

*Taras Shevchenko National University of Kyiv  
(Faculty of Cybernetics)  
National Technical University of Ukraine (KPI)  
Institute of International Economy and Information  
Technologies of IAPM  
International Institute for Applied Systems Analysis  
(Austria)  
Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine  
V.I.Vernadsky Tavrian National University  
(Faculty of Mathematics and Informatics)  
System Analysis Committee of Presidium National  
Academy of Sciences of Ukraine  
Academy of Sciences "Vysha Skola" of Ukraine  
Crimean Scientific Center of NAS of Ukraine*

## ***International Workshop***

### ***PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES***

***(PDMU-2008)***

***September 22-27, 2008***

### ***ABSTRACTS***

***Crimea (Novy Svit), Ukraine***



### **INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE**

**A.Nakonechny(Ukraine) - Chairman**

**I.Beyko (Ukraine) - Vice-chairman**

**V.Donskoy (Ukraine) - Vice-chairman**

**I.Sergienko (Ukraine), J.-F.Emmenegger (Switzerland), Yu.Ermoliev (Austria), V.Bogdanov (Ukraine), Biswa Datta (USA), I.Gaishun (Belarus), L.Hordijk (Austria), J.Kaluski (Poland), V.Korolyuk (Ukraine), S.Hudak (Slovakia), A.Kurzhanskii (Russia), Laptev Ari (UB), N.Leonenko (Great Britain), A.Lindquist (Sweden), M.Makowski (Austria), J.Michalek (Czech Republic), A.Shpak (Ukraine), K.Troitzsch (Germany), O.Zakusylo (Ukraine),J.Zajac (Poland)**

### **NATIONAL ORGANIZING COMMITTEE**

**O.Zakusylo - Chairman**

**A.Anisimov - Chairman**

**V.Donskoy - Vice-chairman**

**F.Garaschenko, A.Gupal, V.Donchenko, V.Akimenko, P.Knopov, E.Lebedev, I.Lyashenko, S.Lyashko, F.Sopranyuk, A.Vlasyuk, Ya.Elejko, O.Chernyak, M.Bartysh**

### **LOCAL ORGANIZING COMMITTEE**

**P.Zinko – Chairman**

**Yu.Dulicheva, I.Harchenko, V.Shevchenko, V.Zaslavsky, M.Kozlova, O.Kucherenko, O.Lukovych, T.Korobko, E.Kapustyan, I.Usar, V.Blyshchik, A.Anafiev, Y.Chabanyuk**

**КАФЕДРА СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ТА ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ  
РІШЕНЬ КИЇВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА  
20 РОКІВ**



Кафедра системного аналізу та теорії прийняття рішень (до 1998 р. – кафедра теорії автоматизованих систем) заснована в 1988 році з ініціативи та підтримки директора Інституту кібернетики ім. В.М.Глушкова академіка В.С.Михалевича з метою цільової підготовки спеціалістів.

Кафедра здійснює підготовку бакалаврів за професійним спрямуванням "системний аналіз та теорія прийняття рішень" і на цій основі готує спеціалістів та магістрів на денній формі навчання. Випускники кафедри працюють провідними спеціалістами та фахівцями в наукових центрах НАН України, в галузевих інститутах та підприємствах, аналітичних центрах, фірмах та банках в якості розробників математичних моделей та алгоритмів, спеціалістів з теорії прийняття рішень та оптимізації систем, системних аналітиків та системних інтеграторів, менеджерів та консультантів по розробці та впровадженню інформаційних технологій.

На цей час на кафедрі працює колектив з 9 викладачів: завідувач кафедри, професор, доктор фіз.-мат. наук Наконечний О.Г., професори Акіменко В.В. і Донченко В.С., доценти Бондарчук Ю.В., Доленко Г.О., Загородній Ю.В., Зінько П.М., Івохін Є.В., Машенко С.О., а також

висококваліфіковані фахівці, досвідчені педагоги та відомі вчені з Інституту кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, інституту Космічних досліджень НАН України, які сформували міцний науковий та педагогічний осередок, де охоче спеціалізуються студенти та аспіранти. До складу кафедри входили науковий сектор математичного забезпечення та лабораторія Інтелектуальних вирішувачих систем.

З 6 вересня 2007 р. сектор математичного забезпечення був виділений у окремий науково-дослідний сектор «Проблем системного аналізу» (науковий керівник професор Наконечний О.Г.). На теперішній момент у секторі працює 9 співробітників, серед яких 2 доктора фіз.-мат. наук, провідний науковий співробітник, професор Подлипенко Ю.К. і старший науковий співробітник, професор Войцехівський С.О., 4 кандидати фіз.-мат. наук: завідувач сектору Капустян О.А., науковий співробітник Павлюченко О.Г., молодші наукові співробітники Жук С.Д., Волощук С.Д. Також працюють: провідний інженер Коробко Т.В., інженери 1 категорії, що проводять НТР Лосєва М.В., Демиденко С.В.

Кращі випускники кафедри продовжують навчання в аспірантурі та докторантурі, навчаються за кордоном. На кафедрі кожен рік навчається до десяти аспірантів, та один докторант. За двадцять років кафедра підготувала понад 10 докторів наук, 40 кандидатів наук і 300 спеціалістів.

З 1997 по 1999р, на кафедрі виконувався Українсько-Американський проект "Проблеми ідентифікації та керування в умовах невизначеності" сумісно з Йельським університетом (керівники професори Наконечний О.Г. та Роман Куц).

В 1998 асоціацією AFCEA Europe та факультетом кібернетики Київського університету ім. Тараса Шевченка був організований міжнародний семінар-виставка-AFCEA Europe Seminar and Exposition "The Information Technology Contribution of a Safe Regional Environment" (секретар програмного комітету семінару - доцент В.А.Заславський).

З 2001 року разом з кафедрами дослідження операцій та прикладної статистики проводиться щорічна Міжнародна конференція "Prediction and Decision Making under Uncertainties"( PDMU), голова програмного комітету - професор Наконечний О.Г.

Кафедра має наукові зв'язки з Інститутом кібернетики, ім. В.М.Глушкова НАН України, Обчислювальним центром РАН, Інститутом проблем управління РАН, Білоруським державним університетом, Інститутом математики АН Білорусії, Московським університетом ім. М.В.Ломоносова, а також з міжнародними науковими та навчальними закладами - Інститутом прикладного системного аналізу (IIASA, Лаксенбург, Австрія), Технічним університетом та Економічним університетом (Відень, Австрія), Університетом Манітоба (Вінніпег, Канада), Йельським університетом (США), Університетом ім. Масарика (Брно, Чехія), Королівським Технологічним Інститутом (Стокгольм, Швеція) та іншими університетами і здійснює обмін науковою інформацією, фахівцями.

## CONTENT<sup>1</sup> ЗМІСТ

**Chechelnitski A., Kasjanov A., Kucherenko O.**

The joint limit behaviour of single queues at the network's models with parallel structure .....13

**Chechelnitski A., Kucherenko O.**

The stationary distributions in Poissonian tandem queues .....14

**Dolenko G., Svyatoha S.**

Hierarchy decomposition of criterion for visualization techniques selection problem .....15

**Ermoliev Y., Ermolieva T., Jonas M., Makowski M., Fischer G.**

Robust emission trading schemes under uncertainties .....16

**Fischer Günther, Ermolieva T.**

Decisions making under risks and Uncertainties in agriculture .....22

**Hoderova J.**

The numerical analysis of the elliptic problem by the semiregular finite elements .....23

**Khaniyev T.A., Fescioglu-Unvera N., Mammadovac Z.I.**

Asymptotic expansions for the moments of the renewal reward process with a normally distributed interference of chance .....24

**Krasnitskij S.M., Shchestyuk N. Yu.**

A prediction problem for the generalized homogenous random fields .....27

**Michálek, J., Michálek, J. jun.**

The identification of the role of genes variants in pediatric patients with sepsis by means of GLM .....28

**Michálek, J., Michálek, J. jun., Šmerek, M.**

Graphical models for multidimensional contingency tables with application in medicine .....29

**Rozora I.**

Series expansion of stochastic processes for model construction .....30

---

<sup>1</sup> *The abstracts are publishing in authors edition*  
*Тези друкуються в авторській редакції*

|                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Slabospitsky A.S.</b>                                                                                                              |    |
| Estimation algorithms with splitted structures for nonstationary parameters of systems under uncertainties .....                      | 32 |
| <b>Stefanyshyn D.V.</b>                                                                                                               |    |
| Method of comparison of variants with taking account of risks of lost opportunities .....                                             | 33 |
| <b>Tovmachenko N.M., Kurbatov O., Lukovich O.V., Sichkar I.M.</b>                                                                     |    |
| Elaboration of the distance courses from applied statistics with using system distance learning "PROMETHEUS" .....                    | 35 |
| <b>Vynogradska A. V.</b>                                                                                                              |    |
| Bilinear control systems .....                                                                                                        | 38 |
| <b>Акіменко В.В., Наконечний О.Г., Митрохін С.О.</b>                                                                                  |    |
| Моделі аналізу, прогнозування та підтримки прийняття рішень що до керування процесами підтоплення територій .....                     | 39 |
| <b>Акіменко В.В., Наконечний О.Г., Трофімчук О.Ю.</b>                                                                                 |    |
| Чисельний метод розв'язку системи інтегро - дифференціальних рівнянь параболічного типу з виродженням .....                           | 40 |
| <b>Алиев Р.Т.</b>                                                                                                                     |    |
| О слабой сходимости эргодического распределения процесса полумарковского блуждания с гамма распределенным вмешательством случая ..... | 41 |
| <b>Базилевич І., Єлейко Я., Охрін О.</b>                                                                                              |    |
| S – зупинений докритичний процес з неперервним часом та зліченною кількістю типів частинок .....                                      | 44 |
| <b>Бартіш М., Николайчук Л., Огородник Н.</b>                                                                                         |    |
| До мінімізації функцій типу яру .....                                                                                                 | 47 |
| <b>Бейко І.В., Овчинников В.В., М.Валід АлБаін</b>                                                                                    |    |
| Побудова методів оптимального керування складними системами в умовах неповних даних .....                                             | 48 |
| <b>Бейко І.В., Ночвай В.І.</b>                                                                                                        |    |
| Математичні методи і моделі для прогнозування процесів забруднення атмосфери урбанізованої території .....                            | 48 |

|                                                                                                                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Бейко І.В., Шевченко І.В.</b>                                                                                                                                    |    |
| Методи прогнозування і дослідження процесів епідемій.....                                                                                                           | 50 |
| <b>Бейко І.В., Зінько П.М.</b>                                                                                                                                      |    |
| Застосування методів асимптотично-розв'язуючих операторів до побудови чисельно-аналітичних алгоритмів розв'язування задач Коші та крайових задач.....               | 51 |
| <b>Панчук В.І., Панчук О.В.</b>                                                                                                                                     |    |
| Стійкість модифікованої різницевої схеми для рівняння конвективної дифузії.....                                                                                     | 52 |
| <b>Белецкий Б. А.</b>                                                                                                                                               |    |
| Предсказание вторичной структуры белков .....                                                                                                                       | 53 |
| <b>Белецкий Б.А., Гупал Н.А.</b>                                                                                                                                    |    |
| Предсказание динамики курсов акций .....                                                                                                                            | 54 |
| <b>Бірюков Д.С., Заславський В.А.</b>                                                                                                                               |    |
| Про створення системи заходів стимулювання розвитку територій України .....                                                                                         | 55 |
| <b>Бидюк П.И., Гасанов А.С., Вавилов С.Е.</b>                                                                                                                       |    |
| Организация взаимодействия между MATLAB и EVIEWS для принятия решения при анализе статистических задач .....                                                        | 56 |
| <b>Бойко С.В., Норкин В.И.</b>                                                                                                                                      |    |
| Об эффективных вероятностных границах в стохастическом программировании и финансовой математике .....                                                               | 58 |
| <b>Бондарчук Ю. В.</b>                                                                                                                                              |    |
| Процедура прийняття рішення щодо живучості інфраструктури IP-мережі .....                                                                                           | 60 |
| <b>Братійчук М.С.</b>                                                                                                                                               |    |
| Оптимізаційні задачі для систем обслуговування з відновлюючим рівнем вхідного потоку .....                                                                          | 61 |
| <b>Брила А.Ю.</b>                                                                                                                                                   |    |
| Досяжність оптимальних розв'язків задач багатокритеріальної максимізації з опуклими критеріальними функціями за їх зваженою сумою в транзитивній субординації ..... | 63 |

|                                                                                                                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Власюк А.П., Демчук М.Б.</b>                                                                                                                                 |    |
| Чисельне моделювання нагнітання рідини в ґрунт (зажимний режим) .....                                                                                           | 64 |
| <b>Власюк А.П., Федорчук Н.А.</b>                                                                                                                               |    |
| Чисельне дослідження впливу тепло-масопереносу на напружено-деформований стан ґрунтового масиву в двохвимірному випадку .....                                   | 66 |
| <b>Власюк А.П., Цветкова Т.П.</b>                                                                                                                               |    |
| Чисельне моделювання масопереносу сольових розчинів при фільтрації підземних вод в насичено-ненасичених ґрунтових середовищах з рухомою вільною поверхнею ..... | 68 |
| <b>Горбачук В.М., Гаркуша Н.І.</b>                                                                                                                              |    |
| Аналіз витрат через стихію 23–27 липня в Україні.....                                                                                                           | 70 |
| <b>Губеладзе А.К.</b>                                                                                                                                           |    |
| Узгодженість ймовірносних мір, що відповідають стаціонарним складним двійковим ланцюгам Маркова .....                                                           | 71 |
| <b>Горбатенко М.Ю.</b>                                                                                                                                          |    |
| Про новий підхід до оцінювання правих частин лінійних еліптичних рівнянь другого порядку в умовах невизначеності.....                                           | 73 |
| <b>Гупал А.М.</b>                                                                                                                                               |    |
| Оптимальные процедуры распознавания и их применение .....                                                                                                       | 74 |
| <b>Донченко В.С.</b>                                                                                                                                            |    |
| Про природу невизначеності в математичному моделюванні .....                                                                                                    | 74 |
| <b>Жук С., Демиденко С.</b>                                                                                                                                     |    |
| Оцінювання станів динамічної системи що описується рівнянням з лінійним замкнутим оператором в гільбертовому просторі .....                                     | 75 |
| <b>Заславський В.А., Єрмоленко Р.В., Сахно Н.В., Каденко І.М.</b>                                                                                               |    |
| Програмне забезпечення для прогнозування стану теплообмінних труб парогенераторів АЕС з ВВЕР .....                                                              | 76 |
| <b>Зінько П.М.</b>                                                                                                                                              |    |
| Числовий алгоритм розв'язування задачі просторового і багатокамерного моделювання гідрохімічного та водного режимів екосистем.....                              | 78 |

|                                                                                                    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Івохін Є.В., Аджубей Л.Т.</b>                                                                   |    |
| Про підхід до декомпозиції нечітких систем .....                                                   | 80 |
| <b>Капустян О.В., Капустян О.А.</b>                                                                |    |
| Глобальний аттрактор для одного імпульсно-збуреного хвильового рівняння .....                      | 81 |
| <b>Кириченко М.Ф., Кудін Г. І.</b>                                                                 |    |
| До питання про варіації псевдообернених і проекційних матриць з використанням формул Гревіля ..... | 82 |
| <b>Кінаш О.М., Хомич С.В.</b>                                                                      |    |
| Гравітаційне моделювання активно-пасивних операцій банку .....                                     | 83 |
| <b>Кук Ю.В., Лаврикова О.І.</b>                                                                    |    |
| Прийняття рішень інтелектуальним роботом на підставі аналізу ситуації .....                        | 85 |
| <b>Кулян В.Р., Юнькова О.О., Рутицька В.В.</b>                                                     |    |
| Про варіаційну задачу оптимізації портфеля акцій .....                                             | 86 |
| <b>Лукашів Т.О., Ясинська Л.І., Ясинський В.К.</b>                                                 |    |
| Стабілізація імпульсних динамічних систем випадкової структури .....                               | 88 |
| <b>Машенко С.О.</b>                                                                                |    |
| Багатоцільові ігри .....                                                                           | 90 |
| <b>Мегрелишвили З. Н., Дидманидзе И. Ш., Кахиани Г. А.</b>                                         |    |
| Математическая модель процесса регенерации катионитовых установок умягчения воды .....             | 91 |
| <b>Мензатов Л.Ш., Лебедєв Є.О.</b>                                                                 |    |
| Прогнозування попиту та пропозиції на ринку телекомунікаційних послуг .....                        | 92 |
| <b>Музичук А.</b>                                                                                  |    |
| Багатоосібна оцінка альтернатив .....                                                              | 94 |
| <b>Наконечний О.Г.</b>                                                                             |    |
| Апостеріорні оцінки функцій від розв'язків варіаційних рівнянь в гільбертових просторах .....      | 95 |
| <b>Нікітченко М.С., Шкільняк С.С., Антонова І.А.</b>                                               |    |
| Оператори побудови нерухомої точки в предикатних алгебрах .....                                    | 97 |



|                                                                                                                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Новіков В.М., Семенов В.В.</b>                                                                                                                                          |     |
| Еластичність попиту населення на послуги системи охорони здоров'я .....                                                                                                    | 98  |
| <b>Павлюченко О.Г.</b>                                                                                                                                                     |     |
| Системний підхід до мінімізації ризику .....                                                                                                                               | 99  |
| <b>Парашук Х.Ф.</b>                                                                                                                                                        |     |
| Оцінки розв'язків алгебраїчних рівнянь з випадковими матрицями в умовах невизначеності .....                                                                               | 101 |
| <b>Перцов А.С.</b>                                                                                                                                                         |     |
| О проблеме оценивания неизвестных параметров краевой задачи для бигармонического уравнения с граничными условиями типа Неймана по зашумленным наблюдениям ее решения ..... | 102 |
| <b>Підвисоцька А.І.</b>                                                                                                                                                    |     |
| Оцінка знизу в нерівності С.М.Бернштейна для першої похідної алгебраїчних поліномів .....                                                                                  | 103 |
| <b>Подлипенко Ю.К.</b>                                                                                                                                                     |     |
| Минимаксное оценивание решений двухточечных краевых задач для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений при отсутствии информации об их правых частях .....         | 104 |
| <b>Покутний А.А.</b>                                                                                                                                                       |     |
| Эволюционные уравнения: экспоненциальная дихотомия и ограниченные решения .....                                                                                            | 105 |
| <b>Прищепа О.В.</b>                                                                                                                                                        |     |
| Про одну стохастичну систему з обмеженим числом повторів ....                                                                                                              | 106 |
| <b>Романчук К.Г., Стефанишин Д.В.</b>                                                                                                                                      |     |
| Моделювання надійності систем каскадного типу .....                                                                                                                        | 107 |
| <b>Семенов В.В.</b>                                                                                                                                                        |     |
| Лінійні збурення та еквівалентні перенормування .....                                                                                                                      | 109 |
| <b>Семенова Н.В., Долгополов И.Н.</b>                                                                                                                                      |     |
| Принятие оптимальных решений клинической диагностики в условиях неопределённости .....                                                                                     | 110 |
| <b>Семенова Н.В., Колєчкіна Л.М., Нагірна А.М.</b>                                                                                                                         |     |
| Знаходження парето-оптимальних розв'язків векторних задач комбінаторної оптимізації на множині поліперестановок .....                                                      | 112 |

|                                                                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Семенюк С.А.</b>                                                                                          |     |
| Асимптотика генератора процедури стохастичної апроксимації із дифузійним збуренням.....                      | 113 |
| <b>Сергієнко І.В., Лебедєв Є.О., Семенова Н.В.</b>                                                           |     |
| Оптимізація марковських систем з повторними викликами ....                                                   | 114 |
| <b>Скрипниченко В. А.</b>                                                                                    |     |
| Ринкова інноваційна інфраструктура та її розвиток в Україні .....                                            | 116 |
| <b>Соколик М.П.</b>                                                                                          |     |
| Моделювання доступності житла в Україні: фактори, оцінки на перспективу.....                                 | 117 |
| <b>Терещенко В.</b>                                                                                          |     |
| Одна стратегія розв'язання деяких задач комп'ютерної геометрії .....                                         | 119 |
| <b>Тимофієва Н.К.</b>                                                                                        |     |
| Один спосіб розпаралелювання обчислень в задачах комбінаторної оптимізації.....                              | 120 |
| <b>Усар І. Я.</b>                                                                                            |     |
| Оптимальне керування вхідним потоком в системах $M_Q/M/2/\infty$ з повторними викликами .....                | 121 |
| <b>Харченко І.І.</b>                                                                                         |     |
| Використання модифікованого генетичного алгоритму при розв'язанні задач мережевого планування.....           | 123 |
| <b>Хімка У.Т., Чабанюк Я.М.</b>                                                                              |     |
| Генератор однієї процедури знаходження максимуму в схемі усереднення.....                                    | 124 |
| <b>Чабан А.В.</b>                                                                                            |     |
| Застосування принципу Гамільтона-Остроградського для одержання рівняння трифазної лінії електропередач ..... | 125 |
| <b>Чабанюк Я.М., Білушак О.І.</b>                                                                            |     |
| Граничний генератор стрибкової еволюції в марковському середовищі .....                                      | 126 |
| <b>Черній Д.І., Головенко А.Д.</b>                                                                           |     |
| Технологія експрес-прогнозу нестационарних нелінійних аераційних та гідрологічних процесів .....             | 127 |

|                                                                                                                                                            |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Шахно С.М.</b>                                                                                                                                          |     |
| Про двокроковий ітераційний процес для розв'язування нелінійних рівнянь .....                                                                              | 129 |
| <b>Шкільняк О. С.</b>                                                                                                                                      |     |
| Композиційно-номінативні модальні та темпоральні логіки специфікації програм .....                                                                         | 130 |
| <b>Яценко В.О., Яценко О.В.</b>                                                                                                                            |     |
| Оцінка ризиків при прогнозуванні космічної погоди .....                                                                                                    | 131 |
| <b>Нікітін А.В., Галонський М.Є.</b>                                                                                                                       |     |
| Теорема існування і єдиності розв'язків систем стохастичних диференціальних рівнянь ІТО-Скорохода з Пуассоновими збуреннями у Гільбертовому просторі ..... | 132 |
| <b>Марценюк В.П., Вакуленко Д.В.</b>                                                                                                                       |     |
| Моделювання та системний аналіз процесів кісткової тканини...                                                                                              | 134 |

# THE JOINT LIMIT BEHAVIOUR OF SINGLE QUEUES AT THE NETWORK'S MODELS WITH PARALLEL STRUCTURE<sup>1</sup>

Chechelnitski A., Kasjanov A., Kucherenko O.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

[che@unicyb.kiev.ua](mailto:che@unicyb.kiev.ua)

A lot of problems in modern queueing theory are related to the limit theorems. The advances of queueing theory in this area are closely tied to the progress of the theory of diffusion processes in multidimensional spaces.

Here we will consider a pair of single server queues  $[M/M/1]^2$  with a common input flow of customers. We suppose also that customers arrive in pair from outside and queue up for service individually at the first station and at the second one. After completing server in only one station they depart the model.

We assume that sequences of interarrival times and service times form three mutually independent sequences of identically distributed random variables. The interarrival times  $I_j$  have the exponential distribution with parameter  $b$  and service times at the  $i$ th station ( $i = 1, 2$ ) have the exponential distribution with parameter  $\mu_i$ . As usual, we denote the traffic intensities by  $\rho_i = b / \mu_i$  for  $i = 1, 2$ .

**Theorem.** If conditions  $\rho_i > 1$ ,  $i = 1, 2$  hold, then the sequence of stochastic processes  $\xi_n^i(t) = n^{-1/2}(Q_i(nt) - n(b - \mu_i)t)$ ,  $Q_i(t)$  is a number of customers at the  $i$ th station ( $t \geq 0$ ), converges for any segment  $[0, T]$  in uniform metric to diffusion process  $\xi(t)$  satisfying the following equation  $d\xi(t) = Bdw(t)$ , where diffusion matrix  $B^2$  equals

$$B^2 = \begin{pmatrix} b - \mu_1 & b \\ b & b - \mu_2 \end{pmatrix}$$

## References:

1. Chechelnitski A.A., (1999) Asymptotical properties of Erlang Queueing systems with dependent Poisson input flow. Top, v.7, 221-229.

---

<sup>1</sup> Робота виконана за фінансової підтримки ДФФД України (проект №Ф25.1/094)

# THE STATIONARY DISTRIBUTIONS IN POISSONIAN TANDEM QUEUES<sup>1</sup>

Chechelnitski A., Kucherenko O.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

[che@unicyb.kiev.ua](mailto:che@unicyb.kiev.ua)

Consider a tandem queueing system  $M/M/\infty \rightarrow M/M/\infty$ . We assume that customers arrive from the bivariate Poisson input flow  $(\nu_1(t), \nu_2(t))$ . Customers from the input flow  $\nu_1(t)$  arrive for service at the first system  $M/M/\infty$ . Having completed service there, they proceed to the second system  $M/M/\infty$ , and after completing service at the second system they depart the model. Moreover the second station has its own input flow of customers  $\nu_2(t)$  which is dependent on the flow  $\nu_1(t)$ . It means that our flows  $\nu_1(t)$  and  $\nu_2(t)$  form the bivariate Poisson input flow with parameters  $\lambda_1 > 0$ ,  $\lambda_2 > 0$ ,  $b > 0$ . We assume also that the service times at the  $i$ th station ( $i = 1, 2$ ) have the exponential distribution with parameter  $\mu_i$  for  $i = 1, 2$ .

Let  $X_i(t)$  be the number of customers at the  $i$ th system ( $i = 1, 2$ ) at the moment  $t$ . Our aim is to obtain the expression for stationary distribution of the process  $(X_1(t), X_2(t))$ .

**Theorem.** The service process in the Poissonian tandem queues  $(X_1(t), X_2(t))$  has the ergodic distribution which is given by

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P\{X_1(t) = i, X_2(t) = j\} = \sum_{k=0}^{\min(i,j)} \frac{a_1^{i-k} a_2^{j-k} a_3^k}{k!(i-k)!(j-k)!} \times e^{-\{a_1+a_2+a_3\}},$$

$$\text{where } a_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} + b \frac{\mu_2}{\mu_1(\mu_1 + \mu_2)}, \quad a_2 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + b}{\mu_2}, \quad a_3 = \frac{b}{\mu_1 + \mu_2},$$

$i, j = 1, \infty$ .

## References:

1. Chechelnitski A.A., (1999) Asymptotical properties of Erlang Queueing systems with dependent Poisson input flow. Top, v.7, 221-229.

---

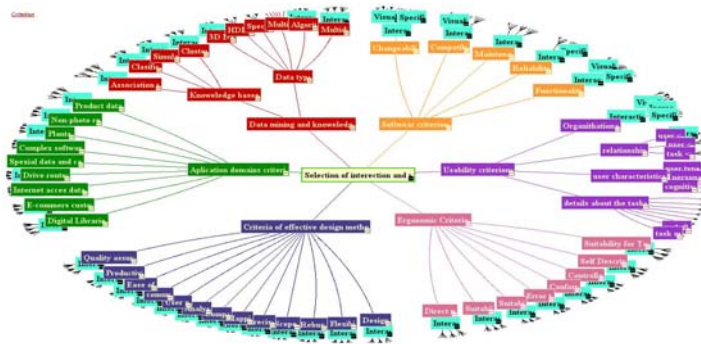
<sup>1</sup> Робота виконана за підтримки Державного фонду фундаментальних досліджень України (Проект Ф25.1/094)

**Dolenko G., Svyatoha S.**  
galinadolenko2006@yandex.ru, ssvyatoha@gmail.com

In this work we attempt to construct hierarchy decomposition of criterion for decision making support of visualization techniques selection process. Such selection is multi criterion decision making problem.

Our main goal – to select visualization techniques - is on the first level. On the second level there are 6 criterion that mainly influence on our choice:

1. Application domains criteria.
2. Data mining and knowledge discovery criterion.
3. Software criterion.
4. Usability criterion.
5. Ergonomic criterion.
6. Criteria of effective design method.



15

On the third and fourth level there are 75 sub criterion, which connected with criterion of the second level and precise them.

Then we used Inxight Star Tree Studio to display the topology of hierarchy decomposition of criterion (Fig.1).

Our proposed visual framework empowers analysts to explore selection problem along arbitrary dimensional path using hierarchical visualization techniques. Decomposition trees are generated with a few mouse click and support “speed-of-thought” analysis by revealing a multi scale view of the data. By implementing various hierarchical layouts, visual metaphors and interaction options we account for a variety of tasks, data patterns. We plan to further improve the scalability of hierarchical decomposition by applying and making algorithms for changing quantity of criterion or alternatives and doing web software realization.

**References:**

1. Keim D. Word M., Visualization. Intelligent data analysis: an introduction / editor Bertold M., - Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003
2. Reiterer H. User Interface Evaluation and Design. - Vienna: Oldenburg 1994

**ROBUST EMISSION TRADING SCHEMES UNDER  
UNCERTAINTIES**

**Y. Ermoliev, T. Ermolieva, M. Jonas, M. Makowski, G. Fischer**  
International Institute for Applied Systems Analysis, Austria

The aim of this paper is to analyze an integrated approach for joint treatment of natural and human related uncertainties and bilateral carbon emission trading. Proposed stochastic model allows to introduce explicitly the detectability of emissions to control the safety of Kyoto targets for robustness of trading schemes. The introduced scheme takes long-term perspectives on emission trading by using rational expectations. The dynamics of this scheme is driven by specific decentralized stochastic optimization procedure with different endogenous disequilibrium prices between mutually beneficial bilateral trades, but finally the system converges to cost-effective and environmentally safe global equilibrium. The safety constraints work as a discounting mechanism that discounts the reported emissions to detectable levels. This, in turn, provides incentives for participants to

reduce uncertainties before trading. The explicit introduction of emission detectability and safety constraints or(and) increasing returns of new abatement technologies may easily produce the duality gap preventing price-based trading to be environmentally safe and cost-effective scheme. The role of proposed computerized multiagent trading system is central for dealing with long-term perspectives, irreversibility and “lock-in” equilibriums. This system can be viewed as a device for decentralized collective regulation of trades.

The public property of large scale pollution makes it impossible to organize complete environmental markets with private demand for and private supply of pollution control. The monetary evaluation of environmental damage and therefore the benefits of cleaning up makes little sense. Yet, the idea of carbon trading proposed in the Kyoto Protocol is becoming increasingly popular for global climate change control. At the same time, the existence of various exogenous and endogenous inherent uncertainties raises serious concerns regarding the ability of carbon trading markets to fulfill the main purpose of the climate change control without creating world-wide irreversible socio-economic and environmental disruptions. Definitely that interests of profit oriented markets may contradict the main concerns of the Kyoto Protocol.

