \max_{\zeta \in K} \min_{A_N \in L_N} \Delta(\zeta, \hat{A}_N) = \frac{K}{T} \alpha_N^2,$$

де α_N^2 - найбільше власне значення компактного оператора $Q_N = \{Q_N(p, q)\}_{p, q=0}^{T-1}$ у просторі $\mathbb{C}^{T(N+1)}$, який визначається матрицею, що складена із $T \times T$ блок-матриць

$$Q_N(p, q) = \sum_{u=0}^{\min(N-p, N-q)} a(p+u) \overline{a(q+u)} \left\{ e^{2\pi i(k(p+u)-l(q+u))} \right\}_{k, l=0}^{T-1}.$$

Найменш сприятливою в класі K для оптимального оцінювання $A_N \zeta$ є T -періодично корельована послідовність, що породжена векторним одостороннім рухомим середнім порядку $N+1$, тобто

$$\zeta(j) = \sum_{u=j-N}^j \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{q=0}^{T-1} e^{2\pi i q j / T} \Phi_{qk}(j-u) \eta_k(u),$$

де $\Phi_N = \{\Phi(u), u=0, 1, \dots, N\}$ - власний вектор, що відповідає α_N^2 , елементами якого є $T \times m$ блок-матриці $\Phi(u)$, $\vec{\eta}(u) = \{\eta_k(u)\}_{k=0}^{m-1}$ - векторна стаціонарна послідовність із ортогональними значеннями.

НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ У ДЕЯКИХ СИСТЕМАХ З РУХОМИМИ РОЗПОДІЛЕНИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ

І. М. Дудзяний

Львівський національний університет імені Івана Франка

igordudz@i.ua

При дослідженні нелінійних коливань у механічних системах з рухомими розподіленими навантаженнями (повздовжні коливання рухомої стрічки, поперечні коливання рухомої струни тощо) приходимо до крайових задач з квазілінійними диференціальними рівняннями:

$$\alpha(\tau) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + \beta(\tau) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} + \gamma(\tau) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \varepsilon f \left(x, \tau, u, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right), \quad (1)$$

$$u(0, t) = 0; \quad u(l, t) = 0; \quad t \geq 0, \quad (2)$$

де $u = u(x, t)$ – невідома функція перемішень; x – просторова координата ($0 \leq x \leq l$); t – час; ε – малий додатний параметр; $\tau = \varepsilon t$ – “повільний” час; $\alpha(\tau)$, $\beta(\tau)$, $\gamma(\tau)$ – коефіцієнти, які повільно змінюються, і задовольняють умові гіперболічності ($\beta^2(\tau) - 4\alpha(\tau)\gamma(\tau) > 0$); f – відома нелінійна аналітична функція, необмежено диференційована при всіх значеннях своїх аргументів.

Найефективнішими методами вивчення динамічних явищ, які описуються крайовими задачами (1), (2), є асимптотичні методи нелінійної механіки Крилова-Боголюбова-Митропольського [1], що ґрунтуються на принципі одночастотності коливань.

Однак, потрібні для використання в асимптотичних розв’язках вирази для власних функцій і частот власних коливань відповідних лінійних ($\varepsilon=0$) крайових задач у випадку змінних коефіцієнтів в (1), отримати у явному вигляді, зазвичай, неможливо.

У доповіді запропоновано числовий метод вирішення проблеми знаходження власних функцій та частот власних коливань з наступним їх використанням в аналітичних розв’язках методів Крилова-Боголюбова-Митропольського, який ґрунтується на застосуванні формули спеціальної ортогоналізації та наступного розв’язання системи нескінченних алгебраїчних рівнянь. Наведено теоретичне обґрунтування методу та числові експерименти.

Література

1. Митропольский Ю. А., Мосенков Б. И. Асимптотические решения уравнений в частных производных. – Киев : Вища школа, 1976. – 592 с.

БИКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ВЫБОРА ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ С КРИТЕРИЯМИ ВАЛЬДА И СЭВИДЖА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Емеличев В. А., Коротков В. В.

Белорусский государственный университет

emelichev@bsu.by, wladko@tut.by

Пусть $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$ – инвестиционные проекты; N_m – состояния финансового рынка (рыночные ситуации); $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in X \subset \mathbf{E}^n$ – инвестиционный портфель, где

$E = \{0,1\}$, $x_j = 1$, если проект $j \in N_n$ реализуется, $x_j = 0$ в противном случае.

Предполагается, что каждый портфель x инвестора из заданного набора X обеспечивает ему ожидаемый суммарный доход и не превышает имеющегося у него капитала.

Пусть a_{ij} – доход, а r_{ij} – риск проекта $j \in N_n$ в случае, когда рынок находится в состоянии $i \in N_m$.

Под бикритериальной инвестиционной булевой задачей $Z(A, R)$ с максиминными критериями эффективности Вальда и минимаксными критериями рисков Сэвиджа

$$\min_{i \in N_m} A_i x \rightarrow \max, \quad \max_{i \in N_m} R_i x \rightarrow \min, \quad x \in X$$

где $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$, $R_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in})$ – строки матриц $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{m \times n}$ и $R = [r_{ij}] \in \mathbf{R}^{m \times n}$ соответственно, будем понимать задачу поиска множества Парето $P(A, R)$, состоящего из Парето-оптимальных портфелей.

Высокая степень неопределенности исходной информации возникает в связи с использованием статистических и экспертных оценок рисков и доходов (элементов матриц R и A). Один из возможных подходов к учету такой неопределенности состоит в выявлении предельного уровня возмущений параметров задачи, сохраняющих Парето-оптимальность выбранного портфеля. Этот подход приводит к ключевому понятию радиуса устойчивости $\rho(x^0, A, R)$ портфеля $x^0 \in P(A, R)$, под которым, следуя [2], будем понимать число $\sup \Xi$, если $\Xi \neq \emptyset$ и $\rho(x^0, A, R) = 0$, если $\Xi = \emptyset$, где $\Xi = \sup \{\varepsilon > 0 : \forall (A', R') \in \Omega(\varepsilon) (x^0 \in P(A + A', R + R'))\}$, $\Omega(\varepsilon) = \{(A', R') \in \mathbf{R}^{m \times n} \times \mathbf{R}^{m \times n} : \|A'\|_\infty < \varepsilon \quad \& \quad \|R'\|_\infty < \varepsilon\}$. Здесь $\|B\|_\infty = \max\{|b_{ij}| : (i, j) \in N_m \times N_n\}$, $B = [b_{ij}] \in \mathbf{R}^{m \times n}$.

Теорема. Для радиуса устойчивости $\rho(x^0, A, R)$, любого Парето-оптимального портфеля x^0 задачи $Z(A, R)$ справедливы оценки

$$\varphi \leq \rho(x^0, A, R) \leq \psi,$$

где

$$\varphi = \min_{x \in X \setminus \{x^0\}} \frac{1}{\|x + x^0\|^*} \max \{ \max_{i \in N_m} \min_{i' \in N_m} (A_{i'} x^0 - A_i x), \min_{i' \in N_m} \max_{i \in N_m} (R_i x - R_{i'} x^0) \},$$

$$\psi = \min_{x \in X \setminus \{x^0\}} \frac{1}{\|x - x^0\|^*} \max \{ \max_{i \in N_m} \min_{i' \in N_m} (A_{i'} x^0 - A_i x), \min_{i' \in N_m} \max_{i \in N_m} (R_i x - R_{i'} x^0) \}.$$

$$\text{Здесь } \|z\|^* = \sum_{j \in N_n} |z_j|, \quad z = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T.$$

Робота виконана при підтримці Білоруського республіканського фонду фундаментальних досліджень (проект №~Ф11К-095).

Литература

1. Markowitz H. Portfolio selection: efficient diversification of investments.-Oxford: Blackwell, 1991. - 384 pp.
2. Емеличев В.А., Коротков В.В. О радиусе устойчивости Парето-оптимального инвестиционного портфеля в векторной булевой задаче с критериями риска Сэвиджа // Abstracts of the XV International Conference “Problem of decision making under uncertainties (PDMU-2010)”. Lviv. Ukraine. May 17-21, 2010.-Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2010, p. 76 - 78.

ГРАНИЧНА ТЕОРЕМА ДЛЯ ГІЛЛЯСТОГО ПРОЦЕСУ З ДОВІЛЬНОЮ КІЛЬКІСТЮ ТИПІВ ЧАСТИНОК Єлейко Я.І., Базилевич І.Б., Тимків Г.Б.

Львівський національний університет імені Івана Франка
tumkiv_gala@mail.ru

Розглянемо послідовність гіллястих процесів Гальтона-Ватсона [1], що залежить від деякого малого параметра ε з довільною кількістю типів частинок та дискретним часом.

Доведено граничну теорему для послідовності процесів гіллястого процесу Гальтона –Ватсона, яка є узагальненням теореми для скінченної кількості типів частинок [2]. Суть теореми полягає в тому, що при певних умовах скінченновимірні розподіли послідовності процесів Гальтона-Ватсона, що залежить від деякого малого параметру ε , при $\varepsilon \rightarrow 0$ збігаються до скінченновимірних

розподілів гіллястого процесу з неперервним фазовим простором. При доведенні теореми використовується апарат твірних функціоналів [3], який є узагальненням апарату твірних функцій для процесів із скінченною кількістю типів частинок.

Література

1. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы. М: Наука, 1971, 112с., С.420.
2. Алиев С.А. Предельная теорема для ветвящихся процессов Гальтона-Ватсона. //Укр. Мат. Журнал, Т. 37, №5, 1985рС.665-669
3. Єлейко Я.И. Переходные явления для ветвящихся процессов с произвольным числом типов и дискретным временем. // Укр.мат.ж.,1982, т.34,№ 2, С.198-204.

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ РИЗИКУ ЗА УМОВ УЗАГАЛЬНЕНИХ ПОТОКІВ НАДХОДЖЕНЬ І ВИПЛАТ

Єлейко Я.І., Звізло М.Р.

Львівський національний університет імені Івана Франка

zvmax@i.ua

В процесі досліджень роботи страхових компаній розглядається процес ризику, який описує її роботу. Тому розгляд різних процесів ризику видозмінюється процесами надходжень і виплат страхової компанії, що приводить до розгляду побудови і аналізу процесів ризику, відмінних від класичних.

Для оцінки ймовірності банкрутства страхової компанії розглянуто узагальнений процес ризику. Проведені інтегральні перетворення з огляду на [1], що дозволяють отримати розв'язок рівняння ризику, для оцінки ймовірності банкрутства страхової компанії.

В роботі розглядається наступна модель фінансового ризику страхової компанії: нехай процес ризику задається наступним чином

$$R_t(u) = u - U_t + A_t,$$

де $u \geq 0$ – початковий капітал страхової компанії в момент часу $t = 0$;

U_t, A_t – узагальнені Пуассонівські процеси [2].

Позначимо через $\tau = \inf \{t > 0 : R_t(u) < 0\}$ момент банкрутства страхової компанії з початковим капіталом $u \geq 0$. Вважатимемо, що $\tau(u) = +\infty$, якщо $R_t \geq 0 \ \forall t > 0$.

Використовуючи інтегральні перетворення та властивості узагальненого Пуассонівського процесу, знайдено оцінки моменту банкрутства та розміру збитків страхової компанії, що дозволяють оптимізувати роботу страхових компаній в умовах невизначеності.

Література

1. Гусак Д.В. Граничні задачі для процесів з незалежними приростами в теорії ризику. – Київ: Ін-т математики НАН України, 2007. – 460 с.
2. Гихман И.И., Скороход А.В. Теория случайных процессов. – Москва: Наука, Т.1: 1971. – 664 с.; Т.2: 1973. – 635 с.; Т.3: 1975. – 496с.

ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗУ МАРКОВСЬКИХ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ З ДЕКІЛЬКОМА ЗАДАНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Жерновий .Ю.В.

Львівський національний університет імені Івана Франка
yu_zhernovyi@yahoo.com

У статті [1] для деяких марковських моделей обслуговування розв'язано задачі оптимального синтезу систем з одною заданою стаціонарною характеристикою. Розглянемо для довільної системи обслуговування таку задачу оптимального синтезу: *для фіксованих значень всіх параметрів системи, крім параметра θ , знайти такі значення параметра $\theta \in M$, щоб у стаціонарному режимі характеристики системи $H_1, H_2, \dots, H_n$ задовольняли такі умови:*

$$H_k(\theta) \leq \overline{H_{k0}} \quad (k = \overline{1, n_1}), \quad H_k(\theta) \geq \overline{H_{k0}} \quad (k = \overline{n_1 + 1, n}), \quad (1)$$

де $\overline{H_{k0}}$ ($k = \overline{1, n}$) – задані додатні числа, M – задана множина зміни параметра θ . Розв'язуючи цю задачу, припускатимемо, що для $\theta \in M$ функції $H_k(\theta)$ ($k = \overline{1, n_{11}}; k = \overline{n_1 + 1, n_{12}}$) монотонно зростають, а функції $H_k(\theta)$ ($k = \overline{n_{11} + 1, n_1}; k = \overline{n_{12} + 1, n}$) монотонно спадають як функції параметра θ . Позначимо через θ_k^* єдиний розв'язок рівняння $H_k(\theta) = \overline{H_{k0}}$ ($k = \overline{1, n}$), який належить множині

М. Існування та єдність цього розв'язку можна забезпечити за рахунок монотонності $H_k(\theta)$ і певних обмежень на величину H_{k0} . Знову користуючись монотонністю функцій $H_k(\theta)$, отримаємо розв'язки нерівностей (1) у вигляді

$$\theta \geq \theta_k^* \quad (k = \overline{n_{11} + 1, n_1}; \quad k = \overline{n_1 + 1, n_{12}}); \quad \theta \leq \theta_k^* \quad (k = \overline{1, n_{11}}; \quad k = \overline{n_{12} + 1, n}).$$

Введемо позначення: $\theta_1 = \max\{\theta_k^*, k = \overline{n_{11} + 1, n_1}; \quad k = \overline{n_1 + 1, n_{12}}\}$;

$\theta_2 = \min\{\theta_k^*, k = \overline{1, n_{11}}; \quad k = \overline{n_{12} + 1, n}\}$. Якщо $\theta_1 \leq \theta_2$, і параметр θ пробігає множину додатних дійсних чисел, то розв'язок задачі (1) записується у вигляді $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$. Якщо ж значення θ ми шукаємо на множині натуральних чисел, то розв'язки задачі існують, якщо проміжок $[\theta_1, \theta_2]$ містить хоча б одне натуральне число. Щоб забезпечити єдиність розв'язку задачі (1), у її формулювання можна внести таку зміну: *знайти таке найменше (або найбільше) значення параметра $\theta \in M$, щоб виконувались умови (1)*.

Для системи обслуговування М/М/1/м, а також систем М/М/1 з пороговим перемиканням режимів обслуговування в момент зміни кількості замовлень і такої ж системи з пороговим блокуванням потоку замовлень монотонна залежність стаціонарних характеристик (середньої кількості обслужених замовлень за одиницю часу, середніх витрат на обслуговування за одиницю часу, ймовірності простоювання системи і середнього часу очікування замовлення в черзі) від параметрів системи (максимальної довжини черги, коефіцієнта завантаження системи, порога перемикання режимів обслуговування) використана для розв'язування задач оптимального синтезу систем з декількома заданими стаціонарними характеристиками. Розв'язком конкретної задачі оптимального синтезу є оптимальне значення одного з перерахованих параметрів.

Література

1. Жерновий Ю.В. Решение задач оптимального синтеза для некоторых марковских моделей обслуживания // Информационные процессы. – 2010. – Т. 10, № 3. – С. 257-274.

СТАЦІОНАРНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМИ $M^{\theta}/G/1/m$ З ПОРОГОВИМ БЛОКУВАННЯМ ВХІДНОГО ПОТОКУ І ПЕРЕМИКАННЯМ РЕЖИМІВ ОБСЛУГОВУВАННЯ

Жерновий К.Ю.

Львівський національний університет імені Івана Франка

k_zhernovyi@yahoo.com

Розглянемо систему $M^{\theta}/G/1/m$ з груповим надходженням замовлень. Нехай $\xi(t)$ – кількість замовлень у системі в момент часу t . Якщо в момент t початку обслуговування чергового замовлення виконується умова $\xi(t) > h$, то часу обслуговування цього замовлення відповідає функція розподілу $F_1(t)$ (післяпороговий режим обслуговування) і починається блокування вхідного потоку, яке триває до моменту t початку обслуговування того замовлення, для якого $\xi(t) \leq h$. Тут h – заданий пороговий рівень блокування ($1 \leq h \leq m-1$). Якщо $1 \leq \xi(t) \leq h$, то час обслуговування замовлення розподілений за законом $F(t)$ (основний режим обслуговування).

Спираючись на результати статті [1], для випадків $m < \infty$ і $m = \infty$ визначено середню тривалість періоду зайнятості, ймовірність обслуговування і стаціонарні характеристики черги. Досліджено характер залежностей середньої тривалості періоду зайнятості та ймовірності обслуговування від параметрів m і h . Для випадку $m = \infty$ розв'язано деякі задачі оптимального синтезу систем с заданими характеристиками та задачу мінімізації витрат на обслуговування.

Література

1. Жерновий К.Ю. Исследование системы $M^{\theta}/G/1/m$ с переключениями режимов обслуживания и пороговой блокировкой потока заявок // Информационные процессы. – 2010. – Т. 10, № 2. – С. 159-180.

ОПТИМАЛЬНА СТРАТЕГІЯ ПОВЕДІНКИ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ, ЩО ІНВЕСТУЄ КАПІТАЛ НА НЕПОВНИЙ ФІНАНСОВИЙ РИНОК

Жмихова Т.В.

Донбаська національна академія будівництва та архітектури
zhmykhovatanya@mail.ru

Рішення, що приймають страхові компанії щодо вибору стратегії її діяльності, з одного боку, можуть уберегти її від зайвих ризиків, а з іншого-привести до банкрутства. В якості основного критерію, що дозволяє оцінити ефективність обраної стратегії була вибрана основна характеристика її діяльності – ймовірність банкрутства. Проаналізовано дві моделі з дискретним часом діяльності страхової компанії, на основі яких вона може будувати свою майбутню стратегію, а саме :

$$X_{n+1} = X_n(1+r) + c - \eta_{n+1}, \quad (1)$$

$$X_{n+1} = X_n(1+r) + c_{n+1} - \eta_{n+1}, \quad (2)$$

де X_n - капітал компанії в момент часу n , $r(r > 0)$ - процентна ставка банку, c - премії, що компанія отримала за час $[n, n+1]$,

$\{c_i\}_{i=1}^{\infty}$ - послідовність н.о.р.в.в. з функцією розподілу

$F(y) (F(0) = 0)$, що інтерпретується як розміри премій, $\{\eta_i\}_{i=1}^{\infty}$ -

послідовність н.о.р.в.в. з функцією розподілу $G(y) (G(0) = 0)$, що інтерпретується як розміри позовів.

Користуючись результатами з [1] та [2], де в явному вигляді була знайдена ймовірність банкрутства страхової компанії, динаміка капіталу якої описується рівняннями (1) та (2) відповідно, для конкретних значень параметрів, що задовольняють умові додатності прибутку, встановлено, що вибір стратегії залежатиме від її мети: якщо метою компанії є її зміцнення на страховому ринку, то вона має обрати стратегію диверсифікації діяльності страхової компанії, керуючи величиною процентної ставки та вважаючи, що премії надходять випадково (модель 2), якщо її мета – фінансова та страхова компанія має вже напрацьовану базу клієнтів, то вона має обрати стратегію диверсифікації діяльності страхової компанії, керуючи величиною процентної ставки та вважаючи, що премії не випадкові (модель 1) .

Література

1. Бондарев Б.В. Знаходження ймовірності банкрутства для однієї моделі страхової компанії /Б.В. Бондарев., Т.В. Жмихова //Український математичний журнал. - 2007. - Т.59, № 4. - С. 447-457.
2. Жмихова Т.В. Ймовірність банкрутства страхової компанії у моделі зі стохастичними преміями та позовами за умови розміщення капіталу на банківському депозиті/ Т.В. Жмихова // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. - 2007. - №1. - С. 15-28.

СПІЛЬНА МНОЖИНА ДОВІРИ ДЛЯ ОЧІКУВАНОЇ ДОХІДНОСТІ ТА ДИСПЕРСІЇ ПОРТФЕЛЯ АКЦІЙ З НАЙМЕНШИМ РІВНЕМ VaR

Заболоцький Т.М.

Львівський інститут банківської справи Університету банківської
справи Національного банку України (м. Київ)

zjabka@yahoo.com

В даній роботі для опису ризику портфеля акцій вибрано Value-at-Risk (надалі VaR). Дана міра рекомендована Базельським комітетом для оцінки ризиків банківської діяльності. За критерій оптимальності вибрано мінімізацію ризику портфеля.

Позначимо дохідність акції в момент часу t , $X_t = 100 \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$,

де через P_t позначено ціну акції в момент часу t . Нехай ми формуємо портфель з k акцій. Позначимо через $X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt})'$ k -вимірний вектор дохідностей, w_i – частка i -ого цінного паперу в портфелі, а портфель – вектор часток $w = (w_1, w_2, \dots, w_k)'$. Нехай X_t є k -вимірною нормально розподіленою випадковою величиною з параметрами μ та Σ . В роботі [1] розглянуто задачу мінімізації VaR портфеля при рівні довіри α . Очікувана дохідність та дисперсія портфеля з найменшим рівнем VaR мають наступний вигляд

$$R_{VaR} = R_{GMV} + \frac{s}{\sqrt{z_\alpha^2 - s}} \sqrt{V_{GMV}}, \quad V_{VaR} = \frac{z_\alpha^2}{z_\alpha^2 - s} V_{GMV}, \quad (1)$$

$$\text{де} \quad \mathbf{w}_{GMV} = \frac{\Sigma^{-1} \mathbf{i}}{\mathbf{i}' \Sigma^{-1} \mathbf{i}}, \quad V_{GMV} = \frac{1}{\mathbf{i}' \Sigma^{-1} \mathbf{i}}, \quad R_{GMV} = \frac{\boldsymbol{\mu}' \Sigma^{-1} \mathbf{i}}{\mathbf{i}' \Sigma^{-1} \mathbf{i}},$$

$\mathbf{R} = \Sigma^{-1} - \frac{\Sigma^{-1} \mathbf{i} \mathbf{i}' \Sigma^{-1}}{\mathbf{i}' \Sigma^{-1} \mathbf{i}}$, $s = \boldsymbol{\mu}' \Sigma^{-1} \mathbf{i}$ та $z_{\alpha}^2 = -\Phi^{-1}(1-\alpha)$ є α квантилю стандартного нормального розподілу, а $\mathbf{i}=(1,1,\dots,1)'$ – k вимірним вектором. На основі вибірки $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n$ ми будуємо вибіркові оцінки невідомих параметрів, тобто

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_i, \quad \hat{\Sigma} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{X}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}})(\mathbf{X}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}})'. \quad (2)$$

Підставляючи замість невідомих параметрів оцінки (2) в (1), отримаємо оцінки характеристик портфелю з найменшим рівнем VaR , які позначимо $\hat{R}_{VaR}$ та $\hat{V}_{VaR}$.

Нехай нам необхідно протестувати гіпотезу

$$H_0: R_{VaR}=r \text{ і } V_{VaR}=v \text{ проти } H_1: R_{VaR} \neq r \text{ або } V_{VaR} \neq v.$$

Для проведення перевірки гіпотези (3) в роботі запропоновано використання спільної множини довіри з рівнем довіри $1-\beta$ для вектора $(R_{VaR}, V_{VaR})'$. Позначимо $\tilde{\beta} = 1 - \sqrt[3]{1-\beta}$ та для спрощення подальших викладок введемо наступні позначення. s_l та s_u нижня та верхня межі $1-\tilde{\beta}$ інтервалу довіри для параметра s (див. напр. [2]),

$$g_1(s, v) = \hat{R}_{GMV} + \left(s - \sqrt{v-s} z_{1-\tilde{\beta}/2} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\hat{s}}{n-1}} \right) \sqrt{\frac{V}{v}},$$

$$g_2(s, v) = \hat{R}_{GMV} + \left(s + \sqrt{v-s} z_{1-\tilde{\beta}/2} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\hat{s}}{n-1}} \right) \sqrt{\frac{V}{v}},$$

$$r_l = v \left(1 - \frac{1}{V} \frac{(n-1)\hat{V}_{GMV}}{\chi_{n-k;\tilde{\beta}/2}^2} \right), r_u = v \left(1 - \frac{1}{V} \frac{(n-1)\hat{V}_{GMV}}{\chi_{n-k;1-\tilde{\beta}/2}^2} \right),$$

$$s_u^*(v) = v - \frac{z_{1-\tilde{\beta}/2}^2}{4} \left(\frac{1}{n} + \frac{\hat{s}}{n-1} \right).$$

Теорема 1. Нехай $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n$ є незалежними випадковими векторами та $\mathbf{X}_i \sim N(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$. Припустимо, що Σ є додатно визначена і $n > k$. Тоді $1-\beta$ спільна множина довіри для $(R_{VaR}, V_{VaR})'$

складається з усіх пар точок (R, V) , які задовольняють систему нерівностей

$$\begin{cases} R \geq g_1(\max\{s_l, r_l(z_\alpha^2)\}, z_\alpha^2) \\ R \leq g_2(\max\{s_l, r_l(z_\alpha^2)\}, z_\alpha^2), \text{ при } s_u^*(z_\alpha^2) \leq \max\{s_l, r_l(z_\alpha^2)\} \\ R \leq g_2(s_u^*(z_\alpha^2), z_\alpha^2), \text{ при } \max\{s_l, r_l(z_\alpha^2)\} < s_u^*(z_\alpha^2) \leq \min\{s_u, r_u(z_\alpha^2)\} \\ R \leq g_2(\min\{s_u, r_u(z_\alpha^2)\}, z_\alpha^2), \text{ при } s_u^*(z_\alpha^2) > \min\{s_u, r_u(z_\alpha^2)\} \end{cases}$$

$$\text{та } V \in \left[\frac{z_\alpha^2}{z_\alpha^2 - s_l} \frac{(n-1)\hat{V}_{GMV}}{\chi_{n-k;1-\tilde{\beta}/2}^2}, \frac{z_\alpha^2}{z_\alpha^2 - s_u} \frac{(n-1)\hat{V}_{GMV}}{\chi_{n-k;\tilde{\beta}/2}^2} \right].$$

Література

1. Alexander G. J., Baptista M. A. Economic implication of using a mean-VaR model for portfolio selection: A comparison with mean-variance analysis // Journal of economic dynamics & control. – 2002. – №26. – P. 1159-1193.
2. Bodnar T., Schmid W. Econometrical analysis of the sample efficient frontier // The European Journal of Finance. – 2009. – №15. – P. 317-335.