The Kyoto Protocol was established in 1997 under the United Nations Framework Convention on Climate Change proposed in 1992. The main objective of the Protocol is to enforce a standard of a 5.2% reduction in the global emissions of greenhouse gases (GHGs) below 1990 levels during the first commitment period from 2008-2012 to prevent dangerous anthropogenic interference with the climate system. For each country taking part, the Protocol specifies a target emission level not to be exceeded in this period. However, it also allows for emission trading. This means that each party (country, company) of the Protocol has the possibility to exceed their prescribed emission level given that another party carries out an equivalent emission reduction such that the aggregate emission level remains constant. It is assumed that parties with high emission reduction costs will buy emissions from parties with low emission reduction costs within prescribed Kyoto targets. In other words we can think of parties engaged in a bilateral emission exchange process driven by cost minimizing and environmentally safe sequential decisions without the need for a market.

In contrast, carbon trading markets, which become increasingly popular in recent years, are more similar to share markets. Parties hold a



number of permits to emit a specific amount of emissions. The total amount of permits cannot exceed a limit or a cap on the amount of carbon (or other pollutant) that can be emitted. Parties that need to increase their emissions beyond the cap must buy permits on the market according to prevailing market price. Thus, if in the bilateral emission trading scheme the exchange of emission is driven by abatement costs (e.g., their marginal values), in the carbon trading markets the exchange of emissions is driven by prevailing market prices, which are usually modeled by exogenous random processes with potential bubbles induced by speculators. Such price signals may have nothing in common with minimization of abatement costs and environmental safety constraints of participants unless they have rather specific endogenous character defined by the dual model generating dual cost-effective and environmentally safe prices. In fact, the design and even the existence of robust cost-effective and environmentally safe emission trading schemes can be derived from the availability of robust decentralized optimization procedures for underlying emission control model.

There are two principle approaches to control pollution: centralized “command-and-control” methods and decentralized market simulating schemes. If the central agency is fully informed about emissions and abatement cost functions of all parties, the primal problem of finding emission levels that meet given environmental standards in a cost-effective way is a straightforward task. It allows easily to deal with nonconvex cost functions typically encountered in long-term evaluations involving new technologies with increasing returns. The convexity of the model can also be destroyed by explicit introduction the detectability of emissions and environmental safety constraints.

If the central agency is not fully informed, then the primal model has to be solved in a decentralized manner. The bilateral emission trading scheme of Section 5 corresponds to a decentralized solution of the primal model. An alternative to this scheme may be a price-based carbon emission market simulating a decentralized solution of the dual problem. Unfortunately, the cost-effectiveness and environmental efficiency of this solution critically depend on the proper modeling of price processes, in particular, their dependencies on costs functions and environmental constraints.

There is a number of scientific challenges related to the types and origins of uncertainties (Ermoliev et al., 2000, Godal et al., 2003,

Liberman *et al.*, 2007) affecting the design of pollution control schemes.

First of all, emissions of greenhouse gases (GHGs) are not directly observable. In general, emissions can be estimated with information on GHG-emitting activities by applying specific conversion factors and from atmospheric measurements using diverse inversion models. The activities are monitored by the regulatory agency in each party and emissions are reported to the Convention Secretariat according to specific guidelines developed by the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). The accuracy of the estimated emissions depends on the quality of the monitoring system in each specific country and on the accuracy of the conversion factors used. Current estimates of the overall uncertainty of the greenhouse gases inventories produced by the countries so far show that for most of them this uncertainty is in the same order of magnitude as, if not greater than, their agreed emission reductions. Also, the ways uncertainty is quantified, represented and accounted for in decision-making have not yet been adequately reflected, neither in national inventory reports nor in the procedures for the design and approval of robust Kyoto flexible mechanisms (including emission trading schemes).

As emissions of GHGs cannot be observed perfectly, parties can underreport emissions either on purpose or because of uncertainty. Conversion factors can also be manipulated, as many of them do not apply globally. Hence the uncertainty in emission levels can be exploited strategically giving rise to unreported emissions. Yet the design of robust emission trading schemes requires the verifiability of tradable products enabling their reality. For example, carbon prices in the European Union crashed and caused instabilities in late April 2005 after the Czech Republic, Estonia, France, the Netherlands and Sweden all reported lower than anticipated emissions (Energy Business Review, May, 2006).

Apart from monitoring and measuring emissions, another essential source of uncertainties are the uncertainties of the abatement costs. The parties have no incentives to reveal information on real costs. If a permit buyer reveals his abatement cost function, the seller can use this information when bargaining on a permit price such that the buyer is worse off than he otherwise would be. Hence, parties have incentives to keep this information private and the specific costs of emission reductions may remain unknown. Besides, abatement costs may vary according to unknown in advance market conditions including

“bubbles” created by speculators. They are also subject to both industry wide and firm specific shocks, e.g., uncertainties and shocks connected with new technologies.

This talk illustrates the importance of a proper uncertainty representation which may have skewed probability distributions. In this case, the use of equal-sided uncertainty representation (as practiced by IPCC) can leave out of consideration an essential mass of potential emissions. There are available generic approaches for detecting emission changes based on potential stochastic scenarios of emission trends (an overview of alternative approaches is available in Lieberman et al., 2007). Contrary to these, we propose a stochastic detection model which allows to represent asymmetric distributions of both human related uncertainties and uncertainties associated with the natural variability of emissions. As a result, this allows us to introduce appropriate risk measures to control the safety of Kyoto targets. This type of safety constraints is typical for pollution control, financial applications, stability regulations in the insurance industry and catastrophic risks management (Ermolieva *et. al.*, 2005). In a sense, these constraints work as a discounting mechanism which discounts the reported emissions to detectable levels overshooting uncertainty within a specified safety levels, i.e., portion of detectable emission changes.

Since the concept of safety constraints discounts emission changes to detectable levels, this provides incentives to reduce uncertainty before trading. This significantly affects the trade equilibrium state, i.e., this state cannot be achieved without explicit introduction of the detectability and the safety constraints. In contrast to “black-and-white” uncertainties characterized by equal-sided intervals (see overview in Lieberman et al., 2007), the proposed stochastic model aims to reduce underestimating and overestimating costs by using additional information on likelihoods of uncertainties which can be characterized by precise or/and imprecise probabilities and sets of potential scenarios.

The proposed sequential bilateral trading schemes are based on stochastic decomposition methods. The trade at each step takes place towards minimization of safety-adjusted costs of meeting parties. This generates disequilibrium random prices which are endogenously driven towards the cost-effective and environmentally safe equilibrium price. The proof of the convergence can be used for the feasibility analyses of alternative schemes. Other trading schemes, especially based on exogenous price processes may not guarantee the cost-effectiveness and

environmental safety. In particular, explicit introduction of the detectability of emission changes and safety regulations may easily destroy the duality of emission trading model with dramatic consequences on the ability of price-based trading schemes to achieve cost-effective and environmentally safe solutions.

The main concern of this talk is also the irreversibility of investments and other decisions, which may follow emission trades. In order to avoid this, we outline a computerized Multi-Agent Trading System (MATS) for stable and fair functioning of proposed emission trading scheme. We also analyze path-dependencies of trading schemes relying on instantaneous observable markets situations.

#### References

1. Energy Business Review (2006): Volatility the only certainty in EU carbon market. Available at: [http://www.energy-business-review.com/article\\_feature.asp?guid=FD09D7CA-3EFC-4229-BA86-1D968025DF5B](http://www.energy-business-review.com/article_feature.asp?guid=FD09D7CA-3EFC-4229-BA86-1D968025DF5B))
2. Ermolieva, T., Y. Ermoliev (2005): Catastrophic Risk Management: Flood and Seismic Risks Case Studies. In: *Applications of Stochastic Programming* [S. W. Wallace and W. T. Ziemba (eds.)]. MPS-SIAM Series on Optimization, Philadelphia, PA, USA.
3. Ermoliev, Y., M. Michalevich and A. Nentjes (2000): Markets for tradeable emission and ambient permits: A dynamic approach. *Environ. Res. Econ.* **15**, 39–56.
4. Ermoliev, Y., R. Wets (eds.). 1988. Numerical techniques of stochastic optimization. Computational Mathematics, Berlin, Springer Verlag.
5. Godal, O., Y. Ermoliev, G. Klassen and M. Obersteiner (2003): Carbon trading with imperfectly observable emissions. *Environ. Res. Econ.* **25**, 151–169.
6. Lieberman, D., M. Jonas, Z. Nahorski and S. Nilsson (2007): *Accounting for Climate Change: Uncertainty in Greenhouse Gas Inventories—Verification, Compliance, and Trading*. Springer, Berlin, Germany. Available (as of 3 September 2007) at: [http://www.springer.com/west/home/environment/air?SGWID=4-199-22-173719021-0\(cf](http://www.springer.com/west/home/environment/air?SGWID=4-199-22-173719021-0(cf)  
<http://www.ibspan.waw.pl/GHGUncert2004/schedule.htm> for initial short-paper contributions).

## **DECISIONS MAKING UNDER RISKS AND UNCERTAINTIES IN AGRICULTURE**

**Günther Fischer<sup>1</sup> Tatiana Ermolieva<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Int. Inst. for Applied Systems Analysis, Austria,  
**fisher@iiasa.ac.at**

<sup>2</sup> Int. Inst. for Applied Systems Analysis, Austria,  
**ermol@iiasa.ac.at**

As noted by Nobel laureate J. Stiglitz, risks in agriculture play a tremendous role. Nevertheless, usual approaches to decision making and planning agricultural production do not include explicit treatment of uncertainties and measures for sharing the risks by stakeholders. One wonders how these approaches can advise real-world agricultural planners to effectively cope with risks affecting production and resource allocation.

Many factors, including economic growth and industrialization alter the structure and mode of operation of agricultural production systems. In particular, these trends promote agricultural systems geared towards making use of economies of scale to produce the highest output at the lowest cost. This has led to production specialization and allocation of resources to large farmers favoring input-intensive monocropping. The intensification increased environmental pollution, caused marginalization of smallholder farms, decreased rural welfare and triggered abandonment of land and migration of rural population to cities. In addition, risks to agricultural producers are further exacerbated by climate change and variability, as well as market distortions and instabilities.

This paper aims to demonstrate the need for adequate accounting of risks and uncertainties to achieve robust planning in agriculture. The methodological emphasis is on the development of an integrated modeling framework under risks and uncertainties, which would permit to account for multiple dependencies and linkages of factors such as demand, supply, and resource availability, at various spatio-temporal scales and would reflect the goals and constraints of stakeholders. The proposed risk-adjusted approaches to planning agricultural production emphasize the cooperation and risk sharing among diverse producers and products.

# THE NUMERICAL ANALYSIS OF THE ELLIPTIC PROBLEM BY THE SEMIREGULAR FINITE ELEMENTS

**Hoderova, J.**

Institute of Mathematics  
Faculty of Mechanical Engineering  
Brno University of Technology  
**hoderova@fme.vutbr.cz**

We solved some elliptic problem for the case of a bounded domain  $\Omega$  whose boundary  $\partial\Omega$  consists of two circles  $\Gamma_1, \Gamma_2$  of the same centre  $S_0$ . These circles have the radii  $R_1, R_2=R_1+\rho$ , where  $\rho$  is much less than  $R_1$ .

By the finite element analysis we solve the variational problem which is formally equivalent to a two-dimensional nonlinear elliptic boundary value problem with mixed nonhomogeneous boundary conditions (i.e., on a part  $\Gamma_1$  of the boundary  $\partial\Omega$  the boundary condition of the Dirichlet type is prescribed and on the remaining part  $\Gamma_2=\partial\Omega \setminus \Gamma_1$  the boundary condition of the Neumann type is prescribed).

An elliptic problem given on such a domain has many practical applications (let us mention the air-crevice between a rotor and stator in an electromachine, or the cartilage between a joint and hip).

The finite element analysis of this problem is restricted to the case of semiregular triangular finite elements with polynomials of the first degree, which are uniquely determined by function values at the vertices of a triangle. The numerical results are compared with results of the theory and there is a good correspondence.

## References

1. Ciarlet, P. G.: The Finite Element Method for Elliptic Problems. Amsterdam: North-Holland, 1978.
2. Feistauer, M., Zenisek, A.: Finite element solution of nonlinear elliptic problems. Numer. Math. 50 (1987), 451--475.
3. Necas, J.: Les Methodes Directes en Theorie des Equations Elliptiques. Academia-Masson, Prague-Paris, 1967.
4. Zenisek, A.: The maximum angle condition in the finite element method for monotone problems with applications in magnetostatics. Numer. Math. 71 (1995), 399--417.
5. Zenisek, A.: Finite element variational crimes in the case of semiregular elements. Applications of Math. 41 (1996), 367--398.
6. Zlamal, M.: On the finite element method. Numer. Math. 12 (1968), 394--409.

**ASYMPTOTIC EXPANSIONS FOR THE MOMENTS OF THE  
RENEWAL REWARD PROCESS WITH A NORMALLY  
DISTRIBUTED INTERFERENCE OF CHANCE**

**T.A. Khaniyev<sup>\*a,b</sup>, N. Fescioglu-Unver<sup>a</sup>, Z.I. Mammadova<sup>c</sup>**

<sup>a</sup>TOBB University of Economics and Technology, Faculty of  
Engineering ,

Department of Industrial Engineering, 06560, Ankara, Turkey.

<sup>b</sup>Azerbaijan National Academy of Sciences, Institute of Cybernetics,  
F.Agaev street 9, Az 1141, Baku, Azerbaijan

<sup>c</sup>Karadeniz Technical University, Faculty of Arts and Sciences,  
Department of Mathematics, 61080, Trabzon, Turkey.

**tahirkhaniyev@etu.edu.tr; khaniyevtahir@yahoo.com**

The stock control model considered in this study will be expressed as follows:

It is assumed that initially the stock level is at  $z \geq 0$ . At random times  $T_n = \sum_{i=1}^n \xi_i, n \geq 1$ , the system can be at the states  $z - S_n, S_n = \sum_{i=1}^n \eta_i$  where  $\xi_i$  and  $\eta_i$  are independent and identically distributed positive valued random variables; such that,  $\xi_i$ s are the time between two successive demands and  $\eta_i$ s are the amount of the demands. It is known that the variation of such systems is expressed by renewal reward process  $X(t)$  (see [1]-[7]). The process  $X(t)$  changes in this way until the stock level reaches the control level 0. When the stock level reaches the control level 0, the variation of the process is interfered. As a result of this interference, the system comes to a random state  $\zeta_1$  after a time period of  $\theta_1$  and consequently the first period is completed. After this interference the process  $X(t)$  continues to change similar to the way it changed in the previous period. The investigation of the steady state characteristics of the process  $X(t)$  has theoretical and practical importance. It is known that these characteristics are expressed in terms of the characteristics of the random variables  $\xi_1, \eta_1, \theta_1$  and  $\zeta_1$ . However when the distribution of the random variable  $\zeta_1$  is selected from a wide class of distributions the formulas obtained have very complex mathematical structures. Because of this reason it is not practical to use these formulas in various applications. In order to

eliminate this problem, we need to investigate specific interference types. In this study the variable  $\xi_1$ , which expresses the interference, is assumed to have a normal distribution with parameters  $(a, \sigma^2)$  restricted to the interval  $(0, \infty)$ . In this study, using this assumption, it is proved that the process  $X(t)$  is ergodic. Furthermore, the exact and approximate expressions for the  $n^{\text{th}}$  order moments of the ergodic distribution of this process are obtained. Let's introduce the following notations in order to formulate the main result in this study:

$$E(X^n) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} E(X(t))^n, n = 1, 2, \dots; K \equiv \frac{E(\theta_1)}{E(\xi_1)};$$

$$m_k = E(\eta_1^k), k = 1, 2, 3.$$

Now, let's formulate the main results of this study in the form of the following theorems:

**Theorem 1.** Let the initial sequence of the random variables  $\{\xi_n, \eta_n, \theta_n, \zeta_n\}$ ,  $n \geq 1$ , satisfy the following supplementary conditions: i)  $0 < E(\xi_1) < \infty$ ; ii)  $0 < E(\theta_1) < \infty$ ; iii)  $E(\eta_1) > 0$ ; iv)  $\eta_1$  is non-arithmetic random variable.

Then the process  $X(t)$  is ergodic and the exact expressions for the  $n^{\text{th}}$  order moments  $(E(X^n))$  of the ergodic distribution of this process can be represented as follows:

$$E(X^n) = \frac{nE(U_n(\zeta_1))}{K + E(U_\eta(\zeta_1))}, n = 1, 2, \dots$$

Here  $U_n(z) \equiv z^{n-1} * U_\eta(z) \equiv \int_0^z x^{n-1} U_\eta(z-x) dx$  and  $U_\eta(z)$  is the renewal function generated by the sequence of the random variables  $\{\eta_i\}, i = 1, 2, \dots$

**Theorem 2.** Suppose that the condition  $E(\eta_1^3) < +\infty$  holds in addition to the assumptions of the Theorem 1. Then, the asymptotic expressions with three terms for the  $n^{\text{th}}$  order moments of the ergodic distribution of the process  $X(t)$  can be written as follows, when  $a \rightarrow \infty$ :



$$E(X^n) = \frac{a^n}{n+1} + A_n a^{n-1} + (C_n - A_n B_n) a^{n-2} + o(a^{n-2}), n = 1, 2, \dots$$

where

$$A_n = \frac{nm_2 - 2Km_1^2}{2(n+1)m_1}; \quad B_n = \frac{m_2 + 2Km_1^2}{m_1}; \quad C_n = \frac{n[3m_2^2 - 2m_3m_1 + 6m_1^2\sigma^2]}{2m_1^2}.$$

### References

1. Brown M., Solomon, H. A., (1975), "Second-order approximation for the variance of a renewal-reward process", *Stochastic Processes and Their Applications*, 3, 301-314.
2. Feller W., (1971), *Introduction to Probability Theory and Its Applications*, II, J. Wiley, New York.
3. Khaniev T. A., Ozdemir H., Maden S., (1998), "Calculating the probability characteristics of a boundary functional of a semi-continuous random process with reflecting and delaying screens", *Applied Stochastic Models and Data Analysis*, 14, 117-123.
4. Khaniev T. A., Unver I., Maden S., (2001), "On the semi-Markovian random walk with two reflecting barriers", *Stochastic Analysis and Applications*, 19, 5, 799-819.
5. Khaniev T. A., Kucuk Z., (2004), "Asymptotic expansions for the moments of the Gaussian random walk with two barriers", *Statistics & Probability Letters*, 69, 1, 91-103.
6. Khaniyev T. A., Mammadova Z., (2006), "On the stationary characteristics of the extended model of type (s,S) with Gaussian distribution of summands", *J. Statistical Computation and Simulation*, 76, 10, 861-874.
7. Khaniyev T. A., Kesemen T., Aliyev R., A.Kokangul, (2008), "Asymptotic expansions for the moments of a semi-Markovian random walk with exponential distributed interference of chance", *Statistics & Probability Letters*, 78, 6, 785-793.

**A PREDICTION PROBLEM FOR THE GENERALIZED  
HOMOGENEOUS RANDOM FIELDS**  
**S.M. Krasnitskij and N. Yu. Shchestyuk**  
**natalyshch@gmail.com**

Traditional methods of optimal linear prediction require knowing the covariance structure of the random fields. When the covariance structure is unknown then is to estimate usually this covariance structure using the same data that will be used for the prediction. Then traditional estimation method is applied provided that the estimated or selected the covariance structure are the true one. Unfortunately the properties of estimations based on estimated or selected the covariance structure are not well understood and it is common practice to ignore the effect of the uncertainty in the covariance structure. Michael L. Stein in his monograph [1] has developed the mathematical tools that are necessary to provide a satisfactory theory of prediction when the covariance structure is at least partially unknown. The monograph [1] represents the connections between the behavior of semivariograms at the origin, the asymptotic properties of predictors and the equivalence and orthogonality of Gaussian measures. But in some areas of application a random field for prediction may be generalized one. The main goal in this paper is to develop proposed by M. Stein mathematical theory of prediction for generalized homogeneous random field [2].

**References**

1. Michael L. Stein Interpolation of Spatial Data: Some theory for kriging, Springer-Verlag New York, 1999, P.243.
2. Краснитський С. М. Про необхідні та достатні умови еквівалентності та ортогональності ймовірносних мір, що відповідають узагальненим однорідним випадковим полям із спектральними щільностями // Кібернетика і системний аналіз. – 1997. №9, С.36–44.
3. Moklyachuk M.P., Shchestyuk N.Yu. Robust estimates of functionals of homogeneous random fields // Theory of Stochastic Processes. – Vol. 10 (26), no.1–2, 2004, P.196–209.

# **THE IDENTIFIATION OF THE ROLE OF GENES VARIANTS IN PEDIATRIC PATIENTS WITH SEPSIS BY MEANS OF GLM**

**Michálek, J.<sup>1</sup>, Michálek, J. jun.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>University of Defence, Brno, Czech Republic,  
**michalek@fme.vutbr.cz**

<sup>2</sup>University Hospital Brno, 1-st Department of Pediatrics,  
Brno, Czech Republic  
**jmichalek@fnbrno.cz**

In the contribution the application of the generalized linear model (GLM) will be used to evaluate the influence of different genes variants on the level of septic states of pediatric patients. The main attention will be paid to the experimental design and to the choice of the best submodel. The calculation of the power of the used statistical tests will be the crucial point of the performed statistical analysis.

## **References:**

1. Fahrmeir, L., Tutz, G.: Multivariate Statistical Modelling Based on Generalized Linear Models. New York: Springer - Verlag, 1994.
2. Hrdličková, Z., Michálek, J.: Application of Power Analysis in MGLM in Experiment Planning. Proceedings of 17th Summer School in Biometrics, ÚKZÚK Brno, p.151-158, 2006 (in Czech).
3. Hrdličková, Z.: Multivariate Generalized Linear Models. Dissertation, PŘF MU, Brno, 142 p. 2006. (in Czech)
4. Michálek, J., Světlíková, P., Fedora, P., Klimovi, M., Klapáčová, L., Bartošová, D., Hrstková, H., Hubáček, J. A. : Bactericidal permeability increasing protein gene variants in children with sepsis. Accepted in Intensive Care Medicine 2006.
5. Světlíková, P., Fornůsek, M., Fedora, M., Klapáčová, L., Bartošová, D., Hrstková, H., Klimovič, M., Novotná, E., Hubáček J.A. and Michálek, J. Sepsis Characteristics in Children with Sepsis. Česko-Slovenska Pediatrie, 59, 2004, p. 632-636.(In Czech abstract in English)

# **GRAPHICAL MODELS FOR MULTIDIMENSIONAL CONTINGENCY TABLES WITH APPLICATION IN MEDICINE**

**Michálek, J.<sup>1</sup>, Michálek, J. jun.<sup>2</sup> and Šmerek, M.<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>University of Defence, Brno, Czech Republic,  
**michalek@fme.vutbr.cz**

<sup>2</sup>University Hospital Brno, 1-st Department of Pediatrics,  
Brno, Czech Republic  
**jmichalek@fnbrno.cz**

<sup>3</sup>University of Defence, Brno, Czech Republic,  
**smerek@post.cz**

Association patterns among categorical variables can be described by loglinear models. With the loglinear approach, the cell counts in a multidimensional contingency table can be modeled in terms of association among variables. The submodels of the class of loglinear models which are often studied are hierarchical models and their submodels called decomposable models and graphical models. The advantage of decomposable models is that they have direct maximum likelihood estimates of cell probabilities and can be interpreted in terms of conditional independence, independence, or equiprobability. The advantage of graphical models is that the association pattern among variables is visualized graphically or in other words the multidimensional contingency table is represented by a graph which enables easier interpretation of studied table. The class of graphical models contains the family of decomposable models.

In the contribution the class of graphical models will be introduced and its properties will be shown. Then the graphical model will be used to identify the association among the gene variants in pediatric patients with sepsis. The model enables to compare the association structure of pediatric patients with healthy group of persons. The result is the different association structure of genes variants in the healthy group and in the group of pediatric patients with sepsis.

The data set contains 580 pediatric patients of the University Hospital Brno, Czech Republic who participated in the research project of the Grant Agency of the Czech Republic GACR No. 301/03/D196.

# SERIES EXPANSION OF STOCHASTIC PROCESSES FOR MODEL CONSTRUCTION

Rozora I.

Kyiv National Taras Shevchenko University

irozora@bigmir.net

One of important problems of the theory of stochastic processes is mathematical model construction of stochastic processes and the study of its properties. Many methods of stochastic simulation are investigated to date. The simulation of stochastic processes is applied in different branches of nature and social sciences: sociology, oceanology, engineering, financial and actuarial mathematics and etc.

Let  $(\Omega, F, P)$  be a probability space and  $T$  be a parametric set. A centered second-order stochastic process  $X = \{X(t), t \in T\}$  is considered. Under  $R(t, s)$  define a correlation function of  $X(t)$ .

Let  $(\Lambda, B_\Lambda, \mu)$  be a measurable space with  $\sigma$ -additive measure  $\mu$ .

The following theorem holds true.

**Theorem 1.** Let  $f(t, \lambda)$ ,  $t \in T$ , belong to  $L_2(\Lambda, \mu)$  and a family of functions  $g_k(\lambda)$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ , be an orthonormal basis in  $L_2(\Lambda, \mu)$ .

Then the correlation function  $R(t, s)$  has the representation as

$$R(t, s) = \int_{\Lambda} f(t, \lambda) \overline{f(s, \lambda)} d\mu(\lambda)$$

if and only if the process  $X(t)$  is represented as

$$X(t) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} a_k(t) \xi_k, \quad (1)$$

where  $a_k(t) = \int_{\Lambda} f(t, \lambda) \overline{g_k(\lambda)} d\mu(\lambda)$ ,  $\xi_k$  are centered non-correlated random variables,  $E \xi_k^2 = 1$ .

If in theorem 1 the process  $X(t)$  is Gaussian then  $\xi_k, k \in \mathbf{Z}$ , are independent Gaussian random variables.

The expansion (1) can be used for model construction of stochastic processes in different functional space with given accuracy

and reliability.

Let  $X(t) = \sum_{k=0}^{\infty} z_k(t) \xi_k$ , be Gaussian stochastic process,  $\xi_k$  are independent centered Gaussian random variables with variance 1.

**Definition 1.** A process  $X_N(t)$  is called a model of the process  $X(t)$  if

$$X_N(t) = \sum_{k=0}^N z_k(t) \xi_k.$$

Let  $\|\cdot\|$  be a norm in some functional space.

**Definition 2.** The model  $X_N(t)$  approximates stochastic process  $X(t)$  with given accuracy  $\delta > 0$  and reliability  $1 - \nu$ ,  $\nu \in (0, 1)$ ,

$$P\{\|X_N(t) - X(t)\| > \delta\} \leq \nu. \quad (2)$$

To construct the model with given accuracy and reliability in given Banach space it's necessary to find a such  $N$  for which the inequality (2) is fulfilled.

#### **References**

- 1 Buldygin, V. V. and Kozachenko, Yu. V. *Metric Characterization of Random Variables and Random Processes*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2000.
- 2 Kozachenko Yu.V, Rozora I.V. and Turchyn Ye.V. On an expansion of random processes in series// Random operators and Stochastic Equations, Vol.15, 2007, p. 15-33.

**ESTIMATION ALGORITHMS WITH SPLITTED STRUCTURES  
FOR NONSTATIONARY PARAMETERS  
OF SYSTEMS UNDER UNCERTAINTIES**

**Alexander S. Slabospitsky**

Taras Shevchenko National University of Kiev  
**sl@univ.kiev.ua**

The construction of more effective on-line estimation procedures of slowly time-varying parameter for linear and nonlinear dynamic systems under uncertainties is considered. Algorithms are suggested for objects with special structures when each  $j$ -th state equation has its own unknown nonstationary parameter vector  $\alpha_j$ . This assumption enables building splitted estimation procedures of above-mentioned systems.

In nonlinear case this problem is considered for object when  $j$ -th state equation has form

$$x_j(k+1) = f_j^T(x(k), u(k), k)\alpha_j + g_j(x(k), u(k), k) + \xi_j(k), \quad j = \overline{1, n}, k \in N, \quad (1)$$

where  $x(k)$ ,  $\xi(k) \in R^n$ ,  $u(k)$  are state, error and control vectors accordingly, vector functions  $f_j(x(k), u(k), k)$ ,  $g_j(x(k), u(k), k)$  are given.

Proposed algorithms are based on least squares estimates  $\alpha_j(N)$  with variable forgetting factor  $\lambda_j(i)$  ( $\lambda_j(i) \in (0, 1], \forall i$ ) for nonstationary parameter vectors  $\alpha_j$  which are obtained as

$$\alpha_j(N) = \arg \min_{\alpha_j} Q_j(\alpha_j, N), \quad j = \overline{1, n},$$

where  $Q_j(\alpha_j, N) = \sum_{k=1}^N w_j(k, N) \xi_j^2(k)$ , weight coefficients

$$w_j(N, N) = 1; \quad w_j(k, N) = \prod_{i=k}^{N-1} \lambda_j(i), \quad \text{if } k = \overline{1, N-1}.$$

The corresponding splitted recursive procedures for estimates  $\alpha_j(N)$  by least squares method with variable forgetting factor and for weighted residual sums of squares

$q_j(N) = Q_j(\alpha_j(N), N)$ ,  $(j = \overline{1, n})$  are derived for nonlinear and linear systems under uncertainties with time-varying parameters  $\alpha_j$ .

## METHOD OF COMPARISON OF VARIANTS WITH TAKING ACCOUNT OF RISKS OF LOST OPPORTUNITIES

**Dmytro V. Stefanyshyn**

The International University of Economics and Humanities  
named after academician Stepan Demianchuk, Rivne, Ukraine  
**dvstefanyshyn@yahoo.com**

Formal approaches to decision making problem under uncertainty assume application of risk assessment techniques, where risk is used as a tool to overcome data uncertainty and to reach an acceptable decision which could be considered as the optimal one subject to situation occurring (“environment conditions”).

In case of a finite amount of acceptable alternatives the given decision making problem may be reduced to comparison of variants for choice the best alternative among available ones.

The optimal decision  $d_{opt}$  will be searched for according to such common principle:

$$d_{opt} = \{a_{i,opt} \mid a_{i,opt} \in A \wedge r_{i,opt} = \min(r_{tot,i})\}, i = \overline{0, n}, \quad (1)$$

where  $A = \{a_i\}$  is a set of acceptable variants,  $l_0 < \dots < l_i < \dots < l_n$ ;  $n$  is a number of alternatives;  $r_{tot,i}$  is a total risk inherent to a variant  $a_i$ ;  $a_0$  is a “no action option” variant (“zero” alternative),  $l_0 = l_{\min}$  (or  $= 0$ ).

Let total risks  $r_{tot,i}$  inherent to an acceptable variant  $a_i$ , provided being of alternatives  $a_j$ ,  $j = \overline{0, n}$ ,  $j \neq i$ , be expressed and estimated as linear combinations of a proper (system) risk component  $l_i$ , relating to cost losses of the variant  $a_i$  (investments, transaction costs, damages etc.) and components of risk of lost opportunities  $g_j$  (nonsystematic risks), originating due to refusal possible benefits of  $a_j$ , that is [1, 2]:

$$r_{tot,i} = r_{i,j} = l_i + g_j; i, j = \overline{0, n}, j \neq i. \quad (2)$$

Risk  $r_{i,j}$  may be interpreted as risk of variant  $a_i$  provided



decision maker refuses variant  $a_j$ ,  $j \neq i$ .

According to (2) there are  $m = n - 1$  total risk estimations  $r_{tot,i}$  evaluated as  $r_{i,j}$  depending on number of alternatives to variant  $a_i$ . The decision table  $\|r_{tot,i}\|$  reduces to  $n$  lines (See fig. 1), where each of variants  $a_i$ ,  $i = \overline{0, n}$ , gets  $n - 1$  of results  $r_{i,j}$ ,  $i, j = \overline{0, n}$ ,  $i \neq j$ , that characterize consequences of choice of the variant  $a_i$  with taking account of risks of lost opportunities

|       |           |     |       |           |     |     |           |
|-------|-----------|-----|-------|-----------|-----|-----|-----------|
|       | $a_0$     | ... | $a_i$ | $a_j$     | ... | ... | $a_n$     |
| ...   | ...       | ... | ...   | ...       | ... | ... | ...       |
| $a_i$ | $r_{i,0}$ | ... | —     | $r_{i,j}$ | ... | ... | $r_{i,n}$ |
| ...   | ...       | ... | ...   | ...       | ... | ... | ...       |

Fig. 1. The line of estimating functions of the variant  $a_i$

Model of total risk (2) connected with choice of the best variant according the principle (1) under decision making gives possibility to operate as losing effects and profitable effects characterizing variants under comparison with taking account of psychological position of decision maker. This position depends on decision maker's attitude to  $g_j$  components of total risk as nonsystematic risk components (in other words risks of lost opportunities) of each of variant under comparison. Thus paying attention to components of risks of lost opportunities (nonsystematic risks) decision maker acts more optimistic way.

#### References

1. Dmytro V. Stefanyshyn. About comparison of perspective variants of development of the hydraulic power engineering in Russia with taking account of risks of lost opportunities // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2008). Abstracts of Int. Conference. Kyiv-Rivne, Ukraine, May 12-17, 2008. P.P. 39-41.
2. Dmytro V. Stefanyshyn, Dmitry A. Ivashintsov. Some results of comparison of two strategic variants of development of the hydraulic power engineering in Russia with taking account of risks of lost opportunities // Proc. of Int. Scientific School "Modeling and Analysis of Safety and Risk in Complex Systems". June 24-28, 2008. Saint-Petersburg, Russia. P.P. 184-189.

**ELABORATION OF THE DISTANCE COURSES FROM  
APPLIED STATISTICS WITH USING SYSTEM DISTANCE  
LEARNING “PROMETHEUS”**

**N.M.Tovmachenko, O.Kurbatov, O.V.Lukovich, I.M.Sichkar**

State Academy of Statistics, Accounting and Audit of the State  
Committee of Statistics of Ukraine,

Kyiv National University of Taras Shevchenko

**[prometey@dasoa.edu.ua](mailto:prometey@dasoa.edu.ua)**

Conception of the distance learning of the State Academy of Statistics, Accounting and Audit of the State Committee of Ukraine is based on implementation of normative documents of Department of Education and Science of Ukraine. Academy is- base higher educational establishment (HEE), that prepares specialists for statistical services of Ukraine, has the system of the separated subsections (branches, colleges, educational-consultative centers) ramified on Ukraine, and also carries out scientific researches. Necessity of development of new technologies of education at the ramified network and difficult educational-scientific structure needed simple in administration, but the educational platform of the system of the distance learning directed on the stream of many thousands of students. In addition, the system distance learning (SDL) must not require in relation to technical vehicle requirements and infrastructure of decorated a pattern. SDL “PROMETHEUS” is used in many HEE both abroad (Moscow Economic Statistical Institute, Federal Service of State Statistics of Russia) and on Ukraine (in the National Academy of Government Tax Service of Ukraine, and other HEE). After an acquaintance with experience of leading HEE of Ukraine a choice was done in behalf of SDL “PROMETHEUS” a version 4.2[<http://www.prometeus.ru>]. SDL “PROMETHEUS” allows to create the multimedia distance courses (DC) which can spread and on compact-disk, provides possibilities of distance learning and testing of listeners, and also has necessary facilities for the management of educational establishment virtual activity (it is important to underline that every version of SDL “Prometheus” passes localization Ukrainian).

On implementation of orders Department of Education and Science of Ukraine in relation to legalization of software and fight against illegal use, Academy has the licensed software SPSS and on SDL “PROMETHEUS” that is actual in connection with tacking of Ukraine to Bolony process. There are next components of software

product for SDL: methods of development of authoring educational tools; control the system by studies - Learning Management System (LMS); the system of exchange information between the participants of educational process; delivery of educational content system (as a rule web site). In the use of standards of exchange educational materials there are following advantages: expansion of market of services and acceleration of development; decline of prime price of .

PSP SPSS [<http://www.spss.com>] is appointed in the first turn for statistics-professionals, because has enough vehicle of statistical analysis, compared for from SAS [<http://www.sas.com>]. The variant of package of SPSS has the developed input language of unprocedural type, wide possibilities in the area of management and presentation of information that are complemented a flexible interface from SUBD. There is specialized subsystem of SPSS/Graphics for support of the plotted output. SPSS is the acknowledged educational setting software for educational establishments of European community, and what acquisition of license is also actual in connection with tacking of Ukraine to Bolony agreement. Acquisition Academy of academic license on use of the English version of SPSS allows to e the front-rank methods of information and of communication technologies in an educational process. SPSS is d by us for of DC from the applied and social statistics, analysis of data, ekonometrika, sample researchs, actuarial mathematics, creation of the script-programms.

In the environment of package for statistical analysis of data of SPSS students on the examples of the real researches meet with the management of data, calculation and interpretation of descriptive, statistics, by generalization of primitive experimental information by application of them statistical treatment, by the construction of variance, regression, discriminant, factor models, by the statistical analysis of time raws of different type, formulation and verification of statistical hypotheses, by the methods of graphic and presentation of results an analysis, at preparation of reports and presentations, and practical lessons enable to get skills of t work. SPSS provides work on all of the stages of analytical process and enables a researcher to intercommunications and tendencies, results for acceptance of optimum and decisions.

DC from the applied statistics exhaust after a method teaching on the daily form of studies and done for the lead through of employments with the Internet/Intranet. Use of SPSS allows to heave up teachers, ,

graduate students and students, on a high-quality new level the lead through of scientific researches after speciality the applied statistics. In particular, DC "Statistical analysis and forecast of time rows" consists of the followings modules: smoothing of time rows; models of ARPS; seasonal models; models of multivariate regression; models of the exponential smoothing; transmission functions of frequency and descriptive statistics; application of models of time rows; forecast of time series rows. DC "Statistical methods of samples research" consists of the following modules: basic determinations of methods of samples research; process of forming of samples; construction of plan of selection; collection of information is for forming of selection; connection of answers after a selection and forming of selective weights; frequencies and descriptive statistics; statistical analysis of cross tables; construction of estimations of relations; construction of estimations of parameters and their confidence intervals for a general aggregate.

Academy – base department HEE, that carries out preparation, retraining and in-plant training, after specialities the applied statistics, economic cybernetics, accounting and audit, finances and credit, and prepares specialists for establishments and organizations of the Statutory broker of statistics, Ministry of finance, Government tax service, State treasury, Government control-revision service, auditing firms, state participating and commercial banks and other subjects of entrepreneurial activity. Experience of the use of facilities of the distance learning is in the conditions of HEE to the terms, which answer the requirement of Bolony process proves that the construction of DC allows to unify material which is out and to listener without a direct contact, and also the format of the controlled from distance learning for the in-plant of shots of enterprises training without tearing away from a production. DC are worked off after the method of teaching on the extra-mural form of studies and redone for the lead through of employments with the Internet/Intranet.

## BILINEAR CONTROL SYSTEMS.

Vynogradskaya A. V.

Scientific fund of scientists and specialists in molecular cybernetics and informatics.

rishin@kv.ukrtel.net

Here we examine bilinear control systems with square performance criterion. Optimal control that transfers bilinear system from the initial state into given final state and minimizes the functional of quality according to Pontryagin's principle of maximum leads to so called two-point boundary problem for direct and conjugate variable. To solve the problem we must reconstruct group of Lee, that is parametrized by components of the vector of initial states of direct and conjugate system, that commute on the force Brockett's equation [1]. In the basis coordinated with the structure of algebra of Lee, the equation for the commutator [2] have the form of generalized Euler's equation. Corresponding group of transformation forms the group of  $SO(n)$  rotations of  $n$ -dimensional space. It is possible to reconstruct the group whether by using structural constants that leads to a necessity of solution of two Koshi's problems, or using the infinitesimal operators [3]. In the second case it is essential to resolve the second problem of Koshi. If the group is compact the optimal control has global character. For Hamilton's bilinear systems the role of commutator for a direct and conjugate variables is carried out by Poisson's bracket. Hamiltonian in that case has the form  $H = \sum_{\mu} H_{\mu} u_{\mu}(t)$ , where  $u_{\mu}(t)$  - control

functions,  $H_{\mu}$  - partial Hamiltonians. So the problem of optimal control of the ensemble of is quite analogical. Mechanical variables are considered as operators, that are given by Poisson's brackets. Multivariate sphere is the orbit of the group of controllable motion of the ensemble.

### References

1. Brockett R.U. Algebras of Lee and Lee groups in the Control Theory. Mathematical methods in the theory of systems. Mir, Moscow -1979, p.327.
2. Vinogradskaya A.V. Two-Point Boundary Optimization Problem for Bilinear Control Systems. Reports of the National Academy of Ukraine, №6, 1995, p.71- 73. Series of Cybernetics.
3. Vynogradskaya A.V. Infinitesimal operators in the theory of control of bilinear systems. Journal of Calculated and Applied Mathematics, №1(87), 2002, p.95-101.

**МОДЕЛІ АНАЛІЗУ, ПРОГНОЗУВАННЯ ТА ПІДТРИМКИ  
ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЩО ДО КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСАМИ  
ПІДТОПЛЕННЯ ТЕРИТОРІЙ**

**Акіменко В.В., Наконечний О.Г., Митрохін С.О.**

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

**akvv@unjcyb.kiev.ua**

Аналіз дій системного аналітика та інженерно-технічного персоналу на етапі формування комплексної оцінки стану екологічної системи та залучення сучасних методів комп'ютерної підтримки прийняття рішень що до керування складними системами в умовах невизначеності дозволили побудувати модель прийняття рішень з формування комплексної оцінки стану системи підтоплення міських територій та селищ:

$$S(u, t) = \{D_{SS}(u, t), D_{DS}(u, t), D_{SN}(u, t), D_{DN}(u, t), \check{P}_{Q_n}(u, t), \\ \hat{P}_{Q_n}(u, t), \check{P}_{L_m}(u, t), \hat{P}_{L_m}(u, t), \check{K}_{Q_n}(u, t), \hat{K}_{Q_n}(u, t), \\ \check{K}_{L_m}(u, t), \hat{K}_{L_m}(u, t), \check{C}(u, t), \hat{C}(u, t), L(u, t), \\ F_{11}(t), F_{12}(t), F_{21}(t), F_{22}(t), F_3(t), F_4(t), F_5(t)\},$$

де  $D_{SS}(u, t), D_{DS}(u, t), D_{SN}(u, t), D_{DN}(u, t)$  – статичні та динамічні ( $t > t_0$ ) структурованні та неструктуровані данні та знання системи;  $\check{P}_{Q_n}(u, t), \hat{P}_{Q_n}(u, t)$  – кількісні параметри, що відповідають «найгіршому» та «найкращому» значенням оцінюваних величин;  $\check{P}_{L_m}(u, t), \hat{P}_{L_m}(u, t)$  – значення лінгвістичних змінних, що відповідають межах діапазону «довіри», який характеризує значення предикторів системи;  $\check{K}_{Q_n}(u, t), \hat{K}_{Q_n}(u, t), \check{K}_{L_m}(u, t), \hat{K}_{L_m}(u, t)$  – безрозмірні параметри, що характеризують значення  $n$ -го чисельного параметру та  $m$ -ої лінгвістичної змінної відповідно;  $\check{C}(u, t), \hat{C}(u, t)$  – безрозмірні комплексні параметри, що характеризують систему в цілому;  $L(u, t)$  – лінгвістичні змінні, що надають комплексну оцінку можливого стану системи;  $F_{I,J}(t)$  – відображення, що реалізуються за допомогою складних моделей процесів системи та характеризують відповідні етапи обробки інформації в системі.

**ЧИСЕЛЬНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗКУ СИСТЕМИ ІНТЕГРО -  
ДИФФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ ПАРАБОЛІЧНОГО ТИПУ З  
ВИРОДЖЕННЯМ**

**Акіменко В.В., Наконечний О.Г., Трофімчук О.Ю.**  
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка  
**akvv@unicyb.kiev.ua**

При моделюванні широкого класу задач важливу роль грають моделі оптимального керування системами, що описуються інтегро - диференціальними рівняннями у частинних похідних типу:

$$\begin{aligned} y_t - L(y) + r(x, t, u) \int_{\Omega} g(\xi, t, u) y d\xi = y_t - \quad (1) \\ - \sum_{i=1}^n \left( \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}(x, t) y_{x_j} + a_i(x, t, u) y \right)_{x_i} - b_i(x, t, u) y_{x_i} \right) + \\ + q(x, t, u) y + r(x, t, u) \int_{\Omega} g(\xi, t, u) y d\xi = f(x, t, u), \end{aligned}$$

де  $(x, t) \in Q_T = \Omega \times (0, T)$ ,  $\Omega = \{x | \bar{x}_i \leq x_i \leq x_i, i = \overline{1, n}\}$   $u(x, t) \in U$  - функція керування із множини керувань  $U$ . Для рівняння (1) застосовується двуциклічний метод покомпонентного розщеплення з прямою ( $\alpha = 1, \dots, p$ ) та зворотною ( $\alpha = p, \dots, 1$ ) дією локально-одновимірних операторів монотонного згладжування  $A_\alpha$ :

$$\begin{aligned} (E + 0.5\tau A_\alpha) y^{(j-1+\alpha)/(p+1)} &= (E - 0.5\tau A_\alpha) y^{(j-1+(\alpha-1)/(p+1))}, (\alpha = \overline{1, p}), \\ y^{(j+1/(p+1))} &= y^{(j-1/(p+1))} + \tau h((w, y^{(j+1/(p+1))} + y^{(j-1/(p+1))})r) + 2\tau F, \\ (E + 0.5\tau A_\alpha) y^{(j+(p-\alpha+2)/(p+1))} &= (E - 0.5\tau A_\alpha) y^{(j+(p-\alpha+1)/(p+1))}, (\alpha = \overline{p, 1}). \end{aligned}$$

Побудована різницева схема при певних обмеженнях на коефіцієнти рівняння (1) апроксимує початкове рівняння з порядком  $O(\tau^2 + h_1^2 + \dots + h_p^2)$  та задовольняє умовам монотонності. Із апіорної оцінки:

$$\|y^{(j+1)}\| \leq \rho^{j+1} \|y^{(0)}\| + 2\tau \exp(T\tilde{C}_1) \sum_{k=1}^{(j+1)/2} \rho^{j+2-2k} \|F^{(2k+1)}\|$$

де  $\rho = \exp(\tau(\tilde{C}_1 + pL))$ ,  $\tilde{C}_1, L$  - відомі константи, впливає  $\rho$  - стійкість побудованої схеми.

**О СЛАБОЙ СХОДИМОСТИ ЭРГОДИЧЕСКОГО  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЦЕССА  
ПОЛУМАРКОВСКОГО БЛУЖДЕНИЯ С ГАММА  
РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВМЕШАТЕЛЬСТВОМ СЛУЧАЯ**

**Р.Т. Алиев**

Karadeniz Technical University, Faculty of Arts and Sciences,  
Department of Statistics and Computer Sciences, 61080, Trabzon,  
Turkey;

Бакинский Государственный Университет, Факультет Прикладной  
Математики и Кибернетики, Кафедра Теории Вероятностей и  
Математической Статистики, ул. 3. Халилова 23, 370148, Баку,  
Азербайджан

**aliyevrovshan@yahoo.com**

Как известно, многие задачи теории массового обслуживания, управления запасами, надежности, страхового риска, математической биологии, физики и др. выражаются случайными блужданиями с различными ограничениями. В зависимости от характера конкретных задач, обычно, эти ограничения задаются с помощью различных экранов. Эти экраны могут быть поглощающими, задерживающими, отражающими, эластичными и т.д. Отметим, что в подобные процессы рассматривались, например, в работах [4]–[7]. В данной работе исследуется процесс полумарковского блуждания с одним специальным экраном на уровне  $s > 0$ .

Пусть  $\{\xi_n\}, \{\eta_n\}, \{\theta_n\}, \{\zeta_n\}, n \geq 1$  – последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин определенных на некотором вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ , причем  $\xi_i, \zeta_i$  и  $\theta_i$  принимают только положительные значения,  $\eta_i$  принимают как положительные, так и отрицательные значения.

**Определим процесс восстановления  $\{T_n\}$  и случайное блуждание  $\{S_n\}$ :**

$$T_0 = S_0 = 0, \quad T_n = \sum_{i=1}^n \xi_i, \quad S_n = \sum_{i=1}^n \eta_i, \quad n = 1, 2, \dots$$

Введем последовательность целочисленных случайных величин  $\{N_n\}$ :



$$N_0 = 0, \quad N_1 = N(z-s) = \inf\{k \geq 1: S_k \geq z-s\},$$

$$N_{n+1} = \inf\{k \geq N_n + 1: \zeta_n - S_k + S_{N_n} \leq s\}, n=1,2,\dots; \inf\{\emptyset\} = +\infty.$$

Положим  $\tau_0 = \gamma_0 = 0$ ,  $\tau_n = T_{N_n}$ ,  $\gamma_n = \tau_n + \theta_n$ ,  $n=1,2,\dots$ .

Введем также считающий процесс  $\nu(t) = \max\{n \geq 0: T_n \leq t\}$ .

С помощью выше введенных случайных величин определим следующий стохастический процесс:

$$X(t) = \max\{s, \zeta_n - S_{\nu(t)} + S_{N_n}\}$$

при  $\gamma_n \leq t < \gamma_{n+1}$ ,  $n=0,1,\dots$ ;  $\zeta_0 = z \in [s, \infty)$ .

$X(t)$  называется процессом полумарковского блуждания с одним специальным экраном на уровне  $s > 0$ . Целью данной работы является исследование асимптотического поведения эргодического распределения стохастического процесса  $W_\lambda(t) = \lambda(X(t) - s)$  при  $\lambda \rightarrow 0$ .

### Основные результаты.

Введем следующие обозначения:

$$Q_{W_\lambda}(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{W_\lambda(t) \leq x\}, \quad \varphi_{W_\lambda}(u) = \lim_{t \rightarrow \infty} E e^{iu W_\lambda(t)}, \quad u \in \mathbb{R}.$$

**Теорема 1.** Пусть исходные случайные величины удовлетворяют следующим дополнительным условиям:

- 1) случайные величины  $\xi_1$ ,  $\zeta_1$ ,  $\eta_1$  и  $\theta_1$  независимы между собой;
- 2)  $0 < E\xi_1 < \infty$ ,  $0 < E\theta_1 < \infty$ ;
- 3)  $\eta_1$  – нерешетчатая случайная величина,  $E\eta_1 > 0$  и  $E\eta_1^2 < \infty$ ;
- 4)  $\zeta_1$  имеет гамма-распределение с параметрами  $(\alpha, \lambda)$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\lambda > 0$ .

Тогда для всех  $u \neq 0$  и  $\alpha > 0$  при  $\lambda \rightarrow 0$  семейство характеристических функций  $\varphi_{W_\lambda}(u)$  эргодического распределения процесса  $W_\lambda(t)$  сходится к следующему пределу:

$$\varphi_{W_\lambda}(u) \rightarrow \frac{1}{i\alpha u} \left[ \frac{1}{(1-iu)^\alpha} - 1 \right].$$

**Теорема 2 (О слабой сходимости).** В условиях Теоремы 1, при  $\lambda \rightarrow 0$  равномерно по  $x > 0$  имеет место следующее

утверждение для эргодической функции распределения процесса  $W_\lambda(t)$ :

$$Q_{w_\lambda}(x) \rightarrow \frac{1}{\alpha} \int_0^x [1 - G_\alpha(u)] du,$$

где  $G_\alpha(u)$  является функцией распределения гамма-распределения с параметрами  $(\alpha, 1)$ .

Автор выражает благодарность профессору Т.А.Ханиеву за постановку задачи и ценные советы.

#### **Література**

1. Гихман И.И., Скороход А.В. Теория случайных процессов, т.2, М., Наука, 1973, 635 с.
2. Рогозин Б.А. О распределении величины первого перескока. - Теория вероятностей и ее применения, 1964, т.9, № 3, с.498-545.
3. Боровков А.А. Асимптотические методы в теории массового обслуживания. М., Наука, 1981, 384 с.
4. Ежов И.И., Щуренков В.М. Эргодические теоремы, связанные с марковским свойством случайных процессов. Теория вероятностей и ее применения, 1976, т.21, №3, с.635-648.
5. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложение, т.2 -М.,1984, 751 с.
6. Khaniyev T.A., Kucuk Z. Asymptotic expansions for the moments of the Gaussian random walk with two barriers. Statistics & Probability Letters, 2004, v.69, №1, pp.91-103.
7. Khaniyev T.A., Mammadova Z. On the stationary characteristics of the extended model of type (s,S) with Gaussian distribution of summands. Journal of Statistical Computation and Simulation, 2006, 76. No.10, pp.861-874.
8. Khaniyev T.A., Kesemen T., Aliyev R.T., Kokangul A. Asymptotic expansions for the moments of a semi-Markovian random walk with exponential distributed interference of chance. Statistics and Probability Letters, 2008, 78, 6, pp.785-793.

**S – ЗУПИНЕНИЙ ДОКРИТИЧНИЙ ПРОЦЕС З  
НЕПЕРЕРВНИМ ЧАСОМ ТА ЗЛІЧЕННОЮ КІЛЬКІСТЮ  
ТИПІВ ЧАСТИНОК**

**Базилевич І., Єлейко Я., Охрін О.**

Львівський національний університет ім. І. Франка  
**yikts@yahoo**

Дана задача є аналогом роботи [2] для випадку неперервного часу та зліченної кількості типів частинок.

Постановка задачі. Розглядаємо нерозкладний до критичний однорідний гіллястий процес Беллмана-Харріса із зліченною кількістю типів частинок та неперервним часом. Позначимо через  $X$  множину типів частинок і введемо на ній  $\sigma$ -алгебру  $\aleph$ , яка містить всі одноточкові множини. Позначаємо через  $Z_+$  множину цілих невід'ємних чисел. Нехай випадкова величина  $\tau$  – момент першого перетворення процесу. Функцію розподілу цієї випадкової величини позначимо через  $G(t)$ .

Вважаємо, що в початковий момент часу є достатньо велика кількість частинок  $\vec{n} = (n_1, \dots, n_k, \dots)$ , де  $n_i$  – кількість частинок типу  $x_i$  і  $n = \sum_{i=1}^{\infty} n_i$ . У порівнянні із скінченною кількістю типів частинок ми накладаємо умову про те, що кількість частинок хоча є великою, але скінченною. Це означає, що в початковий момент часу присутня лише скінченна кількість типів, хоча кількість типів є зліченною.

Нехай  $\mu_i(t, A)$  випадкова міра, яка позначає кількість частинок в момент часу  $t$  типи яких належать множині  $A \in \aleph$  при умові, що в початковий момент часу була одна частинка типу  $x_i$ ,  $\mu_i^{(j)}(t, A)$  – кількість нащадків в момент часу  $t$  типи яких належать множині  $A$   $j$ -ї частинки типу  $x_i$ ,  $\mu(t, A)$  – кількість частинок в момент часу  $t$  типи яких належать множині  $A$ . Очевидно, що так введені міри зв'язані між собою співвідношенням

$$\mu(t, A) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{n_i} \mu_i^{(j)}(t, A).$$

Як уже зауважено раніше, деякі з  $n_i$  дорівнюють нулю. Тоді для них сума  $\sum_{j=1}^{n_i} \mu_i^{(j)}(t, A)$  є нульовою. Розглядаємо

$Z_+^\infty = Z_+ \times \dots \times Z_+ \times \dots$ . І нехай  $S \subset Z_+^\infty$ . Припускаємо, що основна поглинаюча точка  $0 = (0; 0; \dots; 0; \dots)$  належить цій множині. Нехай випадкова величина  $\zeta$  – момент першого попадання в  $S$ .

Випадковий процес  $\mu(t) = \mu(t, X)$  характеризує кількість частинок в момент часу  $t$ .

Означення. Зупиненим або  $S$ -зупиненим гіллястим процесом будемо називати процес  $\xi(t)$ , який пов'язаний з випадковим процесом  $\mu(t)$  наступним чином

$$\xi(t) = \begin{cases} \mu(t), & t < \zeta; \\ \mu(\zeta), & t \geq \zeta. \end{cases}$$

Вважаємо, що нам задані перехідні ймовірності вихідного процесу  $P(t; \vec{a}; \vec{b})$ , де  $\vec{a} = (n_1, \dots, n_k, \dots)$ ,  $n_j$  – кількість частинок типу  $x_j$  в початковий момент часу,  $\vec{b} = (m_1, \dots, m_k, \dots)$ , де  $m_j$  – кількість частинок типу  $x_j$  в момент часу  $t$ . Знайдемо основні співвідношення для перехідних ймовірностей зупиненого процесу  $P(t; \vec{a}; \vec{b})$ .

Нехай  $t < \zeta$ ,  $u < \zeta$ ,  $t + u < \zeta$ . Тоді має місце рівняння Колмогорова-Чемпмена

$$P(t; \vec{a}; \vec{b} | t + u < \zeta) = \sum_{\vec{c} \notin S} P(t; \vec{a}; \vec{c} | t < \zeta) P(u; \vec{c}; \vec{b} | u < \zeta).$$

Розглядаємо ще одне сімейство випадкових мір.  $\eta_i(u; A)$  – кількість частинок типи яких належать множині  $A \in \mathfrak{X}$  при умові, що в початковий момент часу була одна частинка типу  $x_i$  і перший момент перетворення процесу дорівнює  $u$ . Відомо, що в початковий момент часу було  $n_i$  частинок типу  $x_i$ .  $\eta_i^{(j)}(u; A)$  кількість нащадків  $j$  частинки типу  $x_i$  типи яких належать

множині  $A \in \mathfrak{S}$  в момент першого перетворення при умові, що це перетворення відбулось в момент часу  $u$ .

Нехай  $\tau^{(1)}$  – випадкова величина, яка позначає момент першого перетворення процесу. Очевидно, що міри  $\eta$  та  $\mu$  зв'язані між собою співвідношенням

$$\mu(\tau^{(1)}; A) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{n_i} \eta_i^{(j)}(\tau^{(1)}; A).$$

Позначимо через  $\tau^{(i)}$  – момент  $i$ -го перетворення процесу. Очевидно, що існує випадкова величина  $\nu$ , що

$$\zeta = \tau^{(1)} + \dots + \tau^{(\nu)}.$$

Щодо еволюції процесу, то тут можливі два підходи

1. Момент перетворення процесу залежить від стану процесу на момент перетворення.
2. Момент перетворення процесу не залежить від стану процесу  $\vec{a}$  на момент перетворення.

У першому випадку функція розподілу випадкової величини  $G(u)$  – життя процесу до перетворення буде залежати від стану  $\vec{a}$ , у другому випадку – випадкові величини  $\tau^{(i)}$  однаково розподілені і незалежні.

Нехай  $q(t; \vec{a})$  – ймовірність зупинки процесу до моменту часу  $t$  при умові, що в початковий момент часу система знаходилась в стані  $\vec{a}$ .

**Теорема.** Ймовірність зупинки процесу  $q(t; \vec{a})$  задовольняє інтегральному рівнянню

$$q(t; \vec{a}) = \int_0^t \sum_{\vec{c} \in S} q(t-u; \vec{c}) H(u; \vec{a}; \vec{c}) dG(u) + h(t; \vec{a}; S),$$

де функції  $H(t; \vec{a}; \vec{c})$ ,  $h(t; \vec{a}; S)$  визначаються мірою  $\eta(t; A)$ .

#### Література

1. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы - М. : Наука, 1971, 436 с.
2. Севастьянов Б.А. Асимптотическое поведение вероятностей вырождения остановленных ветвящихся процессов. Теория вероятн. и её приложения. Т. 43, 1998, с. 315-322.

Розглянемо задачу

$$f(x) \rightarrow \min_{R^n}, \quad (1)$$

Одним із простих ітераційних алгоритмів розв'язування задачі (1) є градієнтний метод

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k f'(x_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

де  $\alpha_k > 0$  вибирається з умови спадання функції  $f(x)$ .

При виконанні певних умов  $\{x_k\}$  збігається до розв'язку задачі (1) з лінійною швидкістю збіжності. Недоліком даного методу є низька швидкість збіжності, особливо це відчутно у випадку мінімізації функції типу яру, нестійкість в околі розв'язку. Нами для розв'язування задачі (1) розглянуто нову модифікацію градієнтного методу, а саме

$$\begin{aligned} u_k &= x_k - \alpha_k f'(x_k) \\ v_k &= x_k - \beta_k (\delta f'(x_k) + (1-\delta)f'(u_k)), \quad \delta \in (0,1), \\ x_{k+1} &= u_k + \gamma_k (v_k - u_k), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{де } \gamma_k = \arg \min_{\gamma} f(u_k + \gamma(v_k - u_k)).$$

Теоретично обґрунтовано збіжність  $\{x_k\}$  до розв'язку задачі (1). Як показали практичні розрахунки при розв'язуванні тестових задач, на ефективність алгоритму (3), в сенсі кількості обчислень, суттєво впливає вибір параметрів  $\alpha_k$  і  $\beta_k$ , а особливо  $\delta \in (0,1)$ . Для вибору  $\alpha_k$  і  $\beta_k$  нами використано одномірну мінімізацію або умову

$$f(x_{k+1}) - f(x_k) \leq \varepsilon \alpha_k (f'(x_k), h_k).$$

Вибір параметра  $\delta$  суттєво залежить від мінімізуючої функції.