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ РОЗМІЩЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ІНФРАСТРУКТУРИ АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРІГ ЗАГАЛЬНОГО КОРИСТУВАННЯ

Заславська О.В.*, Махно М.Ф.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

***zasla@univ.kiev.ua**

Розвиток мережі автомобільних доріг загального призначення є одним з стимулюючих механізмів економічного зростання як окремих регіонів, так і держави в цілому [1]. Ефективність дорожньої мережі залежить від охопленості територій дорогами, стану дорожнього полотна, безпеки руху, наявності придорожньої інфраструктури. Саме об'єкти придорожньої інфраструктури (заклади харчування та відпочинку, пункти медичної допомоги, станції технічного обслуговування) створюють зручні умови користування автошляхами. Будівництво цих об'єктів пов'язано з проведенням інфраструктурних мереж (лінії електропередачі, водопровід, зв'язок).

Таким чином, в умовах обмеженості ресурсів виникають задачі оптимального планування розвитку придорожньої інфраструктури автомобільних доріг. Розміщення об'єктів придорожного господарства здійснюється виходячи з критеріїв та низки обмежень. Особливостями задачі є спеціальний вигляд критерію – вартості розміщення об'єктів придорожньої інфраструктури, що складається з фіксованої (витрати на створення інфраструктурних мереж) та змінної (в залежності від кількості об'єктів) складових; а також невизначеність щодо можливих змін бюджетного фінансування.

Окреслена проблема формалізована у вигляді задачі дискретної оптимізації, яка, при введенні додаткових обмежень, зводиться до задачі про постачальника [2] та розв'язується алгоритмом, що запропонований в [3].

Література

1. Реалізація потенціалу транспортної інфраструктури України в стратегії посткризового економічного розвитку / Прейгер Д.К., Собкевич О.В., Ємельянова О.Ю. – К.: НІСД, 2011. – 37 с.
2. Заславська О.В. Моделі прийняття рішень в оптовій торгівлі // Вісн. Київськ. ун-ту. Серія: фіз.-мат. науки.–2005.–№3.–С.275-280.
3. Заславська О.В. Декомпозиційний алгоритм оптимізації прибутку посередника // Вісн. Київськ. ун-ту. Сер.: фіз.-мат. науки.–2005.–№4. – С. 163-169.

ПРО ОДНЕ УЗАГАЛЬНЕННЯ ЗАКОНУ ЕРДЬОША-ТУРАНА

Іксанов О.М, Маринич О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

iksan@unicyb.kiev.ua, marynych@unicyb.kiev.ua

Нехай S_n - це група перестановок множини $[n] := \{1, 2, \dots, n\}$. Для фіксованої $\sigma \in S_n$ її порядком (позначимо його O_n) називається найменше натуральне k для якого k -кратна композиція σ з собою дає тотожню перестановку. Випадковою перестановкою Π_n множини $[n]$ називається випадкова величина зі значеннями у множині S_n . Найвідомішим класом випадкових перестановок є так звані перестановки Юенса для яких розподіл Π_n визначається формулою $P\{\Pi_n = \sigma\} = c^{-1} \theta^{|\sigma|}$, де $\theta > 0$,

$c := \Gamma(\theta + n) / \Gamma(\theta)$, а $|\sigma|$ позначає кількість циклів у σ . У випадку $\theta = 1$, випадкова перестановка має рівномірний розподіл, а Π_n називається рівномірною перестановкою.

Асимптотична нормальність послідовності випадкових величин (O_n) , при $n \rightarrow \infty$, для рівномірної перестановки вперше була доведена у статті [2], цей результат було узагальнено в [1] де показано, що для перестановок Юенса (зокрема рівномірної),

$$\frac{\log O_n - \frac{\theta}{2} \log^2 n}{\sqrt{\frac{\theta}{3} \log^3 n}} \xrightarrow{d} N(0,1), \quad n \rightarrow \infty. \quad (1)$$

В роботі [3] доведено, що аналогічний результат виконується для значно ширшого класу випадкових перестановок – перестановок, породжених процесом «ламання палиці». Цей результат узагальнює (1) і ми обговоримо його у нашій доповіді.

Література

1. Arratia, R., Barbour, A., Tavaré, S. (2003). Logarithmic Combinatorial Structures, European Mathematical Society.
2. Erdős, P. Turán, P. (1967) On some problems of statistical group theory. III, Acta Math. Acad. Sci. Hungar. **18**, 309-320.
3. Gnedin, A., Iksanov, A., Marynych, A. (2011). A generalization of the Erdős-Turán law for the order of random permutation, www.arxiv.org.

ВІДНОВЛЕННЯ ТРАЄКТОРІЙ РУХУ ОБ'ЄКТА ЗА ТРИАНГУЛЯЦІЙНИМИ ВИМІРЮВАННЯМИ

Касьянюк В.С.

Київський Національний університет імені Тараса Шевченка
veda.sia@mail.ru

У випадку рівномірного руху об'єкта на площині його траєкторія

$$x(t) = x_0 + v_x t, \quad y(t) = y_0 + v_y t$$

визначається з іншого об'єкта з координатами $\xi = \xi(t)$, $\eta = \eta(t)$ (вимірювача) в моменти часу t_j , $j = 1, \dots, n$ напрямом

$$k_j = \frac{\eta(t_j) - y(t_j)}{\xi(t_j) - x(t_j)} + v_j, \quad j = 1, \dots, n$$

(координати $(\xi, \eta) = ((\xi(t_j), \eta(t_j)), j = 1, \dots, n$ вимірювача вважаються відомими, $v_j, j = 1, \dots, n$ - випадкові похибки). Для відновлення траєкторії спостережуваного об'єкта, що визначається четвіркою (x_0, y_0, v_x, v_y) , за даними k_j і координатами (ξ_j, η_j) , $j = 1, \dots, n$ одержуємо лінійну систему

$$\begin{pmatrix} k_1 & -1 & k_1 t_1 & -t_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_n & -1 & k_n t_n & -t_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \xi_1 - \eta_1 \\ \dots \\ k_n \xi_n - \eta_n \end{pmatrix}$$

з випадковими похибками в матриці і правій частині, для розв'язку якої скористаємось парето-оптимальним підходом, розробленим в [1].

Аналогічним чином можна побудувати модель просторової траєкторії, а також поліноміальні моделі траєкторії руху спостережуваного об'єкта.

Література

1. Белов Ю.А., Касьянюк В.С. Математичні методи і алгоритми обробки в задачі інтерпретації непрямих вимірювань. – К.: Науковий світ, 2000. – 79 с.

ПОБУДОВА АЛГЕБРИ НЕЧІТКИХ РЕЛЯЦІЙ НА ОСНОВІ ТЕОРЕТИКО-МОЖЛИВИСНОГО ПІДХОДУ

Касьянюк В.С., Малютенко Л.М., Польща М.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
tk@unicyb.kiev.ua

Задача обробки інформації в реляційних базах даних зазвичай зводиться до формулювання критеріїв у вигляді предикатів. Але при обробці інформації на практиці дуже часто виникають ситуації, коли критерії обробки мають нечіткий або невизначений характер. Наприклад, необхідно описати такі

поняття, як більшість, майже всі, декілька тощо. У цьому випадку формулювання відповідного до критеріїв предиката неможливо здійснити традиційними засобами.

Для розв'язку задач подібного типу може бути ефективно застосований теоретико-можливісний математичний апарат, що дозволяє змоделювати нечіткість та невизначеність і оцінити їх за допомогою мір можливості та необхідності. Запити до баз даних природно формулювати у вигляді нечітких предикатів, а результат запитів – у вигляді нечітких множин (реляцій).

Пропонований в доповіді підхід базується на теорії нечітких множин [1] та логіці нечітких предикатів [2]. На цій основі введене поняття нечіткої реляції, побудована алгебра нечітких реляцій, носієм якої є множина нечітких реляцій, а сигнатурою – визначені для нечітких реляцій операції об'єднання, перетину, віднімання, проєкції та селекції. Вводиться поняття подання нечіткої реляції, що може братися за основу як структура даних при розробці програмного забезпечення, пов'язаного із нечіткими запитами до баз даних. На основі алгебри нечітких реляцій та моделей операцій над нечіткими реляціями, виражених через подання, розробляється програмне забезпечення, що дозволить ефективно обробляти нечіткі запити до баз даних.

Розроблений апарат нечітких реляцій є потужним засобом ефективного подання і обробки інформації в сучасних базах знань та інтелектуальних інформаційних системах.

Література

1. Пытьев Ю.П. Основы теории возможностей. Нечеткие множества // Вестник Московского ун-та, серия 3 (физика, астрономия). – 1998. – № 4.
2. Касьянюк В.С., Малютенко Л.М., Польща М.В. Побудова логіки нечітких предикатів та алгебри нечітких реляцій на базі теоретико-можливісного підходу // Наук. записки НаУКМА. Сер.: Комп'ютерні науки. – 2010. – Т. 112. – С. 103–109.

ТЕРМОДИНАМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РИНКУ ВАЛЮТ

Квасний М.

Львівський інститут банківської справи Університету банківської
справи Національного банку України (м. Київ), Україна
mkvasniym@lbi.wubn.net

Проаналізуємо ситуацію на валютному ринку України упродовж 2005-2010 років. Валютний ринок України сформувався відносно основних партнерів з економічного співробітництва: Євросоюзу, США та Росії, тому основними його характеристиками є курси гривні до долара США, гривні до євро та гривні до російського рубля, динаміка яких є доволі нестабільною (Табл.1).

Таблиця 1

Динаміка офіційного курсу гривні до іноземних валют

Назва валюти	2005р.	2006р.	2007р.	2008р.	2009р.	2010р.
Долар США	5 ,13	5 ,05	5, 05	5, 27	7, 79	7, 94
Євро	6 ,39	6 ,34	6, 92	7, 71	10 ,87	10 ,53
Росій ський рубль	1 ,81	1 ,86	1, 98	2, 11	2, 47	2, 61

За даними Національного банку України [1]

Період світової фінансової кризи 2008 - 2009 років виявився індикатором на залежність валютного ринку України від світового і показав, як нестабільність світового розхитала ринок внутрішній [1]. Нестабільною виявилася і структура валютного ринку України (рис.1).

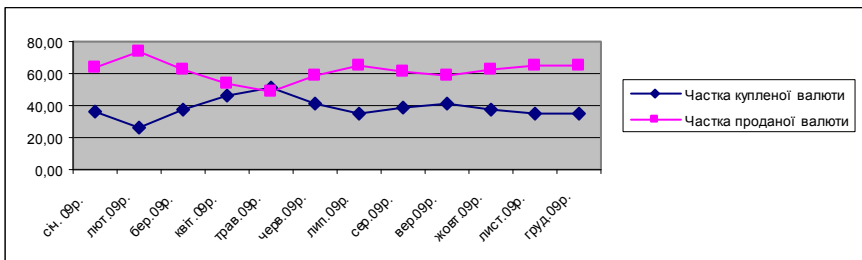


Рис.1. Графіки зміни структури готівкового валютного ринку України

Будемо вивчати динаміку валютного ринку як результат взаємодії із зовнішнім середовищем методом термодинамічних потенціалів [2]. Нехай за визначальні параметри стану валютного ринку приймемо K - обсяг реалізованих валют та L - обсяг придбаних валют, тоді за спряжені параметри r_K - ставку реалізації валют та r_L - ставку придбання валют. Припустимо, що виробнича функція валютного ринку $U(K, L)$ виражається витратами U , що виникають при управлінні процесами придбання та реалізації валют і є двічі диференційована по сукупності аргументів. За таких умов прибуток валютного ринку описується функцією:

$$r_K K - r_L L - U(K, L), \quad (1)$$

де $r_K K$ - дохід від реалізації валют, $r_L L$ - витрати на придбання валют. Оптимальна поведінка валютного ринку реалізується при умові максимізації прибутку, або мінімізації втрат:

$$d(r_K K - r_L L - U(K, L)) = 0. \quad (2)$$

Оскільки, функція, яка допускає існування першого диференціалу і його рівність нулю, визначає за означенням потенціал, то логічно функцію $r_K K - r_L L - U(K, L)$ прийняти за потенціал валютного ринку. Тоді із (2) випливають рівняння стану валютного ринку:

$$r_K = \frac{\partial U(K, L^*)}{\partial K}; \quad r_L = -\frac{\partial U(K^*, L)}{\partial L}, \quad (3)$$

де $U(K, L)$ - функція стану. Із умов рівноваги (3) слідують фундаментальні властивості оптимальної поведінки валютного ринку:

Твердження 1. Валютний ринок функціонує таким чином, щоб максимізувати прибуток (мінімізувати втрати), при чому

граничні витрати $-\frac{\partial U(K^*, L)}{\partial L}$ рівні ставці придбання валют r_L , а

граничні витрати $\frac{\partial U(K, L^*)}{\partial K}$ - ставці реалізації валют r_K .

Твердження 2. Підвищення ставки реалізації r_K приводить до збільшення пропозиції реалізації валют K , а підвищення ставки придбання валют r_L – до зменшення попиту придбання L .

Література

1. Про стан валютного ринку / [http:// www.bank.gov.ua](http://www.bank.gov.ua)

2. Пономаренко А. И. Банковское дело для финансовых аналитиков. Часть 1. Аналитическая теория банковского дела. Учебное пособие. – К.: ЭМЦ, 2002.- 56с.

ЗБІЖНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ЕВОЛЮЦІЇ В СХЕМІ УСЕРЕДНЕННЯ

Кійковська О.І., Чабанюк Я.М., Хімка У.Т.

Національний університет "Львівська політехніка"

mail: yaroslav_chab@yahoo.com

Неперервна випадкова еволюція [1] задається стохастичним диференціальним рівнянням:

$$du^\varepsilon(t) = C(u^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon))dt + \sigma(u^\varepsilon(t))dw(t), u^\varepsilon(0) = u_0, \quad (1)$$

де $C(u, x), u \in R^d$, - функція регресії, що залежить від рівномірно ергодичного марковського процесу $x(t), t \geq 0$ у фазовому просторі станів (X, X) , w – вінерівський процес, ε – малий параметр серій. Для генератора Q марковського процесу $x(t), t \geq 0$ зі стаціонарним розподілом $\pi(B), B \in X$, визначений потенціал R_0 [2].

Розглянемо усереднення $C(u) := \int_X \pi(dx)C(u, x)$.

Теорема. Має місце слабка збіжність $u^\varepsilon(t) \Rightarrow \zeta(t), \varepsilon \rightarrow 0$, де граничний дифузійний процес $\zeta(t), t \geq 0$, визначається

генератором
$$L\varphi(u) = C(u)\varphi'(u) + \frac{1}{2} Sp[\sigma^2(u)\varphi''(u)],$$

$\varphi(u) \in C^3(R^d)$, а матриця варіацій $\sigma^2(u)$ визначається рівністю $\sigma^2(u) := \sigma^*(u)\sigma(u)$.

Наслідок. Дифузійний процес $\zeta(t), t \geq 0$, є розв'язком стохастичного диференціального рівняння

$$d\zeta(t) = C(\zeta(t))dt + \sigma(\zeta(t))dw(t).$$

Література

1. Кійковська О.І., Чабанюк Я.М., Хімка У.Т.. Генератор випадкової еволюції в схемі усереднення.// (PDMU-2011) International Conference. Abstracts. Skhidnytsia, Mai 23-27. Ukraine.- 2011. С.111-112.
2. V. Koroliuk, N. Limnios. Stochastic Systems in Merging Phase Space./ World Scientific Publishing, - 2005. - 330Р.

ШВИДКІСТЬ ЗРОСТАННЯ АНАЛІТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ФУНКЦІЙ ЙМОВІРНОСНИХ ЗАКОНІВ У ТЕРМІНАХ УЗАГАЛЬНЕНИХ ПОРЯДКІВ

Кінаш О. М., Пароля М. І., Шеремета М. М.

Львівський національний університет імені Івана Франка

okinasch@yahoo.com

Нехай Неспадна неперервна зліва на $(-\infty, +\infty)$ функція F називається [1, с. 10] ймовірносним законом, якщо $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(-x) = 0$ і $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$, а визначена для всіх $z \in (-\infty, +\infty)$

функція $\varphi(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{izx} dF(x)$ називається характеристичною функцією цього закону. Якщо функція φ допускає аналітичне продовження на круг $D_R = \{z : |z| < R\}$, $0 < R \leq +\infty$, то вона називається аналітичною в D_R . Надалі вважатимемо, що D_R є найбільшим кругом аналітичності функції φ . Зростання функції φ ототожнюється зі зростанням функції $M(r, \varphi) = \max \{|\varphi(z)| : |z| = r < R\}$.

Як і в [2], через L позначимо клас неперервних додатних на $(-\infty, +\infty)$ функцій α таких, що $\alpha(x) \equiv \alpha(x_0) > 0$ для $x \leq x_0$ і $\alpha(x) \uparrow +\infty$ при $x_0 \leq x \rightarrow +\infty$. Будемо говорити, що $\alpha \in L^0$, якщо $\alpha \in L$ і $\alpha((1+o(1))x) = (1+o(1))\alpha(x)$ при $x \rightarrow +\infty$. Нарешті, $\alpha \in L_{\text{пз}}$ якщо $\alpha \in L$ і $\alpha(cx) = (1+o(1))\alpha(x)$, при $x \rightarrow +\infty$ для кожного $c \in (0, +\infty)$, тобто α - повільно зростаюча функція. Для цілої функції φ узагальненим порядком називається [2] величина

$\rho_{\alpha\beta}[\varphi] = \overline{\lim}_{r \rightarrow \infty} \frac{\alpha(\ln M(r, \varphi)/r)}{\beta(r)}$, де $\alpha \in L$ і $\beta \in L$. Якщо прийmemo

$W_F(x) = 1 - F(x) + F(-x)$, то правильна така теорема.

Теорема 1. *Якщо або $\alpha \in L_{\Pi_3}$ і $\beta \in L^0$ або $\alpha \in L^0$ і $\beta \in L_{\Pi_3}$ а φ - ціла характеристична функція ймовірносного закону F , то*

$$\rho_{\alpha\beta}[\varphi] = \overline{\lim}_{x \rightarrow +\infty} \frac{\alpha(x)}{\beta\left(\frac{1}{x} \ln \frac{1}{W_F(x)}\right)}.$$

За умов $\alpha \in L_{\Pi_3}$ і $\beta \in L^0$ теорема 1 збігається з результатом Н.І. Яковлевої [3], який вказує на зв'язок між зростанням $M(r, \varphi)$ і спаданням $W_F(x)$ у випадку, коли $\frac{1}{r} \ln M(r, \varphi)$ прямує до $+\infty$ досить швидко. За умов $\alpha \in L^0$ і $\beta \in L_{\Pi_3}$ теорема 1 є новим результатом і вказує на такий зв'язок, коли $\frac{1}{r} \ln M(r, \varphi)$ прямує до $+\infty$ повільно.

У випадку, коли характеристична функція φ ймовірносного закону F аналітична у крузі D_R з $R < +\infty$, її узагальненням порядком називається величина $\rho_{\alpha\beta}^*[\varphi] = \overline{\lim}_{r \rightarrow R} \frac{\alpha(\ln M(r, \varphi))}{\beta\left(\frac{1}{R-r}\right)}$.

Правильна наступна теорема.

Теорема 2. *Нехай функції $\alpha \in L_{\Pi_3}$ і $\beta \in L_{\Pi_3}$ такі, що $\frac{\beta^{-1}(\ln \alpha(x))}{x} \rightarrow 0$ і $\alpha\left(\frac{x}{\beta^{-1}(c\alpha(x))}\right) = (1 + o(1))\alpha(x)$ при $x \rightarrow +\infty$ для кожного $c \in (0, +\infty)$, а φ - аналітична в D_R , $0 < R < +\infty$, характеристична функція ймовірносного закону F , який задовольняє умову $\overline{\lim}_{x \rightarrow +\infty} W_F(x)e^{Rx} = \infty$. Тоді*

$$\rho_{\alpha\beta}^*[\varphi] = \overline{\lim_{x \rightarrow \infty}} \frac{\alpha(x)}{\beta\left(x/\ln\left(W_F(x)e^{Rx}\right)\right)}.$$

Зауважимо, що у випадку, коли $R=1$, наведена в теоремі формула збігається з формулою, отриманою В. М. Сороківським [4] за значно жорсткіших умов на α і β . Зауважимо також, що з умов теореми 2 випливає, що функція α зростає повільніше, ніж функція β . Якщо ж функція α зростає швидше, ніж функція β , правильною є наступна теорема.

Теорема 3. Нехай функції $\alpha \in L_{\Pi_3}$ і $\beta \in L_{\Pi_3}$ такі, що

$$\frac{\alpha(\ln x)}{\beta(x)} \rightarrow 0, \text{ і } \frac{\alpha^{-1}(c\beta(x))}{x} \rightarrow 0 \text{ і } \beta\left(x/\alpha^{-1}(c\beta(x))\right) = (1+o(1))\beta(x) \text{ при}$$

$x \rightarrow +\infty$ для кожного $c \in (0, +\infty)$, а φ - аналітична в D_R , $0 < R < +\infty$ характеристична функція ймовірностного закону F , який задовольняє умову, вказану в теоремі 2. Тоді

$$\rho_{\alpha\beta}^*[\varphi] = \overline{\lim_{x \rightarrow +\infty}} \frac{\alpha(\ln(W_F(x)e^{Rx}))}{\beta(x)}.$$

Література

1. Линник Ю.В., Островский Н.В. Разложение случайных величин и векторов. — М.: Наука— 1972. — 479с.
2. Шеремета М.Н. О связи между ростом максимума модуля целой функции и модулями коэффициентов её степенного разложения //Изв.вузов. Матем. — 1967. — №2— С. 100— 108.
3. Яковлева Н.И. О росте целых характеристических функций вероятностных законов// Вопросы матем. физики и функц. анализа.- Киев: Наукова думка — 1976. — С. 43— 54.
4. Сорокинский В.М. Об обобщённых порядках роста аналитических характеристических функций вероятностных законов// Укр. матем. журн. —1987. —Т. 33, №1. — С.115—118.

БІГАМІЛЬТОНОВІСТЬ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ЕВОЛЮЦІЇ ТОНКИХ РІДИННИХ РОЗШАРОВАНИХ ПОТОКІВ

А.А. Кіндибалюк, М.М. Притула

Львівський національний університет імені Івана Франка

mykola.prytula@gmail.com

Нехай на 2π -періодичному многовиді $M \in C^\infty(R^1/2\pi\mathbb{Z}; R^2)$ задана нелінійна динамічна система типу Кортевега – де Фріза [1]:

$$\begin{cases} u_t = k_1 h_{xxx} + k_2 u u_x \\ h_t = k_3 (uh)_x \end{cases} = K[u, h], \quad (1)$$

де $K[u, h]$ – гладке за Фреше функціонально-поліноміальне векторне поле, $k_1, k_2, k_3 \in R$ – довільні ненульові коефіцієнти.

Теорема 1. Динамічна система (1) володіє нескінченною ієрархією законів збереження в інволюції, якщо коефіцієнти системи (1) задовольняють умову: $k_2 = k_3 \in R$; $k_1 \in R$ – довільне.

Теорема 2. Якщо коефіцієнти системи (1) задовольняють умову $k_2 = k_3$, то динамічна система (1) бігамільтонова, тобто її можна представити у вигляді $(u, v)^T = -\mathcal{G} \text{grad} H_g = -\eta \text{grad} H_\eta = K[u, h]$, де пара імплектичних операторів має

вигляд: $\mathcal{G} = \begin{pmatrix} 0 & \partial \\ \partial & 0 \end{pmatrix}, \quad \eta = - \begin{pmatrix} k_1 \partial^3 & \frac{k_2}{2} \partial u \\ \frac{k_2}{2} u \partial & \frac{k_2}{2} (\partial h + h \partial) \end{pmatrix},$

де $\partial = \frac{\partial}{\partial x}$, а відповідні Гамільтоніани мають вигляд:

$$H_g = -\frac{1}{2} \int_{x_0}^{x_0+2\pi} (k_2 u^2 h - k_1 h_x^2) dx, \quad H_\eta = \int_{x_0}^{x_0+2\pi} u h dx.$$

Література

1. Гентош О.Є., Притула М.М., Прикарпатський А.К. Диференціально-геометричні та Лі-алгебраїчні основи дослідження інтегровних нелінійних динамічних систем на функціональних многовидах – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2006. – 408 с.