У випадку функцій типу яру доцільно  $\delta$  вибирати з проміжка  $[0.7-0.9]$ , а у загальному випадку покладемо  $\delta=0.5$ . Проведені розрахунки показали ефективність алгоритму (3).

## ПОБУДОВА МЕТОДІВ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ СКЛАДНИМИ СИСТЕМАМИ В УМОВАХ НЕПОВНИХ ДАНИХ

<sup>1</sup>Бейко І.В., <sup>1</sup>Зовчинников В.В., <sup>2</sup>М.Валід АлБаін

<sup>1</sup>Інститут міжнародної економіки та інформаційних технологій  
Президентського університету Міжрегіональної Академії  
управління персоналом, <sup>2</sup>Сирійський університет, Сирія

У даній дипломній роботі використовуються методи розв'язуючих операторів для побудови оптимального керування складними багатомірними системами з неповними даними. Розглядаються випадки, коли невідомі параметри математичної моделі належать заданим множинам. За допомогою методу розв'язуючих операторів відшукування оптимального програмного керування при неповних даних зводиться до розв'язування спрощених задач мінімаксної оптимізації. Розглядається прикладна задача побудови оптимального керування рухом довгих потягів на колії по колії на пересічній місцевості з неповними даними про параметри моделі. Побудовано програмне забезпечення для розв'язування задач ідентифікації невідомих параметрів моделі та для побудови оптимального керування. Ефективність побудованих алгоритмів підтверджена числовими експериментами з використанням математичної моделі, у якій динаміка руху  $i$ -го вагону описується рівняннями  $\dot{x}_{2i-1} = x_{2i}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,

$$\dot{x}_{2i} = \frac{F_{i-1} - F_i - c_i x_{2i}^2}{m_i} - g s(x_{2i-1}),$$

## МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗАБРУДНЕННЯ АТМОСФЕРИ УРБАНІЗОВАНОЇ ТЕРИТОРІЇ

Бейко І.В., Ночвай В.І.

Інститут міжнародної економіки та інформаційних технологій  
Президентського університету Міжрегіональної Академії управління  
персоналом

В даній роботі формулюються і розв'язуються оптимізаційні задачі щодо зменшення забруднення атмосфери, зокрема, забруднення атмосфери озоном та оптимізації емісійних сценаріях антропогенних викидів в атмосферу міста. Побудовано моделі формування і переносу домішок у повітряному басейні міста з

урахуванням фотохімічних перетворень та реальних метеоситуацій. За допомогою побудованих розв'язуючих операторів для задач оптимізації атмосферних викидів підприємств побудовано явні залежності сумарної концентрації забруднення екологічних зон від потужностей джерел викидів та побудовано спрощені чисельні алгоритми оптимізації емісійних параметрів на випадок дво- та тривимірних моделей переносу активних і пасивних домішок атмосфери. Побудований комплекс програмного забезпечення можна використовувати в геоінформаційній системі моделювання і прогнозування поширення забруднень, а також для моніторингу якості повітря міста і вивчення закономірностей поширення домішок від джерел викиду промислових забруднень. Концентрація забруднюючих речовин залежить від швидкості їх надходження, від просторового розподілу джерел викидів, від характеру розсіювання й переносу під дією багаточисельних метеорологічних факторів, а також і від особливостей їх хімічних перетворень в атмосфері. Просторово-часова мінливість метеорологічних факторів, а також постійна нестабільність викидів джерел емісії забруднюючих речовин призводять до значної просторово-часової мінливості їх концентрації у приземному шарі атмосферного повітря. На основі проведених числових експериментів виявлено, що при екстремальних метеорологічних умовах різко зростають концентрації забруднюючих речовин і через це важливо завчасно прогнозувати такі умови для своєчасного скорочення викидів забруднюючих речовин і недопущення високих рівнів забруднення. Прогноз високих рівнів забруднення повітря є підставою для прийняття рішень щодо регулювання викидів у такі періоди часу, коли встановлюються несприятливі метеорологічні умови з небезпечним рівнем забруднення повітря, особливо в житлових районах міста. Доведено необхідність короткотермінового у межах доби прогнозування метеорологічних умов, при яких можуть утворюватися високі рівні забруднення атмосфери. Використання розв'язуючих операторів, побудованих для розподілених процесів сприяло побудові спрощених числових алгоритмів для прискорених розрахунків з підвищеною точністю.



## МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ЕПІДЕМІЙ

Бейко І.В., Шевченко І.В.

Інститут міжнародної економіки та інформаційних технологій  
Президентського університету Міжрегіональної Академії  
управління персоналом

В сучасних умовах внаслідок ризикової екологічної ситуації, нестабільності соціально-економічних умов та зростаючої міграції населення зростають ризики розповсюдження епідемічних захворювань, які вже стають показником політичного, соціально-економічного стану і культурно-освітнього рівня та національної безпеки. Швидкий прогрес в галузі комп'ютерних технологій сприяє розробці нових типів математичних детермінованих і стохастичних моделей епідемій. У даній роботі розроблено моделі і алгоритми для прогнозування епідемій і побудовано програмне забезпечення для прогнозування і дослідження динаміки епідемії туберкульозу в Україні. Для прогнозування кількості сприйнятливих індивідів  $S(t)$ , інфікованих  $I(t)$  та тих  $R(t)$  що одужали в момент часу  $t$  використовуються моделі диференціальних рівнянь в частинних похідних

$$\frac{dS}{dt} = -r\beta I(t, x)S(t, x) + D \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$$
$$\frac{dI}{dt} = r\beta I(t, x)S(t, x) + D \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}$$

та інтегро-диференціальні моделі

$$\frac{dS}{dt} = -r\beta I(x, t)S(x, t) + DS(x, t) + D \int_{\Omega} k(x, y)S(y, t)dy$$
$$\frac{dI}{dt} = r\beta I(x, t)S(x, t) - DI(x, t) + D \int_{\Omega} k(x, y)I(y, t)dy$$

та стохастичні моделі. Розв'язано задачі ідентифікації параметрів моделі та задачі оптимального розподілення виділених коштів

$$\int_0^T (u_1(t) + u_2(t))dt \leq M \quad \text{на профілактику } u_1(t) \text{ і на лікування } u_2(t) \text{ з}$$

критерієм мінімізації шкоди  $\min_{(u_1, u_2) \in \Omega} \left\{ \int_0^T x(t) dt + cx(T) \right\}$ . У більш

загальній задачі оптимізації знаходимо оптимальне розподілення коштів  $M$  по регіонах (областях), щоб  $M_1 + M_2 + \dots + M_{25} \leq M$ .

# **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ АСИМПТОТИЧНО- РОЗВ'ЯЗУЮЧИХ ОПЕРАТОРІВ ДО ПОБУДОВИ ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ КОШІ ТА КРАЙОВИХ ЗАДАЧ**

<sup>1</sup>Бейко І.В., <sup>2</sup>Зінько П.М.

<sup>1</sup>Інститут міжнародної економіки та інформаційних технологій  
Президентського університету Міжрегіональної Академії  
управління персоналом,

<sup>2</sup>Київський Національний університет ім. Тараса Шевченка

Використання методів системного аналізу для керування складними керованими системами і процесами включає розв'язання задач побудови робочих комп'ютерних моделей для прогнозування траєкторій керованих процесів та задач відшукування оптимальних траєкторій для прийняття оптимальних рішень. У загальному випадку математична модель складної системи включає моделі підсистем, які описуються алгебраїчними, диференційними, інтегро-диференційними та більш складними функціональними рівняннями. За допомогою методів асимптотично-розв'язуючих операторів будуються робочі комп'ютерні моделі високих порядків точності. Зокрема, для керованих процесів, які описуються системами із зосередженими параметрами  $dx(t)/dt = f^*(x(t), u(t), t)$ , прогнозування траєкторії  $x(t)$ , яка породжується альтернативно вибраною кусочно диференцьованою функцією керування  $u(t)$ , зводиться до прогнозування траєкторії диференційного рівняння

$$dx(\tau) / d\tau = f(x(\tau), \tau).$$

В даній роботі побудовано асимптотично-розв'язуючі оператори та відповідні чисельні методи високих порядків точності з використанням інтерполяційних поліномів Лагранжа та формул Тейлора для прогнозування з високою точністю траєкторій керованих процесів. Побудовано відповідні явні та неявні різницеві схеми для процесів з розподіленими параметрами.

## СТІЙКІСТЬ МОДИФІКОВАНОЇ РІЗНИЦЕВОЇ СХЕМИ ДЛЯ РІВНЯННЯ КОНВЕКТИВНОЇ ДИФУЗІЇ

<sup>1</sup>Панчук В.І., <sup>2</sup>Панчук О.В.

<sup>1</sup>Інститут міжнародної економіки та інформаційних технологій ім.  
княгині Ольги Президентського університету Міжрегіональної  
Академії управління персоналом,

<sup>2</sup>Київський Національний університет ім. Тараса Шевченка

При чисельному розв'язуванні рівняння конвективної дифузії у тривимірній області можна скористатися явними або неявними кінцево-різницеви́ми схемами, кожна яких має свої переваги та недоліки. Досить суттєвим недоліком застосування неявних схем для розв'язування рівнянь переносу є їхня здатність часто приводити до нескінченної швидкості поширення збурень, тоді як у випадку застосування простих явних різницеви́х аналогів збурення поширюються на відстань, пропорційну просторовому крокові [1].

У даній роботі надається перевага явному різницевому аналогові рівняння конвективної дифузії, одержаному роздільною апроксимацією, при якій для перенесення субстанцій використовується модифікована кінцево-різницева схема Фромма-Аракави, а для членів дифузії – аналог схеми Дюфорта-Франкела [2]. Відомо, що схема Дюфорта-Франкела для параболічних рівнянь зберігає всі переваги явних схем.

Досліджено стійкість явної консервативної різницевої схеми, яка використовується для чисельного розв'язування рівняння конвективної дифузії у тривимірній сітковій області з нерівномірними просторовими кроками. Критерії стійкості даної схеми отримано в сітковій нормі простору  $C$ .

### Література

1. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир. 1980. -616 с.
2. Fromm J.E. The time depend flow of an incompressible viscous fluid. //Methods Computat. Phys. - 1964. – 3. - New York-London Acad. Press. – P. 345-386
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука. 1988. - 456 с..

## ПРЕДСКАЗАНИЕ ВТОРИЧНОЙ СТРУКТУРЫ БЕЛКОВ

Белецкий Б. А.

Институт кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины

[borys.biletsky@gmail.com](mailto:borys.biletsky@gmail.com)

В работе [1] построена теория сложности задач распознавания и предложены процедуры распознавания с полиномиальными оценками сложности для объектов, которые описываются независимыми признаками и цепями Маркова. Данные процедуры применялись для предсказания вторичной структуры белка.

Для построения эффективных процедур распознавания необходимо было выяснить, какие модели (независимые признаки или модели цепей Маркова) лучше описывают аминокислотные последовательности белков. В работе [2] показано, что проблема выбора модели сводится к решению серии задач распознавания гипотез. В результате статистического анализа около 100 геномов бактерий, вирусов, растений и животных, включая и геном человека, было показано, что модели цепей Маркова лучше подходят для описания аминокислотных последовательностей белков.

Для предсказания вторичной структуры белка необходимо последовательности из 20-буквенного алфавита аминокислот поставить в соответствие последовательность той же длины из трехбуквенного алфавита возможных типов вторичной структуры. При этом делается стандартное допущение, что на вхождение аминокислоты в определенную структуру влияет ее окружение, т. е. некоторое множество соседних аминокислот. Распознавание структуры производится для коротких подпоследовательностей аминокислот (пар или троек) с учетом влияния окружения на основе формулы:

$$P(f_{s-1,s,s+1} | x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{P(x_1, x_2, \dots, x_n | f_{s-1,s,s+1}) P(f_{s-1,s,s+1})}{P(x_1, x_2, \dots, x_n)},$$

где  $f_{s-1,s,s+1}$  – состояние тройки аминокислот  $x_{s-1}, x_s, x_{s+1}$ ;  
 $x_1, x_2, \dots, x_n$  – окружение.

### Література

1. Гупал А.М., Пашко С.В., Сергиенко И.В. Эффективность байесовской процедуры распознавания // Кибернетика и системный анализ. – 1995. – №4. – С. 76–89.

2. Anderson T.W. and Goodman L.A. Statistical inference about Markov chains // Ann. Math. Statist. – 28. – P.89-110.

## ПРЕДСКАЗАНИЕ ДИНАМИКИ КУРСОВ АКЦИЙ

Белецкий Б.А., Гупал Н.А.

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины

**borys.biletskyy@gmail.com**

Из Интернет была получена информация относительно ежедневного изменения курсов акций ценных бумаг 570 предприятий на протяжении около трех лет. Решалась задача предсказания динамики курса акции на следующий день в зависимости от динамики предыдущих пяти дней. Для этого последовательность  $x_i$  ежедневных курсов акций преобразовывалась в последовательность нормированных приростов  $y_i$  т.е.:  $y_i = (x_{i+1} - x_i) / x_i$ . Для предсказания динамики курсов акций применялись метод  $k$ -ближайших соседей и байесовская процедура распознавания на цепях Маркова порядка от 0 до 3.

При применении байесовской процедуры распознавания на цепях Маркова предполагалось, что множество состояний цепи имеет два значения: «+» и «-», соответствующие росту и падению курса. Динамика курса  $y_i$  в момент времени  $i$  находилась с помощью формулы:

$$P(y_i | y_{i-5}, \dots, y_{i-1}) = \frac{P(y_{i-5}, \dots, y_{i-1} | y_i) P(y_i)}{P(y_{i-5}, \dots, y_{i-1})}, \quad y \in \{+, -\}.$$

Для модели цепей Маркова первого порядка вероятность последовательности  $P(y_{i-5}, \dots, y_{i-1} | y_i)$  определяется в виде произведения  $P(y_{i-4} | y_{i-5}, y_i) \cdot P(y_{i-3} | y_{i-4}, y_i) \cdot \dots \cdot P(y_{i-1} | y_{i-2}, y_i)$ , где  $P(y_{i-k} | y_{i-k+1}, y_i)$  – нестационарные переходные вероятности. Формулы для цепей более высоких порядков строятся аналогично. В численных расчетах вероятности заменялись частотами, полученными из обучающей выборки.

Точность каждого метода оценивалась как относительная частота правильно предсказанных изменений (рост или падение) курсов акций. Точность метода  $k$ -ближайших соседей составила

57%, а байесовской процедуры на цепях Маркова 0-го порядка – 59%; 1-го порядка – 57%; 2-го порядка – 56% и 3-го порядка – 55%.

## **ПРО СТВОРЕННЯ СИСТЕМИ ЗАХОДІВ СТИМУЛЮВАННЯ РОЗВИТКУ ТЕРИТОРІЙ УКРАЇНИ**

**Бірюков Д.С., Заславський В.А.**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**birjukov@univ.kiev.ua, zas@unicyb.kiev.ua**

Регіональна політика займає важливе місце у забезпеченні сталого розвитку економіки країни. В Україні активно створюються та розвиваються правові, економічні та організаційні засади для реалізації державної регіональної політики стимулювання розвитку регіонів та подолання депресивності територій [1,2]. Пріоритети та наповнення програм розвитку територій визначається за сукупністю критеріїв, наявними ресурсами та конкретними інструментами їх реалізації [3,4].

Розв'язання задач стимулювання розвитку територій України здійснюється в умовах невизначеності, коли світові ціни на енергоносії та продовольчі товари постійно змінюються, виникають фінансові кризи та загострюються політичні відносини. Це вимагає проведення системних досліджень, побудови сценаріїв розвитку територій, здійснення інформаційного моніторингу їх стану, використання комплексів математичних, програмних, логічних та організаційно-технічних засобів.

При розподілі ресурсів та визначенні пріоритетності заходів державного стимулювання необхідним є впровадження методик оцінки рівня розвитку та виявлення депресивних територій за наборами статистичних показників протягом заданого періоду часу на основі використання різних методів прийняття рішень [5].

Програми розвитку територій повинні включати організацію, планування та оптимізацію бізнес процесів, контроль за їх виконанням, засоби автоматизації (інформатизації) процесів державного управління в сфері регіональної політики та забезпечення сталого розвитку територій України.

### **Література**

1. Закон України "Про стимулювання розвитку регіонів" // Відомості Верховної Ради.-2005.-№51, ст.548.
2. Закон України "Про державні цільові програми" // Відомості Верховної Ради.-2004.-№25, ст.352.

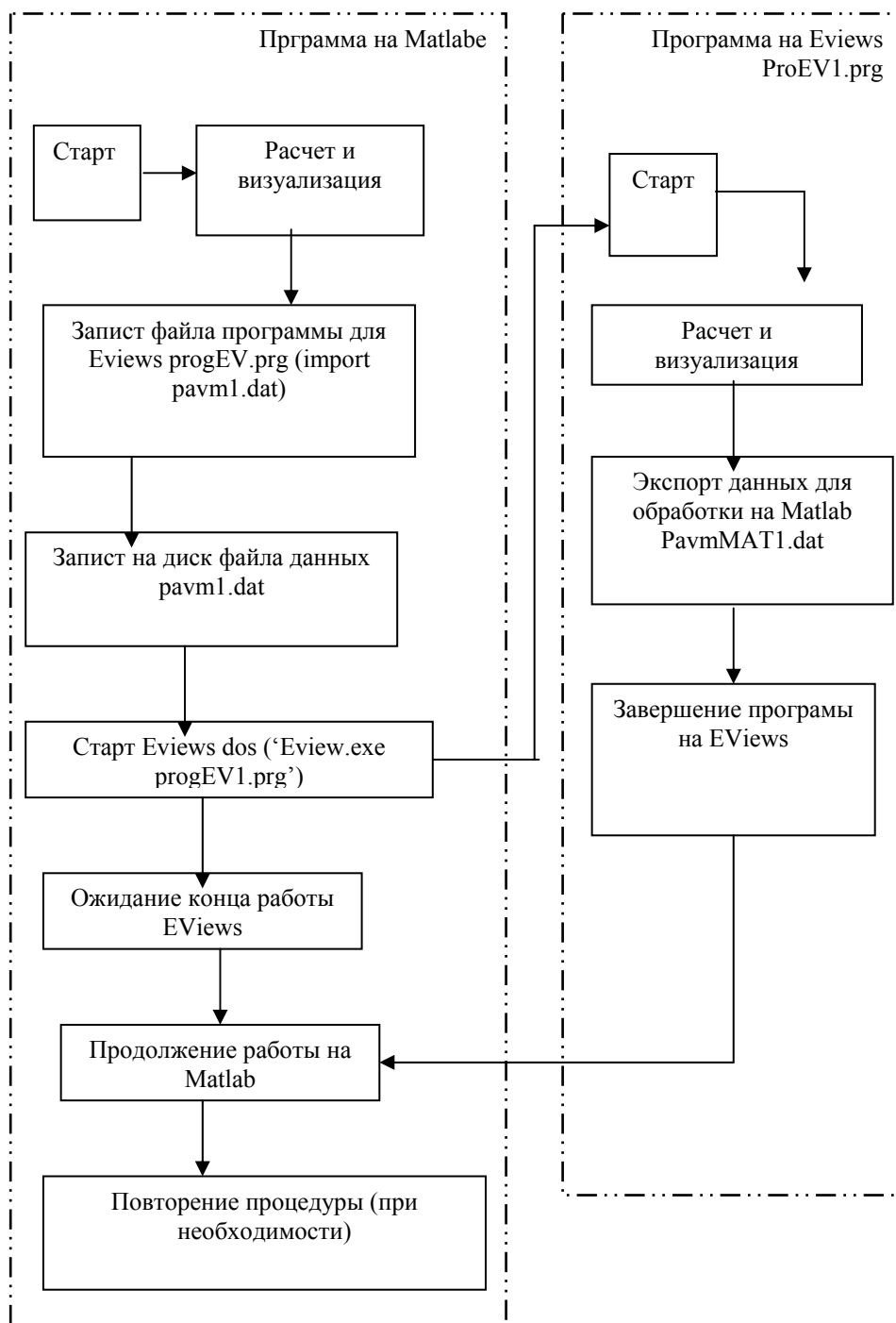
3. Göll E., Thio S.L. Institutions for a sustainable development - experiences from EU-countries//Environment, Development and Sustainability.-2008.-Vol.10, No.1.- P. 69-88.
4. Barry D., Bass S. Sustainable Development Strategies: A Resource Book.- OECD Publishing, 2002.- 358 p.
5. Бірюков Д.С., Заславський В.А., Бех О.П. Задачі класифікації рівнів розвитку регіонів // Proc. Int. Conf. Problems of Decision Making under Uncertainties (PDMU-2006), Alushta, 2006.- P.77-79.

## **ОРГАНИЗАЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ MATLAB И EVIEWS ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ ПРИ АНАЛИЗЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

**Бидюк П.И., Гасанов А.С., Вавилов С.Е.  
peterb@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua; ayding44@rambler.ru;  
aydin@edd.ntu-kpi.kiev.ua**

Пакет Eviews, в отличие от пакета Matlab не поддерживает возможности межпрограммного взаимодействия с использованием ActiveX (Com) или DDE (динамический обмен данными). С другой стороны и Eviews и Matlab обладают возможностями импорта и экспорта данных в различных форматах: текстовым, Excel, CSV и т.д. Поэтому представляется целесообразным организовывать взаимодействие через вспомогательные файлы данных. Нами был реализован подход, суть которого заключается в следующем.

Программа на Matlabe начинает выполнять расчеты и визуализирует результаты. В момент расчета, когда требуется часть данных передать Eviews для дальнейшей обработки, Матлабовская программа в динамическом режиме создает ASCII файл с текстом программы обработки. После этого она записывает данные в текстовый файл с именем, которое указано для импорта в созданной Eviews программе. Затем, используя команду dos ('путь Eviews\evIEWS6.exe\имя программы') Matlab стартует Eviews выполнение созданной программы. После завершения обработки данных Eviews, если это необходимо, аналогичным образом, используя экспорт, возвращает необходимые результаты программе на Matlabe. Таким образом, главная программа на Matlabe периодически (при необходимости) запускает Eviews, передавая ему инструкции для обработки в виде файла программы и данные в формате текстового файла, после чего ожидает



окончания работы Eviews и результаты его работы. Затем



продолжает работу, возможно опять, иногда по описанному выше алгоритму, обращаясь за помощью к EvIEWS. Для интегрирования нескольких задач обработки и анализа в удобную интерактивную оболочку использовался мощный графический интерфейс Matlab (GUI). Основные задачи обработки были выполнены в виде отдельных независимых модулей на языке Matlab. Главная программа создавала графический интерфейс с кнопками вызова модулей обработки, полями для ввода и изменения основных параметров, окнами и полями для ввода графической и численной информации. После этого она входит в цикл ожидания действий пользователя. При нажатии на кнопку или ввода параметра вызывалась соответствующая функция обработки события (функция обратного вызова, CallBack). В итоге получается удобная среда для принятия решения при анализе разноплановых задач.

## ОБ ЭФФЕКТИВНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ГРАНИЦАХ В СТОХАСТИЧЕСКОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ И ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКЕ

**Бойко С.В., Норкин В.И.**

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины  
**Serhiy.Boyko@gmail.com, Norkin@ipnet.kiev.ua**

Известны две основные постановки ( $E$  – expectation,  $P$  – probability) задач одноэтапного стохастического программирования [1-3]:

$$F(x) = E_{\omega} f(x, \omega) \rightarrow \max_{x \in X}, \quad (1)$$

$$P(x) = P_{\omega} \{f(x, \omega) \geq 0\} \rightarrow \max_{x \in X}, \quad (2)$$

где  $\omega$  – элементарное событие из множества  $\Omega$ , на котором определена  $\sigma$ -алгебра  $\Sigma$  и вероятностная мера  $P$ ;  $x$  – детерминированное решение (стратегия) из множества  $X$ .

Рассмотрим задачу (2) с параметром  $u$ :

$$\Pi(u) = \max_{x \in X} [P_{(u)}(x) = P_{\omega} \{f(x, \omega) \geq u\}] = P_{(u)}(x(u)), \quad (3)$$

где  $x(u)$  – одно из решений задачи (3). Функция  $P_{(u)}(x)$  показывает вероятность того, что случайная целевая функция  $f(x, \omega)$  превышает уровень  $u$  при решении (стратегии)  $x$ , т.е.  $P_{(u)}(x)$  есть обратная функция распределения для случайной величины  $f(x, \cdot)$  при фиксированном  $x$ .

**Определение.** Функция  $\Pi(u)$ ,  $-\infty < u < +\infty$ , называется эффективной вероятностной границей для случайной целевой функции  $f(x, \omega)$ .

Очевидно,  $\Pi(u)$  монотонно убывает по  $u$ ,  $1 \geq \Pi(u) \geq 0$ ,  $\lim_{u \rightarrow -\infty} \Pi(u) = 1$  и  $\lim_{u \rightarrow +\infty} \Pi(u) = 0$ . Кроме того,  $P_{(u)}(x) \leq \Pi(u)$  и  $P_{(u)}(x(u)) = \Pi(u)$ . Таким образом,  $\Pi(u)$  является супремумом (верхней огибающей) семейства функций  $\{P_{(u)}(x), x \in X\}$ , зависящих от аргумента  $u$ .

Естественно считать  $\Pi(u)$  целевой границей при выборе оптимального решения  $x \in X$ , а именно, нужно выбрать тот  $x \in X$ , при котором функция  $P_{(\cdot)}(x)$  наиболее близко (в каком-то смысле) подходит к границе  $\Pi(u)$ .

**Достижение эффективной границы.** Пусть задана функция важности (полезности)  $\rho_1(u) \geq 0$  различных значений  $u$ , причем  $\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_1(u) du = 1$ , т.е.  $\rho_1(u)$  является плотностью распределения некоторой одномерной случайной величины  $\xi$ . Тогда рассмотрим следующее расстояние (в вертикальном направлении) между функциями  $\Pi(\cdot)$  и  $P_{(\cdot)}(x)$ :

$$\begin{aligned} \Delta_1(x) &= \delta_1(\Pi, P_{(\cdot)}(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_1(u) (\Pi(u) - P_{(u)}(x)) du = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_1(u) \Pi(u) du - \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_1(u) P_{(u)}(x) du. \end{aligned}$$

Таким образом, задача минимизации функции  $\Delta_1(x)$  по  $x \in X$  сводится к задаче максимизации:

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(u) P_{(u)}(x) du = P_{\omega, \xi} \{f(x, \omega) \geq \xi\} \rightarrow \max_{x \in X}.$$

Заметим, что  $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_1(u) P_{(u)}(x) du = P_{\omega, \xi} \{f(x, \omega) \geq \xi\}$ , т.е. функция  $\Phi(x)$  является функцией вероятности  $P_{\omega, \xi} \{f(x, \omega) - \xi \geq 0\}$ .

Введем функцию распределения  $U(u) = \int_{-\infty}^u \rho_1(x) dx$ .  
 Справедливо представление  $\Phi(x) = E_{\omega} U(f(x, \omega))$ , т.е.  $\Phi(x)$  на самом деле является некоторой функцией полезности[4].

#### **Література**

1. Ruszczyński A. and Shapiro A., Eds. Stochastic Programming. – Amsterdam: Elsevier, 2003. – 688 p.
2. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования. – М.: Наука, 1976. – 240с.
3. Ермольев Ю.М., Норкин В.И. Методы решения невыпуклых негладких задач стохастической оптимизации // Кибернетика и системный анализ. – 2003. - № 5. – С.89-106.
4. Ermoliev Y., Norkin V. Stochastic Optimization of Risk Functions via Parametric Smoothing / Dynamic Stochastic Optimization. K. Marti et al., eds. // Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 532. – Springer, 2004. – P.225-247.

### **ПРОЦЕДУРА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ ЩОДО ЖИВУЧЕСТІ ІНФРАСТРУКТУРИ ІР-МЕРЕЖІ**

**Юрій В. Бондарчук, к.ф.-м.н,**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,  
 факультет кібернетики.

**byv@univ.kiev.ua**

Дейтаграмні мережі за своєю побудовою вразливі щодо зловмисних дій на блокування роботи маршрутизаторів. Все ускладнює те, що фактично атака на сегмент мережі стає очевидною лише в фазі її завершення, або коли атакуючий вплив постійний. Але, в більшості випадків, це також означає виведення із штатного режиму роботи маршрутизаторів та серверів (тобто джерел контенту та транспортної інфраструктури). Як правило, розглядається лише зовнішній варіант атак, хоча це принципово і не спрощує проблему "живучесті".

До переходу Інтернету з маршрутизації дейтаграм до організації пакетних мереж з "віртуальними" каналами не залишається іншого крім (паліативного, врешті) варіанту інтелектуалізації та динамічної параметризації протоколів маршрутизації з їх взаємною координацією принаймні на рівні ІР-підмережі.

Пропонується розміщувати на маршрутизаторах програмні агенти, які координують маршрутизатор згідно певного сценарія поведінки (генотип агента). Для агентів передбачена процедура призначення з поміж себе головного агента, який координується ОПР. Фактично група маршрутизаторів має виступати з певного критичного моменту як брандмауер, який буде пропускати лише пакети з заданими IP-адресами.

За результатами моніторингу трафіку до контенту в сегменті мережі ОПР параметризує сценарій фільтрації вхідного трафіку (фенотип агентів), зокрема, що стосується реакції на пакети за протоколом ICMP та планового нарощування трафіка у сегменті. За досягненням заданого граничного значення активних сесій маршрутизатори фільтрують всі пакети, крім IP-адрес вже діючих сесій. Таким чином, маршрутизатори "знають" про завантаження цільових серверів і не пропускають в інтранет "зайві" пакети. Основна ж задача щодо прийняття рішення – формування фенотипу агентів маршрутизаторів.

Запропоновану організацію IP-мережі можна розглядати як архітектуру 3-рівневого клієнт/сервера, де 2-й рівень, зокрема пул з'єднань, підтримують всі маршрутизатори підмережі.

### **ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ З ВІДНОВЛЮЮЧИМ РІВНЕМ ВХІДНОГО ПОТОКУ**

**М.С. Братійчук**

Інститут Математики Шльонського Технологічного Університету,  
Глівіце, Польща

У доповіді розглядаються системи обслуговування типу  $M_a^\theta/G/1/b$ , в яких вхідний потік вимог описується пуассонівським процесом, а вимоги надходять групами об'єму  $\theta$ . Від класичних систем типу  $M^\theta/G/1/b$  вони відрізняються тим, що процес надходження вимог має одну особливість. Вона полягає в тому, що коли кількість вимог у системі досягає деякого рівня  $b$ , то їх надходження блокується і відновлюється лише тоді, коли їх кількість досягне певного рівня  $a \in [1, b-1]$ . Введення відновлюючого рівня має на меті зменшити кількість втрачених вимог. Так, наприклад, якщо вимоги надходять по одній, то в

системі з відновлюючим рівнем вони втрачатись не будуть. Позначимо через  $\tau_a(b)$  перший період зайнятості нашої системи. Нехай  $\lambda$  позначає параметр пуассонівського процесу, який описує вхідний потік вимог,  $m_1, m_2$  - перші два моменти часу обслуговування, а  $b_1, b_2$  - перші два моменти кількості вимог у групі.

Отримано наступний результат.

**Теорема 1.** Якщо коефіцієнт завантаження системи  $\lambda m_1 b_1 = 1$ , то для фіксованих  $0 < \alpha, \beta < 1$  маємо

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \mathbf{M}_{\beta b} e^{-s \tau_a(b)/b^2} = \frac{sh\{q(s)(1-\beta)\} - sh\{(\alpha-\beta)q(s)\}}{sh\{q(s)\} - sh\{\alpha q(s)\}}, \quad (1)$$

де

$$q(s) = \sqrt{\frac{2sm_1}{m_1\lambda b_2 + (\lambda b_1)^2 m_2}}.$$

Показано, що права частина рівності (1) співпадає з перетворенням Лапласа моменту поглинання деякого модифікованого процесу броунівського руху.

Використовуючи метод потенціалу Королюка [2], знайдено зручні алгоритми для розрахунку ергодичного розподілу довжини черги в системі. Відомі нам алгоритми знаходження цього розподілу, яке ми позначимо  $\rho_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, b$ , вимагають обчислення всіх  $\rho_k$  (див, наприклад, [1]), що значно ускладнює вивчення оптимізаційних задач де, за звичай, числа  $b$  та  $a$  виступають як параметри керування. У запропонованих нами алгоритмах головні величини, які використовуються при обчисленнях, не залежать від  $b$  та  $a$ , а залежать лише від параметрів вхідного струменя та розподілу часу обслуговування, і, отже, вони можуть бути пораховані заздалегідь, з тим щоб потім відразу використовуватись в обчисленнях при зміні параметрів  $b$  та  $a$ . Будуть наведені приклади застосування цих алгоритмів при розв'язуванні конкретних оптимізаційних задач.

#### Література

1. Takagi, H. Queueing Analysis. v. 2, North-Holland, 1993.
2. Королюк В.С. Граничные задачи для сложных пуассоновских процессов.- К.: Наукова думка, 1975. -138 с.

**ДОСЯЖНІСТЬ ОПТИМАЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ  
БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ МАКСИМІЗАЦІЇ З ОПУКЛИМИ  
КРИТЕРІАЛЬНИМИ ФУНКЦІЯМИ ЗА ЇХ ЗВАЖЕНОЮ  
СУМОЮ В ТРАНЗИТИВНІЙ СУБОРДИНАЦІЇ**

**Брила А.Ю.**

Ужгородський національний університет

**brila\_andrij@ukr.net**

Розглядається задача багатокритеріальної максимізації з критеріями  $c_k(x), k=1,2,\dots,q$ , які є опуклими на обмеженій багатогранній множині допустимих розв'язків  $X$ .

Нехай на множині розглядуваних критеріїв задана деяка їх часткова транзитивна субординація ранжирування  $S$  ([1]). В цій субординації ранжирування множина критеріїв розбивається на підмножини критеріїв одного рангу  $Q_j = \{c_{j_1}, c_{j_2}, \dots, c_{j_{q_j}}\}, j=1,2,\dots,r$ .

Кожна з підмножин є множиною попарно не підпорядкованих один одному критеріїв. Ранг критеріїв підмножини  $Q_l$  більше ніж ранг критеріїв підмножини  $Q_p$ , якщо і тільки якщо  $l < p$ . Будь-який критерій підмножини нижчого рангу підпорядкований кожному критерію підмножини вищого рангу.

Розглянемо ланцюги критеріїв  $h_p = (c_{p_1}, c_{p_2}, \dots, c_{p_r})$ , де із кожної з підмножин критеріїв вибрано рівно по одному критерію.

Для кожного з ланцюгів критеріїв розглядається відповідна задача лексикографічної максимізації

$$\max^L h_p(x) = (c_{p_1}(x), c_{p_2}(x), \dots, c_{p_r}(x)), x \in X.$$

Знайшовши відповідним чином додатні коефіцієнти  $\alpha_r, \alpha_{r-1}, \dots, \alpha_1$  ([2]), задачу знаходження оптимальних розв'язків розглядуваної задачі лексикографічної максимізації можна звести до задачі

$$\max L(x) = \sum_{k=1}^r \alpha_k c_{p_k}(x), x \in X,$$

для довільного векторного критерію  $h_p$ , який є ланцюгом критеріїв, ранжированих в розглядуваній частковій субординації  $S$ .

**Література**

1. Червак Ю.Ю. Оптимізація. Непокращуваний вибір. – Ужгород: Ужгород.нац.ун-т, 2002. – 312 с.

## ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАГНІТАННЯ РІДИНИ В ГРУНТ (ЗАЖИМНИЙ РЕЖИМ)

А.П. Власюк, М.Б. Демчук

Національний університет водного господарства та  
природокористування

A.P.Vlasyuk@rstu.rv.ua, M.B.Demchuk@rstu.rv.ua

Розглядається задача покращення стійкості гідротехнічного (енергетичного) об'єкта шляхом нагнітання в його основу в'язучого інфільтрату. Вона полягає у визначенні еволюції рухомої межі  $\Gamma_4$  закріпленої області  $\Omega(t)$  (рис. 1). Особливістю даної моделі є припущення про те, що функція напору залежить від часу тільки поблизу рухомої межі і тому для того, щоб зменшити похибку розрахунків, починаючи з деякого моменту часу  $t_0$  задачу можна розв'язувати не у всій області  $\Omega(t)$ , а тільки в деякому граничному шарі  $\Omega'(t)$ , який на рисунку обмежений кривими  $\Gamma_i$ , ( $i = 1, \dots, 4$ ).

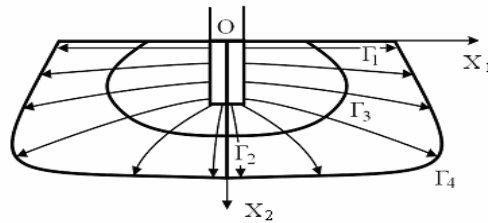


Рис. 1. Область  $\Omega(t)$  нагнітання інфільтрату в основу гідротехнічного об'єкта.

Математичну модель даної задачі в загально прийнятих позначеннях в рамках плоско-вертикальної постановки можна описати наступною крайовою задачею:

$$a \frac{\partial h}{\partial t} = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x_i^2}, \quad (x_1, x_2) \in \Omega(t), \quad t > t_0, \quad (1)$$

$$h(x_1, x_2, t) = h(x_1, x_2, t_0), \quad (x_1, x_2) \in \Gamma_3, \quad \frac{\partial h}{\partial \vec{n}} = 0, \quad (x_1, x_2) \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2, \quad (2)$$

$$h = -x_2, \quad (x_1, x_2) \in \Gamma_4. \quad (3)$$

Для радіуса вектора точки, яка знаходиться на  $\Gamma_4$ , використано залежність [1]:

$$\vec{r}(t + dt) = \vec{r}(t) - k (\vec{\nabla} h, \vec{n}_4) \vec{n}_4 dt / m. \quad (4)$$

Для чисельного розв'язання крайової задачі (1)-(4) узагальнено різницевий метод з використанням чисельних конформних відображень [2] на випадок крайової задачі в криволінійному чотирикутнику з вільною рухомою межею для рівняння параболічного типу (1). В результаті проведених чисельних експериментів показано, що кінцеве положення фронту нагнітання не є чутливим до зміни в широких межах всіх параметрів математичної моделі.

Згідно теорії потоку змішаної рідини в пористому середовищі рідина та суміш вважаються змішуваними так, що їх можна вважати однією рідкою фазою. Особливістю моделі нагнітання таких розчинів є залежність густини та коефіцієнта фільтрації від концентрації розчину та залежність коефіцієнта фільтрації від часу [3]. При нагнітання розчинів розбавлення їх поровим водами та зміна їхньої температури внаслідок теплообміну з породами має наслідком створення в області  $\Omega(t)$  чотирьох зон різного стану розчину. Розміри цих зон визначаються гранулометричним та мінеарологічним складом ґрунту, пористістю, коефіцієнтом фільтрації та часом нагнітання [4]. З врахуванням вище сказаного можна стверджувати, що результати числових експериментів вказують на те, що особливості поширення розчинів в ґрунті та трьохфазність ґрунту не є суттєвими для визначення кінцевої форми закріпленої області.

#### Література

1. Власюк А.П., Демчук М.Б. Чисельне розв'язання однієї задачі укріплення основи гідротехнічного об'єкту. // Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки. -2005. -1. с. 158-166.
2. Власюк А.П., Михальчук В.Г. Чисельне розв'язання одного класу задач з вільними межами в криволінійних чотирикутниках для еліптичних систем рівнянь. – Київ, 1994, - 23 с. –(Препр./НАН України, Ін-т математики: 94.36).
3. Shigeo Honma, A mathematical model for the analysis on the injection and distribution of chemical grout in soils. Proceedings of the Faculty of Engineering of Tokai University. Vol.12(19860000) pp. 13-79 ISSN:03880788.



4. Воронкевич С.Д., Сергеев В.И. Изменение физических свойств гелеобразующих растворов при инъекции. – Гидротехническое строительство, 1975, № 4, с. 26-30.

**ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ТЕПЛО-  
МАСОПЕРЕНОСУ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ  
СТАН ҐРУНТОВОГО МАСИВУ В ДВОХВИМІРНОМУ  
ВИПАДКУ**

**Власюк А.П., Федорчук Н.А.**

Національний університет водного господарства та  
природокористування, м. Рівне

**A.P.Vlasyuk@rstu.rv.ua, N.A.Fedorchuk@mail.ru**

Розглядається задача моделювання впливу тепло-масопереносу сольових розчинів при фільтрації їх на напружено-деформований стан (НДС) ґрунтового масиву при наявності в ньому вільної поверхні рівня ґрунтових вод (РГВ).



Рис.1. Ґрунтовий масив при наявності в ньому РГВ

Математичну модель розглядуваної задачі в двохвимірній постановці в загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею [1, 2]:

$$\begin{aligned} \mu \Delta U + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial x} \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + \right. \\ \left. + \frac{\partial \mu}{\partial y} \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \frac{\partial T}{\partial x} = X, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mu \Delta V + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial y} \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \right. \\ \left. + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \frac{\partial T}{\partial y} = Y, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( D_1(c, T) \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_2(c, T) \frac{\partial c}{\partial y} \right) - v_1(c) \frac{\partial c}{\partial x} - v_2(c) \frac{\partial c}{\partial y} - \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} - \gamma(c - C_m) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{T1} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{T2} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = n \frac{\partial c}{\partial t}, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_{T1} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_{T2} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \rho c_p \left( v_1(c) \frac{\partial T}{\partial x} + v_2(c) \frac{\partial T}{\partial y} \right) = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = -\mathbf{K}(c, T) \text{grad} h + \mathbf{n}_c(c) \text{grad} c + \mathbf{n}_T \text{grad} T, \quad \text{div} \bar{\mathbf{x}} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \quad (4)$$

$$L_1 h(x, y, t) \Big|_{\Gamma_0} = \tilde{H}_1(x, y, t), \quad L_2 c(x, y, t) \Big|_{\Gamma_0} = \tilde{C}_1(x, y, t), \quad L_3 T(x, y, t) \Big|_{\Gamma_0} = \tilde{T}_1(x, y, t), \quad (5)$$

$$U \Big|_{AB} = U \Big|_{AE} = U \Big|_{BC} = U \Big|_{C_1 D_1} = 0, \quad V \Big|_{AB} = V \Big|_{C_1 D_1} = 0, \quad (6)$$

$$\sigma_n = 0, \quad \tau_s = 0, \quad (x, y) \in DD_1 \cup C_1 D_1 \cup C_1 C, \quad (7)$$

$$u_n = u_s = 0, \quad (x, y) \in AB, \quad (8)$$

$$\sigma_n = 0, \tau_s = 0, (x, y) \in DE \quad (9)$$

$$[u_n] = [u_s] = 0, \quad [\sigma_n] = [\tau_s] = 0, \quad (x, y) \in CD, \quad (10)$$

$$c(x, y, 0) = \tilde{C}_0(x, y), \quad T(x, y, 0) = \tilde{T}_0(x, y), \quad (11)$$

де  $\lambda = \lambda(c(x, y, t))$ ,  $\mu = \mu(c(x, y, t))$ ,  $[\ ]$  – стрибок функції, індекси  $n, s$  відповідають нормальній та дотичній складовій відповідного вектора;  $(u_n, u_s)^T$  – вектор переміщень,  $\sigma = (\sigma_n, \sigma_s)$  – вектор напружень,  $U, V$  – проекції вектора переміщень  $u = (U, V)$  на осі  $Ox, Oy$ .

Чисельний розв'язок крайової задачі (1)-(11) знайдено методом скінченних різниць. В результаті проведених чисельних експериментів знайдено переміщення, напруження, деформації, а також розподіл поля напорів, швидкостей фільтрації, концентрації сольового розчину та температури. Проведено аналіз стану ґрунтового масиву, його несучої здатності, а також стійкості по

його НДС при наявності вільної поверхні ґрунтових вод з врахуванням тепло-масопереносу.

### Література

1. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – Киев: Наук. думка, 1991. – 432 с.
2. Філатова І.А. Математичне моделювання впливу масопереносу на НДС ґрунтового масиву з використанням числових конформних відображень//Вісник НУВГП. – Зб. наук. праць, вип.4(40). Ч.3, Рівне, 2007, С. 347-354.

## ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАСОПЕРЕНОСУ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ ПРИ ФІЛЬТРАЦІЇ ПІДЗЕМНИХ ВОД В НАСИЧЕНО-НЕНАСИЧЕНИХ ҐРУНТОВИХ СЕРЕДОВИЩАХ З РУХОМОЮ ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Власюк А.П., Цветкова Т.П.

Національний університет водного господарства та  
природокористування, м. Рівне

A.P.Vlasyuk@rstu.rv.ua, Tsvetkova@ukr.net

Досліджується масоперенос сольових розчинів при фільтрації підземних вод в насичено-ненасичених ґрунтових середовищах з рухомою вільною поверхнею (рис.1).

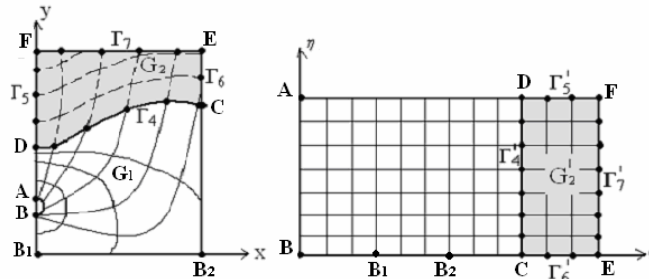


Рис.1 Область масопереносу в насиченій та ненасиченій зонах

Математичну модель даної задачі у загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею [1, 2]:

$$D\left(\frac{\partial c_1}{\partial x} + \frac{\partial c_1}{\partial y}\right) - v_x \frac{\partial c_1}{\partial x} - v_y \frac{\partial c_1}{\partial y} - \gamma(c_1 - C_*) = \delta \frac{\partial c_1}{\partial t}, \quad (1)$$

$$a \frac{\partial h}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

$$c_1(x, y, 0) = \tilde{C}_0^1(x, y), \quad c_1|_{AB} = \tilde{C}_1^1(t), \quad \frac{\partial c_1}{\partial n}|_{\Gamma^*} = 0, \quad (3)$$

де  $\Gamma^* = BB_1 \cup B_1B_2 \cup B_2C \cup DA$ ; на  $CD$ :  $c_1(x, y, t) = c_2(x, y, t)$ ;

$$D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial n} = D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial n}; \quad h_1|_{AB} = \tilde{H}_1, \quad \frac{\partial h_1}{\partial n}|_{\Gamma^*} = 0, \quad \text{де } \Gamma^* = BB_1 \cup B_1B_2 \cup B_2C \cup DA, \quad (4)$$

$$h_1|_{CD} = y, \quad \frac{\partial H}{\partial t} = k \left( \frac{\partial h_1}{\partial y} - \frac{\partial h_1}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} \right),$$

$$\left( \frac{\partial \left( D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} \right)}{\partial y} \right) - v_1(\omega, c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} - v_2(\omega, c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} - f(\omega) c_2 = \omega \frac{\partial c_2}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\mu(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial t} = \text{div}(K(h_2) \text{grad } h_2), \quad v = -k(\omega) \text{grad } h_2, \quad (6)$$

$$c_2(x, y, 0) = \tilde{C}_0^2(x, y), \quad c_2|_{EF} = \tilde{C}_2^1(x, t), \quad \frac{\partial c_2}{\partial n}|_{CE \cup FD} = 0, \quad (7)$$

$$h_2(x, y, 0) = \tilde{H}_0^2(x, y), \quad h_2|_{EF} = \tilde{H}_1^2, \quad \frac{\partial h_2}{\partial n}|_{CE \cup FD} = 0, \quad (8)$$

де  $c_1(x, y, t)$ ,  $c_2(x, y, t)$ ,  $D_1(c_1)$ ,  $D_2(c_2)$ ,  $v_x$ ,  $v_y$  – концентрації сольових розчинів, коефіцієнти конвективної дифузії та компоненти швидкості фільтрації в областях  $G_1$  та  $G_2$  відповідно,  $v_1(\omega, c)$ ,  $v_2(\omega, c)$  – деякі залежності від швидкості вологості і концентрації,  $H(x, t)$  – висота нависання води,  $n$  – внутрішня нормаль,  $h_1$  – напір рідини,  $h_2$  – напір вологи,  $\gamma$  – коефіцієнт масообміну,  $C_*$  – концентрація граничного насичення,  $\delta$  – пористість,  $f(\omega)$  – функція джерел,  $\omega$  – вологість,  $\mu(h) = \frac{\partial \omega}{\partial h}$ ,  $K(h_2)$  – коефіцієнт водопроникності,  $k(\omega)$  – коефіцієнт волого переносу.

Для задачі (1)-(8), використовуючи метод чисельних конформних відображень, побудовано монотонну різницеву схему в комплексній області та отримано її чисельний розв'язок. На основі проведених числових експериментів отримано поле швидкостей фільтрації та поле напорів в області фільтрації  $G_1$ , розподіл потенціалів, вологості в області неповного насичення  $G_2$ , поля концентрацій в областях  $G_1$  та  $G_2$ .

## Література

1. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917-1967). – Москва: Наука, 1969. – 542 с.
2. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – Киев: Наук. думка, 1991. – 432 с.

## АНАЛІЗ ВИТРАТ ЧЕРЕЗ СТИХІЮ 23–27 ЛИПНЯ В УКРАЇНІ

Горбачук В.М.\*, Гаркуша Н.І.\*\*

\*Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

\*\*Київський національний університет імені Т. Шевченка

\*GorbachukVasyl@netscape.net

\*\*NGarkusha@unicyb.kiev.ua

Постанова уряду України N 693 від 6 серпня 2008 р. про ліквідацію наслідків стихійного лиха 23–27 липня 2008 р. згадує об'єкти протипаводкового захисту: Вінниччина, район Ямпіль (за даними проекту USAID [www.mbrg-ukr.org](http://www.mbrg-ukr.org), доходи 2006 р. загального фонду бюджету 8 [млн.грн.]); Закарпаття, райони Міжгір'я (8), Рахів (15), Тячів (18), Хуст (23), разом (64); Івано-Франківщина, райони Богородчани (12), Верховина (5), Галич (19), Долина (32), Калуш (50), Коломия (31), Косів (11), Надвірна (30), Рожнятів (10), Снятин (9), Тисмениця (18), разом (227); Львівщина, райони Городок (11), Дрогобич (48), Жидачів (16), Миколаїв (13), Самбір (23), Сколе (10), Старий Самбір (9), Стрий (50), Турка (6), разом (187); Тернопільщина, район Монастирська (4); Чернівецьщина, райони Вижниця (9), Герца (4), Глибока (9), Кіцмань (12), Новоселиця (12), Путила (5), Сторожинець (11), разом (63); усього (553). Відношення R бюджету до урядових витрат через стихію в регіонах важливе у прийнятті рішень.

За рішеннями уряду від 28 і 30 липня, 2 і 6 серпня, регіони отримали разом 1661 млн.грн. на невідкладні заходи, роботи, відбудову комунальних і сільськогосподарських підприємств, дорожнє господарство, протипаводковий захист, допомогу громадянам,  $R = 553/1661 = 33\%$ : Вінниччина – 5, 2, 10, 3, 1, 0, 2 [млн.грн.] відповідно, разом 23,  $R = 8/23 = 34\%$ ; Закарпаття – 10, 4, 5, 28, 61, 13, 3 відповідно, разом 123,  $R = 64/123 = 52\%$ ; Івано-Франківщина – 60, 15, 50, 351, 130, 30, 30 відповідно, разом 666,  $R = 227/666 = 34\%$ ; Львівщина – 15, 4, 20, 37, 35, 3, 20 відповідно, разом 134,  $R = 187/134 = 140\%$ ; Тернопільщина – 5, 2, 10, 20, 5, 0, 5

відповідно, разом 47,  $R = 4/47 = 8\%$ ; Чернівеччина – 50, 15, 70, 363, 129, 12, 30 відповідно, разом 669,  $R = 63/669 = 9\%$ .

Враховуючи також витрати на Міноборони, МНС, МВС, Держкомветмедицини 50, 33, 10, 14 млн.грн. відповідно, для України  $R = 553/1769 = 31\%$ : урядові витрати перевищили 3 річні доходи загального фонду бюджету зазначених 33 районів, що стає актуальним питанням для фахівців із страхування у принаймні 6 областях.

## УЗГОДЖЕНІСТЬ ЙМОВІРНОСНИХ МІР, ЩО ВІДПОВІДАЮТЬ СТАЦІОНАРНИМ СКЛАДНИМ ДВІЙКОВИМ ЛАНЦЮГАМ МАРКОВА

Губеладзе А.К.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Розглянута послідовність випадкових величин  $\{\xi_i; i \geq 1\}$  є стаціонарним (у вузькому сенсі) складним ланцюгом Маркова порядку  $r$ . За цим визначенням послідовність випадкових векторів  $\{(\xi_{i+1}, \dots, \xi_{i+r}) | i \geq 0\}$  є ланцюгом Маркова і  $r$  є найменшим числом, яке задовольняє визначенню послідовності Маркова.  $\xi_i \in \{0, 1\}$ ,  $\alpha_i \in \{0, 1\}$  і  $S_k = (\alpha_1, \dots, \alpha_r)$  – стан ланцюга з номером  $k = 2^{r-1}\alpha_1 + \dots + \alpha_r + 1$ ,  $k \in M = \{1, \dots, 2^r\}$ .  $\xi^{(n)} = 0, \xi_1 \xi_2 \dots \xi_n$  і  $\xi = 0, \xi_1 \xi_2 \dots$  – випадкові величини зі значеннями з одиничного сегменту, які визначені у двійковій системі числення у вигляді двійкових дробів за випадковими величинами складного ланцюга  $\{\xi_i; i \geq 1\}$ .  $a_n = 0, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$  число із одиничного сегмента  $[0, 1]$ , задане у двійковій системі числення.

У випадку, коли в множині станів складного ланцюга є декілька ергодичних класів суттєвих станів  $\{K_m; 1 \leq m \leq \lambda\}$ , де  $K_m = \{S_{m_1}, S_{m_2}, \dots, S_{m'}\}$ ,  $1 \leq \lambda \leq 2^r$ , функція розподілу випадкових величин  $\xi$ ,  $\xi_n$  відповідно, приймають вид:

$$F(q_1, \dots, q_\lambda; t) = q_1 F^{(1)}(t) + \dots + q_m F^{(m)}(t) + \dots + q_\lambda F^{(\lambda)}(t).$$

$F_n(q_1; \dots; q_\lambda; t) = q_1 F_n^{(1)}(t) + \dots + q_m F_n^{(m)}(t) + \dots + q_\lambda F_n^{(\lambda)}(t)$ ,  
де  $q_m \in [0; 1]$ ,  $m = 1; 2; \dots; \lambda$ ,  $\sum q_m = 1$ , а  $F^{(m)}(t)$ ,  $F_n^{(m)}(t)$  – функції розподілу випадкових величин  $\xi$ ,  $\xi^{(n)}$ , що відповідають ергодичним класам  $K_m$ .

**Теорема.** Нехай  $F(q_1; \dots; q_\lambda; t)$ ,  $F_n(q_1; \dots; q_\lambda; t)$  – функції розподілу, що відповідають стаціонарним складним двійковим ланцюгам Маркова  $\{\xi_i; i \geq 1\}$  порядку  $r$ . Тоді

$$\begin{aligned} P\{0, \xi_1 \xi_2 \dots \in [0, \alpha_1 \dots \alpha_n; 0, \alpha_1 \dots \alpha_n + 2^{-n}]\} = \\ = P\{0, \xi_1 \dots \xi_n \in [0, \alpha_1 \dots \alpha_n; 0, \alpha_1 \dots \alpha_n + 2^{-n}]\} \end{aligned} \quad (1)$$

для довільної точки  $0, \alpha_1 \dots \alpha_n \in [0; 1]$ .

$$F_n\left(q_1; \dots; q_\lambda; \frac{k}{2^n}\right) = F\left(q_1; \dots; q_\lambda; \frac{k}{2^n}\right), \quad (2)$$

$k = 1; 2; \dots; 2^n - 1$ .

$$F_n\left(q_1; \dots; q_\lambda; \frac{k}{2^n}\right) = F_{n+s}\left(q_1; \dots; q_\lambda; \frac{2^s k}{2^{n+s}}\right), \quad s \geq 1. \quad (3)$$

Твердження (1-3) еквівалентні, із кожного з них випливають інші і кожне з них виражає властивість узгодженості ймовірносних мір розглянутих складних ланцюгів Маркова.

#### Література

1. Губеладзе А.К., Шарапов М.М. Об аппроксимации некоторых классов сингулярных распределений. Тези міжнародної конференції PDMU-2003. с.8-14, Алушта, Україна.
2. Губеладзе А.К., Про збіжність послідовності функцій розподілу, що породжується стаціонарним складним ланцюгом Маркова. Тези міжнародної конференції PDMU-2008, травень 12-17, Київ-Рівне, стор.91-93.

# **ПРО НОВИЙ ПІДХІД ДО ОЦІНЮВАННЯ ПРАВИХ ЧАСТИН ЛІНІЙНИХ ЕЛІПТИЧНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

**Горбатенко М.Ю.**

Чернівецький національний університет ім.Ю.Федьковича  
**yourip@mail.ru**

Більшість результатів в галузі мінімаксного оцінювання була одержана з використанням традиційної постановки відповідних варіаційних крайових задач, доведення існування і єдиності розв'язків яких істотно спирається на відому лему Лакса–Мільграма.

Такий підхід дозволяє, наприклад, в стаціонарних задачах теплопровідності оцінювати невідому об'ємну щільність теплових джерел за спостереженнями температури. Однак не менший, а часто навіть більший інтерес являє собою також задача оцінювання цієї щільності за спостереженнями теплового потоку. Відмітимо, що відомі на цей час методи оцінювання не дозволяють розв'язувати подібні задачі.

Нами запропоновано новий метод, який дає змогу розв'язувати подібні проблеми.

Розроблений метод спирається на змішані варіаційні постановки, започатковані в роботах І. Бабушки і Ф. Бреції.

Названі задачі оцінювання мають важливе прикладне значення в багатьох галузях, тому їх теоретичний аналіз є актуальним.

Встановлена еквівалентність задачі мінімаксного оцінювання деякій задачі умовної оптимізації.

Доведені нові твердження про загальний вигляд мінімаксних середньоквадратичних оцінок функціоналів від розв'язків крайових задач і отримані представлення для похибок оцінювання.



## **ПРОЦЕДУРЫ РАСПОЗНАВАНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ**

**Гупал А.М.**

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины

**gupal\_anatol@mail.ru**

В основе байесовского подхода лежит определение таких структур описания объектов, для которых возможно построение эффективных (оптимальных) процедур распознавания. В настоящее время эти вопросы решены для дискретных объектов с независимыми признаками и объектов, которые описываются цепями Маркова. На основе операции усреднения по множеству всех возможных обучающих выборок получены детерминированные (неулучшаемые) оценки погрешности байесовской процедуры распознавания в зависимости от размеров классов (обучающих выборок), количества признаков и количества значений признаков. Полученные оценки существенно отличаются от оценок методов минимизации эмпирического риска. Операция усреднения по множеству обучающих выборок выполняет функцию контроля.

Обсуждается применение байесовских процедур распознавания для предсказания вторичной структуры белков, прогнозирования динамики курсов акций, диагностики опухолей головного мозга.

### **Литература**

1. Сергиенко И.В., Гупал А.М. Оптимальные процедуры распознавания и их применение, Кибернетика и системный анализ, 2007, № 6, с. 41–54.

## **ПРО ПРИРОДУ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ В МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ**

**В.С.Донченко**

**voldon@unicyb.kiev.ua**

Важливим аспектом математичного моделювання в прикладних задачах є функціонування систем в умовах невизначеності. Таким чином, математичні методи опису та оперування з невизначеністю є важливим інструментом дослідження в арсеналі математичних методів моделювання. В доповіді висувається та обґрунтовується концепція, яка пов'язує невизначеність із спостереженнями та умовами відповідних спостережень. Спеціальна увага приділяється визначенню місця та ролі математичних методів, що використовуються для

моделювання в умовах невизначеності: від детермінованого з проблемою прихованих параметрів до нечіткого. Детальніша увага порівняно з рештою приділяється нечіткому підходу: розгляду його внутрішніх та зовнішніх протиріч та проблем.

Принциповим в пропонованій концепції, що наголошує на емпіричному аспекті невизначеності, є поняття експерименту (спостереження, досліду, випробування, специфічно статистичного – стохастичного експерименту). Важливим у розвитку розуміння того, як використовується поняття «експеримент» є концепція «експерименту з керованими умовами» включно із стохастичним варіантом: статистичними моделями спостережень з керованими параметрами. Важливу роль в пропонованій концепції експерименту відіграє те, що розуміють під такою складовою експерименту, як його «реєстрація».