УПРАВЛІННЯ СТРУКТУРОЮ ЗАХИСТУ ТЕРИТОРІЙ ВІД ПІДТОПЛЕННЯ НА ОСНОВІ СЦЕНАРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Ковальчук В.П.

Інститут гідротехніки і меліорації УААН

kovalchukvp@mail.ru

Ставиться задача управління структурою системи $\sum_k \in \Sigma$ захисту від підтоплення на деякій території. Рух динамічного об'єкта при деякій фіксованій структурі $\sum_k \in \Sigma$, описується оператором:

$$h(x, y, t + 1) = A_{\sum_k} (h(x, y, t), U(t), V(t)), \quad (1)$$

де $A_{\sum_k}$ – оператор, заданий системою різницевих рівнянь, аналітичними чи алгоритмічними залежностями і обмеженнями, пов'язаними зі структурами систем захисту від підтоплення $\sum_k$ на даній території; $h(x, y, t+1)$, $h(x, y, t)$ – відповідні значення РГВ в наступний та попередній моменти часу; $U(t)$, – управління поведінкою РГВ на вибраному інтервалі часу; $V(t)$ – вектор неконтрольованого впливу зовнішнього середовища.

Ціль управління – знайти проектну структуру $\sum_k^*$ (або їх множину), для якої, в результаті функціонування системи $\sum_k^*$ на деякому інтервалі часу $t^e \in [0; t_n]$, досягається виконання на даній території нормативних обмежень на РГВ:

$$\left\{ \sum_k^* \in \Sigma / h(x, y, t) - h_{kp} \geq 0, \forall x, y \in D_{xy}, t \geq t_n \right\} \quad (2)$$

Формалізація задачі управління структурою передбачає системний синтез (ідентифікацію варіантів систем $\sum_k \in \Sigma$, моделей їх динаміки за РГВ) та системний аналіз ефективності цих варіантів (імітаційне моделювання сценаріїв, прийняття рішень). Методологічною основою проектного прогнозування є сценарний аналіз, структурно-логічна схема якого та послідовність основних етапів сценарного аналізу проектних рішень подана на рис.

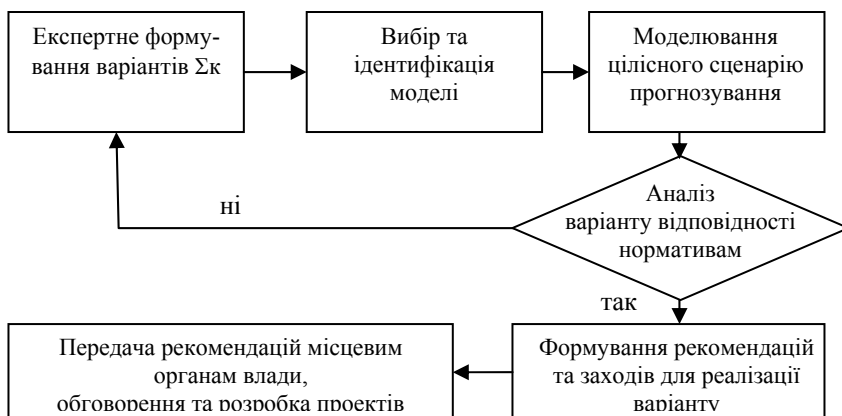


Рис. Укрупнена блок-схема сценарного аналізу проектних рішень

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ КАНАЛІВ НА ПІДТОПЛЕННЯ ЗЕМЕЛЬ

¹Ковальчук В.П., ²Марків О.М.

¹Інститут водних проблем і меліорації НААН

²Херсонський державний аграрний університет

kovalchukvp@mail.ru

Ставиться задача розробити математичну модель оцінки впливу каналів на підтоплення прилеглих сільськогосподарських земель.

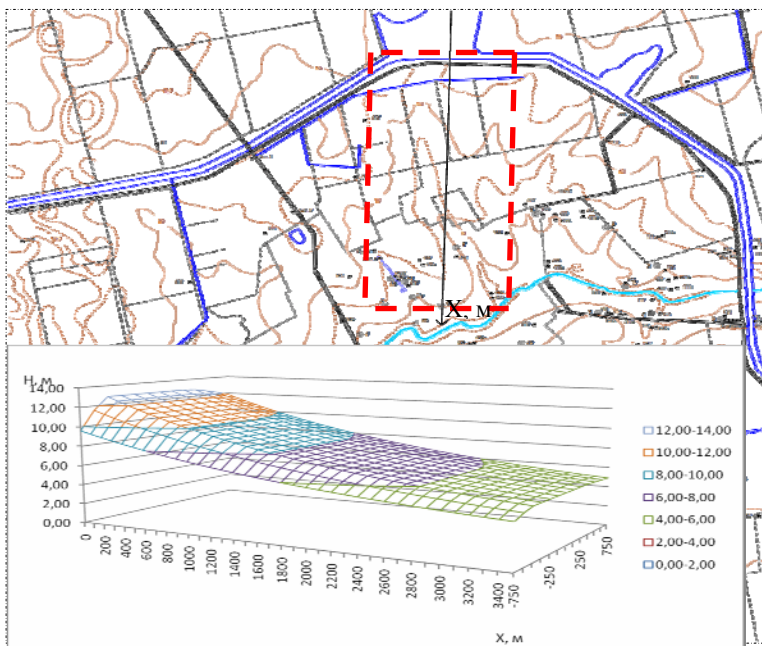
Рівняння напірної поверхні, якщо рух води проходить горизонтально, запишеться

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \sigma (H - H^*) = 0 \quad (1)$$

Загальний розв'язок цього рівняння представляється у вигляді

$$H - H^* = C_1 e^{-x\sqrt{\sigma}} + C_2 e^{x\sqrt{\sigma}}; \sqrt{\sigma} = \frac{\ln \left(\frac{H_2 - H^*}{H_1 - H^*} \right)}{-x_2} \quad (2)$$

Сталі C_1 , C_2 та $\sqrt{\sigma}$ визначались на основі ідентифікації з використанням експериментальних досліджень. Проведено сценарний аналіз та розрахунок напірної поверхні на конкретному об'єкті.



ОПТИМІЗАЦІЯ РИЗИКІВ ВОДОПОСТАЧАЛЬНИКІВ В СИСТЕМІ ЦІНОУТВОРЕННЯ

Ковальчук П.І., Матяш Т.В., Балихіна Г.А

Інститут водних проблем і меліорації НААН, м.Київ

maslova-anna@bk.ru

Основними питаннями ціноутворення у водному господарстві є вартість послуг з подачі води. Були проведені дослідження з оцінки ризиків в системі механізмів ціноутворення, розроблено метод і модель оптимізації ризиків водопостачальників при застосуванні основних схем розрахунку тарифів (покубометрової, погектарної та комбінованої схеми).

Ціноутворення за фіксованими тарифами (погектарна схема) є найпростішою схемою, коли встановлюється фіксована ставка за 1 гектар землі. Платити повинні всі землевласники, незалежно від

того, користуватимуться вони водою протягом року чи ні. Водогосподарські організації встановлюють тарифи на основі загальних витрат та кількості гектарів землі, яку вони обслуговують:

Фіксований тариф = Необхідні надходження / всього гектарів, що обслуговуються водопостачальником.

Ціноутворення за змінними тарифами (покубометрова схема), коли фермери сплачують певну суму за кожний використаний гектар-метр води. Водогосподарські організації розраховують тарифи на воду, виходячи із загальної суми річних витрат та загального обсягу наданої води:

Змінний тариф = Необхідні надходження / загальний обсяг води, що постачається за рік

Комбінована тарифна схема використовується, коли частина доходів надходить від фіксованих тарифів, частина – від змінних. Водогосподарські організації вирішують, яку частку доходів вони отримуватимуть з кожного джерела.

Надходження до спеціального фонду водопостачальника ($C_{снец}$) розраховуємо як суму погектарних та покубометрових надходжень за формулою:

$$C_{снец} = \mu_1 C_1 + \mu_2 C_2 \omega_j, \quad \mu_1 + \mu_2 = 1, \quad (1)$$

де μ_1, μ_2 – відсотки відповідно погектарної та по кубометрової ставок в розрахунку на 1 га; C_2 - покубометрова ставка, грн./м³; ω_j – обсяг водоподачі в поточний j -рік, м³/га.

В виразі (1) погектарна ставка C_1 при проектуванні на умови року p %-ої забезпеченості може визначатись:

$$C_1 = C_2 \omega_p \quad (2)$$

де ω_p – зрошувальна норма для проектного варіанту плану водокористування на рік p %-ної забезпеченості.

Надходження водогосподарських організацій залежить від погодних умов поточного року та проектній водоподачі ω_p , що доводить необхідність моделювання погодного ризику для різних варіантів планування надходжень, аналізу погодних ризиків водопостачальників та водоспоживачів.

Для дослідження ризиків водопостачальників знаходимо відповідну матрицю гри з природою:

$$F^{\pm}(\omega_j, \omega_p) = \begin{matrix} & \omega_j \dots \omega_p \dots \omega_m \\ \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_N \end{matrix} & \begin{vmatrix} f_{11}^{\pm} & \cdot & \cdot & f_{1m}^{\pm} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f_{N1}^{\pm} & \cdot & \cdot & f_{Nm}^{\pm} \end{vmatrix} \end{matrix} \quad (3)$$

Дослідження та оцінки ризиків проведено: в залежності від параметра - відсотку погектарної ставки (μ_1) та відсотку покубометрової ставки (μ_2); в різних погодних умовах – роки j %-ної забезпеченості зрошувальної норми ω_j ; для різних варіантів планування - років p %-ної водозабезпеченості проектної зрошувальної норми ω_p . Розглянемо чотири варіанти комбінованої схеми ($\mu_1=0, \mu_2=1; \mu_1=0,2; \mu_2=0,8; \mu_1=0,5; \mu_2=0,5; \mu_1=0,6; \mu_2=0,4$) для років проектування тарифів за послуги з подачі води p (26,6%, 50%, 73,4%) забезпеченості зрошувальної норми для картоплі. При цьому, виходячи з проектної водозабезпеченості, визначались тарифи погектарної ставки за формулою (2). Для прикладу на рис.1 наведено розрахунки при тарифі на послуги з подачі води 0,036 грн/м³.

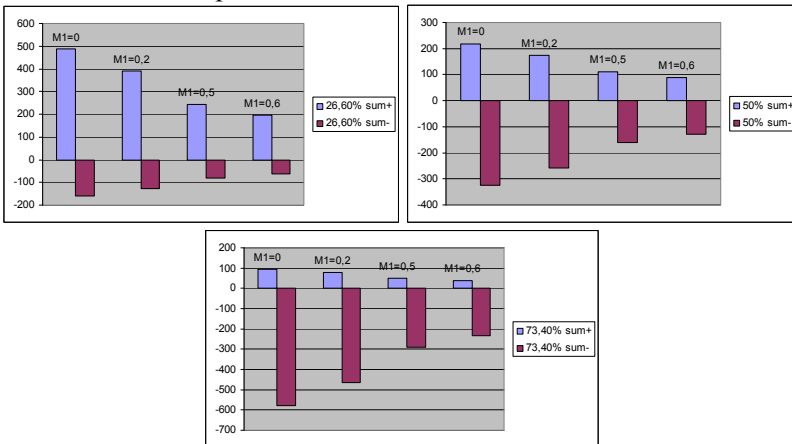


Рис.1 Графічне зображення ризиків-корисностей при різних варіантах комбінованої схеми в роки різної водозабезпеченості.

Аналізи оцінок ризиків згідно виконаних розрахунків показують, що абсолютний ризик збільшується, а абсолютна корисність зменшується при збільшенні p %-ної розрахункової забезпеченості проектних рішень. При цьому з ростом частки погектарної ставки зменшуються ризики і корисності, що свідчить про можливість більш стабільного ведення водного господарства при плануванні фінансових надходжень.

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ПОДАТКОВОЇ СТАВКИ З ВИКОРИСТАННЯМ МОДИФІКОВАНОЇ КРИВОЇ ЛАФФЕРА

Коркуна Н.М., Цегелик Г.Г.

Львівський національний університет імені Івана Франка

a.natali.m@mail.ru,

Метою дослідження є визначення оптимальної сукупної податкової ставки, за якої відрахування в бюджет буде максимальним, у випадку використання модифікованої кривої Лаффера [1, 2].

Величину податкових надходжень до бюджету подамо у вигляді

$$D = \lambda x^{\alpha} ((1-x)^{\beta} + \gamma), \quad \lambda > 0, \quad 0 < \alpha \leq 1, \quad 0 < \beta < 1,$$

де λ, α, β - коефіцієнти, які задають вигляд кривої; x - величина сукупної податкової ставки, γ - частка підприємств, які працюють при податковій ставці 100%.

Для відшукування значення податкової ставки, за якої відрахування в бюджет $D(x)$ буде максимальним, знайдемо похідну від $D = D(x)$.

Оскільки

$$D' = \lambda(\alpha x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta} - x^{\alpha} \beta (1-x)^{\beta-1} + \alpha \gamma x^{\alpha-1}),$$

то для відшукування точки підозрілої на екстремум, одержуємо рівняння

$$\alpha x^{\alpha-1} (\gamma + (1-x)^{\beta}) = \beta x^{\alpha} (1-x)^{\beta-1},$$

або

$$x = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} (1 + \gamma(1 - x)^{1-\beta}). \quad (1).$$

Нами показано, що рівняння (1) має єдиний додатний корінь $x \in (0,1)$ і цей корінь є точкою максимуму функції $D = D(x)$. Геометрична інтерпретація існування кореня x_0 рівняння (1) показана на рисунку.

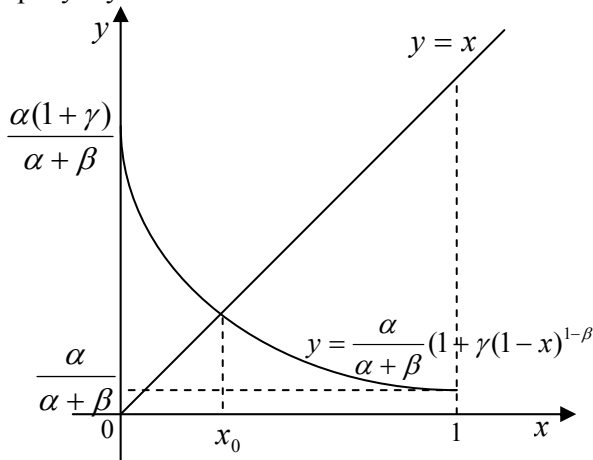


Рис. Геометрична інтерпретація існування розв'язку рівняння (1)

Володіючи знаннями про оптимальні величини податкових ставок для окремих видів податків, можна правильно сформулювати податкову систему, яка буде в цьому випадку взаємопов'язувати свої фіксальну і стимулюючу функції: яка б, з одного боку, сприяла збільшенню податкових надходжень держави, а, з іншого, не була б непосильним тягарем для господарських суб'єктів і не спонукала переходу їх в тіньовий сектор економіки.

Література

1. Сморгонский А.В. Оптимизация налогов на прибыль предприятий/ А.В. Сморгонский // Экономика и математические методы. – 1992. – Т.28. – Вып.2. – С. 316-318.
2. Лондар С. Л. Моделі прийняття рішень з проблем вдосконалення податкової політики в умовах ринкової трансформації економіки України : монографія / С. Л. Лондар; [ред. проф. В. Юринець]. – Львів : Вид.-во Львів. ун-ту, 2001. – 224 с.

ДИНАМІЧНІ ВИПАДКОВІ ЕВОЛЮЦІЇ НА ЗРОСТАЮЧИХ ІНТЕРВАЛАХ ЧАСУ

Королюк В.С.

Інститут математики НАН України
vskorol@yahoo.com

Вивчення асимптотичної поведінки випадкової еволюції на зростаючих інтервалах часу реалізується використанням розв'язків проблеми сингулярного збурення для зведено-оборотного оператора [1]. Обґрунтування граничного переходу ґрунтується на мартингальній характеристиці марковських процесів та умовах відносної компактності [2]. Асимптотичний аналіз для випадкових еволюцій реалізується в схемі серій з малим параметром $\varepsilon \rightarrow 0, (\varepsilon > 0)$ [1]. Основним об'єктом асимптотичного аналізу випадкових еволюцій є породжуючий оператор (генератор) відповідного марковського процесу [3].

В теорії випадкових процесів є три основні схеми граничних: схема усереднення, або закон великих чисел; дифузійна апроксимація, або центральна гранична теорема; асимптотика великих відхилень, або оцінка експоненційної малих відхилень. Кожній з основних схем відповідають свої умови нормування параметром серій ε .

Зокрема для динамічної випадкової еволюції у схемі асимптотично малої дифузії

$$du^\varepsilon(t)/dt = C(u^\varepsilon(t); x(t/\varepsilon^3)) + \varepsilon^{-1}C_0(x(t/\varepsilon^3))$$

з швидкістю $C^\varepsilon(u; x) = C(u; x) + \varepsilon^{-1}C_0(x), u \in R^d, x \in X$, та умовою балансу $PC_0(x) = \int_X \pi(dx)C_0(x) = 0$, генератор має представлення

$L^\varepsilon \varphi(u, x) = [\varepsilon^{-3}Q + \varepsilon^{-1}C_0(x) + C(x)]\varphi(u, x)$, де Q - генератор марковського процесу $x(t), t \geq 0$, [1] з потенціалом R_0 ,

$C_0(x)\varphi(u) = C_0(x)\varphi'(u)$, $C(x)\varphi(u) = C(u; x)\varphi'(u)$. На тест-функціях

$\varphi^\varepsilon(u, x) = \varphi(u) + \varepsilon\varphi_1(u, x) + \varepsilon^3\varphi_2(u, x)$ генератор L^ε має

асимптотичне представлення $L^\varepsilon \varphi^\varepsilon(u, x) = \hat{L}^\varepsilon \varphi(u) + \delta_L^\varepsilon(x)\varphi(u)$, зі знехтуючим членом

$\sup_{x \in X} |\delta_L^\varepsilon(x) \varphi(u)| \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0, \varphi(u) \in C^3(R^d)$. Усереднений оператор $\hat{L}^\varepsilon$

обчислюється за формулою $\hat{L}^\varepsilon = \Pi C(x) \Pi + \varepsilon \Pi C(x) C_0(x) R_0 C_0(x) \Pi$, що дає можливість задати граничний дифузійний процес $u^\varepsilon(t) \Rightarrow \zeta^\varepsilon(t), \varepsilon \rightarrow 0$, стохастичним диференціальним рівнянням

$$d\zeta^\varepsilon(t) = \hat{C}(\zeta^\varepsilon(t))dt + \sqrt{\varepsilon} \sigma dw(t).$$

Література

1. V.S. Koroliuk, N. Limnios. Stochastic Systems in Merging Phase Space. WSP. 2005. - 330P.
2. V.S. Korolyuk, V.V. Korolyuk. Stochastic Models of Systems. Kluwer, - 1999. - 239P.
3. J. Feng, T.G. Kurtz. Large Deviation for Stochastic Processes. 131, AMS, RI. -2006. - 431P.

НЕКЛАСИЧНА МОДЕЛЬ ОЛІГОПОЛІСТИЧНОЇ КОНКУРЕНЦІЇ БЕЗ ПРИПУЩЕННЯ ПРО ВИД РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ СТРАТЕГІЙ ГРАВЦІВ

Косаревич К.

Львівський національний університет імені Івана Франка

Досліджується співвідношення рівноваги за Нешом для моделі Курно з детермінованими випусками та некласичної моделі Курно, в якій враховується невизначеність поведінки гравців в сенсі вибору випадкових випусків усіма виробниками. Досліджуваний ринок однорідного товару включає скінченну кількість підприємств, які різняться виробничими потужностями і характеризуються однаковими граничними витратами. Покупці не відіграють будь-якої активної ролі в моделі. Їх поведінка характеризується відомою всім учасникам функцією попиту.

При довільних функціях розподілу $F^i(x)$ незалежних випадкових випусків фірм $i = \overline{1, m}$ на другі моменти очікуваних випадкових випусків накладаються умови, виконання яких забезпечує існування рівноваги за Нешом. Розроблено наглядний метод знаходження рівноваги за Нешом для заданої функції оберненого попиту і сталими затратами в некласичній моделі Курно.

Література

1. *Cournot A.* Researches into the mathematical principles of the theory of wealth. – S.1.:A.M.Kelley, 1971. – 213p.
2. *Nash J.F.* Noncooperative games // *Ann.Math.* – 1951. – 45. – P.286-295.

АЛГОРИТМ НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБ'ЄКТІВ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Коцур М.П., Руснак М.А.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
mpcc-dpt@chnu.cv.ua

В роботі [1] проведено узагальнення принципу максимуму Понтрягіна для задачі оптимального керування об'єктами (системами і процесами) з розподіленими параметрами, що описується системою двох нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних у вигляді

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + a \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = f_1(\varphi_1(x,t), \varphi_2(x,t), u(t)) \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = f_2(\varphi_1(x,t), \varphi_2(x,t), u(t)) \end{cases}, \quad (1)$$

з початковою умовою $\varphi_1(x, 0) = \varphi_0$ (2)

і заданими на кінцях відрізка L крайовими умовами

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \right)_{x=0} &= F_0(\varphi_1(0,t), \varphi_2(0,t), u(t)), \\ F_1(\varphi_1(L,t), \varphi_2(L,t), u(t)) &= 0 \end{aligned}, \quad (3)$$

де $x \in [0, L]$ та $t \in [0, T]$ – незалежні змінні, $\varphi = \{\varphi_1(x,t), \varphi_2(x,t)\}$ – вектор-функція стану процесу, $f_1(\varphi_1(x,t), \varphi_2(x,t), u(t))$, $f_2(\varphi_1(x,t), \varphi_2(x,t), u(t))$, $F_0(\varphi_1(0,t), \varphi_2(0,t), u(t))$, $F_1(\varphi_1(L,t), \varphi_2(L,t), u(t))$ – неперервно-диференційовані функції своїх аргументів, $u(t)$ – функція керування, φ_0 і a – константи.

Задача полягає в мінімізації функціоналу $\Phi = \Phi(\varphi_1(0, T))$, що є функцією вектора стану об'єкту в кінцевий момент часу $t=T$, шляхом вибору $u(t)$ із допустимої області зміни керування G_u .

Отримано, що оптимальне керування $u(t)$ повинно задовольняти умову максимуму функції H [1]

$$H = \int_0^L (\psi_1 f_1 + \psi_2 f_2) dx - \frac{a}{\frac{\partial F_0}{\partial \varphi_2(0,t)}} \psi_1(0,t) F_0 + \frac{a}{\frac{\partial F_1}{\partial \varphi_2(L,t)}} \psi_1(L,t) F_1, \quad (4)$$

де вектор-функція $\psi \equiv \{\psi_1(x,t), \psi_2(x,t)\}$ визначається допоміжною системою диференціальних рівнянь, спряженою до системи (1), з відповідними прикінцевими та граничними умовами, які подані в [1].

Нелінійність правих частин основних рівнянь (1) і складність задачі в цілому уможливають її розв'язання тільки чисельними методами. Для цього можна запропонувати наступний алгоритм методу послідовних наближень.

1. Задаємо початкове наближення функції керування, наприклад, у вигляді $u^{(0)}(t) = u_0$, де $u_0 \in G_u$.

2. З цим наближенням розв'язуємо основну систему диференціальних рівнянь (1) з умовами (2), (3) і знаходимо вектор-функцію стану φ . Для чисельного методу розв'язання цієї системи можна запропонувати наступну схему методу скінчених різниць:

$$\begin{cases} \frac{\varphi_{1,i+1}^{j+1} - \varphi_{1,i+1}^j}{\tau} + \alpha \frac{\varphi_{2,i+1}^j - \varphi_{2,i}^j}{h} = f_1(\varphi_{1,i}^j, \varphi_{2,i}^j, u^j) \\ \frac{\varphi_{1,i+1}^{j+1} - \varphi_{1,i}^{j+1}}{h} = f_2(\varphi_{1,i}^j, \varphi_{2,i}^j, u^j) \end{cases}, \quad \begin{matrix} i=0, \dots, L/h-1, & j=0, \dots, T/\tau-1, \\ i=0, \dots, L/h \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{1,i}^0 &= \varphi_0, \\ \frac{\varphi_{1,0}^{j+1} - \varphi_{1,0}^j}{\tau} &= F_0(\varphi_{1,0}^j, \varphi_{2,0}^j, u^j) \\ F_1\left(\varphi_{1,L/h}^j, \varphi_{2,L/h}^j, u^j\right) &= 0 \end{aligned}, \quad j=0, \dots, T/\tau-1,$$

де h і τ - кроки по x і t відповідно.

Схема, вочевидь, умовно збіжна, для збіжності необхідно, щоб виконувалась умова $h < \alpha\tau$. Схема легко розв'язується шляхом використання методу стрільби. Для цього на кожному кроці по j

визначаємо $\varphi_{2,0}^j$ через параметр стрільби α

$$\varphi_{2,0}^j = \operatorname{tg} \alpha.$$

Тоді

$$\begin{aligned} \varphi_{10}^{j+1} &= \varphi_{10}^j + \tau F_0(\varphi_{10}^j, \varphi_{20}^j, u^j), \\ \begin{cases} \varphi_{1i+1}^{j+1} &= \varphi_{1i}^{j+1} + h f_2(\varphi_{1i}^j, \varphi_{2i}^j, u^j) \\ \varphi_{2i+1}^j &= \varphi_{2i}^j - \frac{h}{\alpha \tau} (\varphi_{1i+1}^{j+1} - \varphi_{1i+1}^j) + \frac{h}{\alpha} f_1(\varphi_{1i}^j, \varphi_{2i}^j, u^j) \end{cases}, \\ & i=0, \dots, L/h-1. \end{aligned}$$

Значення параметра стрільби α повинно бути таким, щоб для кожного j крайова умова (3) в точці $x=L$ задовольнялась з точністю

до малої величини ε , тобто $\left| F_1(\varphi_{1L/h}^j, \varphi_{2L/h}^j, u^j) \right| \leq \varepsilon$.

3. Обчислюємо значення функціоналу Φ .

4. Знайдену вектор-функцію стану φ і початкове наближення $u(t)$ використовуємо для розв'язання допоміжної системи і знаходження вектор-функції ψ . Для чисельного її розв'язання застосовуємо схему скінчених різниць, аналогічну до основної системи (1).

5. Використовуємо розв'язки основної і допоміжної систем для обчислення максимального значення функції H (4) за змінною u для кожного $j=1, \dots, T/\tau$. Для пошуку оптимальних значень u з області G_u можна запропонувати метод золотого перетину. З оптимальних значень u при всіх j формується нове наближення функції керування $u^{(1)}(t)$.

6. З новою функцією керування розв'язуємо основну систему (1)-(3) і визначаємо нове значення функціоналу Φ . Повторюємо ітераційний процес до досягнення зміни функціоналу Φ в межах заданої похибки.

Такий алгоритм може бути реалізований і дасть розв'язок поставленої оптимізаційної задачі.

Література

1. Коцур М.П., Руснак М.А. Щодо оптимізації об'єктів з розподіленими параметрами. XVII International Conference "Problems of decision making under uncertainties" (PDMU-2010). – Abstracts. – Skidnytsia, Ukraine, 2011, pp. 117-119.
2. Сиразетдинов Т.К. «Оптимизация систем с распределенными параметрами», М.: Наука, 1977, 479 с.

ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ СПЛАВІВ І ФАЗОВИХ РІВНОВАГ В ПОТРІЙНИХ СИСТЕМАХ

Кудін В.Г., Макара В.А.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
kudin@univ.kiev.ua

Визначення термодинамічних властивостей елементів, сполук, фаз, розчинів при високих температурах є складним експериментальним завданням, що потребує великих матеріальних, енергетичних і трудових затрат. У зв'язку з цим розробка методів моделювання і прогнозування фізико-хімічних властивостей різних об'єктів суттєво зменшить витрати для встановлення цієї важливої інформації.

Розроблені авторами методи розрахунків термодинамічних властивостей із діаграм стану, дозволили розробити підхід до вирішення проблеми, який дозволив розраховувати всі термодинамічні властивості розплавів, що добре узгоджуються з експериментально встановленими.

Розрахунок термодинамічних властивостей за моделлю ідеального асоційованого розчину проведено для розплавів ряду подвійних систем, встановлено склади асоціатів, встановлено положення максимуму інтегральної ентальпії сплавоутворення. В більшості випадків моделювання здійснювалося в наближенні існування в розплавах двох - трьох асоціатів.

Оскільки теорія ідеального асоційованого розчину добре описує енергетику сплавоутворення в усіх системах, можна сподіватися, що інші термодинамічні величини, розраховані за допомогою цієї моделі, також будуть коректними. Тому було екстрапольовано енергії Гіббса та ентропії утворення розплавів як для досліджених, так і не досліджених раніше систем.

Показано, що змодельовані енергії Гіббса та ентропії утворення розплавів добре узгоджуються з експериментально встановленими. Розрахунки велись в рамках спеціально розробленого комплексу програм.

Література

1. Судавцова В.С., Макара В.А., Кудін В.Г. Термодинаміка металургійних і зварювальних розплавів. Частина 3 (сплави на основі нікелю та олова, методи моделювання та прогнозування термодинамічних властивостей). - К.: Логос, 2005. -216 с.

ЗАДАЧА ПРО ІДЕНТИФІКАЦІЮ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПОРТФЕЛЯ АКЦІЙ

¹Кулян В.Р., ²Юнькова О.О., ¹Рутицька В.В.

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка

²Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана

v.kulyan@gmail.com

Математична модель формування ринкової вартості портфеля акцій має вигляд [1]

$$\frac{dr_p(t)}{dt} = 2r_p(t) - \sum_i \sum_j x_i(t)r_i(t) \left(\frac{f_j}{r_j(t)} \frac{dx_j(t)}{dt} \frac{1}{x_j(t)} \right). \quad (1)$$

При її побудові враховано нормуючі співвідношення, які описують обернений час реакції системи на зміну динаміки очікуваної прибутковості та структури портфеля

$$\sum_i \frac{\dot{r}_i(t)}{r_i(t)} = 1, \quad \sum_i \frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)} = 1, \quad t \in [t_0, t_1].$$

Рівняння (1) містить параметри як елементи функцій $r_i(t)$. Розглядається задача про ідентифікацію параметрів математичної моделі (1) і процедура будується на основі відомого факту, що складовими вектора-градієнта є, по суті, функції чутливості. Схема методу для моделі (1) полягає у побудові матриці функцій чутливості

$$U(t) = \frac{\partial r_p(\alpha, t)}{\partial \alpha} \quad \text{для} \quad \Delta \alpha = 0, \quad t \in [t_0, t_1], \quad (2)$$

яка є розв'язком відповідного матричного рівняння чутливості. Критерій якості при цьому може мати вигляд

$$J = \int_{t_0}^{t_1} (r_p - \bar{r}_p) D (r_p - \bar{r}_p)^T dt,$$

де D – діагональна додатньо-визначена матриця.

Література

1. Гаращенко Ф.Г., Кулян В.Р., Рутицькая В.В. Качественный анализ математических моделей инвестиционного менеджмента// Кибернетика и вычислительная техника. – 2005. – 148. – с.

ПРО ГІЛЛЯСТІ ПРОЦЕСИ ГАЛЬТОНА-ВАТСОНА З ІМІГРАЦІЄЮ

Лебєдєв Є.О., Семенов В.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
leb@unicyb.kiev.ua, semenov1984@gmail.com

Гіллястий процес визначається як випадковий процес, що задовольняє умову розгалуження. Гіллясті процеси описують досить широкий клас реальних явищ у фізиці, хімії, біології, техніці, демографії, теорії масового обслуговування та ін. У схему гіллястих процесів вкладаються також процеси з імміграцією, у яких поряд з розмноженням і перетворенням частинок є ще постійне їх надходження ззовні, кероване випадко-вим механізмом, що не залежить від числа існуючих частинок.

Продовжуючи попередні дослідження авторів [1,2], в даній роботі розглянуто особливий випадок гіллястих процесів з імміграцією $Y(m)$, $m = 0, 1, \dots$, що визначається наступним чином(див. [1]):

$$Y(m) = \sum_{j=1}^{v(m)} \sum_{i=1}^{\eta_j} Z_i^j (m - \tau_j), \quad m = 0, 1, \dots$$

У цьому визначенні випадкова кількість частинок-іммігрантів η_j надходить у випадкові моменти часу τ_j . На відміну від попереднього час між двома послідовними моментами приходу іммігрантів має довільний розподіл, для якого існує перший момент. Параметри процесу близькі до критичних. Доведено, що певним чином нормована послідовність таких процесів збігається у рівномірній топології до дифузійного процесу. Як наслідок вивчено граничну поведінку функціоналів інтегрального типу.

Література

1. Лебедев Е.А., Семенов В.В. Функциональная предельная теорема для ветвящихся процессов с иммиграцией / Е.А. Лебедев, В.В. Семенов // Кибернетика и систем. анализ. – 2010. – 46, N 3. — С. 152-161.
2. Лебедев Є.О., Семенов В.В. Про дифузійну апроксимацію гіллястого процесу з імміграцією // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Сер. фіз.-мат науки. – 2009. – № 4. – С. 105–112.

УЗГОДЖЕНІСТЬ УМОВ СТІЙКОСТІ ВЕКТОРНИХ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ¹

Лебедєва Т.Т., Семенова Н.В., Сергієнко Т.І.

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

lebedtt@i.com.ua, nvsemenova@meta.ua

Отримані результати дослідження питань стійкості до збурень усіх вхідних даних векторної задачі дискретної оптимізації: $Z(M(F, X)) : \max \{F(x) \mid x \in X\}$, де $M(F, X)$ – деяка множина оптимальних $(P(F, X)$ – за Парето, $Sl(F, X)$ – за Слейтером або $Sm(F, X)$ – за Смейлом) розв’язків. Нехай $u = (u_1, u_2)$ – набір вхідних даних задачі $Z(F, X)$, що є елементом деякого простору U вхідних даних, який можна представити як декартовий добуток $U = U_1 \times U_2$ простору U_1 вхідних даних для опису векторного критерію F і простору U_2 вхідних даних, що описують допустиму множину X . Відомі п'ять типів $T_1, T_2, \dots, T_5$ стійкості задач даного класу [1,2]. Тут вивчені питання, що стосуються стійкості різних типів, зокрема для T_3 справедливі твердження.

Твердження 1. Нехай $Sl(F, X) \neq X$. Задача $Z(Sl(F, X))$ стійка тоді і тільки тоді, коли вона стійка за обмеженнями.

Твердження 2. Нехай $P(F, X) \neq X$. Задача $Z(P(F, X))$ стійка тоді і тільки тоді, коли, по-перше, вона стійка за векторним критерієм і, по-друге, задача $Z(Sl(F, X))$ стійка за обмеженнями.

Твердження 3. Нехай $Sm(F, X) \neq \emptyset$ і $Sm(F, X) \neq X$. Якщо задача $Z(Sm(F, X))$ стійка за векторним критерієм, а $Z(Sl(F, X))$ стійка за обмеженнями, то задача $Z(Sm(F, X))$ стійка.

Результати досліджень стійкості векторних дискретних задач указують на існування взаємозв’язків між стійкістю задач пошуку розв’язків, оптимальних за Слейтером, за Парето та за Смейлом.

Література

1. Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергієнко Т.І. Устойчивость векторных задач целочисленной оптимизации: взаимосвязь с

¹Робота виконана за фінансової підтримки Державного фонду фундаментальних досліджень України (Проект Ф 41.1/031)

устойчивостью множеств оптимальных и неоптимальных решений // Кибернетика и систем. анализ. – 2005. – № 4. – С. 90–100.

2. Лебедева Т.Т., Сергиенко Т.И. Разные типы устойчивости векторной задачи целочисленной оптимизации: общий подход // Кибернетика и систем. анализ. – 2008. – № 3. – С. 142–148.

АСИМПТОТИЧНА СТОХАСТИЧНА СТІЙКІСТЬ В ЦІЛОМУ СИСТЕМ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО- РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ З МАРКОВСЬКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Лукашів Т.О., Ясинський В.К.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
lukashiv@rambler.ru

На ймовірнісному базисі $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P}, \mathbf{F} \equiv \{\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}, t \geq 0\})$ [1], розглядається рівняння збуреного руху, яке будемо трактувати як динамічну систему випадкової структури зі скінченною післядією

$$\begin{aligned} dx(t) = & a(t, \xi(t), x(t), x(t-r))dt + \\ & + b(t, \xi(t), x(t), x(t-r))d\omega(t), \end{aligned} \quad (1)$$

із зовнішніми марковськими перемиканнями

$$\begin{aligned} \Delta x(t) \Big|_{t=t_k} &= g(t_k-, \xi(t_k-), \eta_k, x(t_k-)), \\ t_k \in S &\equiv \{t_n, n \in N\}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = +\infty, \end{aligned} \quad (2)$$

і з початковими умовами

$$\begin{aligned} x(t) \Big|_{-r \leq \theta \leq 0} &= \varphi(\theta) \in \mathbf{D} \equiv \mathbf{D}([-r, 0], \mathbf{R}^m), \\ \xi(t_0) &= y \in \mathbf{Y}, \quad \eta_{k_0} = h \in \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут $\xi(t)$ – марковський процес із значеннями в метричному просторі $\mathbf{Y}$ з перехідною ймовірністю $\mathbf{P}(s, y, t)$ [1]; $(\eta_k, k \geq 0)$ – ланцюг Маркова із значеннями в метричному просторі $\mathbf{H}$ з перехідною ймовірністю на k -ому кроці $\mathbf{P}_k(h, G)$ [1]; $\theta \in [-\tau, 0]$, $\tau > 0$; $w(t)$ – одновимірний стандартний вінерів процес, $\mathbf{D}$ – простір Скорохода неперервних справа функцій, що мають лівосторонні границі з нормою $\|\varphi\| = \sup_{-r \leq \theta \leq 0} |\varphi(\theta)|$.

Припустимо, що вимірні за сукупністю змінних відображення
 $a: \mathbf{R}_+ \times Y \times \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^m$; $b: \mathbf{R}_+ \times Y \times \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^m$;
 $g: \mathbf{R}_+ \times Y \times H \times \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^m$ задовольняють умову Ліпшиця

$$\begin{aligned} & \|a(t, y, \varphi) - a(t, y, \psi)\|^2 + \|b(t, y, \varphi) - b(t, y, \psi)\|^2 + \\ & + \|g(t, y, h, \varphi) - g(t, y, h, \psi)\|^2 \leq L \|\varphi - \psi\|^2, \quad L > 0, \end{aligned} \quad (4)$$

при $\forall t \geq 0, y \in Y, h \in H$ і умову

$$|a(t, y, 0, 0)| + |b(t, y, 0, 0)| + |g(t, y, h, 0)| = c < \infty, \quad (5)$$

Має місце твердження.

Нехай

$$1) \quad 0 < |t_{k+1} - t_k| \leq \Delta, \quad k \geq 0, \quad \Delta > 0;$$

2) виконується умова Ліпшиця (4) і умова рівномірної обмеженості (5);

3) існують послідовності функціоналів Ляпунова-Красовського [2], $v_k(y, h, \varphi)$, і $a_k(y, h, \varphi)$, $k \geq 0$, такі, що на підставі системи правильна нерівність $\forall \varphi \in D$:

$$lv_k(y, h, \varphi) \leq -a_k(y, h, \varphi),$$

де l – дискретний оператор Ляпунова [2].

Тоді розв'язок системи випадкової структури (1)-(3) асимптотично стохастично стійкий в цілому.

Література

1. Дынкин Е.Б. Марковские процессы. – М.: Физматгиз, 1969. – 859с.
2. Лукашив Т.О., Юрченко И.В., Ясинский В.К. Метод функций Ляпунова исследования устойчивости стохастических систем Ито случайной структуры с импульсными марковскими переключениями. I. Общие теоремы об устойчивости импульсных стохастических систем // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 2. – С.135 - 145.

КОРЕЛЯЦІЙНИЙ ПІДХІД ДО ОБҐРУНТУВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ РОЗГАЛУЖЕННЯ МІКРОСУДИННИХ ВУЗЛІВ

Марценюк В.П.¹, Вакуленко Д.В.¹, Андрущак І.Є.²

Тернопільський державний медичний університет ім. І.Я.
Горбачевського¹

Луцький національний технічний університет²

dmitro_v@ukr.net

Система судин та порожнин, по яких здійснюється циркуляція крові, називається серцево-судинною системою. За допомогою серцево-судинної системи клітини та тканини організму забезпечуються поживними речовинами та киснем і звільняються від продуктів обміну речовин. Мікросудинний вузол виконує функцію локального розподілу мікропотоків крові та в цьому значенні функціонально відрізняється від мікросудини.

Мета дослідження. Вивчити напрацьований досвід в галузі оптимальності судинної архітекτονіки, запропонувати оптимальну модель біфуркацій судин та перевірити її доступними дослідженнями.

Вперше проблема функціональної анатомії судинних розгалужень сформулювалась в 1878 році Roux W. [1, 2], коли вперше був встановлений зв'язок між величиною кута розгалуження артеріальної біфуркації та діаметрами просвітів материнського стовбуру та його дочірніх гілок. Виявлені закономірності конфігурацій артеріальних біфуркацій були сформульовані у вигляді, так званих правил Ру [3, 4]. Експериментальна перевірка цієї моделі для біфуркацій піальних артерій [5], утворених судинами з діаметром внутрішнього просвіту менше 100 мкм, показала, що теоретично передбаченні величини оптимальних кутів між дочірніми гілками в розгалуженні не співпадають з їх реальними значеннями.

В роботі проведено огляд напрацьованого досвіду в галузі оптимальності судинної архітекτονіки. Запропоновано модель біфуркацій судин.

Перевірено запропоновану модель на доступних нам результатах дослідження. Запропонована модель для φ_1 та φ_2 в основному коефіцієнт кореляції Пірсона був більший 0,93, що свідчить про адекватність запропонованої моделі.

В результаті проведеного чисельного експерименту можна зробити висновок, що для розрахунку кутів розгалуження судин діаметром від 10 мкм до 100 мкм запропонована модель є коректною і більш універсальною та доповнює прийняте правило Ру описане в Моделі Маррея [5].

Література

1. Розен Р. Принцип оптимальности в биологии: пер. з англ. / В. М. Волосова. - вид. - Москва : Мир, 1969. - 215 с.
2. Roux W. *Über die Verzweigungen der Blutgefäße* / W. Roux. // *Z. Naturwissenschaft*, 1878.- Bd. 12, PP. 205-266.
3. R. Rosen. *Optimality Principles in Biology* / Rosen R., - London: Butterworth & Co. Ltd. 1967.- xii + 198 pp., illus.
4. Thompson D'Arcy W. *On growth and form* / D'Arcy W. Thompson. - New York, Macmillan: Cambridge University Press, 1942. - 1116 pp.
5. Murray C. D. *The physiological principle of minimum work* / C.D. Murray // *The vascular system and the cost of blood volume I.* Proc. Natl.Acad. Sci. – 1926. - № 12. pp. 207–214.

ПРО МОДЕЛЬ СТРАХУВАННЯ ЕПІДЕМІОЛОГІЧНИХ ЗАХВОРЮВАНЬ

Марценюк В.П., Климук Н.Я.

Тернопільський державний медичний університет
ім. І. Я. Горбачевського

marceniuk@yahoo.com, klymuknataliya@mail.ru

Протягом останніх років було внесено значний вклад в математичне моделювання захворювань, які переносяться [1]. В цьому заслуга організаторів охорони здоров'я, фахівців з математичної епідеміології та статистики [1-3]. Спектр досліджень охоплює діапазон від аналізу експериментальних даних [1] до теорії диференціальних рівнянь [3]. Було досягнуто певних успіхів в аналізі клінічних даних та ефективному прогнозуванні. У той же час не було приділено адекватної уваги моделюванню медичного страхування на випадок інфекційних захворювань.

Ідея страхового полісу на випадок інфекційного захворювання є подібною до страхування життя та елементарного страхування. Спочатку перейдемо в епідеміологічній моделі від абсолютних величин $S(t)$, $L(t)$, $I(t)$, $A(t)$, $R(t)$ до їх часток

$s(t), l(t), i(t), a(t), r(t)$ від загального розміру популяції N . Маємо модель:

$$\begin{aligned} s'(t) &= \mu(1-s(t)) - \beta N s(t)(i(t) + \delta a(t)), \\ l'(t) &= \beta N s(t)(i(t) + \delta a(t)) - (\mu + \kappa)l(t), \\ i'(t) &= \rho \kappa l(t) - (\mu + \alpha)i(t), \end{aligned}$$

(1)

$$\begin{aligned} a'(t) &= (1 - \rho)\kappa l(t) - (\mu + \eta)a(t), \\ r(t) &= 1 - s(t) - l(t) - i(t) - a(t), \quad t \geq 0, \\ s(0) &= s_0, \quad l(0) = l_0, \quad i(0) = i_0, \quad a(0) = a_0, \\ s_0 + l_0 + i_0 + a_0 &= 1 \end{aligned}$$

Для епідеміологічної компартментної моделі введено та отримано аналітичні представлення для актуарних поточних вартостей. Такі величини введено для кожного з компартментів SLIAR-моделі. При цьому розглядаються два види страхових планів – як з неперервною виплатою страхової суми протягом лікування, так і з разовою виплатою. Для кожного з планів отримано представлення для рівнів премії.

Твердження. Для системи (1) має місце таке співвідношення для АПВ:

$$\left(1 + \frac{\mu}{\delta}\right) \bar{A}_0^s + \left(1 + \frac{\mu}{\delta}\right) \bar{A}_0^l + \left(1 + \frac{\mu + \alpha}{\delta}\right) \bar{A}_0^i + \left(1 + \frac{\mu + \eta}{\delta}\right) \bar{A}_0^a = 1 + \mu.$$

Наслідок. В загальному випадку системи (1) рівень премії для страхового плану з виплатами впродовж усього періоду лікування є функцією лише від $\bar{A}_0^i$ і $\bar{A}_0^a$, а саме:

$$\bar{P} = \bar{P}(\bar{A}_0^i, \bar{A}_0^a) = \frac{\left(1 + \frac{\mu}{\delta}\right) \bar{A}_0^i}{1 + \mu - \frac{\eta}{\delta} \bar{A}_0^a - \left(1 + \frac{\mu + \alpha}{\delta}\right) \bar{A}_0^i}$$

Література

1. Андрейчин М.А. Проблемы грипу А/Н1N1: минуле і сучасність / М.А.Андрейчин, В.С.Копча//Інфекційні хвороби-№4.–2009-С.5-19.
2. Марценюк В.П. Інформаційно-статистичний підхід до моделювання розповсюдження інфекційного захворювання на прикладі епідемії ГРЗ в період жовтень-листопад 2009 року в

Тернопільській області / В.П. Марценюк, Н.В. Цяпа, М.О. Кашуба // Інфекційні хвороби. – №4. – 2009. – С. 50-59.

3. Марценюк В.П., Цяпа Н.В. SIR-моделювання епідемії гострих респіраторних захворювань // Медична інформатика та інженерія, №4, 2009. – с. 65-69.

ЯКІСНИЙ АНАЛІЗ МОДЕЛІ ХОДЖКІНА-ХАКСЛІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ БІОЛОГІЧНИХ КЛІТИН

В.П. Марценюк, З.В. Майхрук

Тернопільський державний медичний університет імені

І.Я.Горбачевського

Кафедра медичної інформатики

Метою роботи є описати модель Ходжкіна-Хакслі, для якої в подальшому здійснити якісний аналіз.

Перший крок в аналізі мембранного струму полягає в поділі його на ємнісний, іонний і синаптичний:

$$I = C_M \frac{dV}{dt} + I_i + I_{syn}, \quad (1)$$

де, I - щільність сумарного трансмембранного струму (зовнішній струм – позитивний), I_i – щільність іонного струму, I_{syn} – щільність синаптичного струму, V - зсув трансмембранного потенціалу від рівноважного (деполяризація позитивна), C_M – питома ємність мембрани, t – час.

Наступний поділ мембранного струму можна провести, розбиваючи іонний струм на натрієвий (I_{Na}), калієвий (I_K), і інші (I_L):

$$I_i = I_{Na} + I_K + I_L. \quad (2)$$

Іонна проникність мембрани може бути задовільно виражена в термінах іонної провідності (g_{Na} , g_K , g_L). Тоді індивідуальний іонний струм може бути виражений у такий спосіб:

$$I_{Na} = g_{Na}(E_{Na} - E),$$

$$I_K = g_K(E_K - E),$$

$$I_L = g_L(E_L - E),$$

де E_{Na} і E_K - рівноважний потенціал для іонів натрію і калію, E_L – потенціал, при якому струм витоку (хлор і ін.) дорівнює нулеві.

Для практичного використання можна застосувати ці рівняння у формі:

$$I_{Na} = g_{Na}(V_{Na} - V), \quad (3)$$

$$I_K = g_K(V_K - V), \quad (4)$$

$$I_L = g_L(V_L - V), \quad (5)$$

де

$$V = E - E_r, \quad V_{Na} = E_{Na} - E_r, \quad V_K = E_K - E_r, \quad V_L = E_L - E_r,$$

де E_r – абсолютна величина рівноважного потенціалу, V , V_{Na} , V_K , V_L – зміна трансмембранного потенціалу щодо рівноважного.

В даній роботі розглядається приклад програмної реалізації моделі Ходжкіна-Хакслі

У цій версії моделі Ходжкіна-Хакслі для гігантського аксона кальмара трансмембранний потенціал V зміщений відносно потенціалу спокою клітини так, що $V=0$ є потенціалом спокою (для зручності). Одиниця вимірювання є а) [час] = мсек (мілісекунди), б) [напруга] = мВ (мілівольти) с) [сила струму] = нА (ніліампери).

$$C_m \frac{dV}{dt} = -g_{Na} m^3 h (V - V_{Na}) - g_K n^4 (V - V_K) - g_L (V - V_L) + I_a(t),$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{m_\infty(V) - m}{\tau_m(V)}, \quad \frac{dh}{dt} = \frac{h_\infty(V) - h}{\tau_h(V)}, \quad \frac{dn}{dt} = \frac{n_\infty(V) - n}{\tau_n(V)}.$$

Література

1. Отчёт о работе секции «Биофизика сложных систем. Нелинейные процессы. Самоорганизация в биологических системах» на II Съезде биофизиков России. – Москва, 1999. -120с.
2. Лаврова А.И., Плоснина Т.Ю., Лобанов А.И., Строжилова Т.К., Ризниченко Г.Ю. Моделирование воздействия электрического поля на систему ионных потоков в примембранной области клетки водоросли Chara // Математика. Компьютер. Образование. -2000.- Вып.7.-С. 668-674.