Крім того, розглядається структурний варіант невизначеності та визначаються основні математичні засоби «структуризації», до яких автор відносить відношення, операції, функції та системи підмножин.

#### **Література**

1. Donchenko V. Fuzzy sets: Abstraction axiom, Statistical Interpretation. Observations of Fuzzy Sets. //International Journal “Information Theories and Applications”. – V.13, №3. – 2005. – P.233-239.
2. Донченко В.С. Умовні розподіли та нечіткі множини//Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки.– №3.– 1998. – С.175-179.

### **ОЦІНЮВАННЯ СТАНІВ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ ЩО ОПИСУЄТЬСЯ РІВНЯННЯМ З ЛІНІЙНИМ ЗАМКНУТИМ ОПЕРАТОРОМ В ГІЛЬБЕРТОВОМУ ПРОСТОРІ**

**С. Жук, С. Демиденко**

Факультет кібернетики

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,

**Serhiy.Zhuk@gmail.com**

В рамках теорії оцінювання станів динамічних систем [5] запропоновано метод гарантованого оцінювання [3] лінійних функціоналів, заданих на множині розв'язків рівняння з лінійним замкнутим оператором в гільбертовому просторі, для випадку коли невизначені параметри рівняння є елементами деяких заданих підмножин. Зокрема для квадратичних множин отримані представ-

лення апіорних та апостеріорних оцінок з допомогою розв'язків систем лінійних операторних рівнянь, показана їх еквівалентність [3]. Застосування методу ілюструється на лінійних одновимірних крайових задачах [4] та початкових задачах для алгебро-диференціальних рівнянь [1,3]. Для випадку дискретного часу апостеріорна оцінка представляється у вигляді мінімаксного фільтра Калмана [2].

#### **Література**

1. Zhuk S.M., "Properties of the linear mapping, induced by singular differential equations," *Nonlinear oscillations*, No.~4, (2007), <http://arxiv.org/abs/0705.3365>
2. Zhuk S.M., "Recursive state estimation for noncausal discrete-time descriptor systems under uncertainties", *Automatica*, in press, (2008), <http://arxiv.org/abs/0711.1334>
3. Zhuk S.M., "Minimax state estimation for a dynamic system described by an equation with closed linear mapping in a Hilbert space, "Ukrainian Mathematical Journal", In press, (2008).
4. Демиденко С., Жук С., Наконечний О. До проблеми мінімаксного оцінювання розв'язків одновимірних крайових задач // Тавр.вісн.інформ. і мат.– 2007 р.– №1. с.7-24.
5. Наконечний О.Г. Оцінювання параметрів в умовах невизначеності // Наукові записки КНУ ім.Т.Г.Шевченка."--- 2004.- Том~7:факультет кібернетики."--- С.102-112.

### **ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ ТЕПЛООБМІННИХ ТРУБ ПАРОГЕНЕРАТОРІВ АЕС З ВВЕР**

**Заславський В.А., Єрмоленко Р.В., Сахно Н.В., Каденко І.М.**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**ndef@uninet.kiev.ua**

Безпечна експлуатація АЕС, окрім інших важливих складових, базується на необхідності своєчасного та коректного прийняття відповідного рішення. До складу основного обладнання АЕС з ВВЕР входить від 4 до 6 парогенератора (ПГ) в залежності від проекту реакторної установки. Враховуючи, що кожен ПГ містить пучок теплообмінних труб (ТОТ) АЕС, стінки яких є єдиною границею між першим та другим контурами, та зважаючи на цілу низку деградаційних процесів, яким піддаються ТОТ при експлуатації, контроль цілісності ТОТ ПГ є дуже важливою та

актуальною задачею в т.ч. як з економічної, так і з екологічної точки зору. Виходячи зі світового досвіду для вирішення проблеми цілісності ТОТ застосовують вихрострумний метод контролю (ВСК) – один з методів неруйнівного контролю (НК) металу. Базуючись саме на результатах ВСК і приймається рішення щодо подальшої експлуатації чи глушіння ТОТ з дефектом.

Статистичні дані, отримані під час контролю, є основою для подальшого проведення не тільки аналізу, але й прогнозування стану кожної труби парогенератора, планування часу її виведення з експлуатації та часу заміни парогенератора, тобто управління безпечною, тривалою та надійною роботою ПГ. Для цього потрібно мати відповідне програмне забезпечення, що має можливість зберігати та управляти великими обсягами статистичних даних.

Для оперування отриманими під час проведення ВСК даними авторами було розроблено оригінальне програмне забезпечення EddyReport 3.0 [1], що дозволяє зберігати та обробляти результати ВСК ТОТ кожного ПГ кожного з контролів.

В роботі представлено блок-схему розробленого програмного забезпечення, її основні функції та задачі, режими роботи, а також вихідні результати, що можна одержати при використанні EddyReport 3.0.

#### **Література**

1. <http://www.ndef.com.ua/rus/Programs/EddyReport/index.html>

**ЧИСЛОВИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ  
ПРОСТОРОВОГО І БАГАТОКАМЕРНОГО  
МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОХІМІЧНОГО ТА ВОДНОГО  
РЕЖИМІВ ЕКОСИСТЕМ**

**Зінько П.М.**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка.

**zinko@unicyb.kiev.ua**

Розглядається математична модель [1] гідрохімічного і водного режимів водного об'єкту, який складається із  $n$  камер (ділянок):

$$\begin{aligned} dc^{ij} / dt = (1 / W^i) \cdot \left\{ q^{i-1} c^{i-1,j} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_\phi^i c_\phi^{ij} + \right. \\ \left. + q_{on}^i c_{on}^{ij} + m_{on}^{ij} (c^{ij}, c_{on}^{ij}, t) - c^{ij} (q^i + q_{\phi\phi}^i + (dW^i / dt)) - \right. \\ \left. - F^{ij} (c^{ij}, c_{\phi\phi}^{ij}, t) \right\} - (\alpha^{ij} + \lambda^j) c^{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, s}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$dW^i / dt = q^{i-1} + q_\phi^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{on}^i - q^i - q_{\phi\phi}^i - q_{\phi\phi}^{i, \text{вип}}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

де  $q^i$  – потік води з  $i$ -ої камери в  $(i+1)$ -шу камеру,

$c^{ij}$  – концентрація  $j$ -ої речовини (солей, радіонуклідів, токсикантів, біогенів) в  $i$ -ій камері,

$q_k^i, c_k^{ij}$  – потік води з  $k$ -ої притоки (каналу) в  $i$ -ту камеру і концентрація в ній  $j$ -ої речовини,  $k = \overline{1, n_i}$ ,

$q_\phi^i, c_\phi^{ij}$  – фільтраційна витрата підземних вод і концентрація в них  $j$ -ої речовини,

$q_{on}^i, c_{on}^{ij}$  – кількість (потік) опадів, що випадають на водне дзеркало  $i$ -ої камери і концентрація в них  $j$ -ої речовини,

$q_{\phi\phi}^i$  – величина (витрати) беззворотного водоспоживання,

$q_{\phi\phi}^{i, \text{вип}}$  – величина випаровування з поверхні водного дзеркала,

$m_{on}^{ij} (c^{ij}, c_{on}^{ij}, t)$  – кількість (потік)  $j$ -ої речовини, що надходить в  $i$ -ту камеру з дна, в якому міститься дана речовина з концентрацією  $c_{on}^{ij}$ ,

$\alpha^{ij}, \lambda^j$  – константа швидкості седиментації і константа (коефіцієнт) хімічного, біологічного або радіоактивного розпаду,

$W^i(t), W_0^i$  – об'єм  $i$ -ої камери (водної товщі  $i$ -ої ділянки водоймища) в момент часу  $t$  і в початковий момент  $t = t_0$ ,

$F^{ij}(c^{ij}, c_{\Sigma}^{ij}, t)$  – функція, що враховує масообмін  $j$ -ої речовини з водним середовищем та гідробіонтами  $i$ -ої камери,  
 $t$  – час у добах (або місяцях, сезонах).

Для числового розв'язування системи (1), (2) при певних початкових умовах використовується формула "прогноз-корекція" [2]:

$$\frac{du(t)}{dt} = f(u(t), t), \quad u(0) = u^0, \quad (3)$$

$$u(t+h) = p(t+h) + \int_t^{t+h} [E + (t+h-\tau) \partial f(p(t+h), t+h) / \partial u] \times \\ \times [f(p(\tau), \tau) - dp(\tau) / d\tau] d\tau, \quad (4)$$

де  $h > 0$  – крок інтегрування;  $E$  – одинична матриця;  $p(\tau)$  – прогнозна функція, яка вибирається у вигляді перших двох доданків формули Тейлора

$$p(\tau) = u(t) + (\tau - t)f(u(t), t) + O(h^2), \quad \tau \in [t; t+h].$$

#### Література

1. *Лаєрик В.І.* Методи математичного моделювання в екології. – К.: Вид. дім "КМ Академія". 2002. – 203с.
2. *Зінько П.М.* Методи наближеного розв'язування задач Коші, які використовують розв'язуючі оператори і формулу Тейлора // Обчислювальна і прикладна математика. –1997. –вип.1. –с.54–59.

## ПРО ПІДХІД ДО ДЕКОМПОЗИЦІЇ НЕЧІТКИХ СИСТЕМ

Євген В. Івохін., к.ф.-м.н., Лариса Т. Аджубей, к.ф.-м.н.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,

факультет кібернетики

ivohin@univ.kiev.ua

Використання нечітких множин для формалізації ситуацій з невизначеністю на основі сукупності показників (факторів) знаходить все більше застосувань у різних прикладних галузях, що потребують прийняття ефективних рішень з урахуванням змін в динаміці показників.

Для опису динаміки деякої системи  $S$  пропонується використати модель зміни ситуацій прийняття рішень у вигляді нечіткої дискретної системи:

$$\mu_{k+1}(x) = A_k \circ \mu_k(x), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

де  $A_k, k = 0, 1, 2, \dots$  – деякі неперервні оператори,  $\circ$  – операція композиції,  $\mu_k(x) = (\mu_k(x_1), \dots, \mu_k(x_n))^T$  – вектор мір належності значень показників нечітким множинам  $A_1, \dots, A_n$  з універсальних множин  $X_1, \dots, X_n$  відповідно.

В даній роботі розглянуто одну з можливих реалізацій процедур декомпозиції нечітких систем (1) на підсистеми за допомогою спеціальної операції над нечіткими множинами.

Для простоти припустимо, що система  $S$  може бути представлена у вигляді двох підсистем  $S_1, S_2$ , стани яких подаються нечіткими множинами  $A_{S_1} = \{(x^1, \mu_{S_1}(x^1)), x^1 \in Y_1\}$  та  $A_{S_2} = \{(x^2, \mu_{S_2}(x^2)), x^2 \in Y_2\}$  універсальних множин  $Y_1, Y_2$  відповідно,  $Y_1 \times Y_2 = X_1 \times \dots \times X_n$ .

Для визначення функцій належності  $\mu_{S_1}(x^1)$  та  $\mu_{S_2}(x^2)$  нечітких множин  $A_{S_1}$  та  $A_{S_2}$  ототожнюємо величини  $\mu_{S_1}(x^1)$  та  $\mu_{S_2}(x^2)$  з корисністю підсистем  $S_1, S_2$  і представимо величини міри належності  $\mu_S(x)$  у вигляді  $\mu_S(x) = [\mu_{S_1}(x^1)]^\alpha [\mu_{S_2}(x^2)]^\beta$ , де  $\alpha, \beta \geq 0$ . Після цього, знаходження функцій  $\mu_{S_1}(x^1)$  та  $\mu_{S_2}(x^2)$  зводиться до вирішення конкретної нелінійної системи рівнянь.

# **ГЛОБАЛЬНИЙ АТРАКТОР ДЛЯ ОДНОГО ІМПУЛЬСНО-ЗБУРЕНОГО ХВИЛЬОВОГО РІВНЯННЯ**

**Капустян О.В., Капустян О.А.**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
**alexkap@univ.kiev.ua**

Одним із сучасних методів дослідження асимптотичної поведінки нелінійних еволюційних задач є теорія глобальних атракторів.

З точки зору теорії глобальних атракторів напівлінійне затухаюче хвильове рівняння є складним для вивчення, оскільки за умов глобальної розв'язності воно не породжує компактної напівгрупи (навіть при гладкому нелінійному члені). У роботі [1] нова ідея по перевірці умови Ладиженської (так званої властивості асимптотичної напівкомпактності) застосовується для доведення існування компактного глобального атрактора для автономного напівлінійного затухаючого хвильового рівняння без умови Ліпшиця на нелінійний член.

У наведеній роботі ми продовжуємо наші дослідження з [2] і, використовуючи ідею з [1], доводимо існування компактного напівінваріантного глобального атрактора для напівлінійного хвильового рівняння з неліпшицевим і залежним від часу нелінійним членом (в дійсності, трансляційно-компактним [3]). Розв'язок такого рівняння має затухаючі імпульсні ефекти у фіксовані моменти часу.

## **Література**

1. Ball J.M. Global attractors for damped semilinear wave equation // Discrete and Continuous Dynamical Systems. - 2004. - v.10, n.1. - P. 31-52
2. Iovane G., Kapustyan O.V. Global attractor for impulsive reaction-diffusion equation // Nonlinear Oscillation. - 2005. - v.8, n.3. - P. 319-328
3. Chepyzhov V.V., Vishik M.I. Evolution equations and their trajectory attractors // J. Math. Pures Appl. - 1997. - v.76, n. 10. - P. 913-964



**ДО ПИТАННЯ ПРО ВАРИАЦІЇ  
ПСЕВДООБЕРНЕНИХ І ПРОЕКЦІЙНИХ МАТРИЦЬ  
З ВИКОРИСТАННЯМ ФОРМУЛ ГРЕВІЛЯ**

**Кириченко М.Ф., Кудін Г. І.**

ІК НАНУ ім. В.М. Глушкова

КНУ імені Тараса Шевченка

Перспективними представляються дослідження задач оптимального синтезу систем управління, коли оптимізація здійснюється не тільки на етапі побудови оптимального управління по тому або іншому критерію оптимальності, але і оптимізуються також параметри математичної моделі. Постановка задачі оптимального синтезу структур для лінійних систем і можливий підхід до її розв'язання розглянуті в роботі [1].

Одним из підходів розв'язання проблеми можна вважати математичний апарат теорії псевдообернених і проекційних матриць [2,3,5], доповнену новими результатами, які відносяться до проблеми побудови обернених формул Гревілья, аналітичному представленню збурень псевдо-обернених матриць при збуренні рядків (стовпців) вихідних матриць або зміни самої структури матриць [3,5]. Ці нові результати уже використовувались при розв'язанні задач спостереження та управління [5,6], ідентифікації та побудови адаптивних регуляторів [3], оптимального синтезу структур лінійних систем [1].

**1. Постановка задачі**

Нехай для матриці  $A \in R^{m \times n}$ , складеної з елементів  $a_{ij}$ , тобто

$$A = (a_{(1)} \vdots \dots \vdots a_{(m)})^T \in R^{m \times n},$$

де  $\alpha_{(i)}^T = (\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{ij}, \dots, \alpha_{in}) \in R^n$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,

відома її псевдообернена матриця  $A^+ \in R^{n \times m}$  і при цьому елемент  $\alpha_{ij}$  матриці  $A \in R^{m \times n}$  змінюється на деяку величину  $\delta \in R$ , тобто матриця  $A$  набуває збуреного вигляду

$$\Delta A^+(\alpha_{ij}) = (A + \Delta A(\alpha_{ij}))^+ - A^+.$$

По відношенню до вихідної матриці  $A$   $i$ -ий вектор - рядок може бути лінійно залежним або незалежними з її вектор - рядками і це, як впливає з робіт [3-4], істотно впливає на

аналітичне представлення збурених елементів псевдообернених та проекційних матриць.

В доповіді представляються аналітичні вирази збурень елементів псевдооберненої матриці від збурень окремих елементів початкової матриці, досліджується отримані залежності.

#### **Література**

1. Кириченко Н.Ф., Матвиенко В.Т. Оптимальный синтез структур для линейных систем. // Проблемы управления и информатики. –1996.-№1-2. – С.162-171.
2. Кириченко Н.Ф. Аналитическое представление возмущений псевдообратных матриц. // Кибернетика и системный анализ. – 1997.-№2.-С.98-107.
3. Кириченко Н.Ф., Лепеха Н.П. Псевдообращение в задачах управления и наблюдения // Автоматика.-1993.-№5.-С.69-81.
4. Кириченко Н.Ф., Донченко В.С. Псевдообращение в задачах кластеризации // Кибернетика и системный анализ.-2007.-№4.- С. 73-91..
5. Кириченко Н.Ф., Лепеха Н.П. Псевдообратные и проекционные матрицы в применении к исследованию задач управления, наблюдения и идентификации // Кибернетика и системный анализ.-1997.-№2.- С. 98-122.
6. Кириченко М.Ф., Донченко В.С. Задача термінального спостереження динамічних системи: множинність розв'язків та оптимізація // Журн. обчислювальної та прикладної математики. – 2005.– Вип.3.– С. 63-78.

### **ГРАВІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АКТИВНО-ПАСИВНИХ ОПЕРАЦІЙ БАНКУ**

**Кінаш О.М., Хомич С.В.**

Львівський національний університет імені Івана Франка  
**email@hotbox.ru, Okinasch@yahoo.com**

Побудовано гравітаційну модель активно-пасивних операцій. Як результат знайдено величину оптимального процентного доходу від здійснення активно-пасивних операцій.

Зазначимо, що розглянута модель дозволяє врахувати імовірнісний характер отримання результатів від проведення фінансово-кредитної діяльності комерційним банком. Зокрема, під час формування вхідних даних, які відображають схему діяльності банку враховано по перше – два типи ризиків успішного

здійснення активно–пасивних операцій, по друге коефіцієнт планової зміни розміру залучених та вкладених коштів. Зазвичай, вказані величини визначаються групою експертів банку на основі певних аналітичних досліджень. Далі, використання математичної моделі, дає можливість поєднати формальні та неформальні способи ефективного ведення фінансової діяльності банком. Вказаний підхід дозволяє значною мірою наблизити змодельований процес планування роботи банку до реально діючих методик та максимізувати фінансовий дохід від операційної діяльності.

**Література:**

1. Вильсон Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем. – М.: Наука, 1978, 248 с.
2. Кінаш О., Попадик А. Економіко – математичне моделювання руху грошових коштів// Трансформація економічної системи в Україні. Науковий збірник/ За ред. З.Г. Ватаманюка. – Львів: Інтереко, 2000.–516с.– (Формування ринкової економіки в Україні. Виип.6.).с.471–475.
3. Кінаш О.М., Лапішко М.Л., Кожан Р.В. Економіко – математичне моделювання грошових потоків //Соціально економічні дослідження в перехідний період. Економічні проблеми ринкової трансформації України. (Збірник наукових праць). Вип. 1(XXXIX)/ НАН України. Інститут регіональних досліджень. – Львів, 2003. – с. 256 – 263.
4. Кінаш О.М., Яструбський М.І. Вибір механізму оптимізації розподілу фінансових ресурсів у вищих навчальних закладах// Науковий вісник: Збірник наукових праць.- Львів: НЛТУ України.- 2005, вип 15.3.- С.301- 309.
5. Кінаш О.М., Хомич С.В. Гравітаційні моделі грошових потоків// International conference problems of decision making under uncertainties (PDMU- 2007)/- May 21-25, 2007, Chernivtsi, Ukraine (Abstracts).- P. 228-229.

## **ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИМ РОБОТОМ НА ПІДСТАВІ АНАЛІЗУ СИТУАЦІЇ**

**Кук Ю.В., Лаврикова О.І.**

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

**1913@i.com.ua**

У доповіді пропонується методика формування рішень інтелектуальним роботом по перетворенню ним даної ситуації у необхідну ситуацію. Ця методика заснована на технології моделювання роботом поточної ситуації, і, в залежності від результатів цього моделювання, робот приймає те чи інше рішення шляхом формування необхідних керуючих сигналів.

Система керування роботом має наступну структуру. На нижньому, першому, рівні здійснюється керування безпосереднім рухом виконавчих механізмів робота. На другому рівні формуються сигнали керування. На цьому рівні керування розподіляється по всіх виконавчих механізмах робота для здійснення необхідної елементарної операції. На третьому рівні здійснюється розчленовування більшої операції на елементарні операції й складається послідовність їхніх виконань відповідно до деякого набору правил. Сигнал про необхідність виконання кожної з елементарних операцій надходить із третього в другий рівень системи керування. Четвертий рівень керування реалізується в інтелектуальних роботах. Цей рівень необхідний у тих випадках, коли заздалегідь невідомо, яку операцію потрібно виконати. Робот, виходячи з навколишньої ситуації, що для нього невідома і яка може змінюватися, повинен сам прийняти рішення, яку операцію необхідно реалізувати. Отже, четвертий рівень - це рівень вироблення й ухвалення рішення про необхідність виконання тої або іншої операції в заздалегідь невизначених умовах. Ухвалені рішення передається в третій рівень системи керування для реалізації. У доповіді розглядаються роботи із четвертим рівнем керування. На цьому рівні пропонується наступна процедура керування. Роботи будують математичну модель ситуації, у якій вони перебувають, і на основі цієї моделі синтезують рівняння керування для одержання керуючої інформації. На основі побудованої моделі прогнозується розвиток ситуації із часом. У доповіді розроблена методика побудови інтелектуальним роботом моделі керування ситуацією, що враховує прогноз розвитку

ситуації. Ця інформація потім використовується для оптимального перетворення ним вихідної ситуації в потрібну цільову ситуацію.

## ПРО ВАРІАЦІЙНУ ЗАДАЧУ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОРТФЕЛЯ АКЦІЙ

**Кулян В.Р.**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**Юнькова О.О.**

Київський національний економічний університет імені

Вадима Гетьмана

**Рутицька В.В.**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**kulyan@unicyb.kiev.ua**

Динамічну модель прибутковості портфеля акцій можна записати у вигляді

$$r_p(t) = \sum_i x_i(t)r_i(t), \quad (1)$$

де  $x(t)$  – вектор часток цінних паперів у портфелі;  $r(t)$  – вектор, координатами якого є норми прибутковостей відповідних цінних паперів. При цьому динаміка формування вартості акції, може бути описана співвідношенням

$$\dot{r}_i = (\bar{\alpha}_1 SM_{ind}(t) + \bar{\alpha}_2 I(t))r_i(t) + \sum_j \rho_{ij}r_j + \varepsilon(t). \quad (2)$$

Для визначення або побудови множинних оцінок параметрів математичної моделі (2), використовують методи імітаційного моделювання або самоорганізації моделі. Продиференціювавши (1) за  $t$ , отримаємо

$$\dot{r}_p = \sum_i \left( \frac{x_i(t)r_i(t)}{r_i(t)} f_i + \frac{r_i(t)x_i(t)}{x_i(t)} \dot{x}_i \right).$$

Після виконання перетворень

$$\dot{r}_p = 2r_p - \sum_i \sum_j x_i(t)r_i(t) \left( \frac{f_j}{r_j(t)} + \frac{\dot{x}_j}{x_j} \right), \quad i \neq j. \quad (3)$$

Таким чином, задача варіаційного числення для побудови оптимального портфеля цінних паперів має вигляд

$$\dot{r}_p = 2r_p - F(x_i, r_i, f_i, \dot{x}_i), \quad i = \overline{1, n}, \quad r_p(t_0) = r_{p0}, \quad r_p(t_1) = r_{p1},$$

$$I(r_p) = \iint_D F(r, r_p, x) dx dr. \quad (4)$$

До сформульованої вище задачі оптимізації процесу інвестування в цінні папери, зважаючи на сказане вище, можна додати нові задачі про оптимізацію моментів диверсифікації інвестиційного портфеля та про побудову оптимального початкового портфеля цінних паперів на основі інформації про бажані параметри портфеля у кінцевий момент часу.

Алгоритм розв'язання задачі оптимального інвестування у цінні папери запишемо у вигляді:

Крок 1: Знайти максимальне значення  $\Delta t$  для якого існує розв'язок відповідної задачі оптимального керування.

Крок 2: Побудувати множину досяжності  $D(t, t - \Delta t, M_{\Delta t})$  для системи (1) для моменту часу  $T - \Delta t$ .

Крок 3: Виконувати кроки 1,2 до тих пір, доки  $t \neq t_0$ .

Крок 4: Побудувати початкову множину досяжності  $D(t, t_0, M_{t_0})$ .

Множина  $D(t, t_0, M_{t_0})$  є множиною початкових портфелів цінних паперів, вартість яких, за умов відповідної диверсифікації, у кінцевий момент часу  $T$  є наперед заданою.

Процедура розв'язання задачі оптимального керування параметрами портфеля цінних паперів ґрунтується на побудові функції Гамільтона-Понтрягіна  $H(r_p(t), x(t), \phi(t), t)$ . Задача оптимального керування портфелем цінних паперів може бути розв'язана також за допомогою методу послідовних наближень, де для вибраного початкового складу портфеля  $x_p^0$  на кожному кроці ітераційної процедури за допомогою розв'язання відповідних задач Коші та з використанням умови максимуму функції Гамільтона-Понтрягіна будують нове значення функції керувань.

Система, що розглядається є лінійною з нестационарними елементами на діагоналі. Розглянемо випадок, коли задано обмеження на координати фазового стану динамічної системи формування ринкової вартості портфеля цінних паперів. Кожен інвестор відслідковує вартість портфеля цінних паперів, ним визначено моменти, в які параметри портфеля мають задовольняти накладеним на них обмеженням.

Нехай в момент  $t=T$  на стан системи накладено обмеження:

$$q_i(r(T), \lambda) = 0, i \in \overline{1, N_1}, \quad (5)$$

де  $\lambda$  - об'єднаний вектор параметрів системи за яким буде здійснюватись оптимізація. Зміна значень компонент вектора  $\lambda$  обумовлює можливі зміни ринкових вартостей цінних паперів та стану ринку. Функції  $q_i(r, \lambda)$  - це неперервно-диференційовані скалярні функції своїх аргументів. Дані функції саме і визначають обмеження, які інвестор накладе на параметри, що характеризують портфель цінних паперів: прибутковість і ризикованість.

## СТАБІЛІЗАЦІЯ ІМПУЛЬСНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ВИПАДКОВОЇ СТРУКТУРИ

Лукашів Т.О., Ясинська Л.І., Ясинський В.К.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

lukashiv@rambler.ru

Нехай на ймовірнісному базисі [1]  
( $\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P}, \mathbf{F} \equiv \{\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}, t \geq 0\}$ ) задана імпульсна система

$$dx(t) = a(t, \xi(t), x, u)dt + b(t, \xi(t), x, u)dw(t), \quad (1)$$

з імпульсними марковськими переключеннями

$$\Delta x(t_k) = g(t_k, \xi(t_k-), x(t_k-), \eta_k), \quad (2)$$

і початковими умовами

$$x(t_0) = x_0 \in \mathbf{R}^m, \xi(t_0) = y \in Y, \eta_{k_0} = h \in H. \quad (3)$$

Існує додатно визначений функціонал по  $x \in \mathbf{D}([0, \infty), \mathbf{R}^m)$ , де  $t_k \in S \equiv \{t_n \uparrow, n \in N\}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = +\infty$ ;  $\mathbf{v}_k^0(y, \varphi, h) \equiv \mathbf{v}^0(t_k, y, x, h)$  – послідовність функціоналів Ляпунова,  $u_k^0(y, x, h) \equiv u^0(t_k, y, x, h)$  – послідовність  $r$ - вимірних функцій-керувань, де  $t_{k+1} > t_k > t_0, k = 0, 1, 2, \dots, n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = +\infty$ ,  $\forall y \in Y, h \in H$ , які вимірні по всіх аргументах; послідовність  $\mathbf{v}_k^0(y, x, h)$  в області  $t = t_k \geq t_0 \geq 0, x \in \mathbf{D}([0, \infty), \mathbf{R}^m) \equiv \mathbf{D}$ ,  $y \in Y, h \in H$ , допускає нескінченно малу нижню і нескінченно

велику верхню границі; послідовність функціоналів  $W(t, y, x, h, u_k^0(y, x, h)) > 0$ , з критерію

$$I_u(t_0, y_0, x_0, \eta_{k_0}) \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \int_{t_k}^{t_{k+1}} E \left\{ W(t, \xi(t), x[t], \eta_k, u[t]) \middle/ \xi(t_0) = y_0, x(t_0) = x_0, \eta_{k_0} \right\} dt$$

є додатно визначеною по  $x \in D$  для  $\forall t \in [t_k, t_{k+1}], k = 0, 1, 2, \dots, n, \dots$ ; послідовність слабких інфінітезимальних операторів в силу системи (1) для  $\forall t \in [t_k, t_{k+1}], (Qv_k^0)(y, x, h, u)|_{u_k^0}$ , обчислених при  $u_k^0 \equiv u^0(y, x, h)$ , задовольняє умову  $(Qv_k^0)(y, x, h, u)|_{u_k^0} = -W(t, y, x, h, u_k^0)$  величина  $(Qv_k^0)(y, \varphi, h, u) + W(t, y, x, h, u)$  досягає мінімуму при  $u = u^0$ , тобто

$$(Qv_k^0)(y, \varphi, h, u)|_{u^0} + W(t, y, x, h, u^0) = \min_{u \in R^r} \{ (Qv_k^0)(y, x, h, u)|_u + W(t, y, x, h, u) \} = 0.$$

Тоді керування  $u_k^0(t_k, y, x, h), k \geq 0$ , здійснює стабілізацію розв'язку задачі Коші (1)-(3) до асимптотичної стійкості за ймовірністю.

#### Література

- 1 Жакод Ж., Ширяев А.Н. Предельные теоремы для случайных процессов: в 2-х т. – М.: Физмат изд., 1994. – Т.1, Т.2 – 544 с., 473 с.
- 2 Дынкин Е.Б. Марковские процессы. – М.: Физмат изд., 1963. – 859 с.
- 3 Кац И.Я. Метод функций Ляпунова в задачах устойчивости и стабилизации систем случайной структуры. – Екатеринбург: Изд-во Уральской госакадемии путей сообщения, 1998. – 222 с.



## БАГАТОЦІЛЬОВІ ІГРИ

Машенко С.О.