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ СПЛАЙН-АПРОКСИМАЦІЙ ДЛЯ РОЗПІЗНАВАННЯ ТА КЛАСИФІКАЦІЇ СПЕКТРАЛЬНИХ ДАНИХ

Матвієнко В.Т., Харченко І.І.

**Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ihar@unicyb.kiev.ua**

Сучасний стан дослідження експериментальних даних при моніторингу спектрального аналізу інформації, отриманої з використанням спектрографів, вимагає детальної розробки спеціальних алгоритмів [1,2].

У роботі проведена апроксимація експериментальних даних сплайнами третього порядку. Цей підхід дає змогу в явному вигляді отримувати також похідні від функцій, які маємо на виході спектрографа. Крім цього можна забезпечувати задану гладкість отриманої функції. Ці дані є основою для утворення основних ознак при розпізнаванні об'єктів різноманітної структури. Такий підхід дозволяє підвищити точність та інформативність результатів [3]. Аналіз отриманої інформації базується на математичному моделюванні процесів при дослідженні біологічних та хімічних забруднень. Зокрема, авторами описані класичні аналітичні моделі параметричної ідентифікації даних.

Деякі приклади теоретичних досліджень дозволяють здійснити прогнозування ситуацій, що виникають при форсмажорних обставинах.

Авторами також зроблена спроба дослідити особливості адаптивних алгоритмів при ранньому виявленні хімічних та біологічних компонент.

Література

1. Дж.Фоли, А. вэн Дэм. Основы интерактивной машинной графики. – М.: Мир, 1985. т. 2. – 368 с.
2. Гаращенко Ф.Г., Швец О.Ф. К задаче адаптивной аппроксимации сигналов с минимальной среднеквадратичной невязкой заданной глубины. // Компьютерная математика. – 2006. – № 3. с. 96-102.
3. Кириченко Н.Ф., Матвиенко В.Т. Псевдообратные операции в задачах управления вращательным движением твердого тела. // Кибернетика и вычислительная техника. – 2002.– Вып. 134. – с. 38-50.

ПРО ЗАЛЕЖНІСТЬ СТРАТЕГІЙ ПОВЕДІНКИ СПОЖИВАЧІВ ВІД ЦІН ТА РІВНОВАГУ У ВІДКРИТІЙ ЕКОНОМІЧНІЙ СИСТЕМІ

Махорт А.П.

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України

map@bitp.kiev.ua

Еволюцію функціонування економічних систем можна розглядати як перехід від одного стану рівноваги до іншого. Існують багато чинників, що призводять до порушення рівноваги. Серед таких чинників – наявність монополізму в економічних системах. За допомогою математичної моделі, побудованої з урахуванням стохастичної природи вибору споживачів та прийняття рішень виробниками досліджено відкриту економічну систему, в якій присутні виробники-монополісти. Було розглянуто випадок наявності лише ненасичуваних споживачів в економічній системі. Умова економічної рівноваги описується системою нелінійних рівнянь

$$\sum_{i=1}^l \Lambda_{ki}(p) \tilde{D}_i(p) = \psi_k, \quad k = \overline{1, n}. \quad (1)$$

де $\{\Lambda_{ki}(p)\}_{k=1}^n$ – вектор попиту i -го суб'єкта економічної системи, як споживача товарів ($i = \overline{1, l}$, $l > n$); $\tilde{D}_k(p)$ – оподаткований прибуток k -го виробника; ψ_k – пропозиція на k -й товар. Вектори попиту будуються за елементами матриці попиту, залежними від вектора цін p

$$\Lambda_{ki}(p) = \frac{c_{ki} f_k(p)}{\sum_{s=1}^n c_{si} f_s(p) p_s}, \quad i = \overline{1, l}, \quad k = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Відповідно до економічної доцільності, функції $\{f_k(p)\}_{k=1}^n$ мають бути спадними по p і не перевищувати заданої верхньої межі.

Кожен стан рівноваги визначається певними значеннями економічних характеристик, що задовольняють умові рівноваги (1). Знайдено стан рівноваги, який є найбільш прийнятним для кожного суб'єкта економічної системи. Засобом реалізації такого стану рівноваги є вибір стратегії оподаткування.

УЗАГАЛЬНЕННЯ ПІДХОДУ БЕЛЛМАНА-ЗАДЕ ДО ЗАДАЧІ ДОСЯГНЕННЯ НЕЧІТКО ВИЗНАЧЕНОЇ ЦІЛІ

Мащенко С.О., Бовсунівський О.М.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

msomail@yandex.ru, bovs@email.ua

Розглядається задача раціонального вибору альтернатив, у якій ціль особи, що приймає рішення, задана нечіткою множиною нечітких цільових множин.

Нехай X – універсальна множина альтернатив, на якій задана нечітка множина альтернатив. Інколи ОПР не може чітко вказати, які нечіткі множини G_i , $i \in N$, характеризують її ціль, але може задати деяку нечітку підмножину $\tilde{N} \subseteq N = \{1, \dots, n\}$ цих множин, де N – множина індексів цілей.

Позначимо $\eta: N \rightarrow [0, 1]$ функцію належності нечіткої множини $\tilde{N}$ нечітких множин G_i , які характеризують ціль ОПР. Тоді ціль може бути заданою перетином $\tilde{G} = \bigcap_{i \in \tilde{N}} G_i$ нечіткої множини $\tilde{N}$ нечітких множин цілей G_i , $i \in N$. У цьому випадку для кожної фіксованої альтернативи $x \in X$ значення функції належності нечіткої множини $\tilde{G}$ також утворює нечітку множину. Як показано у [1] нечітка множина $\tilde{G}$ є, так званою, нечіткою множиною типу 2 (нечітка множина, функція належності якої приймає значення з нечіткої множини).

В доповіді пропонується метод побудови агрегованої цілі ОПР, як нечіткої множини $\tilde{G} = \bigcap_{i \in \tilde{N}} G_i$ типу 2, та прийняття рішень за нею.

Література

1. Мащенко С.О. Нечеткие индивидуально-оптимальные равновесия // Кибернетика и вычислительная техника. – 2010. – Вып. 159. – с. 19 – 29.

НЕЧІТКІ ІНДІВІДУАЛЬНО-ОПТИМАЛЬНІ РІВНОВАГИ В ІГРАХ З ФУНКЦІЯМИ ВИГРАШУ ГРАВЦІВ

Мащенко С.О., Моренець В.І.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

msomail@yandex.ru, v.i.morenets@gmail.com

Для гри G у нормальній формі $(X_i, u_i; i \in N)$, де $N = \{1, 2, \dots, n\}$ - множина з n гравців; X_i - множина стратегій гравця $i \in N$; u_i - функція виграшу гравця $i \in N$, яка визначена на множині ситуацій гри $X = \prod_{i \in N} X_i$; у доповіді узагальнюється

поняття слабкої індивідуально-оптимальної рівноваги на випадок, коли гравці можуть нечітко враховувати інтереси своїх партнерів [1]. Іншими словами, кожний гравець $i \in N$ не може упевнено сказати, що він шукатиме компроміс з рештою гравців, але може задати функцію належності $\eta_i : N \rightarrow [0, 1]$ нечіткої множини гравців $\tilde{N}_i$, інтереси яких він збирається враховувати.

Розроблений підхід заснований на побудові агрегованої нечіткої цілі кожного гравця $i \in N$ як нечіткого відношення $\tilde{R}_{N_i} = \bigcup_{j \in \tilde{N}_i} R_j$, де бінарні відношення

$R_j : x R_j y \Leftrightarrow f_j(x) \geq f_j(y), \forall x, y \in X, j \in N$. За [1] це відношення є нечітким відношенням типу 2 з функцією належності $r_{N_i}(x, y, z_i)$, $x, y \in X, z_i \in \{0, 1\}, i \in N$.

Нечітка множина з функцією належності вигляду $r^{ND}(x) = 1 - \max_{i \in N} \max_{y_i \in X_i} (r_{N_i}((y_i, x_{N \setminus i}), x, 1) - r_{N_i}(x, (y_i, x_{N \setminus i}), 1))$, $x \in X$, називається множиною нечітких індивідуально-оптимальних рівноваг.

Встановлений зв'язок множин нечітких індивідуально-оптимальних рівноваг та слабких індивідуально-оптимальних рівноваг та обґрунтоване існування максимізуючої нечіткої індивідуально-оптимальної рівноваги.

Література

1. Мащенко С.О. Нечеткие индивидуально-оптимальные равновесия // Кибернетика и вычислительная техника. – 2010. – № 156. – С. 34 – 44.

МАТРИЧНИЙ КРИТЕРІЙ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ВІДТВОРЮВАНOSTІ ВХОДУ ТА ВИХОДУ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Меньшиков Ю.Л.

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара
Menshikov2003@list.ru

Розглянуто матричні критерії функціональної відтворюваності входу та виходу динамічної системи, поведінка якої описується системою звичайних диференціальних рівнянь. Визначення функціональної відтворюваності входу вперше було дано у роботі Brockett R.W. та Mesarovic M.D. [1].

Нехай поведінка динамічної системи описується наступною системою звичайних лінійних диференціальних рівнянь

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B z(t), \quad (1)$$

де $A = \{a_{ik}\}_{i,k=1}^{n,n}$, $B = \{b_{jl}\}_{j,l=1}^{n,m}$ – матриці, a_{ik}, b_{jl} – const,

$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$ – вектор-функція змінних стану,

$z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_m(t))^T$ – невідома вектор-функція зовнішніх впливів, $(\cdot)^T$ – знак транспонування.

Нехай рівняння спостереження має вигляд

$$y(t) = C x(t), \quad (2)$$

де C – матриця з постійними коефіцієнтами,

$$y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_r(t))^T.$$

В роботі [1] отримано критерій функціональної відтворюваності виходу $y(t)$. Цим критерієм є умова:

$$\text{rank } M_n = r n, \quad (3)$$

$$\text{де } M_n = \begin{vmatrix} CB & CAB & \dots & CA^{n-1}B & CA^n B & \dots & CA^{2n-2}B \\ 0 & CB & \dots & CA^{n-2}B & CA^{n-1}B & \dots & CA^{2n-3}B \\ 0 & 0 & \dots & CA^{n-3}B & CA^{n-2}B & \dots & CA^{2n-4}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & CB & CAB & \dots & CA^{n-1}B \end{vmatrix}.$$

У роботі дано визначення функціональної відтворюваності входу та виходу.

Теорема.

Динамічна система (1) функціонально відтворювальна за виходом (обернена задача синтезу для системи (1)) тоді і тільки тоді, коли ранг матриці M_n дорівнює $n \cdot r$ та якщо $n \leq m$.

Теорема.

Динамічна система (1) функціонально відтворювана за виходом (обернена задача вимірювання для системи (1)) тоді і тільки тоді, коли ранг матриці M_n дорівнює $n \cdot r$ та якщо $n \geq m$.

Для прикладу було розглянуто питання функціональної відтворюваності входу та виходу для математичної моделі головної механічної лінії прокатного стану [2]. Матриця M_n у даному випадку задовольняє умовам теорем, але вона має декілька наборів лінійно незалежних стовбчиків і тому задача функціональної відтворюваності має різні розв'язки.

Представлені у роботі дослідження показують, що однозначні та стійкі результати із застосуванням матричного критерію функціональної відтворюваності входу та виходу можуть бути отримані тільки у випадку, коли матриця M_n є квадратною та невинродженою. В іншому випадку результати функціональної відтворювальності можуть бути помилковими та нестійкими.

Література

1. Brockett R.W., Mesarovic M.D. The Reproducibility of Multivariable Systems. J. of Math. Analysis and Applications, 11, 1965, p.548-563.
2. Menshikov Yu.L. Robotics, Automation and Control. Chapter 7. *The Identification of Models of External Loads*. In—Tech is Groatian Branch of I—Tech and Publishing KG, Vienna, Austria, 2008.

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ КОНСОЛІДАЦІЇ ҐРУНТІВ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ В НЕІЗОТЕРМІЧНИХ УМОВАХ

О. Р. Мічута, А. П. Власюк, П. М. Мартинюк

Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

michuta@ukr.net

Математичну модель одновимірної задачі фільтраційної консолідації загіпсованого ґрунту з урахуванням впливу солей та неізотермічних умов, беручи до уваги результати робіт [1,2], в загальноприйнятих позначеннях, можна описати наступною крайовою задачею:

$$\begin{aligned} & \frac{1+e}{\gamma a} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(K(c, s, N, T) \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v_c \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v_s \frac{\partial s}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right) + \\ & + \frac{\varepsilon_c(1+e)}{\gamma \rho_c a} \left(n \frac{\partial c}{\partial t} - e \frac{\partial N_c}{\partial t} \right) + \frac{\varepsilon_s(1+e)}{\gamma \rho_{ss} a} \left(n \frac{\partial s}{\partial t} - e \frac{\partial N_s}{\partial t} \right) = \frac{\partial h}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_T^{(c)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_c \frac{\partial c}{\partial x} \right) - u \frac{\partial c}{\partial x} = n \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial N_c}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_c}{\partial t} = -\gamma_c (C_m - c) N_c^\alpha, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_T^{(s)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_s \frac{\partial s}{\partial x} \right) - u \frac{\partial s}{\partial x} = n \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial N_s}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial N_s}{\partial t} = -\gamma_s (S_m - s) N_s^\beta, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho C_p u \frac{\partial T}{\partial x} = C_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (6)$$

$$u - ev = -K(c, s, N, T) \frac{\partial h}{\partial x} + v_c \frac{\partial c}{\partial x} + v_s \frac{\partial s}{\partial x} + v_T \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (7)$$

$$h(x, 0) = H_0(x), \quad c(x, 0) = C_0(x), \quad s(x, 0) = S_0(x), \quad (8)$$

$$N_c(x, 0) = N_c^{(0)}(x), \quad N_s(x, 0) = N_s^{(0)}(x), \quad T(x, 0) = T_0(x), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} l_h h(x, t)|_{x \in \Gamma} &= 0, \quad l_c c(x, t)|_{x \in \Gamma} = 0, \\ l_s s(x, t)|_{x \in \Gamma} &= 0, \quad l_T T(x, t)|_{x \in \Gamma} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{dl(t)}{dt} = - \int_{l(t)}^l \frac{1}{1 - (1 + e) \left(\frac{N_c}{\rho_c} + \frac{N_s}{\rho_s} \right)} (1 + e) \times \quad (11)$$

$$\times \left(\gamma a \frac{\partial h}{\partial t} - (1 + e) \left[\frac{\gamma_c}{\rho_c} (C_m - C) N_c^\alpha + \frac{\gamma_s}{\rho_s} (S_m - S) N_s^\beta \right] \right) dx,$$

де $x \in \Omega = (0; l)$, $t \in (0; t_0]$; l_h , l_c , l_s , l_T - оператори граничних умов на межі Γ області Ω ; $K(c, s, N, T)$ - коефіцієнт фільтрації, що залежить від концентрації гіпсу, солі в рідкій та твердій фазах, температури. Рівняння (1) описує процес фільтраційної консолідації загіпсованого ґрунту з урахуванням впливу температури, а також за умови потрапляння в його пори сольового розчину концентрацією $s(x, t)$. Відмітимо, що концентрація граничного насичення C_m залежить від концентрації сольового розчину $s(x, t)$ та температури [3].

Чисельний розв'язок вищенаведеної нелінійної крайової задачі знайдено безсітковим методом радіальних базисних функцій [2]. Результати чисельних експериментів показали, що збільшення концентрації граничного насичення гіпсу в рідкій фазі при зростанні температури та потрапленні в ґрунт іншого сольового розчину призводить до прискореного розчинення гіпсу в твердій фазі. В результаті змінюються прогнози величини просідання верхньої межі ґрунту в сторону їх збільшення. Ці фактори мають бути враховані при проектуванні забудов на загіпсованих ґрунтах для зменшення критичних ситуацій при їх подальшій експлуатації.

Література

1. Власюк А. П. Числове розв'язання одновимірної задачі фільтраційної консолідації засоленних ґрунтів в неізотермічному режимі / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, О. Р. Фурсович // Матем. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – 51, № 1. – С. 197-204.
2. Власюк А. П. Чисельне розв'язання задач консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах тепломасопереносу методом радіальних базисних функцій / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. – НУВГП, 2010. – 277 с.
3. Петрухин В.П. Строительные свойства засоленных и загіпсованих ґрунтів / В.П. Петрухин. – М.: Стройиздат, 1980. – 120с.

НЕКОТОРЫЕ MULTI-PRIOR МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Михалевич В. М.

Киевский національний университет «Києво-Могилянська Академія»

mih@ukma.kiev.ua

Когда рассматривается задача принятия решений, коротко задача решений (ЗР), в системе принятия решения, представляющей собой пару – того, кто принимает решение (ТПР) и ситуацию принятия решения (СПР) (см. [1]), то возникает вопрос о критерии, согласно которому ТПР реализует процедуру выбора этого решения из множества возможных. Этот вопрос порождает проблему неопределённости процедуры выбора решений.

Задачу принятия решений, когда последствия определяются действием (решение) и состоянием природы (ненаблюдаемый параметр) будем называть параметрической.

Предлагается подход к проблеме неопределённости для параметрических задач многократного принятия решений, представленных в форме, расширяющей так называемую необайесовскую (см. [2]) путем ввода случайных в широком смысле последствий.

Получены multi-prior модели системы принятия решений в условиях неопределённости, ориентированные на многократный выбор решений, основывающийся соответственно на принципе гарантированного результата, но без излишней перестраховки, проявляющегося в неучастии в антагонистических играх и на принципе наилучшего решения, без излишнего авантюризма, проявляющегося в склонности к антагонистическим играм (см. [3–6]).

Формализмы полученных моделей основываются на формально логическом подходе и поэтому с позиции логики как науки в большей степени рациональны, чем классические EU модель фон Неймана-Моргенштерна и SEU модель Севиджа и их последующие модификации, представляющие CEU модель Шмейдлера и multi-prior модель Гильбоа-Шмейдлера, ибо последние в бихевиористских традициях основываются на «здравом рассудке».

Литература

1. Иваненко В.И., Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. - К.: Наук. думка, 1990. - 135 с

2. Gilboa, I. and D.Schmeidler, (1989): "Maxmin Expected Utility with Non-Unique Prior", Journal of Mathematical Economics, 18, 141-153.
3. Михалевич В.М.: "Одна форма принципа гарантированного результата при многократном выборе.", Кибернетика и вычислительная техника, №161, 2010, с.28-34.
4. Михалевич В.М.: "Об одном критерии для необайесовских задач решения.", Кибернетика и вычислительная техника. №164, 2011, с.29-42.
5. Михалевич В.М.: "К параметрической задаче решения с денежными доходами.", Кибернетика и системный анализ. 8, 2011.
6. Михалевич В.М.: "О некоторых классах правил выбора предпочтений в задачах принятия решения", Кибернетика и системный анализ. 6, 2010, с.140-154.

ФІЛЬТРАЦІЯ ВЕКТОРНИХ СТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ

Моклячук М.П., Масютка О.Ю.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

mmp@univ.kiev.ua

Розглядається задача оптимального лінійного оцінювання функціонала $A\xi = \int_0^{\infty} \vec{a}(t)^T \vec{\xi}(-t) dt$ від невідомих значень векторного стаціонарного процесу $\vec{\xi}(t) = \{\xi_k(t)\}_{k=1}^T$ за спостереженнями процесу $\vec{\xi}(t) + \vec{\eta}(t)$ при $t < 0$, де $\vec{\eta}(t) = \{\eta_k(t)\}_{k=1}^T$ – некорельований із $\vec{\xi}(t)$ стаціонарний векторний процес.

За умови, що щільності стаціонарних процесів $F(\lambda)$, $G(\lambda)$ відомі і допускають канонічні факторизації

$$G(\lambda) = \psi(\lambda)\psi(\lambda)^*, \quad \psi(\lambda) = \int_0^{\infty} \psi(u)e^{-iu\lambda} du,$$

$$F(\lambda) + G(\lambda) = d(\lambda)d(\lambda)^*, \quad d(\lambda) = \int_0^{\infty} d(u)e^{-iu\lambda} du,$$

а векторна функція $\vec{a}(t)$ неперервна по кожній координаті і задовольняє наступні умови

$$\int_0^{\infty} \sum_{k=1}^T |a_k(t)| dt < \infty, \quad \int_0^{\infty} t \|\vec{a}(t)\|^2 dt < \infty,$$

отримаємо такі формули для обчислення спектральної характеристики $h(F, G)$ та середньоквадратичної похибки $\Delta(F, G)$ оптимальної оцінки:

$$h(F, G) = \int_0^{\infty} \bar{a}(t) e^{-it\lambda} dt - b(\lambda)^T \int_0^{\infty} (C_G b^*)(t) e^{-it\lambda} dt ,$$

$$\Delta(F, G) = \int_0^T \sum_{k=1}^T (c_G)_k(t) \overline{a_k(t)} dt - \int_0^{\infty} \sum_{k=1}^m |(C_G b^*)_k(t)|^2 dt ,$$

де

$$c_G(t) = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\min(s, t)} \bar{a}(s)^T \psi(t-u) \psi(s-u) * du ds ,$$

$$(C_G b^*)(t) = \int_0^{\infty} c_G(t+u) b(u) * du , \quad b(\lambda) d(\lambda) = E .$$

СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ОСНОВНИХ МАКРОЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ

Назарага І.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

inna_na@ukr.net

У доповіді розглянуто проблеми створення системи підтримки прийняття рішень (СППР) для прогнозування основних макроекономічних показників економіки України [1 - 5].

У рамках класичного підходу до побудови СППР, розглянуто основні функціональні складові розробленої СППР, зокрема підсистему керування базами даних, підсистему керування базами моделей, підсистему інтерфейсу користувача та підсистему користувачів. Для реалізації СППР вибрано інтегроване середовище розробки Borland Delphi та систему керування базами даних Microsoft SQL Server.

Розроблена СППР для прогнозування основних макроекономічних показників економіки України дозволяє користувачу підвищити ефективність прийняття рішень та скоротити витрати часу на їх прийняття, а порівняння результатів розрахунків із наявними статистичними даними свідчить про ефективність створеної СППР та демонструє її конкурентоспроможність.

Література

1. Харазішвілі Ю.М. Теоретичні основи системного моделювання соціально-економічного розвитку України: Моногр. / Ю.М. Харазішвілі – К.: ПоліграфКонсалтинг, 2007. – 324 с.
2. Назарага І.М. Модель ринку праці макроекономіки України / І.М. Назарага // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: фіз.-мат. науки. – 2009. - № 4. - С. 119–124.
3. Донченко В.С. Програмне забезпечення для прогнозування основних макроекономічних показників економіки України / В.С. Донченко, І.М. Назарага // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: фіз.-мат. науки. - 2010. - № 4. - С. 118–123.
4. Ситник В.Ф. Системи підтримки прийняття рішень: Навч. посіб. / В.Ф. Ситник - К.: КНЕУ, 2004. - 614 с.
5. Системи підтримки прийняття рішень: навч. посіб. / О.І. Пушкар, В.М. Гіковатий, О. С. Євсєєв, Л. В. Потрашкова / За ред. д-ра екон. наук, проф. Пушкар О. І. – Х.: ВД «ІНЖЕК», 2006. – 304 с.

ОПТИМАЛЬНІ ПРОГНОЗНІ ОЦІНКИ РОЗВ'ЯЗКІВ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ З ВИПАДКОВИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ²

Наконечний О.Г.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
a.nakonechniy@gmail.com

Нехай функція $\varphi(x, t)$ є розв'язком задачі Коші для рівняння

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(t) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^n v_i(t) \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} + b(t)\varphi + f(x, t), \quad (1)$$

$$\varphi(0, x) = f_0(x), \quad x \in R^n,$$

де $a_{ij}(t)$ - неперервні на $[0, T_1]$ функції, у функцій $f(x, t)$, $f_0(x)$ існує перетворення Фур'є по змінній x , причому перетворення функції $f(x, t)$ неперервне по $t \in [0, T_1]$. $v_i(t), i = \overline{1, n}, b(t)$ - випадкові процеси, які є розв'язками лінійних рівнянь Іто.

² Робота виконана в рамках україно-французького проекту "Апостеріорне мінімаксне оцінювання руху рідин" (номер держреєстрації 0111U007406)

Нехай також на відрізку $[0, T]$, $T < T_1$ спостерігається вектор-функція $y(t)$, що є розв'язком стохастичного рівняння

$$dy(t) = H(t)x(t)dt + \sigma(t)dW,$$

де $x(t)$ вектор з компонентами $v_i(t), i = \overline{1, 3}$, $b(t)$, $W(t)$ - процес Вінера. $H(t), \sigma(t)$ - матриці з неперервними компонентами.

Оптимальна прогнозна оцінка $\hat{\varphi}(T_1, x_0)$ знаходиться з умови

$$\min_g E(\varphi(T_1, x_0) - g(y(s), s < T))^2 = E(\varphi(T_1, x_0) - \hat{\varphi}(T_1, x_0))^2,$$

де E - математичне сподівання, $g(\cdot)$ - вимірна функція відносно σ -алгебри породженої функціями $y(\cdot)$.

Показано, що при деяких умовах величини $\hat{\varphi}(T_1, x_0)$ можуть бути знайдені як розв'язок задачі Коші для параболічного рівняння.

ГАРАНТОВАНІ ОЦІНКИ РОЗВ'ЯЗКІВ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ З ПЕРІОДИЧНИМИ УМОВАМИ

О.Г. Наконечний, С. В. Демиденко

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
s.demidenko@gmail.com

Нехай на інтервалі (α, β) відрізка $[0, \dots, T]$ спостерігаються функції $y_k(x)$ $k = 0, \dots, N$, що мають вигляд

$$y_k = \int_0^T h_k(x, \tau) \varphi(\tau) d\tau + v(x), \quad (1)$$

де $h_k(x, \tau)$ - задані функції, $\varphi(\tau)$ - узагальнений розв'язок рівняння

$$\begin{aligned} L\varphi &= (a(x)\varphi'(x))' + b^2(x)\varphi(x) = f(x) \\ \varphi(0) &= \varphi(T), \quad \varphi'(0) = \varphi'(T), \end{aligned} \quad (2)$$

при деякій невідомій функції $f(x)$.

Припускається, що $a(x)$ - неперервна на відрізку $[0, \dots, T]$ функція, крім того $a(0) = a(T)$, $b^2(x)$ - вимірна обмежена функція, $v(x)$ - реалізація випадкового процесу із нульовим

середнім та невідомою кореляційною функцією, $f(x)$ - належить множині в просторі $L_2(0, T)$.

Лінійна оцінка функції $\varphi(x)$ шукається у вигляді

$$\hat{\varphi}(x) = \int_{\alpha}^{\beta} U(x, \tau) y(\tau) d\tau + c(x), \text{ де } U(x, \tau), c(x) - \text{ деякі функції.}$$

Гарантовані оцінки знаходяться з умови:

$$(\hat{U}, \hat{c}) \in \text{Arg min } \sigma^2(U, c), \text{ де}$$

$$\sigma^2(U, c) = \sup_{v, f} \int_0^T E(\varphi(x) - \hat{\varphi}(x))^2 dx$$

E - середнє значення відповідної випадкової величини.

Показано, що при певних умовах гарантовані оцінки можуть бути апроксимовані розв'язком системи диференційних рівнянь з періодичними крайовими умовами.

Розглядаються приклади комп'ютерного моделювання таких оцінок. Моделювання проводиться за допомогою системи комп'ютерної алгебри Wolfram Mathematica 8.

Література

1. *Наконечний О.Г.* Оцінювання параметрів в умовах невизначеності // Наукові записки КНУ ім.Т.Г.Шевченка."--- 2004.- Том 7: факультет кібернетики."--- С.102-112.
2. *Подлипенко Ю.К.* Минимаксное оценивание правых частей неётеровых уравнений в гильбертовом пространстве в условиях неопределенности // Доповіді НАНУ."--- 2005."--- 12."--- С.36-44.
3. *Демиденко С., Жук С., Наконечний О.* До проблеми мінімаксного оцінювання розв'язків одновимірних крайових задач // Тавр.вісн.інформ. і мат.— 2007 р.— №1. с.7-24.
4. *Андреев Ю.Н.* Управление конечномерными линейными объектами. "--- М.:Наука, 1976."--- 416 с.

ГАРАНТОВАНІ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ З ВИПАДКОВОЮ МАТРИЦЕЮ СПОСТЕРЕЖЕНЬ³

²О. Г. Наконечний, ³Ю.В. Шушарін

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка
a.nakonechniy@gmail.com

³Національний економічний університет імені Вадима Гетьмана

Нехай спостерігається реалізація випадкових ввекторів $y_k \in R^m, k = \overline{1, N}$, вигляду

$$y_k = H_k \theta + \eta_k,$$

де H_k, η_k - послідовність випадкових матриць та векторів, що є незалежними між собою, причому у матриці H_k відоме середнє значення та кореляційна матриця, $E \eta_k = 0$,

$$E \eta_k \eta_s^T = R_{ks} = R_k \delta(k - s),$$

$\delta(k - s) = 0$ при $k \neq s$, $\delta(0) = 1$. Невідомий параметр θ належить обмеженій множині G простору R^n .

Досліджуються оцінки параметра θ , що мають вигляд

$$\hat{\theta}_N = \sum_{k=1}^N \hat{U}_k y_k + \hat{c},$$

де матриця $\hat{U}_k$ та вектор $\hat{c}$ знаходяться з умови

$$(\hat{U}_k, \hat{c}) \in \text{Arg min } \sigma^2(U, c), \quad \sigma^2(U, c) = \sup_G E |\theta - \hat{\theta}|^2,$$

де $\hat{\theta} = \sum_{k=1}^N U_k y_k + c$.

Показано, що при деяких умовах

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sup_G E |\theta - \theta_N|^2 = 0.$$

³ Робота виконана в рамках україно-французького проекту "Апостеріорне мінімаксне оцінювання руху рідин" (номер держреєстрації 0111U007406)

СТІЙКІСТЬ ЗА ПЕРШИМ НАБЛИЖЕННЯХ У СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯННЯХ ІТО- СКОРОХОДА У ГІЛЬБЕРТОВОМУ ПРОСТОРІ

А.В.Нікітін

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

nik_tol@rambler.ru

Нехай X – сепарабельний гільбертовий простір зі скалярним добутком (x, y) та нормою $|x|$. Розглянемо однорідний марківський процес $x(t)$ зі значеннями в X , заданий стохастичним диференціальним рівнянням

$$dx(t) = a(x(t))dt + \sum_{k=1}^{\infty} [b_k(x(t))dW_k(t) + \int_U c_k(u, x(t))\tilde{v}_k(dt, du)] \cdot (1)$$

де $\tilde{v}_k(dt, du) = v_k(dt, du) - M\{v_k(dt, du)\}$, $a(x)$, $b_k(x): X \rightarrow X$, $c_k(x, u): X \times U \rightarrow X$, $k = 1, 2, \dots$, $U \subset \mathbb{R}$.

Якщо коефіцієнти рівняння диференційовані в точці нуль (це лінійні оператори), то

$$a(x) = Ax + a_0(x), \quad b_k(x) = B_k x + b_k^0(x), \\ c_k(x, u) = C_k(u)x + c_k^0(x, u), \quad (2)$$

де $a_0(x)$, $b_k^0(x)$, $c_k^0(x, u)$, $k = 1, 2, \dots$, малі порівняно з $|x|$ в околі точки 0 . В околі точки 0 природно виділити «головну» частину рівняння – лінійне рівняння

$$d\bar{x}(t) = A\bar{x}(t)dt + \sum_{k=1}^{\infty} [B_k \bar{x}(t)dW_k(t) + \int_U C_k(u)\bar{x}(t)\tilde{v}_k(dt, du)] \cdot (3)$$

Теорема 1. Нехай виконуються наступні умови

1. Функції $a(x)$, $b_k(x)$, $c_k(x, u)$, $k = 1, 2, \dots$, задовольняють умову Ліпшиця

$$|a(x) - a(y)|^2 + \sum_{k=1}^{\infty} [|b_k(x) - b_k(y)|^2 + \int_U |c_k(x, u) - c_k(y, u)|^2 \Pi_k(du)] \leq l |x - y|^2$$

2. Справедливими є представлення (2), де

$$|a_0(x)| + \sum_{k=1}^{\infty} (|b_k^0(x)| + \sqrt{\int_U |c_k^0(x,u)|^2 \Pi_k(du)}) + \sup_u |c_k^0(x,u)| \leq \varepsilon |x| + |x|^2$$

$$3. \sup_u \|c_k(u)\| < 1.$$

4. Позначимо однорідний марковський процес на сфері $\bar{y}(t) = \frac{1}{|\bar{x}(t)|}$. Цей процес має єдиний ергодичний розподіл $\rho(dz)$.

$$5. \text{Якщо } c = \int q_1(z) \rho(dz), \text{ де}$$

$$q_1(y) = (y, Ay) - \sum_{k=1}^{\infty} (y, B_k y) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (|B_k y|^2 + \int_U [\ln |y + C_k(u)y| - (y, C_k(u)y)] \Pi_k(du)),$$

то $c \neq 0$.

Тоді існує таке $\varepsilon_0 > 0$, яке залежить тільки від $A, B_k, C_k(u)$ та $\Pi_k(du)$, $k = 1, 2, \dots$, що при $\varepsilon < \varepsilon_0$ розв'язок рівняння (1) буде стійким, якщо стійкий за імовірністю розв'язок (3), і нестійким, якщо нестійкий розв'язок (3).

Література

1. Гихман И.И. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения / И.И. Гихман, А.В. Скороход – Киев: Наукова думка, 1982. – 612 с.

ВРАХУВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПАРАМЕТРІВ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ ПОВІТРЯ

Ночвай В.І., к.т.н.

Національний університет державної податкової служби України

Інститут проблем моделювання в енергетиці НАН України

fhvortex@yahoo.com

Задача управління якістю повітря у великих містах характеризується великими обсягами просторової інформації. Інформація про метеорологічні параметри здебільшого має ймовірнісний характер, точні дані про викиди забруднюючих речовин підприємствами міста важкодоступні, одержуються, в

основному, у вигляді статистичних характеристик. Існує велика кількість неврахованих джерел викиду природного та антропогенного характеру. Таким чином на практиці ми отримуємо задачу прийняття рішень в умовах невизначеності.

Розглядається постановка задачі прийняття рішень, що відповідає стратегії забезпечення безпечних рівнів екологічних ризиків від забруднення атмосфери протягом тривалого часу.

В умовах багатокритеріальності вводиться узагальнений критерій (як сума зважених втрат для всіх цільових функцій)

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \rho_i w_i(Q, q) \rightarrow \min, \text{ який мінімізується на}$$

множині допустимих альтернатив

$$x \in \Phi, : \rho_i w_i(Q, q) \leq k_{0 \min}, \quad i = 1..n, \quad \text{де } w_i(Q) -$$

перетворене до безрозмірного вигляду відхилення від бажаного значення i -тої цільової функції (екологічного та соціально-

економічного характеру); ρ_i - ваговий коефіцієнт. q - випадкова

величина, що характеризує неповноту даних про викиди забруднюючих речовин. Емісійні параметри задаються за

допомогою нечітких множин. Нормативи граничнодопустимих концентрацій для j -ої домішки в заданих екологічних зонах, $k=1,$

2., n представлені у формі обмежень: $c(Q, q, \omega)_{kj} \leq c_{kj \text{ доп}} \quad j=1, 2., m.$

ω - випадкові метеорологічні фактори.

ТРИКРОВОКІ МЕТОДИ У ВИПАДКУ ЗАДАЧ УМОВНОЇ МІНІМІЗАЦІЇ

Огородник Н.П.

Львівський національний університет імені Івана Франка

ogorodnyk.nataly@gmail.com

При математичному моделюванні реальних процесів багато факторів, які впливають на розв'язок задачі мають ті чи інші обмеження. Такі моделі зводяться до задач умовної мінімізації, які в загальному випадку мають наступний вигляд

$$f(x) \rightarrow \min, \quad x \in X, \quad (1)$$

$$\text{де} \quad X = \left\{ x \in R^n : g_i(x) \leq 0, i = \overline{1, m}; h_i(x) = 0, i = \overline{m+1, s} \right\}.$$

Для розв'язування таких задач розроблено ряд самостійних методів. Проте за допомогою методу штрафних функцій задачі вигляду (1) можна звести до розв'язування послідовності задач безумовної мінімізації.

Так, наприклад, для задачі (1) пропонується штрафна функція

$$\alpha(x) = \sum_{i=1}^m \varphi(g_i(x)) + \sum_{i=m+1}^s \psi(h_i(x)),$$

де $\varphi(y) = [\max\{0, y\}]^p$, $\psi(y) = |y|^p$, $p \geq 1$.

Тоді отримаємо послідовність задач безумовної мінімізації

$$F_k(x) = f(x) + \mu_k \alpha(x) \rightarrow \min, \quad k = 0, 1, \dots, x \in R^n. \quad (2)$$

Метод штрафних функцій можна ефективно використовувати тоді, коли вдало підібраний алгоритм розв'язування задачі безумовної мінімізації.

Для розв'язування задачі (2) на кожному кроці методу штрафних функцій пропонується використовувати трикрокову схему наступного вигляду

$$v_s = x_s - \alpha_s f'(x_s), \quad (3)$$

$$u_s = x_s - \beta_s Q_s^{-1} f'(x_s), \quad (4)$$

$$x_{s+1} = u_s + \gamma_s (v_s - u_s), \quad (5)$$

$$\gamma_s = \arg \min_{\gamma} f(u_s + \gamma(v_s - u_s)), \quad (6)$$

де $s = 1, 2, \dots, p$, а параметри α_s і β_s повинні забезпечувати монотонне спадання функції.

Трикрові методи вигляду (3)-(6) було протестовано на низці задач умовної мінімізації вигляду (1). Для обчислення проміжного наближення u_s вибиралися метод Ньютона, ітераційно-різницеві методи, квазіньютонівські методи. У кожному випадку трикрокові методи показували кращі результати в сенсі кількості обчислень, ніж їхні базові методи. Також проведено дослідження по визначенні ефективної кількості ітерацій при розв'язуванні задачі (2).

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ В ТІЛІ ЗЕМЛЯНОЇ ГРЕБЛІ ЗА ДАНИМИ П'ЄЗОМЕТРИЧНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

¹Олінійчук В.В., ²Стефанишин Д.В.

¹ Національний університет водного господарства
та природокористування, Рівне, tina.korol@gmail.com

² Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного
простору НАН України, Київ, dvstefanyshyn@yahoo.com

Аналіз еволюцій регресій перепадів напору в тілі земляної греблі, встановлених на різних часових інтервалах, вказує на те, що коефіцієнт фільтрації k в розрахунковій області змінюється в часі.

З метою ідентифікації [1, 2] середніх значень коефіцієнта фільтрації k в різних зонах тіла земляної греблі в різні моменти часу розглядалася математична модель плоскої задачі фільтрації виду:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k(x,t) \frac{\partial H}{\partial x} \right) = \frac{\partial H}{\partial t}; \quad H(x,0) = H_0(x), \quad 0 \leq x \leq l;$$
$$H(0,t) = H_1(t), \quad 0 \leq t \leq t_1; \quad H(l,t) = H_2(t), \quad 0 \leq t \leq t_1. \quad (1)$$

де $H(x,t)$ – напір в точці x в момент часу t ; $k(x,t)$ – коефіцієнт фільтрації; l – гранична координата розрахункової області.

При розв'язанні задачі ідентифікації було використано метод «підстановки» з розв'язанням серії прямих задач при варіюванні значень k в різних зонах тіла греблі. Чисельний розв'язок прямої задачі шукався методом скінчених різниць на основі неявної різницевої схеми. Область фільтрації покривалася апроксимуючою сіткою з кусково-лінійною апроксимацією функції, що відображала зміну п'єзометричних напорів по області з достатньо малим кроком, щоб врахувати відмінності у відстанях між п'єзометрами.

Література

1. Льюнг Л. Идентификация систем. – М.: Наука, 1991. – 431 с.
2. Король В.В., Стефанишин Д.В. Параметрична ідентифікація математичних моделей процесів в гідротехнічних спорудах// Зб. наук. праць/ Кам'янець-Подільський національний університет, Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України. – Кам'янець-Подільський: К-ПНУ, 2008. – Вип. 1. С.100-109.

ВИКОРИСТАННЯ КРИТЕРІЯ СЕВІДЖА ДЛЯ ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Павлюченко О. Г.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
pavolg@ukr.net

Відомо, що критерій Севіджа часто використовується у випадку обережної поведінки осіб, що приймають рішення і дає можливість не допустити занадто важких наслідків помилкового рішення особи, що його приймає. А саме, при виборі оптимальної стратегії орієнтується не на виграш, а на ризик недоотримання прибутку. Обирається в якості оптимальної та стратегія, за якої величина втрат немаксимальна. Характерними для цього критерію є антагоністичні умови середовища і невідомий розподіл ймовірностей станів середовища. Саме антагоністичні умови середовища є вирішальним фактором при виборі рішення. Невідомий розподіл ймовірностей станів середовища залишається на другому плані.

Чисельні розрахунки вказують на вплив розподілу ймовірностей на кінцеві результати визначення рішення. Тому при використанні критерію Севіджа бажано вказувати припущення відносно розподілу ймовірностей.

Якщо невідома інформація про ймовірності станів середовища і існують антагоністичні умови, то оптимальну стратегію доцільно визначати за критерієм Севіджа і при цьому підключати аналіз числових характеристик елементів матриці (середнє значення, дисперсію і т.д.) Критерії Вальда і Севіджа в деяких прикладах приводять до різних результатів, що частково вказує на недосконалість. Для прийняття більш обґрунтованих рішень потрібно більш детально аналізувати дані і використовувати елементи математичної статистики. Також треба враховувати, що із збільшенням розмірності матриці ризику ефективність використання критерію Севіджа зменшується.

МОДЕЛЮВАННЯ СТАЦІОНАРНИХ СТРОГО СУБГАУССОВИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Пашко А.О.

Європейський університет, Київ, Україна

pashkoua@mail.ru

В роботі вивчаються оцінки точності і надійності моделювання стаціонарних строго субгауссових випадкових процесів в різних функціональних просторах. Випадковий процес має зображення

$$X(t) = \int_0^{\infty} \cos(ut) d\zeta_1(u) + \int_0^{\infty} \sin(ut) d\zeta_2(u),$$

де $\zeta_1(u)$, $\zeta_2(u)$ - центровані, некорельовані випадкові процеси з некорельованими приростами, такі що для довільних $0 \leq u_1 < u_2$

$$E(\zeta_i(u_2) - \zeta_i(u_1))^2 = F(u_2) - F(u_1). \quad \text{Випадковий процес}$$

$$X_n(t, A) = \sum_{i=0}^{n-1} [\cos(tu_i)(\zeta_1(u_{i+1}) - \zeta_1(u_i)) + \sin(tu_i)(\zeta_2(u_{i+1}) - \zeta_2(u_i))]$$

називається апроксимаційною моделлю процесу $X(t)$ для деякого розбиття $0 = u_0 < u_1 < \dots < u_n = A$.

Твердження. Випадковий процес $X_n(t, A)$ є апроксимаційною моделлю, що наближає процес $X(t)$ з надійністю $0 < \alpha < 1$ і точністю $\delta > 0$ в $L_2(T)$, якщо для A і n виконуються нерівності

$$B_{n,A} < \delta^2,$$

$$\exp\left\{\frac{1}{2}\right\} \frac{\delta}{(B_{n,A})^{1/2}} \exp\left\{-\frac{\delta^2}{2B_{n,A}}\right\} \leq \alpha$$

$$\text{де} \quad B_{n,A} = \frac{T^3}{3} \sum_{i=0}^{n-1} \int_{u_i}^{u_{i+1}} (u_i - u)^2 dF(u) + T(F(\infty) - F(A))$$

Аналогічні оцінки отримано в різних функціональних просторах [1]. Розглянуто оцінки для різних розбиттів та особливості моделювання випадкових процесів зі спектральними щільностями

$$f_1(u) = \frac{1}{1+u^2}, \quad f_2(u) = \frac{1}{(1+u^2)^{2n}}, \quad n \geq 1$$

$$f_3(u) = \frac{1}{(1+u^{2n})^2}, \quad n \geq 1, \quad f_4(u) = \frac{\cos^4(u)}{(1+u^{2n})^2}, \quad n \geq 1$$

Література

1. Козаченко Ю.В., Пашко А.О. Моделювання випадкових процесів/ К.- Вид-во Київського університету, 1999.-230с.

РАНЖИРОВАНИЕ РЕГИОНОВ УКРАИНЫ ПО УРОВНЯМ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ И ПРИРОДНО-ТЕХНОГЕННЫХ УГРОЗ

Пепеляев В.А., Атоев К.Л.

Институт кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины
emk160ik@gmail.com

Для исследования различных аспектов устойчивого развития сложных динамических систем в условиях неопределенности предложен метод комплексной оценки риска, базирующийся на использовании теории гладких отображений. Мерой риска является степень приближенности параметров системы к их бифуркационным значениям, достижение которых скачкообразно изменяет траекторию развития. Созданная информационная технология позволяет: 1) исследовать уязвимость региона как функцию переменных, характеризующих разные типы безопасности (техногенную, экологическую, экономическую, социальную); 2) ранжировать типы угроз и численно оценивать приближенность к критическим значениям параметров, являющихся индикаторами резкого возрастания риска техногенных катастроф; 3) классифицировать регионы по характеру угроз и степени уязвимости. Выбор стратегии нормализации ситуации связан с расчетом уровней, до которых при заданном количестве ресурсов, следует изменить значения природно-техногенных и социально-экономических параметров управления, чтобы понизить уязвимость региона до заданного уровня.

Література

1. Інформаційно-аналітична система для аналізу комплексних ризиків природно-техногенних та соціально-економічних загроз в галузі житлово-комунального господарства України /

**ВЛАСТИВОСТІ Й ОБЧИСЛЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ
НЕБАНКРУТСТВА СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ, ЯКА
РОЗМІЩУЄ КАПІТАЛ НА ФІНАНСОВОМУ (B,S)-РИНКУ**

Рагуліна О.Ю.

Донецький національний університет

lena_ragulina@mail.ru

Розглядається класична модель ризику за умови, що страхова компанія розміщує весь свій капітал на фінансовому (B,S)-ринку: в кожний момент часу частка α ($0 < \alpha \leq 1$) наявного капіталу інвестується в ризиковий актив, еволюція ціни якого описується процесом зі стрибками, а решта — у безризиковий актив (банківський рахунок, відсотки на якому нараховуються неперервно).

Показується, що в цьому разі ймовірність небанкрутства страхової компанії на нескінченному інтервалі часу зростає не швидше степеневі функції при досить великих значеннях початкового капіталу, тому принаймні за виконання умови Крамера для розподілу розмірів страхових вимог і умови додатності прибутку за рахунок основної діяльності така інвестиційна стратегія є небезпечною і послаблює платоспроможність страхової компанії. За деяких додаткових припущень знаходиться оцінка знизу для цієї функції. Досліджуються такі властивості ймовірності небанкрутства на нескінченному інтервалі часу, як неперервність і диференційовність. Встановлюється інтегро-диференціальне рівняння для цієї функції і знаходиться оцінка її похідної.

Для ймовірності небанкрутства на скінченному інтервалі часу встановлюються достатні умови існування її частинних похідних, за цих умов виводиться інтегро-диференціальне рівняння в частинних похідних для цієї функції, а також оцінюється її частинна похідна за початковим капіталом.

На основі отриманих результатів виводяться формули, що пов'язують точність і надійність наближень імовірностей небанкрутства їхніми статистичними оцінками. Це дозволяє знаходити ймовірності небанкрутства з будь-якою заданою точністю, при цьому потрібна надійність завжди забезпечується досить великою кількістю реалізацій процесу ризику. Це дає

можливість страховій компанії приймати рішення щодо своїх інвестиційних стратегій.

Отримані результати поширюються на модель ризику зі стохастичними преміями.

АНАЛІЗ БЕЗВІДМОВНОСТІ СИСТЕМ З АВТОМАТИЧНИМ РЕГУЛЮВАННЯМ

Романчук К.Г., Стефанишин Д.В.

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного
простору НАН України, Київ

c.romanchuk@mail.ru, dvstefanyshyn@yahoo.com

З метою забезпечення надійності систем в останній час широко застосовують автоматичні засоби контролю та регулювання. При цьому вже зафіксовано ряд аварій, зокрема на гідроенергетичних об'єктах, що були пов'язані з відмовами автоматики.

В рамках досліджень на основі загальних залежностей [1-3] для оцінки ймовірностей відмов двох типових систем з автоматичним регулюванням встановлені критичні значення для ймовірностей відмов автоматики, перевищення яких є неприпустимим.

Дослідження проводилися на прикладах двох аварій [3]: 1) на ГАЕС Taum Sauk, що відбулася 14 грудня 2005 р. в США внаслідок збою в комп'ютерній програмі системи автоматичного регулювання рівня води, який викликав переповнення верхового басейну й руйнування дамби огороження; 2) на Саяно-Шушенській ГЕС (Росія), що сталася 17 серпня 2009 р. з відмовою автоматики, яка не спрацювала в режимі перекриття напірних водоводів аварійними затворами при руйнуванні одного з гідроагрегатів.

Література

1. Стефанишин Д.В., Романчук К.Г. Оцінка ймовірності відмови зарезервованої системи з автоматичним перемиканням на резерв// Вісник НУВГП. Зб. наук. праць. Вип. 4 (44). Рівне: НУВГП. 2008. С. 334-340.
2. Романчук К.Г., Стефанишин Д.В. Дослідження відмовостійкості системи з автоматичним регулюванням// XV Int. Conf. «Dynamical system modeling and stability investigation». Modeling & Stability. Abstracts of conf. reports. Kyiv, Ukraine, 2009. P. 121.
3. Стефанишин Д.В., Романчук Е.Г. Вероятностное моделирование гипотетических сценариев двух нетиповых аварий на гидроэнергетических объектах при отказах автоматики//

ВЛАСТИВОСТІ МОВ ПРОГРАМ З БАГАТОЗНАЧНИМ ІМЕНУВАННЯМ

Россада Т.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
t.rossada@gmail.com

У повідомленні досліджується та формалізується такий аспект природних та формальних мов, як *багатозначність денотату*. Така багатозначність вносить певну невизначеність щодо тлумачення семантики мов. Разом з тим, актуальність та корисність дослідження обраної проблематики підтверджується на практиці: селектори CSS3, що дозволяють працювати з вибраною по деякому критерію колекцією елементів, реалізовані у передових фреймворках, у разі підвищили виразність мови JavaScript. Поставлена задача розв'язується у рамках композиційно-номінативного підходу до програмування [1]; багатозначність денотату формалізується як багатозначність іменування.