Київський університет імені Тараса Шевченка

msomail@yandex.ru

У доповіді розглядається гра  $G = (X_i, \{R_i^j\}_{j \in L_i}; i \in N)$ , у якій кожен гравець має множину цілей, що задаються бінарними відношеннями переваги. У цій грі  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  - множина з  $n$  гравців;  $X_i$  - множина стратегій  $i$ -го гравця;  $\{R_i^j\}_{j \in L_i}$  - множина цільових бінарних відношень переваги  $R_i^j \subseteq X \times X, j \in L_i$ , гравця  $i \in N$ ,  $L_i = \{1, 2, \dots, l_i\}$  - множина їх індексів,  $l_i$  - їх кількість (кожне цільове відношення переваги  $R_i^j$  є визначеним на множині ситуацій гри  $X = \prod_{i \in N} X_i$ ). Гравці, вибираючи свої стратегії, прагнуть того, щоб склалася настільки можливо більш переважна для кожного ситуація гри за усіма цільовими відношеннями переваги.

У доповіді розглядається два способи агрегації цільових відношень переваги  $\{R_i^j\}_{j \in L_i}$  гравця  $i \in N$  в агреговане відношення переваги  $R_i$ . Агрегація об'єднанням цільових відношень переваги  $R_i = \bigcup_{j \in L_i} R_i^j$  та їх перетином  $R_i = \bigcap_{j \in L_i} R_i^j$ . Для кожного з цих підходів пропонуються різні визначення рівноважних ситуацій гри за принципами «максимального елемента» та «мажоранти» бінарного відношення, досліджується зв'язок між ними.

У доповіді також розглядаються необхідні та достатні умови існування кожного типу рівноваг та зв'язок цих умов з аналогічними для ігор з цілями гравців, що задаються функціонально [1,2].

### Література

1 Машенко С.О. Исследование стабильности равновесий на основе принципа индивидуальной оптимальности //Кибернетика и системный анализ.-2007. -4. -С. 162-169.

2 Машенко С.О. Индивидуально-оптимальные равновесия некооперативных игр в отношениях предпочтения //Кибернетика и системный анализ.-2008. -4. -С. 112-119.

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РЕГЕНЕРАЦИИ КАТИОНИТОВЫХ УСТАНОВОК УМЯГЧЕНИЯ ВОДЫ**

**З. Н. Мегрелишвили, И. Ш. Дидманидзе, Г. А. Кахиани**

г. Батуми, Государственный университет Шота Руставели

**ibraimd@mail.ru**

Для нахождения зависимости между расходом реагента и обменной емкостью ионита, и решения задачи оптимизации работы катионитовой установки умягчения воды разработан алгоритм послойного метода расчёта процесса регенерации позволяющий рассчитать кажущийся коэффициент ионного обмена при котором теоретические результаты достаточно близко совпадают с экспериментальными.

Было установлено, что ионы жёсткости равномерно распределяются по высоте загрузки. Были получены зависимости изменения концентрации раствора поступающего на загрузку фильтра:

Установлено значение коэффициента взаимодействия при замене Na на Ca. Для сульфогля коэффициент взаимодействия равен  $3,15 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2/\text{с}$ . С учётом полученных данных на платформе Microsoft Windows XP разработан пакет прикладных программ реализующих математическую модель процесса регенерации. Пакет программ позволяет получить распределение ионов жесткости, как по слоям фильтра, так и по порциям регенерационного раствора; в дискретной форме позволяет получить значение обменной ёмкости в зависимости от удельного расхода реагента. Полученные программы могут быть полезны при расчёте как при автоматизации расчёта процесса регенерации существующих и вновь проектируемых фильтров, так и при внедрении автоматизированных систем управления и расчёта оптимальных параметров работы катионитовых установок.

Имеется графический пользовательский интерфейс который обеспечивает комфортные условия для ввода исходных данных а также получения результатов расчётов. Пользовательский интерфейс кроме вербальных данных содержит и графические пиктограммы. Основное рабочее окно разделено на четыре рабочие части:

- Результаты расчётов – здесь выводятся результаты проведенных расчётов

- Исходные данные – здесь происходит ввод и редактирование наборов исходных данных, загрузка исходных данных из внешних файлов или вызов встроенного редактора наборов исходных данных.
- Вспомогательные данные, временная панель – сюда выводятся промежуточные результаты расчётов

В результате расчётов в главном окне программы в области «Результаты расчётов» будут выведены результаты проведенных расчётов а параметры каждого слоя фильтра и каждой пропущенной порции будут выведены в область именуемую «вспомогательные данные».

Следует отметить что формат выводимых данных позволяет их легко экспортировать в различные внешние программы для последующей обработки, например Microsoft Excel.

#### **Литература**

1. Megrelishvili Z. N., Didmanidze I. Sh., Chkhaidze D. T., Nizharadze. E. Sh. The mathematical model of the solution strength change coming from the cation exchanger. - Kiev, “ Visnik”, Kiev University, Series Physics and Mathematics. # 1, 2007, p. 153-156.

### **ПРОГНОЗУВАННЯ ПОПИТУ ТА ПРОПОЗИЦІЇ НА РИНКУ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ ПОСЛУГ<sup>1</sup>**

**Мензатов Л.Ш., Лебедєв Є.О.**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
**m\_lenur@ukr.net**

Фактори, що впливають на попит та пропозицію на ринку телекомунікаційних послуг, діляться на фактори макрооточення, безпосереднього оточення та фактори внутрішнього середовища оператора зв'язку. Проведене дослідження ринку послуг оператора (власника цифрових каналів зв'язку) визначило перелік основних економічних факторів, що впливають на попит та пропозицію. У подальшому при прогнозуванні наведені основні джерела прибутку оператора зв'язку - групи головних користувачів, що дають основну частину прибутку (реалізованої пропозиції), а також пріоритетні види послуг зв'язку, які користуються найбільшим попитом у головних користувачів.

---

<sup>1</sup> Робота виконана за фінансової підтримки ДФФД України (проект №Ф25.1/094)

На етапі підготовки інформаційної бази для прогнозування формуються масиви вихідних даних, що містять відомості по кожному місяцю базового періоду. До основних компонент масиву вихідних даних відноситься: перелік орендарів каналів та число каналів, що ними задіяні; перелік категорій користувачів та їх чисельність; число каналів, що задіяні в кожній групі користувачів; перелік типів з'єднання каналів (типів технологій передачі даних) та число каналів, які зайняті у відповідній технології; перелік швидкостей передачі даних, які були застосовані протягом базового періоду та число каналів, що були задіяні із заданими швидкостями; види послуг зв'язку та число каналів, задіяних по цим видам; прибутки по групах користувачів; місячні тарифи за оренду каналів.

В умовах перехідної економіки найбільш ефективними виявилися адаптивні методи прогнозування ([1]). До основних переваг адаптивних моделей можна віднести такі:

- вони не потребують багато вихідної інформації і базуються на інтенсивному аналізі того, що є у наявності;
- мають зрозумілу інтерпретацію і просту програмно-алгоритмічну реалізацію;
- неоднорідність часових рядів знаходить віддзеркалення в структурі моделі.

На основі цих моделей прогнозування попиту та пропозиції телекомунікаційних послуг ведеться помісячно на період не більше двох років. Прогноз змін числа користувачів лежить в основі розрахунку прогнозних значень пропозицій.

Застосування запропонованої методики прогнозування доцільно в практиці коротко- та середньотермінового планування діяльності оператора зв'язку.

#### **Література**

1. Айстраханов Д.Д., Пугачова М.В., Лебедєв Є.О. Концептуальні основи статистичного моніторингу. - Київ: ІВЦ Держкомстату України, 2003. - 343 с.

## БАГАТООСІБНА ОЦІНКА АЛЬТЕРНАТИВ

Андрій Музичук

Львівський національний університет ім. І.Франка

andriy@pancha.lviv.ua

Нехай задана множина експертів, яку позначимо через  $E = \{e_1, \dots, e_p\}$  і множина альтернатив  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  досяжних на момент прийняття рішення. Необхідно побудувати механізм впорядкування альтернатив на основі висловлень експертів.

Нехай заданий ймовірнісний розподіл на множині  $E$ , який позначимо як  $P_E = (p(e_1), \dots, p(e_p))$  і який можна трактувати як рівень довіри особи, яка приймає рішення (ОПР) до експертів. Через  $X = \|x_{ij}\|_{i=1, m; j=1, p}$  позначимо матрицю висловлень експертів стосовно ефективності альтернатив, де  $x_{ij}$  є елементом множини лінгвістичних термінів  $L = \{l_0, l_1, \dots, l_m\}$ .

Необмежуючи загальності будемо припускати, що на множині висловлень  $L$  задано відношення строгої переваги  $\prec$  і її елементи впорядковані від найкращого до найгіршого:  $l_0 \prec l_1 \prec \dots \prec l_m$ . Будемо казати, що альтернатива  $a_i \in A$  на думку експерта  $e_j$  має більшу ефективність, ніж на думку експерта  $e_k$ , якщо  $x_{ij} \succ x_{ik}$  і рівноцінною для експертів  $e_j$  та  $e_k$  якщо  $x_{ij} = l \in L$  і  $x_{ik} = l \in L$ , тобто висловлення експертів співпадають. Також вважаємо, що альтернатива  $a_i \in A$  на думку експерта  $e_j$  має більшу ефективність ніж альтернатива  $a_s \in A$  якщо  $x_{ij} \succ x_{sj}$  і альтернатива  $a_i$  є еквівалентною альтернативі  $a_s$  якщо  $x_{ij} = x_{sj}$ .

Через  $X_i$  позначимо узагальнене висловлення всіх експертів з множини  $E$  стосовно ефективності альтернативи  $a_i \in A$ .  $X_i$  є дискретною випадковою величиною, яка приймає значення з множини висловлень  $L$  з законом розподілу

$$P\{X_i = l\} = \sum_{j: x_{ij}=l} p(e_j), \quad (1)$$

де  $p(e_j)$  - вага експерта  $e_j \in E$  для ОПР.

Тоді ймовірність того, що узагальнене висловлення  $X_i$  не кращим за  $l \in L$ :

$$P\{X_i \preceq l\} = \sum_{u \in L, u \prec l} P\{X_i = u\}. \quad (2)$$

Отже ймовірність того, що в системі  $\langle E, P_E \rangle$  узагальнена висловлення  $X_i$  є не гіршим за узагальнене висловлення  $X_s$  будемо шукати за формулою повної ймовірності:

$$P\{X_i \succeq X_s\} = \sum_{l \in L} P\{X_i = l\} \cdot P\{l \succeq X_s\}. \quad (3)$$

Сумарну оцінку альтернативи  $a_i \in A$  позначимо як  $V(a_i)$  будемо визначати як:

$$\begin{aligned} V(a_i) &= \sum_{s: s \neq i} P\{X_i \succeq X_s\} = \\ &= \sum_{s: s \neq i} \sum_{l \in L} P\{X_i = l\} \cdot \sum_{u \in L, u \prec l} P\{X_i = u\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Альтернатива  $a_i \in A$  буде не гіршою за будь-яку іншу альтернативу  $a_s \in A$  ( $a_i \succeq a_s$ ) якщо виконується нерівність  $V(a_i) \geq V(a_s)$  ( $i \neq s$ ).

#### Література

1. Боровков А.А. Курс теории вероятностей. М., 1972.
2. Черноуцкий И.Г. Методы оптимизации и принятия решений. – СПб.-2001.- 384с.

#### АПОСТЕРІОРНІ ОЦІНКИ ФУНКЦІЙ ВІД РОЗВ'ЯЗКІВ ВАРІАЦІЙНИХ РІВНЯНЬ В ГІЛЬБЕРТОВИХ ПРОСТОРАХ

Наконечний О.Г.

факультет кібернетики, КНУ

[nakonechniy@unicyb.kiev.ua](mailto:nakonechniy@unicyb.kiev.ua)

Нехай  $H_0$  - гільбертів простір, що співпадає із своїм спряженим,  $H_+$  - гільбертів підпростір, щільний та неперервно вкладений в  $H_0$ ,  $a(\varphi, \psi)$  - білінійна неперервна форма на просторі  $H_+$ , для якої існує число  $\gamma > 0$  таке, що  $a(\varphi, \varphi) \geq \gamma \|\varphi\|_+^2$  для всіх  $\varphi \in H_+$ .

Припустимо, що відомий вектор  $y$  із гільбертового простору  $H$ , який має вигляд

$$y = C\varphi + \eta, \quad (1)$$

де  $\varphi$  є розв'язком варіаційного рівняння

$$a(\varphi, \psi) = Bf(\psi), \quad (2)$$

$\forall \psi \in H_+$  при деякому невідомому векторі  $f$  із гільбертового простору  $H_I$ .  $C$  та  $B$  лінійні неперервні оператори, які діють із просторів  $H_+$  в  $H$  та із  $H_I$  в  $H$  відповідно,  $\eta$  - невідомий вектор із  $H$ .

Нехай задана множина  $G \subset H_I \times H$ , якій належить вектор  $(f, \eta)$ . Позначимо через  $G_y(f)$  та  $G_y(\varphi)$  множини

$$G_y(f) = \{f : (f, y - C\varphi) \in G\},$$

$$G_y(\varphi) = \{\varphi : f \in G_y(f)\},$$

де  $\varphi$  - розв'язок рівняння (2).

Введемо відображення  $L\varphi$  вигляду  $L\varphi = (l_1(\varphi), \dots, l_N(\varphi))$ , у якому  $l_i(\varphi)$  - функціонали, які визначені на розв'язках рівняння (2) та приймають значення в  $R^l$ , та множину  $G_y(L) = \{L\varphi : \varphi \in G_y(\varphi)\}$ .

Назвемо множину  $G_y(L)$  множиною апостеріорних оцінок відображення  $L\varphi$ . При певних умовах даються необхідні і достатні умови для того, щоб вектор із  $R^N$  був апостеріорною оцінкою відображення  $L\varphi$ , а також досліджуються оптимальні апостеріорні оцінки із відповідними критеріями оптимальності.

#### Література.

- 1 Наконечный А.Г. Минимаксное оценивание функционалов от решения вариационных уравнений в гильбертовых пространствах. - Київ, КДУ, 1985.

## ОПЕРАТОРИ ПОБУДОВИ НЕРУХОМОЇ ТОЧКИ В ПРЕДИКАТНИХ АЛГЕБРАХ

Микола С. Нікітченко, Степан С. Шкільняк, Ірина А. Антонова  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
[ttp@unicyb.kiev.ua](mailto:ttp@unicyb.kiev.ua)

Широке використання індуктивних та рекурсивних методів задання предикатів спонукає до дослідження композицій, що визначаються різними операторами побудови нерухомих точок (НТ). В [1] вивчались найменші НТ монотонного відображення на  $\omega$ -областях. В доповіді розглядаються НТ монотонних операторів на повних частково-впорядкованих множинах (ПЧВМ) та пропонується узагальнений варіант теореми Тарського про структуру множини НТ на різних типах частково-впорядкованих множин.

Оператор побудови НТ можна розглядати як метакомпозицію, яка за композиціями-аргументами будує нову композицію. Центальною теоремою про НТ є теорема Кнастера-Тарського-Кліні, яка стверджує наявність найменшої НТ неперервного відображення та її знаходження методом послідовних наближень. Загальнішою є теорема Тарського, яка гарантує існування і описує структуру області нерухомих точок монотонного відображення на повній решітці. Твердження відповідних теорем Кнастера-Тарського-Кліні та Тарського нами узагальнені для ПЧВМ і для сумісно-повних решіток.

Алгебри часткових предикатів є семантичною основою композиційно-номінативних логік. Доведено, що базові композиції пропозиційної алгебри та реномінативної алгебри є неперервними, базові композиції кванторної алгебри та функціонально-екваційної алгебри є  $T$ -неперервними, тому і монотонними відображеннями.

Доведено, що клас часткових предикатів є ПЧВМ.

Для  $p$ -екзистенційної формули  $\Phi$  відповідний оператор  $\Phi_A$  є монотонним та неперервним в області істинності, тому він має  $T$ -нерухому точку з найменшою областю істинності, яка знаходиться методом послідовних наближень. В загальному випадку формули мови 1-го порядку множина НТ відповідного оператора є ПЧВМ.

Висновки. В доповіді розглянуто застосування операторів побудови НТ для композиційних предикатних алгебр різних рівнів абстракції. Отримані результати можуть бути застосовані в мовах моделювання та специфікацій програм.

[1] Нікітченко М.С., Шкільняк С.С., Антонова І.А. Композиційно-номінативні логіки з операторами нерухомої точки. – Пробл. програмування. – 2008, № 2–3.



## **ЕЛАСТИЧНІСТЬ ПОПИТУ НАСЕЛЕННЯ НА ПОСЛУГИ СИСТЕМИ ОХОРОНИ ЗДОРОВ'Я**

**Новіков В.М., Семенов В.В.**

**Інститут демографії та соціальних досліджень НАНУ  
demography@idss.org.ua, semenovsr@meta.ua**

В роботі [1] автори дослідили еластичність попиту населення на послуги освітньої галузі. В доповіді анонсовані результати стосовно еластичності попиту населення на платні послуги системи охорони здоров'я. Основні висновки, які впливають із проведеного аналізу, можна звести до наступних:

1. Найбільший вплив на зростання попиту на платні послуги має зменшення нерівності в групах населення із середнім рівнем доходів.

2. Найбільший вплив на зростання попиту на платні послуги має зростання доходів в групах населення із найменшими та найбільшими доходами.

3. У сфері охорони здоров'я тенденції формування попиту населення на послуги дещо відмінні від тенденцій, які притаманні попиту в освітній галузі [1]:

- міжрегіональна нерівність економічного розвитку перешкоджає зростанню попиту на медичні послуги;
- зменшення нерівності серед бідніших груп населення практично не впливає на попит на медичні послуги;
- головним чинником зростання попиту на медичні послуги серед бідніших груп населення є економічне зростання, а із середнім рівнем доходів – скорочення нерівності (зростання потужності середнього класу);
- порівняно із попитом на послуги освітньої галузі вплив економічного зростання на еластичність попиту на медичні послуги значно вищий, а нерівності – значно менший.

Дослідження підтверджує тезу стосовно (негативних) взаємозв'язків між економічною ефективністю та економічною нерівністю. Оскільки нерівність є відносною змінною і не залежить від рівня цін на послуги, цей висновок заслуговує особливої уваги з точки зору створення умов для забезпечення потреб населення.

### **Література**

1. Новіков В.М., Семенов В.В. Еластичність попиту населення на послуги освітньої галузі//Проблеми прийняття рішень в умовах

## СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО МІНІМІЗАЦІЇ РИЗИКУ

Павлюченко О.Г.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Розглянуті у літературі поняття ризику достатньо відзеркалюють його сучасний зміст і включають в себе: ймовірність того, що буде негативний вплив різних факторів; ймовірність того, що виникнуть саме ці, а не інші небажані ефекти.

Ці два елементи відповідають головним аспектам оцінки ризику, що споріднює її з теорією прийняття рішень в умовах невизначеності, або неповної інформації.

Така форма визначення оцінки ризику, є досить зручною, оскільки дозволяє:

- поєднати в одному показникові різноманітні дані про об'єкт ;
- отримувати інтегральні оцінки ризику від необмеженого числа негативних процесів.

Теоретичне підґрунтя кількісних оцінок ризику становить теоретико-ймовірнісний підхід. Нехай  $S$  - множина всіх можливих несприятливих подій: У кожному окремому випадку може з'явитися одночасно багато таких подій.  $K$  є підмножиною несприятливих подій множини  $S$ . Нехай з деяким ризикованим варіантом рішення  $E_i$  пов'язані елементарні сполучення несприятливих подій.

Кожному сполученню несприятливих подій  $K_{ij}$ , що може реалізуватися через прийняття рішення , а також події  $N_i$ , можна приписати ймовірності  $p_i(K_{ij})$  і  $p_i(N_i)$ :

Якщо кожному  $K_{ij}$  присвоїти відповідну кількісну величину наслідків  $A_{ij}$ , то значення величини рішення  $E_i$  для ризику  $R_i$  можна знайти:

$$R_i = \sum_{j=1}^{k_i} A_{ij} p_i(K_{ij})$$

Таким чином, величина  $R_i$  є середньою величиною збитку при прийнятті рішення  $E_i$ . Варіант рішення, без урахування можливості несприятливих наслідків, буде мати корисність  $e_i$ . Тоді, відповідно до варіанту рішення  $E_i$  величина  $G_i = E_i - R_i$ , що називається сумарним ефектом рішення.

Різке зростання частки ймовірісно-статистичних уявлень у наукових знаннях, об'єктивна необхідність пошуку пізнавальних засобів, які дозволяють враховувати фактори невизначеності, конфліктності при виборі оптимальних альтернатив, створили реальні перспективи для аналізу ризику. Поняття "ризик" стало вивчатися багатьма науками – такими як теорія ділових матричних ігор, теорія ймовірностей, стохастична оптимізація, теорія катастроф, теорія прийняття рішень, ймовірною і багатозначною логікою та іншими дисциплінами. Сучасні досягнення науки дають уявлення про ризик як про дворівневу взаємопов'язану структуру, що має прикладний і теоретичний аспекти. Прикладний є результатом дослідження конкретних наук. Теоретичний - це результат вивчення закономірностей розвитку й управління в ситуації невизначеності.

Неповна інформація була джерелом прорахунків при прийнятті рішень, що, в свою чергу, стало причиною багатьох катастроф і аварій.

Головною проблемою наукового визначення поняття "ризик" є його комплексний характер, що вимагає залучення широкого кола вчених - представників багатьох дисциплін. Саме тут вимагається застосування методів системного аналізу, врахування всіх факторів, що сприяють виникненню критичних ситуацій, і аналізу всіх наслідків, до яких вони можуть призвести.

Об'єктивне існування ризику зумовлене ймовірним характером багатьох природних, соціальних і технологічних процесів, багатоваріантністю матеріальних та ідеологічних співвідношень. У зв'язку з цим можуть відбуватися, через наявність багатьох непрогнозованих, випадкових, суб'єктивних обставин, різні відхилення від очікуваного результату.

**ОЦІНКИ РОЗВ'ЯЗКІВ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ  
З ВИПАДКОВИМИ МАТРИЦЯМИ  
В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

**Паращук Х.Ф.**

Чернівецький торгово-економічний ін-т  
**mpcc@chnu.cv.ua**

Нехай спостерігається вектор  $y \in R^N$ , що має вигляд

$$y = Hx + \eta, \quad (1)$$

де  $H$  - матриця розмірності  $N \times n$ ,  $\eta$  - вектор із відомою кореляційною матрицею  $R_\eta$  та нульовим середнім,  $x$  є розв'язком рівняння

$$Ax = Bf + d, \quad (2)$$

$A$  - випадкова матриця,  $f$  - невідомий вектор із  $R^m$ ,  $d$  - заданий вектор,  $B$  - відома матриця.

Припускається, що вектор  $f$  належить множині  $G$ .

При умові існування других моментів у векторі  $x$  досліджуються лінійні оцінки вектору  $Sx$  ( $S$  - деяка матриця), тобто оцінки вигляду

$$\hat{Sx} = Uy + c$$

де вектор  $c$  та матриця  $U$  знаходяться із умови

$$(U, c) \in \mathbf{Arg \, min} \, J(U, c),$$

а  $J(U, c)$  - функція, що має вигляд  $J(U, c) = \sup_{f \in G} M \left\| Sx - \hat{Sx} \right\|^2$ .

При певних умовах на  $G$  запропоновані методи побудови конструктивних оптимальних оцінок або оцінок, наближених до них.

**Література.**

1 Бублик Б.М., Данилов В.Я., Наконечний О.Г. Некоторые задачи наблюдения и управления в линейных системах.. – Киев: УМК ВО, 1988. – 191 с.

**О ПРОБЛЕМЕ ОЦЕНИВАНИЯ НЕИЗВЕСТНЫХ  
ПАРАМЕТРОВ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ  
БИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С  
ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ТИПА НЕЙМАНА  
ПО ЗАШУМЛЕННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ ЕЕ  
РЕШЕНИЯ**

**Перцов А. С.**

Чернівецький національний університет ім.Ю.Федьковича

**yourip@mail.ru**

Пусть состояние  $\varphi(x)$  системы определяется как обобщенное решение задачи

$$\Delta^2 \varphi(x) = f(x) \quad \text{в } D, \quad (1)$$

$$M\varphi = h_1, \quad N\varphi = h_2 \quad \text{на } \Gamma, \quad (2)$$

где

$$M\varphi = \sigma \Delta \varphi + (1 - \sigma) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \nu^2},$$

$$N\varphi = -\frac{\partial}{\partial \nu}(\Delta) + (1 - \sigma) \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} \nu_1 \nu_2 - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2} (\nu_1^2 - \nu_2^2) - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} \nu_1 \nu_2 \right],$$

где  $0 \leq \sigma < 1$ ,  $\nu$  – единичная нормаль к  $\Gamma$ , внешняя по отношению к области  $D$ ,  $\nu_i$  –  $i$ -я координата единичной нормали  $\nu$ ,  $\frac{\partial}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial x_1} \nu_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} \nu_1$  – производная по направлению касательной к кривой  $\Gamma$ , а неизвестные правые части  $f$ ,  $h_1$  и  $h_2$ , входящие в уравнение и граничные условия, подчинены квадратичным ограничениям и соответствующему условию совместности, являющемуся необходимым и достаточным условием разрешимости краевой задачи (1), (2) (в этом случае существует бесконечное множество решений, определенных с точностью до решений соответствующей однородной краевой задачи).

При этих предположениях по зашумленным наблюдениям решений и при специальных ограничениях на шумы в наблюдениях, найдены представления для минимаксных оценок функционалов от  $f$ ,  $h_1$  и  $h_2$ , а также представления для погрешностей минимаксного оценивания.

**ОЦІНКА ЗНИЗУ В НЕРІВНОСТІ  
С.М.БЕРНШТЕЙНА ДЛЯ ПЕРШОЇ ПОХІДНОЇ  
АЛГЕБРАЇЧНИХ ПОЛІНОМІВ**

**Підвисоцька А.І.**

Київський національний університет

**yourip@mail.ru**

Нехай  $\mathcal{P}_n$  позначає множину всіх алгебраїчних поліномів з дійсними коефіцієнтами степені не вище  $n \in \mathbb{N} := \{1, 2, \dots\}$ ,  $C(I)$  – клас всіх дійснозначних неперервних функцій  $f$  на  $I := [-1, 1]$ ,  $\|f\|_{C(I)} := \max_{x \in I} |f(x)|$  та

$$\pi_n := \left\{ p \in \mathcal{P}_n \mid \|p\|_{C(I)} \leq 1 \right\}, \quad K(p) := \{x \in I \mid |p(x)| = 1\}, \quad p \in \pi_n.$$

Для довільної фіксованої точки  $x \in I$  покладемо

$$M_n(x) := \max_{p \in \pi_n} |p'(x)|.$$

Використовуючи нові властивості поліномів Золотарьова, що встановлені в [1], доведена наступна оцінка.

**Теорема 1.** *Для довільного  $n \geq 3$  має місце нерівність*

$$M_n(x) \geq \frac{n-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| \in \bigcup_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1} \left[ \cos \frac{2k+1}{2(n-1)}\pi, \cos \frac{2k+1}{2n}\pi \right].$$

**Література:**

[1]. Avvakumova L.S., Comparison of integral functionals depending on the second derivative of Chebyshev and Zolotarev polynomials// East J. of Approximation, Vol.5, № 2, 1999.– pp. 151-182.

**МИНИМАКСНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ РЕШЕНИЙ  
ДВУХТОЧЕЧНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ  
ЛИНЕЙНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ  
ОТСУТСТВИИ ИНФОРМАЦИИ ОБ ИХ ПРАВЫХ  
ЧАСТЯХ**

**Подлипенко Ю.К.**

Киевский национальный университет

**yourip@mail.ru,**

**Ковалюк А.** ASA Institute of Computer Technology, NY, USA,

**Рябикова А.В.**

Европейский университет

По зашумленным наблюдениям решения  $\varphi$  краевой задачи

$$L(t) = f(t), \quad (1)$$

$$B_i(\varphi) = \alpha_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

оценивается значения линейного функционала  $l(\varphi)$  от этого решения. Вводится понятие минимаксной оценки значения функционала  $l(\varphi)$  и получены теоремы об общем виде этих оценок. Здесь

$$L\varphi(t) = p_0(t)\varphi^{(n)}(t) + p_1(t)\varphi^{(n-1)}(t) + \dots + p_n(t)\varphi(t),$$

$B_i(\varphi)$  – заданная система  $n$  линейно-независимых форм от  $2n$  переменных  $\varphi(a), \dots, \varphi^{(n-1)}(a), \varphi(b), \dots, \varphi^{(n-1)}(b), p_i(t), i = \overline{0, n}$  достаточно гладкие на отрезке  $[a, b]$  функции и  $\text{rank}[B_i(y_j)]_{i,j=1}^n = n$ , где через  $y_1(t), \dots, y_n(t)$  обозначено фундаментальную систему решений однородного уравнения (1). Известно, что тогда задача (1), (2) имеет единственное решение при любых  $f$  и  $\alpha_i, i = \overline{1, n}$ . Предполагается, что неизвестные правые части  $f(t)$  и  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)^T$ , входящие в уравнение (1) и в граничное условие (2) являются соответственно интегрируемыми с квадратом по Лебегу на интервале  $(a, b)$  функцией и вектором из  $\mathbb{C}^n$  и, что при этом информация относительно функции  $f$  полностью отсутствует, а числа  $\alpha_i, i = \overline{1, n}$  подчинены квадратичным ограничениям. При этих предположениях получены также представления для погрешности минимаксного оценивания наблюдаемого решения.

# ЭВОЛЮЦИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ: ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ ДИХОТОМИЯ И ОГРАНИЧЕННЫЕ РЕШЕНИЯ

Покутний А.А.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченка  
**lenasas@gmail.com**

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + f(t), \quad t \in R, \quad (1)$$

где  $A(t)$  - семейство замкнутых операторов с плотной областью определения  $D(A(t))=D \subset B$ , не зависящей от времени  $t$ ;  $B$  - банахово пространство.

Для уравнения (1) получены необходимые и достаточные условия существования ограниченных решений, в предположении, что сильно непрерывный [1] эволюционный оператор  $\{T(t,s), t \geq s\}$  уравнения (1) является экспоненциально дихотомическим [2], [3] на полуосях  $R_s^- = (-\infty; s]$ ;  $R_s^+ = [s; +\infty)$  с соответствующими проекторнозначными функциями  $\{P_+(t), t \in R_s^+\}$ ;  $\{P_-(t), t \in R_s^-\}$ . Результаты являются развитием работ [3], [4], [5].

## Література

1. Крейн С.Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. – Москва: Наука, 1967. – 464с.
2. Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. – Москва: Наука, 1970. – 534с.
3. Palmer K.J. Exponential dichotomies and transversal homoclinic points, J.Differential Equations, 1984, p. 225-256.
4. Rodrigues H.M., Ruas-Filho J.G. Evolution equations: Dichotomies and the Fredholm Alternative for Bounded Solutions, J.Differential Equations, 119(1995), p.263 – 283.
5. Latushkin Yu., Tomilov Yu. Fredholm differential operators with unbounded coefficients, J.Differential equations, 208(2005), p.388-429.