Для розв'язку задачі введено клас $RND(V, W)$ (де V і W – множини імен та базових значень) – підклас реляційних скінченних номінативних даних: кожне ім'я може приймати лише скінченну кількість значень. Визначено базові операції та їх композиції над $RND(V, W)$, що враховують їх властивості: іменування $\Rightarrow v_R$; множинне розіменування $v \Rightarrow_R$; операції накладання: ∇ , ∇_{SR} і ∇_R ; функція-константа $\overline{\emptyset}$; композиції присвоєння As^x , послідовного виконання $\bullet$, розгалуження IF та циклу WH . Введена алгебра визначає мову програм $SICON$ над $RND(V, W)$.

Досліджуються властивості програм введеної мови, зокрема, доводиться монотонність програм мови $SICON$ відносно збагачення вхідних даних новими компонентами та новими денотатами, збереження програмами мови $SICON$ різних відношень еквівалентності.

Література

1. Никитченко Н.С. Композиционно-номинативный подход к уточнению понятия программы // Проблемы программирования. – 1999.– № 1. – С. 16–31.

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НА НЕЧІТКИХ МНОЖИНАХ

Рясна І.І., Ходзінський О.М.

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

riasnaia@gmail.com

Розглядається задача комбінаторної оптимізації наступного типу. Нехай задано деяку скінчену множину об'єктів X . Нехай Ω – нечітка множина альтернатив, які визначаються як нечіткі вибірки в комбінаторному просторі вибірок Λ з множини X , а саме, $\mu: \Lambda \rightarrow L$, де $L = L_1 \times \dots \times L_i \times \dots \times L_n$, L_i – лінійно впорядкована множина значень критерію $L_i = \{l_j^{(i)}\}_{j=1}^{h_i}$, який може бути як кількісним, так і якісним. Тобто Ω є гетерогенною нечіткою множиною [1].

Пропонується підхід до визначення нечіткого розв'язку, який є аналогом нечіткого розв'язку, що вперше запропоновано у [2]. Відмінність полягає у тому, що критерії розглядаються як втрати. Деякі критерії розглядаються як нечіткі цілі $\tilde{G}$, а деякі – як нечіткі обмеження $\tilde{C}$. Крім того, значення функцій належності нечітких критеріїв та нечітких обмежень вимірюються у шкалах порядку або більш сильних шкалах, а для отримання нечіткого розв'язку використовується операція об'єднання нечітких цілей та нечітких обмежень.

Означення. Нечітку множина $\tilde{D}$, що утворюється об'єднанням нечітких цілей $\tilde{G}$ та нечітких обмежень $\tilde{C}$, назовемо *нечітким розв'язком* задачі, що забезпечує мінімум втрат.

Для побудови функції належності множини $\tilde{D}$ будуються функції належності нечітких цілей та обмежень у вигляді S -нечітких множин.

Оптимальний розв'язок задачі знаходиться як аргумент мінімуму функції належності нечіткого розв'язку $\tilde{D}$.

Наведено приклад розв'язування прикладної задачі.

Література

1. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 312 с.

2. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // В кн.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М.: Мир, 1976. – С.172 – 215.

ЗАСТОСУВАННЯ МСЕ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ГЕТЕРОДИФУЗНОГО МАСОПЕРЕНОСЕННЯ У ДВОВИМІРНІЙ ОБЛАСТІ

Савула Я.Г., Щербата Г.М., Щербатий М.В.

Львівський національний університет імені Івана Франка

savula@lnu.edu.ua, shcherbatyy@gmail.com

Вважатимем, що довільно вибраний фізично малий елемент насиченого водою середовища (твердого розчину) містить у собі частинки домішкової речовини, які знаходяться у трьох різних фазах: поровому розчині, адсорбованій на скелеті середовища воді, та скелеті середовища (середовище з пастками).

Позначимо через c_1, c_2, c_3 концентрації домішкової речовини у відповідних фазах (поровому розчині, поверхні та скелеті середовища). Для опису процесу гетеродифузії домішкової речовини у середовищі з пастками використаємо рівняння математичної моделі, запропонованої Є.Я.Чаплею, О.Ю.Чернухою [1]:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^3 d_{ij} \vec{\nabla} c_j \right) + \sum_{j=1}^3 v_{ij} \vec{\nabla} c_j + \sum_{j=1}^3 a_{ij} c_j + f_i, \quad (\xi, t) \in \Omega_\xi \times \Omega_t,$$

$$\Omega_\xi = \{\xi = (\xi_1, \xi_2) : 0 \leq \xi_1 \leq \xi_{1e}, 0 \leq \xi_2 \leq \xi_{2e}\}, \quad \Omega_t = (t_0, t_e], \quad i = 1, 2, 3.$$

Рівняння моделі доповнюються відповідними початковими та крайовими умовами.

Для отримання наближеного розв'язку початково-крайової задачі застосовуємо напівдискретні апроксимації Гальоркіна та метод скінченних елементів [2]. В результаті дістаємо задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР) відносно вузлових значень концентрацій. Для розв'язування отриманих СЗДР використовуємо схему Кранка-Ніколсона. На прикладі модельних задач гетеродифузії домішки у шарі ґрунту проведено серію обчислювальних експериментів для різних значень параметрів моделі (коефіцієнтів d_{ij} , v_{ij} , a_{ij}). Проаналізовано вплив параметрів моделі на величину концентрації домішки.

Література

1. Чапля Є.Я., Чернуха О.Ю. Фізико-математичне моделювання гетеродифузного масопереносу. – Львів: СПОЛОМ, 2003. – 128 с.
2. Савула Я.Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2004. – 221 с.

МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НЕПОЛАДОК В КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Самосёнок А.С.,

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины

samosyonok@gmail.com

В работе рассматривается принцип работы системы автоматической обработки неполадок компьютерной сети. Функционирование такой системы заключается в сборе сообщений об ошибках непосредственно с сетевого оборудования, их первичная обработка и корреляционный анализ (определение связей между различными сообщениями, а также с элементами сетевой топологии) и определение истинной первопричины (поломки) аварийной ситуации (так называемый root-cause analysis). Описаны наиболее распространенные математические алгоритмы и методы диагностики поломок и поиска первопричины неисправностей – использование нейронных сетей, экспертных систем на основе набора правил и байесовских сетей. Предложена модель эффективной системы обработки неполадок и корреляции сообщений об ошибках на основе теории нейронных сетей.

Література

1. Andreas Muller. Event correlation Engine. – Zurich: Institut für Technische Informatik und Kommunikationsnetze, 2009. – С. 35 - 45.
2. H. Zeng and C. Huang. Fault detection and path performance monitoring in the meshed all-optical networks//IEEE GLOBELCOM '04. – 2004. – № 3. – С. 2014 – 2018.
3. Robert N. Cronk, Paul H. Callahan, and Lawrence Bernstein. Rule based expert systems for network management and operations: An introduction // IEEE Network Magazine. – September 1988. – С. 7 – 21.
4. Meira D.M. A Model for Alarm Correlation in Telecommunications Networks. – Belo Horizonte, 1997. – С. 1 – 169.
5. Scott E. Fahlman, Christian Lebiere. The Cascade-Correlation Learning Architecture. – Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 1991

ФУНКЦІОНАЛЬНО-МОДУЛЬНА СТРУКТУРА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ПЕРЕВІРКИ ЗНАЬ В МЕДИЧНІЙ ОСВІТІ

Семенець А.В.

Тернопільський державний медичний університет

ім. І.Я.Горбачевського

semteacher@mail.ru

На основі виокремлення п'яти основних інформаційних проєкцій та аналізу зв'язків між ними [1], отримано моделі інформаційних потоків у інформаційно-аналітичній системі (ІАС) перевірки знань у медичній освіті (ІСПЗМО). Це дало змогу отримати функціонально-модульну структуру програмного забезпечення вказаної ІАС, яке повинно включати наступні функціональні модулі (рис. 1):

- модуль формування банку тестових питань – містить програмні компоненти для створення та редагування тестових питань різних типів;
- модуль формування тестів – призначений для формування структури тестового опитування;
- модуль підготовки тест-білетів – містить програмні компоненти автоматизованого проєктування тест-білетів заданої структури;
- модуль проведення on-line тестування – призначений для проведення комп'ютерного тестування студентів на основі попередньо згенерованих наборів питань (тест-білетів) визначеної структури;
- модуль проведення off-line тестування – призначений для формування та друку паперових бланків тест-білетів;
- модуль вводу результатів off-line тестування – містить програмні компоненти для проведення оптичного розпізнання бланків відповідей студентів на питання тест-білету та вводу отриманих результатів в базу даних (БД) ІСПЗМО;
- модуль аналізу якості питань та тестів – містить програмні компоненти для проведення калібрування бази завдань ІСПЗМО;
- модуль обміну даними з іншими БД – забезпечує обмін даними з зовнішніми БД. Зокрема, імпорт даних про

студентів та навчальні плани та експорт даних про їх успішність – в БД АСУ "Контингент". Також обмін тестовими питаннями з БД системи дистанційного навчання (СДН) "Moodle".

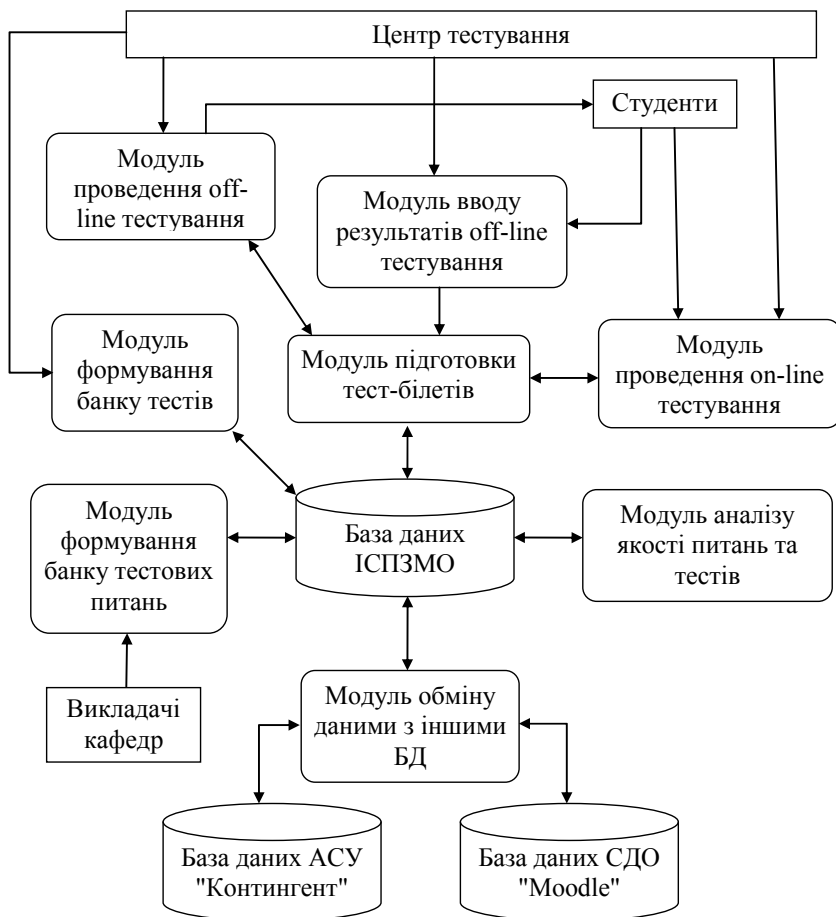


Рис. 1. Функціонально-модульна структура програмного забезпечення ІСПЗМО

Література

1. Марценюк В.П. Концептуальные подходы к структуре информационной системы проверки знаний в медицинском

АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ РАВНОВЕСНЫХ ЗАДАЧ

Семенов В.В.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
semenov.volodya@gmail.com

Пусть $k \in \{1, 2, \dots, K\}$, C_k – выпуклые замкнутые подмножества гильбертова пространства H , $f_k : C_k \times C_k \rightarrow \mathbb{R}$ – бифункция, удовлетворяющая классическим требованиям [1, 2, 3]:

- 1) $f_k(x, x) = 0 \quad \forall x \in C_k$;
- 2) $f_k(x, y) + f_k(y, x) \leq 0 \quad \forall x, y \in C_k$ (монотонность);
- 3) $\forall x \in C_k$ функционал $f_k(x, \cdot)$ выпуклый и
полунепрерывный снизу;
- 4) $\overline{\lim}_{t \rightarrow +0} f_k(x + t(z - x), y) \leq f_k(x, y) \quad \forall x, y, z \in C_k$.

Доклад посвящен вопросу построения (используя результат работы [4]) сильно сходящихся методов решения задачи:

$$\text{найти } \bar{x} \in \bigcap_{k=1}^K C_k : \quad \forall k = \overline{1, K} \quad f_k(\bar{x}, x) \geq 0 \quad \forall x \in C_k.$$

Литература

1. Blum E., Oettli W. From optimization and variational inequalities to equilibrium problems // Math. Stud. – 1994, 63. – P. 123-145.
2. Combettes P.L., Hirstoaga S.A. Equilibrium Programming in Hilbert Spaces // J. Nonlinear Convex Anal. – 2005, 6. – P. 117-136.
3. Малицький Ю.В., Семенов В.В. Нові теореми сильної збіжності проксимального методу для задачі рівноважного програмування // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – 2011. – № 3 (102). – С. 79-88.
4. Семенов В.В. Сильно збіжний алгоритм пошуку нерухомої точки багатозначного фейєрівського оператора // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – 2011. – № 4 (103). – С. 89-93.

ВИРІВНЮВАННЯ ФІСКАЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ РЕГІОНІВ

В.В. Семенов

Інститут демографії та соціальних досліджень НАН України

semenovsr@meta.ua

В літературі з фіскального федералізму точаться дискусії стосовно ефективності системи трансфертів вирівнювання. Одним із напрямів таких дискусій є аналіз ефективності у випадку мобільності виробничих факторів. Доводиться, що місцеві суспільні блага утворюють специфічні регіональні фіскальні екстерналії та що фіксовані фактори виробництва утворюють специфічну регіональну економічну ренту. Тому у стані економічної рівноваги розміщення факторів виробництва виявляється неефективним. В результаті надто багато мобільних факторів розміщується у відносно багатих регіонах із значними фіскальними екстерналіями та рентою. За умови оптимальності трансферти корегують збурюючі впливи екстерналій та ренти і встановлюють оптимальний просторовий розподіл мобільних факторів виробництва. Намагання дати раціональне пояснення ефективності системи міжрегіональних трансфертів (при наявності регіональних екстерналій та ренти) та аргументам, спрямованим проти вирівнювання (можливі збурюючі впливи на оперативну поведінку регіональних лідерів та неоптимальна пропозиція місцевих суспільних благ) дає можливість перевірити, яким чином вирівнювання впливає на ефективність в умовах, коли регіони мають можливість діяти оперативно, а екстерналії та регіональна рента впливають на прийняття регіональних рішень.

В доповіді використовується схема фіскального вирівнювання в моделі децентралізованої економіки за припущення мобільності виробничих факторів та оптимізації регіонального бюджету. Кожний регіон вибирає рівень надання суспільних послуг, який максимізує корисність репрезентативного жителя регіону і при цьому регіональна влада враховує міграційні настрої своїх резидентів та жителів інших регіонів. Уряд збирає податки в кожному регіоні і, використовуючи формулу вирівнювання, яка враховує регіональні надходження та необхідні видатки, розподіляє їх серед регіонів. Розглянуто систему вирівнювання бюджетних надходжень та видатків із урахуванням регіональної нерівності вартості виробництва суспільних послуг. Більшість схем, які використовуються, є частковими випадками розглянутої системи.

АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА ПОКРАЩЕНОЇ ОЦІНКИ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ У ВЕКТОРНІЙ РЕГРЕСІЙНІЙ МОДЕЛІ З ПОХИБКАМИ У ЗМІННИХ

Сенько І. О.

Київський національний університет ім. Т. Шевченка
iemoflora@univ.kiev.ua

Розглядається задача оцінювання матриці невідомого лінійного оператора $X_0 \in \mathbb{R}^{n \times d}$ за вхідними та вихідними даними $A_0 = [a_1^{0T} \dots a_m^{0T}] \in \mathbb{R}^{m \times n}$ та $B_0 = [b_1^{0T} \dots b_m^{0T}] \in \mathbb{R}^{m \times d}$, відповідно, при $m \rightarrow \infty$. Ці дані вважаються такими, що вимірюються із похибками $A = A_0 + \tilde{A}$ та $B = B_0 + \tilde{B}$. Досліджується покращена оцінка найменших квадратів $\hat{X} = (A^T A - E \tilde{A}^T \tilde{A})^{-1} A^T B$, див. [1].

Теорема 1 (конзистентність). Нехай виконуються умови:

- (i) матриці похибок $\tilde{A}$ та $\tilde{B}$ незалежні між собою;
- (ii) рядки матриці $\tilde{A}$ незалежні між собою, рядки матриці $\tilde{B}$ незалежні між собою;
- (iii) $s, t > 0, s + t < 1$: $E \|\tilde{a}_m\|^2 = O(m^s)$; $E \|\tilde{b}_m\|^2 = O(m^t)$, $m \rightarrow \infty$;
- (iv) $\exists C > 0 \exists m_0 > 0 \forall m > m_0$: $\lambda_{\min}(A_0^T A_0) \geq C \cdot m$;
- (v) $E \|\tilde{a}_m\|^4 = o(m)$; $\|a_m^0\|^2 = o(m^{1-\max(s,t)})$, $m \rightarrow \infty$.

Тоді $\hat{X} \xrightarrow{P} X_0$, $m \rightarrow \infty$.

Теорема 2 (строга конзистентність). Нехай виконуються умови (i) – (iv) та умова

$$(vi) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E \|\tilde{a}_m\|^4}{m^2} < +\infty; \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\|a_m^0\|^2}{m^{2-\max(s,t)}} < +\infty.$$

Тоді $\hat{X} \rightarrow X_0$, $m \rightarrow \infty$ м.н.

Література

1. R. J. Carrol, D. Ruppert and L. A. Sefanski. Measurement Error in Nonlinear Models. Number 63 in Monographs on Statistics and Applied Probability. Chapman & Hall/CRC, 1995.

ІНТЕРВАЛЬНІ ІТЕРАЦІЙНІ МЕТОДИ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ ЗБІЖНОСТІ, ЩО НЕ ВИМАГАЮТЬ ОБЕРТАНЬ ІНТЕРВАЛЬНИХ МАТРИЦЬ

П.С. Сеньо

Львівський національний університет імені Івана Франка

petrosny@ukr.net

Для знаходження дійсних коренів рівняння

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

у заданому інтервалі X_0 , де $f: D \subset R^n \rightarrow G \subset R^n$, пропонується наступний метод:

$$\begin{aligned} Y_n &= \bar{x}_n - B_n \cdot f(\bar{x}_n) / c + \\ &+ (I - (1/(2 \cdot c))(B_n \cdot (f'(\bar{x}_n) + f'(X_n)))) \cdot (X_n - \bar{x}_n), \\ X_{n+1} &= X_n \cap Y_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

де $\bar{x}_n$ - середина інтервалу X_n , I - одинична матриця, B_n - обернена матриця до центру матриці $f'(X_n)$, $c \neq 0$ - константа.

Метод глобально збіжний. Він знаходить всі дійсні корені рівняння (1) у вибраному інтервалі X_0 , в тому числі і кратні. Спочатку ширина інтервалу зменшується з швидкістю геометричної прогресії із знаменником $q = 1/2$, а при виконанні відповідних умов далі цей метод має порядок збіжності не нижче 3 при будь-якій константі $c \neq 0$.

Зокрема, при $c = 1/2$ маємо наступний метод:

$$\begin{aligned} Y_n &= \bar{x}_n - 2 \cdot B_n \cdot f(\bar{x}_n) + (I - (B_n \cdot (f'(\bar{x}_n) + f'(X_n)))) \cdot (X_n - \bar{x}_n), \\ X_{n+1} &= X_n \cap Y_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

За складністю такий метод практично еквівалентний модифікації Кравчика інтервального методу Ньютона, який має другий порядок збіжності. Така модифікація також не вимагає обертань інтервальних матриць. Однак, при виконанні майже тих самих умов, які вимагаються для такої збіжності модифікації Кравчика інтервального методу Ньютона, порядок збіжності наведеного методу не нижче 3.

МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИКО-ХІМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ СПЛАВІВ

Судавцова В.С., Кудін Г.І., Кобилінська Н. Г.¹,

**Інститут проблем матеріалознавства НАНУ,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
sud@ipms.kiev.ua**

Сплави, що містять три і більше металів чи оксидів, широко використовуються в різних сферах суспільного виробництва і галузях промисловості. Для науково обгрунтованого прогнозування властивостей таких багатокомпонентних сплавів, забезпечення необхідних умов проведення технологічних процесів, в яких застосовують ці сплави, як правило, використовуються трудомісткі, здебільшого дорогі, експериментальні дослідження. Разом з тим відомо, що встановлення властивостей багатокомпонентних сплавів експериментальними методами – надзвичайно складне завдання, адже бажані характеристики сплавів не повторюють властивостей їх складових.

Протягом останніх десятиріч в усьому світі іде процес пошуку методів моделювання властивостей багатокомпонентних сплавів із характеристик відповідних подвійних граничних систем - двокомпонентних сплавів на множині складових багатокомпонентного сплаву. Це обумовлено тим, що властивості подвійних сплавів вивчені досить повно.

В доповіді буде представлено базу термодинамічних даних для подвійних сплавів в рідкому і твердому стані, а також програмний комплекс, який дозволив розрахувати властивості цілого ряду три- та чотирикомпонентних сплавів, що містять метали або оксиди.

Співставленням змодельованих і експериментально встановлених даних підтверджено правильність розрахункових методів та можливість досить точно прогнозувати термодинамічні параметри для недосліджених систем. Програмний комплекс дозволяє оптимально скорегувати експериментальні дослідження - мінімальною кількістю дослідів забезпечити отримання точних даних в широкому інтервалі концентрацій з невеликими матеріальними і трудовими затратами.

Література

1. Судавцова В.С., Макара В.А., Кудін В.Г. Термодинаміка металургійних і зварювальних розплавів. Частина 3 (сплави на

основі нікелю та олова, методи моделювання та прогнозування термодинамічних властивостей). - К.: Логос, 2005. -216 с.

ПРО ДЕЯКУ ОСОБЛИВІСТЬ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ З ТЕОРІЇ РОЗКЛАДІВ МЕТОДОМ СТРУКТУРНО- АЛФАВІТНОГО ПОШУКУ

Тимофієва Н.К., Гриценко В.І.

Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних
технологій та систем НАН та МОН України

tymnad@gmail.com

Метод структурно-алфавітного пошуку ефективний для задач, аргументом цільової функції в яких є перестановка w^k або на підмножині комбінаторних конфігурацій, а вхідні дані можна змоделювати функціями натурального аргументу $\varphi(j)_l^m$ і $f(j)_l^m$, одна з яких комбінаторна $\beta(f(j), w^k)_l^m$, де m – кількість значень цих функцій, k – кількість перестановок в упорядкованій множині перестановок Ω . Він ґрунтується на розв'язному випадку, який задається двома системами перестановок. За розробленими правилами за двома заданими функціями, упорядкованими за зростанням або спаданням їхніх значень знаходимо послідовність локальних оптимумів, серед яких може бути і глобальний.

В найпростішій задачі з теорії розкладів конвейєрного типу аргументом цільової функції є розміщення без повторень, що складається із сполучення з n елементів по η , для кожного з яких утворюється $\eta!$ перестановок, $\eta \in \{1, \dots, n\}$. Як вхідні дані так і розв'язний випадок для неї задається однією комбінаторною функцією. В процесі розв'язання задачі для кожної перестановки за певними правилами із значень даної функції генерується додаткова поточна інформація, за якою обчислюється часткова цільова функція. Якщо значення комбінаторної функції упорядковані від меншого до більшого, і вони розміщені на діагоналях несиметричної матриці таким чином, що поряд знаходяться ті, у яких різниця між ними – найменша, то одержаний розв'язок для неї є глобальний мінімум. Глобального максимуму цільова функція набуває для комбінаторної функції, у першій позиції якої знаходиться найменше значення, а в другій найбільше, у третій – найменше із тих, що залишилися, а в четвертій – найбільше з тих

що залишилися і т.д. При цьому значення цієї функції розміщено на діагоналях несиметричної матриці за певними правилами.

УМОВИ ІСНУВАННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ДЛЯ ЗАДАЧІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ З ДІАГОНАЛЬНОЮ МАТРИЦЕЮ ВИПЛАТ

¹Турчин В.Ю., ¹Звізло М.Р.

¹Львівський національний університет імені Івана Франка
turchin_volodia@ukr.net

У роботі розглянемо ситуацією прийняття рішень $\{A, Y\}$, де $A = \{A_1, \dots, A_n\}$ – повна група подій, які є альтернативами інвестуваннями (іншими словами ОПР інвестує в події, які можуть відбутися), а $Y = \{y_{ij}\}$ – матриця оцінювального функціонала (матриця виплат), де $y_{ij} = y(i, j) \quad y: A \times A \rightarrow \mathbf{R}$.

Кожну подію A_i характеризує її ймовірність $P\{A_i\}$ та коефіцієнт доходу $k(A_i)$, який означатиме скільки отримає інвестор за умов одичинної інвестиції в подію A_i , за умови її настання. Матриця $Y = \{y_{ij}\}$ буде діагональною, де $y_{ii} = k(A_i)$.

Припустимо інвестор готовий вкласти певну суму S_0 . Позначимо через: $\gamma = (\gamma_1 \dots \gamma_n)$ – вектор розподілу часток цієї суми між альтернативами A_i ($i = \overline{1, n}$), $F(\gamma)$ – випадкова величина виграшу ОПР при виборі конкретного γ , яка при здійсненні події

$$A_i \text{ набуває значення } F_i(\gamma) = \left(\gamma_i k(A_i) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \gamma_j \right) S_0.$$

Нехай $g(\gamma)$ – цільова для ОПР, визначена на $[0; 1]^n$ функція. Розглянемо наступну задачу оптимізації:

$$g(\gamma) \rightarrow \text{extr} \tag{1}$$

з умовами

$$\begin{cases} P\{F(\gamma) - S_0 > 0\} \geq \beta \\ \sum_{i=1}^n \gamma_i = 1 \quad \gamma_i \in [0;1] \end{cases} \quad (2)$$

де $\beta \in (0;1]$ – мінімальний ймовірнісний рівень отримання доходу ОПР. Чим він менший, тим більший ризик втрати інвестовани коштів.

Теорема. Задача (1)-(2) має розв’язки тоді і лише тоді, коли існує така підмножина $A^* \subset A$, для якої виконуються наступні умови: $\sum_{A_i \in A^*} P\{A_i\} \geq \beta$, $\sum_{A_i \in A^*} \frac{1}{k(A_i)} < 1$.

Розглянутий нами тип ситуацій прийняття рішень часто виникає, зокрема, при страхуванні та в ігровому бізнесі.

Література

1. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности -М., Наука. 1981. – 254с.

ПРОБЛЕМА ЕФЕКТИВНОГО РОЗВ’ЯЗАННЯ СЛАР З РОЗРІДЖЕНОЮ СЕМИДІАГОНАЛЬНОЮ МАТРИЦЕЮ КОЕФІЦІЄНТІВ

Ходневич Я.В.

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України

hodnevych-jaroslav@ukr.net

Грунтуючись на принципах розв’язання систем рівнянь з великою розрідженою матрицею відомими прямими методами скінченних різниць [1, 2], розроблено чисельну схему для розв’язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь $A^{\bar{7}}x = B$ на прикладі чисельного моделювання руху водного потоку у локальній тривимірній області G за допомогою диференціальних рівнянь Рейнольда, де область G описувалася наступним чином:

$$G = \{(x_i, y_j, z_k) : x_i = i \cdot \Delta x, y_j = j \cdot \Delta y, z_k = k \cdot \Delta z, \\ i = \overline{0, n}, \Delta x = N/n, j = \overline{0, m}, \Delta y = M/m, k = \overline{0, h}, \Delta z = H/h\}. \quad (1)$$

Матриця коефіцієнтів, позначена нами $A^{\bar{7}}$, є квадратною розрідженою семидіагональною матрицею розмірності R ,

$R = 3(n-1)(m-1)(h-1)$. Матриця $A^{\bar{7}}$ володіє такими властивостями: 1) є невиродженою; 2) несиметрична, але має симетричний портрет ненульових елементів; 3) володіє діагональною перевагою; 4) ненульові значення розміщені на семи діагоналях – на головній діагоналі з елементами a_{ii} та на бічних діагоналях з елементами $a_{i,i+1}$, $a_{i+1,i}$, $a_{i,i+(m-1)}$, $a_{i+(m-1),i}$, $a_{i,i+(m-1)(h-1)}$, $a_{i+(m-1)(h-1),i}$, $i = \overline{1, R}$; 5) кількість не нульових елементів становить $7R - 2h(m-1) - 2$.

При чисельному моделюванні виникла проблема ефективного розв’язання СЛАР $A^{\bar{7}}x = B$ на основі методу LU-факторизація.

Нехай існує розклад матриці $A^{\bar{7}}$ на нижню L та верхню U трикутні матриці ($LUx = B$). Нехай $Ux = y$. Тоді маємо:

$$Ly = B, \quad (2)$$

$$Ux = y. \quad (3)$$

Спочатку розв’язуємо систему (2). Підставляємо отримані значення y в систему рівнянь (3) та знаходимо шуканий розв’язок x .

Для обчислення матриць L та U зазвичай використовують методи Дулітла та Краута [1]. В нашому випадку метод Дулітла було перебудовано. Враховуючи розрідженість матриці $A^{\bar{7}}$, при обчисленні L та U виключалися надлишкові операції над нульовими елементами.

Нехай матриця $U = A^{\bar{7}} = \{u_{ij}, i, j = \overline{1, R}\}$. Нехай L - одинична квадратна матриця, $L = \{l_{ij}, i, j = \overline{1, R}\}$. Для обчислення нижньої та верхньої трикутних матриць необхідно здійснити ξ ітерацій, $\xi = \overline{1, R-1}$. На кожному кроці ξ елементи нижньої трикутної матриці обчислюються так: $l_{i\xi} = \frac{u_{i\xi}}{u_{\xi\xi}}$, $i = \overline{\xi+1, R}$.

Елементи верхньої трикутної матриці знаходяться за формулою: $u_{ij} = u_{ij} - l_{i\xi}u_{\xi,j}$, де i, j залежать від номера ξ та обчислюються за конкретними правилами.

Запропонований чисельний алгоритм для випадку матриці $A^{\bar{7}}$ дозволяє більш швидко обчислювати матриці L та U порівняно із стандартним методом Дулітла. Показано ефективність методу LU-факторизації розв'язання СЛАР $A^{\bar{7}}x = B$ за наведеною схемою. Запропонований підхід є зручним для моделювання руху водного потоку. Він дозволяє при обчислених матрицях L та U провести ряд чисельних експериментів, шляхом розв'язання систем рівнянь (2), (3) для різних значень вектора вільних членів B .

Література

1. Тьюарсон Р. Разреженные матрицы - М.: Мир, 1977. - 190 с.
2. Глушакова Т.Н., Эксаревская М.Е. Методы работы с разреженными матрицами произвольного типа – Воронеж: Воронежский гос. ун-т, 2005. – 44 с.
3. Стефанишин Д.В., Ходневич Я.В., Щодро А.Е. Прогнозирование местных размывов дна и берегов предгорных участков рек с использованием технологий геоинформационных систем и систем дистанционного зондирования земли// Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2010. Т. 258. С. 10-18.

СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНЕ ЕЛІПТИЧНЕ РІВНЯННЯ З ВИПАДКОВИМИ ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ

Цимбал В.

victor_tsymbol@yahoo.com

У серії робіт професорів Ю.В. Козаченка та В.В. Булдігіна та їх учнів [1,2] розглядалися крайові задачі для рівнянь математичної фізики, зокрема, для рівнянь гіперболічного, параболічного та еліптичного типів з випадковими початковими та граничними умовами коли умови є сумісно строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$, зокрема. гауссові випадкові процеси. та випадкові процеси з простору Орліча. Для задач для таких рівнянь знайдено умови існування з ймовірністю одиниця класичного та узагальненого розв'язку і обґрунтовано використання методу Фур'є для розв'язування задач математичної фізики.

Сингулярно збурена задача, це задача яка залежить від параметра (або параметрів) таким чином, що її розв'язок залежить нерівномірно коли параметр прямує до деякого граничного значення. Характер неоднорідності може змінюватися від задачі до

задачі. Такі сингулярно збудені задачі для диференціальних рівнянь виникають у багатьох галузях. Теорія сингулярних збудень знаходить широке застосування і, як і раніше, активно розробляється [3].

Отже, представляється цікавим і актуальним вивчення сингулярно збудених задач з випадковими початковими або граничними умовами або випадковими правими частинами.

У даному повідомленні якраз і робиться така спроба, а саме, розглянута перша гранична задача для еліптичного рівняння другого порядку з випадковими граничними умовами, що вироджується у параболічне рівняння другого порядку.

Література

1. Buldygin V.V. and Kozachenko Yu.V. Metric Characterization of Random Variables and Random processes, American Mathematical Society, Providence, Rhode, 2000.
2. Довгай Б.В., Козаченко Ю.В., Сливка-Тилищак Г.І. Крайові задачі математичної фізики з випадковими факторами. Монографія, Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008.
3. Найфэ А. Методы возмущений – Москва: Мир, 1976.

ГЕНЕРАТОР СТОХАСТИЧНОГО ПРОЦЕСУ З НАПІВМАРКОВСЬКИМИ ПЕРЕКЛЮЧЕННЯМИ

Чабанюк Я.М., Кукурба В.Р., Будз І.С.

Національний університет "Львівська політехніка"

yaroslav_chab@yahoo.com

Неперервна випадкова еволюція [1] задається стохастичним диференціальним рівнянням:

$$du^\varepsilon(t) = C(u^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon)) + \sigma(u^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon))d\omega(t), t \geq 0, u^\varepsilon(0) = u, \quad (1)$$

де $C(u, x)$ $u \in \mathbb{R}^d$, функція регресії, що залежить від рівномірно ергодичного напівмарковського процесу $x(t) > 0, t \geq 0$, у вимірному фазовому просторі станів (X, X) , що задається напівмарковським ядром $Q(x, B, t) = P(x, B)G_x(t)$, де $G_x(t)$ - функція розподілу часу перебування в стані $x \in X$, $\omega(t)$ - вінерівський процес, ε – малий параметр серій. Супроводжуючий марковський процес $x_0(t), t \geq 0$, задається генератором Q [1].

Лема. Компенсуючий оператор L_t^ε [2] процедури (1) на тест-функціях $\varphi(u, \cdot) \in C^2(R^d)$ допускає асимптотичні представлення:

$$L_t^\varepsilon \varphi(u, x) = \varepsilon^{-1} \mathbf{Q} \varphi(u, x) + q(x) C(x) \theta_1^\varepsilon(t, x) P \varphi(u, x),$$

а також

$$L_t^\varepsilon \varphi(u, x) = \varepsilon^{-1} \mathbf{Q} \varphi(u, x) + C(x) P \varphi(u, x) + \varepsilon q(x) C^2(x) \theta_2^\varepsilon(t, x),$$

де $C(x) \varphi(u) = C(u, x) \varphi'(u, x) + \frac{1}{2} \sigma^2(u, x) \varphi''(u, x)$ генератор напівгрупи

$C_{t+\varepsilon}^t(x)$, що задовольняє рівняння $d_s C_{t+\varepsilon}^t(x) = \varepsilon C(x) C_{t+\varepsilon}^t(x) ds$,

$P \varphi(x) := \int_X P(x, dy) \varphi(y)$. Залишкові оператори мають представлення:

$$\theta_1^\varepsilon(u, x) = \int_0^\infty \bar{G}_x(s) C_{t+\varepsilon}^t(x) ds, \quad \theta_2^\varepsilon(u, x) = \int_0^\infty \bar{G}_x^2(s) C_{t+\varepsilon}^t(x) ds,$$

де $\bar{G}_x(s) = 1 - G_x(s)$, $\bar{G}_x^2(s) = \int_s^\infty \bar{G}_x(t) dt$.

Література

1. V. Koroliuk, N. Limnios. Stochastic Systems in Merging Phase Space./ World Scientific Publishing, - 2005. - 330P.
2. Я.М. Чабанюк. Неперервна процедура стохастичної апроксимації у напівмарковському середовищі. // Укр. мат. жур. - 2004. -56, №5 -С.713-720.

ЛОКАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ МАРКОВСЬКИМИ СТУПІНЧАСТИМИ ПОЛЯМИ З ПЕРЕОЦІНКОЮ НА ГРАФІ ЗІ СКІНЧЕННОЮ МНОЖИНОЮ КЕРУЮЧИХ ВПЛИВІВ

Чорней Р.К.

Національний університет «Києво-Могилянська Академія»
chorneir@gmail.com

Розглянемо систему з локально взаємодіючими координатами, структура взаємодії якої визначається за допомогою ненаправленого скінченного графа околів Γ [1]. Нехай на Γ задано локальне ступінчасте марковське поле ξ із координатами, що взаємодіють синхронно [2]. Розглянемо два типи стратегій, що керують полем ξ за допомогою детермінованого вибору рішень зі

скінченної множини: кусково-сталі та стаціонарні [3]. Критерій оптимальності — дисконтований.

Теорема. Для будь-якого дисконту $\alpha > 0$ в класі стаціонарних стратегій існує оптимальна стратегія.

Література

1. Chornei R. K. Control of Spatially Structured Random Processes and Random Fields with Applications / Chornei R. K., Daduna H., Knopov P. S. — New York : Springer Science + Business Media, Inc., 2006. — 261 p.
2. Vasilyev N. B. Bernoulli and Markov stationary measures in discrete local interactions // Dobrushin R. L., Kryukov V. I., Toom A. L. (ed.) Locally Interacting Systems and Their Application in Biology. Lecture Notes in Mathematics. — Berlin : Springer, 1978. — Vol. 653. — P. 99–112.
3. Губенко Л. Г. Об управлении марковскими ступенчатыми процессами // Л. Г. Губенко, Э. С. Штатланд. — К. : Академия наук УССР, Институт кибернетики, 1969. — С. 24–39. — (Теория оптимальных решений) (Сборник / Институт кибернетики Академии наук УССР ; вып. 4)

ЗАСТОСУВАННЯ РІЗНИЦЕВИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ПОШУКУ ПЕРІОДИЧНИХ РЕЖИМІВ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРОННИХ СХЕМ

Шахно С.М., Ярмола Г.П.

Львівський національний університет імені Івана Франка
shakhno@lviv.ua, halina_yarmola@ukr.net

Математична модель нелінійної електронної схеми описується за допомогою системи диференціальних рівнянь

$$\dot{x} = f(x, t), \quad t_0 \leq t \leq t_0 + T, \quad (1)$$

де f - нелінійна функція і періодична по змінній t з періодом T . Задача пошуку періодичного режиму системи (1) зводиться до розв'язування задачі (1), розв'язок якої задовольняє граничну умову

$$x(t_0) = x(t_0 + T), \quad (2)$$

де $x(t_0 + T) = T(x(t_0)) = \int_{t_0}^{t_0+T} f(x, \tau) d\tau + x(t_0)$. Таким чином,

позначивши $x_0 = x(t_0)$, (2) можна подати у вигляді

$$x_0 = T(x_0). \quad (3)$$

Оскільки задача (3) - нелінійна, то для її розв'язування використовують метод Ньютона [1]. Для обчислення розв'язку задачі (3) нами застосовано двопараметричний метод типу хорд, який для нелінійного операторного рівняння $F(x) = 0$ має вигляд [2]

$$x_{k+1} = x_k - F(u_k; v_k)^{-1} F(x_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

де $u_k = x_k + a_k(x_{k-1} - x_k)$, $v_k = x_k + b_k(x_{k-1} - x_k)$, $a_k, b_k \in [-1, 1]$. Частковим випадком (4) є метод Ньютона. У цій роботі ми провели числове дослідження методу (4) на тестових прикладах та виконали порівняння отриманих результатів з попередніми дослідженнями.

Література

1. Эйприлл Т., Трик Т. Анализ стационарного режима нелинейных цепей с периодическими входными сигналами // В кн.: Автоматизация в проектировании. – М.: Мир, 1972. – С. 148-155.
2. Шахно С., Граб С., Ярмола Г. Двопараметричні методи типу хорд для розв'язування нелінійних рівнянь // Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика. Випуск 15, 2009. – С. 117-127.

КОМПОЗИЦІЙНО-НОМІНАТИВНІ МУЛЬТИМОДАЛЬНІ ЛОГІКИ ТА ЇХ ЧИСЛЕННЯ

Шкільняк О.С.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

oshkilnyak@unicyb.kiev.ua

Модальні логіки успішно використовуються для опису і побудови сучасних інформаційних і програмних систем. Апарат темпоральних логік ефективно застосовується для моделювання динамічних систем, специфікації та верифікації програм. На базі таких логік збудовано низку систем та мов специфікації.

Епістемічні логіки використовуються для опису інтелектуальних систем, баз даних і баз знань.

Можливості традиційних модальних логік і композиційно-номінативних логік квазіарних часткових предикатів [1] поєднують композиційно-номінативні модальні логіки (КНМЛ). Центральним для КНМЛ є поняття композиційно-номінативної модальної системи (КНМС). На основі спеціального уточнення цього поняття збудовано та досліджено [2] нові класи КНМЛ. Важливим класом КНМС є транзиційні модальні системи (ТМС). Вони лежать в основі транзиційних КНМЛ, у межах яких природним чином можуть розглядатися традиційні модальні логіки – алетичні, темпоральні, епістемічні тощо. ТМС – це об'єкт вигляду $((S, R, Pr, C), Fm, Jm)$. Тут S – множина станів світу; R – множина відношень на станах вигляду $R \subseteq S \times S$, Pr – множина предикатів на даних станів світу; C – множина композицій на Pr ; Fm – множина формул мови; Jm – відображення інтерпретації формул в станах світу.

В доповіді пропонуються нові класи ТМС – мультимодальні транзиційні системи (ММС). Для ММС $R = \{\triangleright_i | i \in I\}$, де кожному $\triangleright_i$ зіставлено базову модальну композицію K_i . Окремим випадком ММС є загальні ТМС, для них $R = \{\triangleright\}$ та маємо єдину базову модальну композицію $\square$.

Для мультимодальних композиційно-номінативних логік еквітонних предикатів реномінативного і кванторного рівнів побудовано числення секвенційного типу. Для цих числень доведено теореми коректності та повноти.

Література

1. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К.: ВПЦ Київський університет, 2008. – 528 с.
2. Шкільняк О.С. Семантичні властивості композиційно-номінативних модальних логік // Проблеми програмування. – 2009. – № 4. – С. 11-23.

СЕКВЕНЦІЙНІ ЧИСЛЕННЯ В КОМПОЗИЦІЙНО-НОМІНАТИВНИХ ЛОГІКАХ КВАЗІАРНИХ ПРЕДИКАТІВ

Шкільняк С.С.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
sssh@unicyb.kiev.ua

Композиційно-номінативні логіки (КНЛ) – це програмно-орієнтовані логічні формалізми, будовані на основі композиційно-номінативного підходу. Такий підхід до побудови моделей програм та орієнтованих на них логік виявився дуже плідним, на його базі розроблено [1] низку логічних формалізмів, що знаходяться на різних рівнях абстрактності та загальності.

Семантичні властивості КНЛ часткових однозначних (неокласична семантика), тотальних неоднозначних (пересичена семантика) і часткових неоднозначних (загальна семантика) квазіарних предикатів вивчались в [2]. Для таких логік запропоновано і досліджено різноманітні формалізації відношення логічного наслідку: $\models_T$, $\models_F$, $\models_{TF}$, $\models_{Cl}$, $\models_{Cm}$. Спеціальні X - Y -означені відношення логічного наслідку для однозначних предикатів вивчались в [3].

Властивості відношень логічного наслідку між двома множинами формул є семантичною основою побудови відповідних числень секвенційного типу. В доповіді пропонуються такі числення для КНЛ часткових однозначних, тотальних неоднозначних і часткових неоднозначних предикатів реномінативного та кванторного рівнів. Зокрема, для першопорядкових КНЛ кванторного рівня побудовано такі числення:

- QCl (для $\models_{Cl}$ в неокласичній семантиці та $\models_{Cm}$ в пересиченій);
- QL (для $\models_T$ в неокласичній семантиці та $\models_F$ в пересиченій);
- QR (для $\models_F$ в неокласичній семантиці та $\models_T$ в пересиченій);
- QLR (для $\models_{TF}$ в неокласичній семантиці чи в пересиченій);
- QGS (для $\models_{TF}$ в загальній семантиці).

Для логік однозначних еквітонних (дуально: тотальних антитонних) предикатів отримуємо числення $QEqCl$, $QEqL$, $QEqR$, $QEqLR$. Для збудованих числень доведено теореми коректності й повноти.

Література

1. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К.: ВПЦ Київський університет, 2008. – 528 с.
2. Шкільняк С.С. Відношення логічного наслідку в композиційно-номінативних логіках // Проблеми програмування – 2010. – № 1. – С. 15–38.

ДО ОЦІНКИ КОЕФІЦІЄНТА ЗСУВУ СТОХАСТИЧНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З ДРОБОВИМ БРОУНІВСЬКИМ ПОЛЕМ

Шпига С. П.

Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України.

shpyga@meta.ua

Нехай на ймовірнісному просторі задані дійсний випадковий процес $\{x(t), t \in R_+^2\}$ і дробове броунівське поле $\{B_{t_1 t_2}, t_1 > 1, t_2 > 0\}$,

$$M\{B_{t_1 t_2} B_{s_1 s_2}\} = \frac{1}{4} \prod_{i=1,2} \left(t_i^{2H_i} + s_i^{2H_i} - |t_i - s_i|^{2H_i} \right), \quad \frac{1}{2} < H_i < 1$$

Нехай також деякий випадковий процес $\{y(t), t \in R_+^2\}$ має стохастичний диференціал

$$dy(t) = a_0(t)x(t)dt + dZ(t), t \in R_+^2$$

де a_0 – деяка невідома функція. Задача полягає в оцінці функції a_0 за спостереженнями $\{(y(t), x(t)), t \in [0, S] \times [0, T]\}$.

Тоді при виконанні деяких додаткових умов існує вимірна функція $a_{ST}(t, \omega)$ така, що максимізує функціонал

$$Q_{ST} = \frac{1}{ST} \int_0^S \int_0^T a(u, v)x(u, v)dB(u, v) - \frac{1}{2ST} \int_0^S \int_0^T a^2(u, v)x^2(u, v)dudv$$

і для якої виконується рівність

$$P\left\{\lim_{T \rightarrow \infty} \sup_{t \in R} |a_{ST}(t) - a_0(t)| = 0\right\} = 1.$$

Литература

1. Mishura Y.S. Stochastic Calculus for Fractional Brownian Motion and Related Processes. Springer, 2008. - 393 стр.
2. Дороговцев А.Я. Теория оценок параметров случайных процессов. – Киев: Выща школа, 1981. - 192 стр.

DIFFERENT APPROACHES TO INFERENCE FOR THE EXTREME VALUE DISTRIBUTION

¹Michálek J., ²Fusek M.

¹University of Defence, Brno, Czech Republic

michalek@fme.vutbr.cz

²Brno University of Technology, Brno, Czech Republic

fusek@econ.muni.cz

Extreme value theory is becoming widely used in applied sciences over the last 60 years [1,2,5]. At present applications of the extreme value modeling is very popular in environmental sciences in particular in hydrology and climatology for assesment of meteorological changes.

Many statistical methods have been proposed for parameter estimation of extreme value distribution. These methods include graphical techniques which use different versions of probability plots [1], maximum likelihood-based methods [1,3] (for generalized extreme value distribution and for conditional approach based od Pareto distribution [1,9]), techniques based on probability-weighted moments [2,3], procedures in which parameters are estimated as specified function of order statistics (the Hill estimator) [2, 4, 8].

The contribution is devoted to the comparisons of the above mentioned methods of estimation for data which correspond to real data sets described in [6, 7, 10]. The finite-sample behaviour of the estimators will be compared by simulations.

Keywords: extreme value distribution, Pareto distribution, maximum likelihood method, probability-weighted moment methods, order statistics.

References

1. Coles, S. (2001). An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values. Springer, 208 p. ISBN 1-85233-459-2.
2. De Haan, L., Ferreira, A. (2006) Extreme Value Theory. An Introduction. Springer, 421 p. ISBN 0387239464.
3. Diebolt, J., Guillou, A., Naveau, P. and Riberau P. (2008) Improving probability-weighted moment methods for the generalized extreme value distribution. REVSTAT–Statistical Journal, Vol.6, No.1, p. 33-50.
4. Drees, H., Kaufmann, E. (1998). Selecting the optimal sample fraction in univariate extreme value estimation. Stoch. Proc. Appl. 75, 149-172.

5. Gnedenko B.V. (1943) Sur la distribution limite du terme maximum d' une série aléatoire. } Ann. Math. 44, 423-453.
6. Hellebrand, R., Michálek, J., Fusek, M., Prax, P. (2010) Aktualizace hydrologických podkladů pro potřeby městské hydrologie. In Hydrologické podklady pro potřeby městského odvodnění. 1. Brno: VUT Brno, FAST. s. 10-23. ISBN: 978-80-214-4096-8
7. Hellebrand, R., Michálek, J., Fusek, M., Prax, P. (2011) Modelling precipitation extremes for the purpose of urban drainage in the Czech Republic}. Sent to: Journal of Hydrology, 2011.
8. Hill, B. M. (1975) A simple general approach to inference about the tail of a distribution. Ann. Statist. 3, 1163-1174.
9. Hosking, J. R. M., Wallis, J. R. (1987) Parameter and quantile estimation for the generalized Pareto distribution. Technometrics 29, 339-349, 1987.
10. Michálek, J., Fusek, M. (2010) Rozdělení extrémních hodnot s aplikacemi. Proceedings of XIX Summer School of Biometrics. Biometric Methods and Models in Current Science and Research. Lednice, Czech Republic

Acknowledgment: supported by the grant Zde zapiste svůj grant and by the institutional support of MoD of the Czech Republic

ДЛЯ НОТАТОК

ДЛЯ НОТАТОК