# ПРО ОДНУ СТОХАСТИЧНУ СИСТЕМУ З ОБМЕЖЕНИМ ЧИСЛОМ ПОВТОРІВ<sup>1</sup>

Прищепя О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

O.Prischepa@gmail.com

Головною особливістю стохастичних систем з повторними викликами є те, що вимоги, які надійшли до системи при зайнятості всіх каналів обслуговування, можуть здійснювати повторні спроби до тих пір, поки не отримають обслуговування (див, наприклад, [1], [2]). На практиці кількість повторів може бути обмеженою. Дана умова визначає новий клас систем масового обслуговування з обмеженим числом повторів, які мають широку сферу можливого застосування.

В роботі, що пропонується, розглядається система масового обслуговування типу М/М/1 з скінченним числом  $N$  місць для повторних викликів, з яких вимоги можуть зробити лише по дві повторні спроби. Раніше дослідження системи з однією повторною спробою було проведено в роботі [3].

Процес обслуговування для системи з двома повторними спробами моделюється тривимірним ланцюгом Маркова з неперервним часом  $Q^{(N)}(t) = (Q_0^N(t), Q_1^N(t), Q_2^N(t)) \in S^N, t \geq 0$ , де  $S^{(N)} = I \times J^{(N)} \times L$ ,  $I = \{0, 1\}$ ,  $J^{(N)} = \{0, 1, \dots, N\}$ ,  $L = \{1, 2\}$ ,  $Q_0(t)$  – кількість зайнятих приладів у момент часу  $t$ ,  $Q_1(t)$  – кількість джерел повторних викликів,  $Q_2(t)$  – порядок повторної спроби.

Для процесу  $Q^{(N)}(t)$  знайдено стаціонарні ймовірності у явній формі, які визначаються через параметри системи: інтенсивність вхідного потоку, інтенсивність обслуговування, інтенсивності повторних спроб.

## Література:

1. Falin G.I. and Templeton J.G.C. Retrial queues. – London: Chapman & Hall, 1997. – 328 p.
2. J.R. Artalejo and G.I. Falin. Standard and retrial queueing systems: a comparative analysis. REVISTA MATEMÁTICA COMPLUTENSE (2002) vol. XV, num. 1, 101-129.

---

<sup>1</sup> Робота виконана за фінансової підтримки ДФФД України (проект №Ф 25.т (094)).

3. Лебедев Є.О., Прищепа О.В. Стохастичні системи з повторними викликами та нетерплячими вимогами. Вісник Київського університету. Серія фіз.–мат.науки–Вип. 2, 2007. – С.169-173

### **МОДЕЛЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ СИСТЕМ КАСКАДНОГО ТИПУ**

**Романчук К.Г., Стефанишин Д.В.**

Міжнародний економіко-гуманітарний університет

ім. С. Дем'янчука, м. Рівне

**dvstefanyshyn@yahoo.com**

Розглядаються структурні моделі надійності систем, які визначаються як системи каскадного типу [1-5].

Модель 1. В системі задається строгий порядок спрацювання підсистем (у вигляді каскадної послідовності), починаючи з першої й закінчуючи останньою, по мірі підвищення функціонального навантаження на систему (приклад – інженерні конструкції секційного типу). Пропонується структурна функція надійності, яка дозволяє отримати верхню граничну оцінку ймовірності відмови системи з врахуванням різних рівнів навантаження – від мінімального, при якому достатньо щоб функціонувала одна (перша в каскаді) підсистема, до максимального розрахункового – коли мають спрацювати всі підсистеми в каскаді.

Модель 2. Задається строгий порядок розташування підсистем як «сходинок» в каскаді, наприклад, в залежності від висотно-географічного розташування (каскад гідровузлів в басейні ріки тощо). Пропонується структурна функція надійності каскадної системи, яка дозволяє отримати верхню граничну оцінку ймовірності виникнення каскадної аварії згідно з ефектом «доміно» у напрямку від вище розташованих до нижче розташованих підсистем.

Модель 3. Враховується можливість розвитку каскадної аварії в системі згідно з ефектом «доміно» в обох напрямках висотно-географічного розташування підсистем, в тому числі і у напрямку «знизу-вверх» (поширення розмивів в природних руслах, каналах тощо). Пропонується структурна функція надійності каскадної системи, яка дозволяє отримати верхню граничну оцінку ймовірності виникнення каскадної аварії згідно з ефектом «доміно» з врахуванням можливості розвитку аварії в обох напрямках.

Модель 4. Функціональне навантаження на каскадну систему реалізується у вигляді хвилі, яка переміщується від «верхньої сходинки» до «нижньої сходинки» (проходження повені на каскаді гідровузлів). Пропонується структурна функція надійності каскадної системи, яка дозволяє отримати верхню граничну оцінку ймовірності виникнення каскадної аварії з врахуванням порядку спрацювання підсистем («сходинок» каскаду).

Модель 5. В зарезервованій системі, відмова якої настає у випадку відмови всіх її підсистем, окремі підсистеми можуть відмовляти лише в порядку каскадної послідовності, починаючи з першої підсистеми й закінчуючи останньою підсистемою (приклад – система, в якій спочатку має відмовити запобіжний пристрій).

Модель 6. Розглядається система з резервуванням з автоматичним перемиканням на резерв, спрацювання підсистем в якій, в тому числі і перемикачів на резерв, відбувається в каскадній послідовності. Пропонується структурна функція надійності, яка дозволяє отримати верхню граничну оцінку ймовірності відмови системи з врахуванням пріоритету відмов перемикачів на резерв.

Рішення отримані за умови незалежності реалізації аварійних подій в системі до виникнення першої відмови.

#### **Література**

1. Стефанишин Д.В., Романчук К.Г. Особливості оцінки надійності систем каскадного типу// Вісник НУВГП. Збірник наукових праць. Випуск 4(36). Частина 1. Рівне: НУВГП. 2006. С.248-355.
2. Романчук К.Г., Стефанишин Д.В. Оцінка надійності однорідної системи з неповною надмірністю// Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2006). Abstracts of Int. Conference. Alushta, Ukraine, September 18-23, 2006. P.P. 157-159.
3. Романчук К.Г., Стефанишин Д.В. До питання оцінки надійності однієї системи каскадного типу// Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2007). Abstracts of Int. Conference. Chernivtsi, Ukraine, May 21-25, 2007. P.P. 215-216.
4. Романчук К.Г., Стефанишин Д.В. Моделювання й оцінка надійності складних природно-технічних систем каскадного типу// Int. Conf. «Dynamical system modeling and stability investigation». Modeling & Stability. Thesis of conference reports. Kyiv – 2007, May 22-25, 2007. P. 230.
5. Стефанишин Д.В., Романчук К.Г. Моделі надійності послідовних систем, що визначаються як системи каскадного типу// Вісник

## ЛІНІЙНІ ЗБУРЕННЯ ТА ЕКВІВАЛЕНТНІ ПЕРЕНОРМУВАННЯ<sup>1</sup>

Семенов В.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
**snakkar@univ.kiev.ua**

Доповідь буде присвячено обговоренню питання існування розв'язків задач максимізації опуклих функціоналів на опуклих замкнених обмежених, але не слабо компактних підмножинах банахових просторів. Планується детально розглянути наступні, пов'язані з геометрією банахових просторів, результати.

**Теорема 1.** Нехай  $(E, \|\cdot\|_E)$  – банахів WCG-простір, що не має властивості Радона-Нікодима. Тоді існують такі лінійно гомеоморфна одиничній кулі  $B_1(E)$  множина  $X \subseteq E$  і опуклий функціонал  $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ , який задовольняє умову Ліпшиця на  $X$ , що для довільного  $x^* \in E^*$  функціонал  $f + x^*$  не досягає супремума на множині  $X$ .

**Теорема 2.** На банаховому WCG-просторі  $(E, \|\cdot\|_E)$  можна задати таку еквівалентну норму  $\|\cdot\|$ , що для довільних обмеженого зверху опуклого функціоналу  $f$ , заданого на новій одиничній кулі  $B(\|\cdot\|)$ , і  $\varepsilon > 0$  існує  $x^* \in E^*$  такий, що  $\|x^*\|_{E^*} < \varepsilon$  і функціонал  $f + x^*$  досягає супремума на  $B(\|\cdot\|)$ .

**Теорема 3.** Нехай банахів простір  $(E, \|\cdot\|_E)$  задовольняє умову Лінденштрауса,  $f: B_1(E) \rightarrow F$  – неперервне і обмежене відображення. Тоді для довільного  $\varepsilon > 0$  існує ядерний лінійний оператор  $N \in \mathcal{L}(E, F)$  такий, що  $\|N\|_{\mathcal{L}(E, F)} < \varepsilon$  і екстремальна задача

---

<sup>1</sup> Роботу виконано при фінансовій підтримці ДФФД України.

$$\|f(x) + Nx\|_F \rightarrow \sup_{x \in B_1(E)}$$

має розв'язки.

## ПРИНЯТИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ КЛИНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

**Семенова Н.В., Долгополов И.Н.**

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины,  
Международный центр информационных технологий и систем  
НАН и МОН Украины

**nvsemenova@meta.ua, dolgigo@ukr.net**

Для решения задач клинической диагностики (КД), характеризующихся отсутствием полноты информации, используются методы оптимизации, в частности стохастической и дискретной, в условиях риска и неопределённости [1,2]. Как известно, для задач в условиях неопределённости вероятности возможных исходов принимаемых решений не известны. Возможной математической моделью таких задач является упорядоченный набор  $P = \langle F(x, y), X, Y \rangle$ , где  $X$  – множество альтернатив  $x$ ,  $Y$  – область изменения неопределённых факторов  $y$ ,  $F(x, y) = (f_1(x, y), \dots, f_l(x, y))$  – векторный критерий, который количественно оценивает эффект, достигаемый при выбранной альтернативе  $x \in X$  и конкретном значении неопределённости  $y \in Y$ . Цель состоит в выборе конкретной альтернативы  $x \in X$ , гарантирующей возможно большие значения всем компонентам  $f_i(x, y)$ ,  $i \in N_l = \{1, \dots, l\}$ , векторного критерия  $F(x, y)$ , при этом учитывается возможность реализации любого значения  $y \in Y$ .

При решении задач КД в условиях неопределённости, может быть принят один из следующих критериев оптимальности: минимизация максимально возможного убытка (абсолютно гарантированный результат); минимаксного сожаления (по Севиджу); гарантированная оптимальность по Слейтеру, по Парето, по Смейлу; принцип недостаточного основания Бернулли (равновероятности исходов). Однако эти методы применимы только для локальных процессов КД. В практике управления процессами КД в условиях неопределённости нередко возникают

ситуации, когда решение должно быть принято оперативно, до наблюдения реализации случайных исходных данных но в последующем, по накоплении информации, предварительное решение может быть откорректировано. Для систем, с динамическим рядом процессов принятия решений, необходимы методы [2], предоставляющие возможность последовательно наблюдать ряд реализаций параметров условий и соответственно корректировать решения. Представлены результаты построения и обоснования методов декомпозиции решения задач, возникающих при исследовании сложных дискретных оптимизационных моделей задач КД с управляемыми и неточно заданными исходными данными, основанными на аппроксимации их задачами более простой структуры. Они сочетают поиск оптимального решения задачи с нахождением неопределенных и управляемых данных модели. Рассмотрены некоторые множества неопределенности, описывающие исходные данные задач, при которых последние могут быть сведены к задачам точно заданными данными. В практических задачах КД решение  $x \in X$ , кроме измеримости, должно удовлетворять определённым требованиям реализуемости в рассматриваемой системе принятия решений. Необходимость учёта большого числа условий управления процессами КД, ограничивающих функционирование СУПР КД в компьютерных сетях, делает модель достаточно консервативной и сокращает число параметров, которые можно выбирать как управляющие.

#### **Литература**

1. Долгополов И.Н. Система управления процессами клинической диагностики в компьютерных сетях в условиях неопределённости // Проблемы информатики и управления – 2008, № 5, С.133-148.
2. Семенова Н.В. Методы поиска гарантирующих и оптимистических решений задач целочисленной оптимизации в условиях неопределенности данных // Кибернетика и сист. анализ – 2007, № 1. – С. 103-114.

# ЗНАХОДЖЕННЯ ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ВЕКТОРНИХ ЗАДАЧ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НА МНОЖИНІ ПОЛІПЕРЕСТАНОВОК<sup>1</sup>

Семенова Н.В., Колєчка Л.М., Нагірна А.М.

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

[nvsemenova@meta.ua](mailto:nvsemenova@meta.ua), [ludapl@ukr.net](mailto:ludapl@ukr.net)

Дана робота продовжує дослідження векторних задач на комбінаторних множинах, відображені в [1, 2]. Сформульована актуальна задача, яка об'єднує багатокритеріальність альтернатив та допустиму множину, що має властивості більш складної комбінаторної структури – поліперестановок. Зростаючий інтерес до полікомбінаторних конфігурацій обумовлений дослідженнями в області комп'ютерних технологій при створенні сучасних алгоритмів і програм для розв'язування оптимізаційних задач, зокрема таких, що моделюють роботу вузлів сучасних інформаційно-телекомунікаційних мереж та описуються марковськими моделями систем з повторними викликами.

Розглянуто векторні задачі оптимізації на допустимій множині поліперестановок. При відображенні множини поліперестановок

$P_{nk}^s(A, H)$  в евклідов простір  $R^n$  сформулюємо задачу  $Z(F, X)$ :

$$\max \left\{ F(x) \mid x \in X \subset R^n \right\}, \quad F(x) = (f_1(x), \dots, f_l(x)), \quad f_i : R^n \rightarrow R, i \in N_l,$$

$X = \text{vert } \Pi_{nk}^s(A, H) \cap D \neq \emptyset, \Pi_{nk}^s(A, H) = \text{conv } P_{nk}^s(A, H)$ . Під розв'язанням цієї задачі будемо розуміти знаходження елементів наступних множин:  $P(F, X)$ ,  $S\mathcal{A}(F, X)$ ,  $Sm(F, X)$  – відповідно оптимальних за Парето, за Слейтером і за Смейлом розв'язків.

Розроблені підходи, ґрунтовані на методі головного критерію та полягають в послідовному включенні обмежень задачі  $Z(F, X)$  і врахуванні структурних особливостей її допустимої області. Задача  $Z(F, X)$  зводиться до задач оптимізації за одним критерієм,

$Z(f_r, X(t_i)) : \max \left\{ f_r(x) \mid f_i(x) \geq t_i, i \in (N_l \setminus \{r\}), x \in X \right\}$ . Оптимальний

розв'язок  $x^0$  цієї задачі є слабо ефективним, а якщо він єдиний, то і ефективним. Перший підхід полягає в призначенні порогам  $t_i, i \in N_l \setminus \{r\}$ , максимально можливих значень критеріїв  $f_i(x)$ ,

---

<sup>1</sup> Робота виконана за підтримки Державного фонду фундаментальних досліджень України (Проект Ф25.1/094)

$i \in N_I$ , на множині поліперестановок з подальшим розширенням допустимої області задачі, якщо вона виявиться недопустимою; а у разі її допустимості – в знаходженні ефективного або слабо ефективного розв'язку. Другий підхід допускає пошук оптимального розв'язку задачі  $Z(f_r, X(t_i))$  при призначенні  $t_i$ ,  $i \in N_I \setminus \{r\}$ , мінімальних значень критеріїв, за яких вона буде завжди допустима, з подальшим звуженням допустимої області за допомогою вибору наступних значень порогів, впорядкованих за збільшенням. Процедура призначення серії порогових величин обмежень в обох підходах дуже проста, оскільки вона зводиться після впорядкування коефіцієнтів критеріїв до обчислення значень лінійних функцій критеріїв. Враховуючи структурні особливості множини поліперестановок, величини  $t_i$  можна обчислювати ефективніше, використовуючи перестановки елементів кожної  $i - \bar{i}$ ,  $i \in N_S$ , підмножини мультимножини  $A$ .

#### Література

1. Семенова Н.В., Колечкина Л.Н., Нагорная А.Н. Подход к решению векторных задач дискретной оптимизации на комбинаторном множестве перестановок // Кибернетика и системный анализ – 2008. – №3 – С. 158–172.
- 2.. Semenova N.V., Kolechkina L.M., Nagirna A.M. Vector combinatorial problems in a space of combinations with linear fractional functions of criteria // Intern. Journal “Information Theories and Applications”, **15**. – 2008. – P. 240 – 245.

### АСИМПТОТИКА ГЕНЕРАТОРА ПРОЦЕДУРИ СТОХАСТИЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ ІЗ ДИФУЗІЙНИМ ЗБУРЕННЯМ

Семенюк С.А.

Національний університет “Львівська Політехніка”

semenyuk@gmail.com

Розглянемо неперервну процедуру стохастичної апроксимації:  $du^\varepsilon(t) = a(t)[C(u^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon^4)) + \varepsilon^{-1}C_0(u^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon^4))]$ , де  $x(t), t \geq 0$  - стрибковий рівномірно ергодичний марковський процес в стандартному фазовому просторі  $(X, \mathcal{X})$  з генератором  $Q$  і стаціонарним розподілом  $\pi(B), B \in \mathcal{X}$ . Розглянемо керуючу функцію вигляду  $a(t) = a/t^\gamma$ ,  $a > 0$ ,  $0 < t_0 < t < T$ ,  $0.5 < \gamma \leq 1$ .



Дифузійне збурення в точці рівноваги має вигляд

$$C_0^\varepsilon(t) = \varepsilon^{-2} a \int_{t_0}^t C_0(0, x(s/\varepsilon^4)) / s^\gamma ds, \text{ а нормована флуктуація рівна}$$

$$V^\varepsilon(t) = t^{\gamma/2} [u^\varepsilon(t) - \varepsilon C_0^\varepsilon] / \varepsilon.$$

Лема. Генератор трьохкомпонентного марковського процесу [1]  $V^\varepsilon(t), C_0^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon^4)$  допускає асимптотичне представлення на тест функціях  $\varphi(v, w, x)$  у вигляді

$$L^\varepsilon \varphi = [\varepsilon^{-4} Q + \varepsilon^{-2} a t^{-\gamma} C_0(x) + \varepsilon^{-1} a t^{-\gamma/2} C(x) + a t^{-\gamma} C_1(x) + \theta_L^\varepsilon(x)] \varphi$$

де  $C_0(x) \varphi(v, w, x) = C_0(0, x) \varphi'_w(v, w, x)$

$$C(x) \varphi(v, w, x) = [C(0, x) + z C'_0(0, x)] \varphi'_v(v, w, x)$$

$$C_1(x) \varphi(v, w, x) = \left( t^{\gamma/2} z [C'(0, x) + z C''_0(0, x) / 2] + \frac{v\gamma}{2a} t^{\gamma-1} \right) \varphi'_v(v, w, x)$$

$z = t^{-\gamma/2} v + w$ , а залишковий член такий, що

$$\|\theta_L^\varepsilon(x) \varphi(v, w, x)\| \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0.$$

#### Література

1. Koroliuk V.S., Limnius N. Stochastic Systems in Merging Phase Space, - World Scientific, 2005. - 330 p.

### ОПТИМІЗАЦІЯ МАРКОВСЬКИХ СИСТЕМ З ПОВТОРНИМИ ВИКЛИКАМИ<sup>1</sup>

**Сергієнко І.В., Лебедєв Є.О., Семенова Н.В.**

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
**nvsemenova@meta.ua, leb@unicyb.kiev.ua**

В роботі, що презентується, досліджені марковські моделі систем з повторними викликами, в яких допускається залежність локальних характеристик від координат фазової точки, в якій знаходиться процес обслуговування вимог. В рамках таких моделей зручно описувати роботу керованих систем з повторними викликами, зокрема таких, що моделюють роботу вузлів сучасних інформаційно-телекомунікаційних мереж, ставити і розв'язувати різні оптимізаційні задачі. Особливості процесу обслуговування та

<sup>1</sup> Робота виконана за фінансової підтримки Державного фонду фундаментальних досліджень України (Проект Ф25.1/094)

спосіб керування безпосередньо впливає на складність оптимізаційних задач.

Як приклад, розглянемо задачу вибору оптимального керування інтенсивністю вхідного потоку в класі порогових стратегій. Будемо вважати, що стратегія керування задається порогами  $0 = H_0 \leq H_1 \leq \dots \leq H_{N-1} < H_N = \infty$ ,  $H' = (H_1, H_2, \dots, H_{N-1})$ . Якщо в момент часу  $t \geq 0$  число джерел повторних викликів належить проміжку  $[H_{i-1}, H_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , то система функціонує в  $i$ -ому режимі з певною інтенсивністю вхідного потоку, що залежить від номера  $i$ . Інші параметри від режиму не залежать. Позначимо через  $W(H)$  середній прибуток від роботи системи і розглянемо оптимізаційну задачу (P) наступного вигляду:

$$(P): W(H) \rightarrow \max ,$$

$$0 = H_0 \leq H_1 \leq \dots \leq H_{N-1} < H_N = \infty, H_i \in \{0, 1, \dots\}, i = 1, \dots, N-1.$$

Умови існування розв'язків, методи обчислення та оптимізації  $W(H)$  залежать від типу марковської системи з повторними викликами [1]. Задача (P) полягає в максимізації функції  $N-1$  змінної на комбінаторній множині сполучень із  $H_N$  по  $N-1$  при заданому наборі значень параметрів системи і вартісних коефіцієнтів критерія. Для пошуку розв'язків використовуються методи дискретної оптимізації [2,3] та теорії багатовимірних марковських процесів, що дозволяють при фіксованому наборі порогів  $H_1, \dots, H_{N-1}$  подати функціонал критерія через параметри керованої системи з повторними викликами і пороги. Задача (P) багатоекстремальна, тому для її розв'язання найбільш ефективними виявилися алгоритми, в яких поєднуються різноманітні ідеї локальної оптимізації. Ці методи ґрунтуються на єдиному підході, який полягає в покращенні отриманого розв'язку шляхом пошуку серед елементів допустимої множини, що належать його околу.

#### Література

1. Лебедев Є.О., Усар І.Я. Про матричне подання стаціонарних імовірностей для двовимірної міграції // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. - 2005. - № 2. - С. 268-275.
2. Сергиенко И.В., Шило В.П. Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы решения, исследования. – Киев: Наук. думка, 2003. – 264 с.
3. Semenova N.V., Kolechkina L.M., Nagirna A.M. Vector combinatorial problems in a space of combinations with linear fractional

## **РИНКОВА ІННОВАЦІЙНА ІНФРАСТРУКТУРА ТА ЇЇ РОЗВИТОК В УКРАЇНІ.**

**Скрипниченко В. А.**

Національний аграрний університет, м. Київ

**[www.skrypnichenko@mail.ru](mailto:www.skrypnichenko@mail.ru)**

Низька інноваційна активність вітчизняних підприємств пояснює існуюче значне відставання України від постіндустріальних розвинених держав, що є результатом недофінансування науки, освіти, фундаментальних і прикладних досліджень, недосконалістю системи стимулювання винахідницької діяльності.

Сучасний стан інноваційної сфери України характеризується низькою інноваційною активністю підприємств за всіма напрямками інноваційної діяльності, впровадження нових прогресивних технологічних процесів перебуває на дуже низькому рівні. Позиції України в інноваційній сфері, її частка у світовому обсязі торгівлі наукомісткої продукції складає близько 0,15%. Нинішні процеси розвитку вітчизняної інноваційної сфери характеризуються досить низькою інновативністю економіки, високою енергомісткістю виробництва, скороченням довгострокових витрат на оновлення виробництва, використанням застарілих техніки та технологій. Держава не надає належної уваги розвитку науки, освіти, недостатньо фінансує НДДКР, не забезпечує сприятливих умов для розвитку інноваційного підприємництва. Без впровадження інновацій досягти сталого розвитку неможливо.

Перед Україною постає комплекс завдань:

- знайти гідне місце в міжнародному розподілі праці, які полягають в розвитку високих технологій;
- забезпечити економічне зростання, створення нових робочих місць, підвищення якості життя, реалізувати інноваційну соціально-орієнтовану модель економічного розвитку;
- забезпечити встановлення прямого зв'язку між показниками економічного розвитку та рівнем добробуту громадян України.

Інтеграційні процеси соціально-економічних перетворень, які здійснюються в Україні, мають містити заходи щодо активної побудови засад інноваційного розвитку.

## **МОДЕЛЮВАННЯ ДОСТУПНОСТІ ЖИТЛА В УКРАЇНІ: ФАКТОРИ, ОЦІНКИ НА ПЕРСПЕКТИВУ**

**Соколик М.П.**

ДУ “Інститут економіки та прогнозування НАН України”

**sokolyk@rambler.ru**

Досліджено можливості придбання житла в Україні залежно від основних факторів: доходу домогосподарства, вартості житла, процентної ставки на іпотечні кредити, строку їх надання, величини щомісячного внеску (в % до доходу сім'ї). Внаслідок різноманітних підходів до умов визначення факторів оцінку доступності житла виконано на основі коефіцієнта доступності житла і його модифікацій. Основну увагу акцентовано на оцінці останнього при зміні середнього річного сукупного, грошового або наявного доходу сім'ї; на визначенні частки сімей, які матимуть можливості придбати житло, що відповідає стандартам його забезпечення в сучасних умовах, за допомогою власних коштів і кредиту. Модифікації коефіцієнта доступності житла розраховано на основі стандартних формул і методів, що враховують: витрати сім'ї на рівні прожиткового мінімуму; величину прожиткового мінімуму і умови іпотечного кредитування; попередні умови з урахуванням ризику не погашення кредиту і втрати житла [1].

Доступність житла з мінімальною і максимальною площею на сім'ю при умові, що весь річний наявний дохід сім'ї із трьох чоловік відкладається на придбання житла, у 2005-2007 рр. складала, відповідно, 4,8-4,9 років і 7,1-7,3 років; у 1999-2004 рр. – 6,3-12,8 років (варіант І). Якщо у коефіцієнті доступності житла із наявного доходу на особу вираховувати прожитковий мінімум і співставити залишковий річний наявний дохід на сім'ю із вартістю житла (за нормативами, що прийнято вище), то коефіцієнт доступності житла для придбання житла з мінімальною площею на сім'ю складав у 2005-2007 рр. 13,4-24,7 років, з максимальною площею – 19,9-36,8 років. У 1999-2004 рр., навіть при існуючому у той час заниженому прожитковому мінімумі на особу, житло залишалося не доступним для сім'ї, і задача визначення коефіцієнта доступності житла для сім'ї ставала навіть

некоректною, оскільки прожитковий мінімум на сім'ю перевищував наявний дохід на придбання найнеобхідніших товарів і послуг (варіант II).

Щоб сформулювати достатні і необхідні умови доступності житла для домогосподарств з урахуванням поточних наявних доходів на сім'ю, нами передбачено оцінки коефіцієнта доступності житла за варіантом III, за яким враховується можливість надання субсидії, що компенсує вартість 10 м<sup>2</sup> житлової площі на сім'ю при придбанні житла за власні кошти. Така субсидія буде надаватися не всім сім'ям, а тільки тим, що потребують житла або поліпшення своїх житлових умов і, зокрема, тим, які накопичили достатньо коштів для сплати першого внеску, враховуючи субсидію. Субсидія на придбання 10 м<sup>2</sup> житла може використовуватися або для сплати першого внеску, або вилучатися із кредиту для покриття решти його витрат за житло.

Розглянуто сценарії при умові, що перший внесок може складати 10, 20, 30, 40 і 50 % вартості житла, а решта його вартості покривається домогосподарством за допомогою кредиту. При цих умовах (за варіантом III), якщо із середнього річного наявного доходу домогосподарства вилучити потреби сім'ї на рівні прожиткового мінімуму і додатково такій сім'ї надати субсидію, змінюючи за вибором особи розмір першого внеску, що відповідає його заощадженням і поточному доходу, коефіцієнт доступності житла має тенденцію до зменшення кількості років для придбання житла сім'єю порівняно із варіантом II.

Виконано постановку оберненої задачі до попередньої для оцінки мінімального грошового доходу сім'ї, необхідного для придбання житла за рахунок власних коштів, і величини щомісячної сплати за кредит при заданих умовах кредитування в Україні та очікуваної величини державних субсидій на придбання житла, що передбачаються на перспективу, щоб розширити ринок житла і задовільнити потреби домашніх господарств у житлі. Оцінки коефіцієнта доступності житла в Україні базуються на прогнозах доходів населення [2].

#### **Література:**

1. Стерник Г.М., Краснопольская А.Н. Влияние параметров ипотечного кредитования на коэффициент доступности жилья // [http://www.pif.bn.ru/forum\\_661.html](http://www.pif.bn.ru/forum_661.html)
2. Соколик М.П. Двохрівнева модель для оцінки добробуту на перспективу в Україні // Problems of decision making under

## **ОДНА СТРАТЕГІЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГЕОМЕТРІЇ**

**Терещенко В.**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Робота присвячена розробці ефективної стратегії розв'язання комплексних задач геометричного та графічного моделювання при побудові точних реалістичних моделей явищ та процесів. Головним завданням пошуку таких стратегій є визначення єдиної загальної методології розв'язання широкого класу задач в розглядуваній області.

В задачах графічного та геометричного моделювання складних теплофізичних процесів в багатьох випадках вимагається точність побудови моделі так, як від цього принципово залежить і точність самого розв'язку. Зокрема, при розробці та побудові графічної моделі теплофізичних процесів зварювання лопаток турбін двигунів літаків надзвичайно точною має бути модель зварювальної ванни, шва та області граничної з ними. Справа в тому, що досить часто в результаті не оптимально вибраних режимів зварювання в матеріалі виникають мікро тріщини, які в процесі експлуатації призводять до руйнування матеріалу, а значить і до руйнування двигуна літака. Для аналізу таких процесів важливим є визначення параметрів теплофізичних процесів на границі розплаву та матеріалу.

Для побудови точної моделі вище зазначених процесів необхідно розв'язувати одночасно цілий комплекс теплофізичних та геометричних задач, що вимагає значних обчислювальних ресурсів. А тому природним є питання розробки загальних підходів, які б дозволяли ефективно розв'язувати одночасно ряд геометричних задач на одній і тій же множині вхідних даних: побудови політопів, тріангуляції, задач близькості та ряду інших важливих задач.

В роботі на основі паралельно-рекурсивної методології “розподіляй та володарюй” [1] вдалось запропонувати, по суті, загальну ефективну технологію розв'язання задач обчислювальної геометрії та графічного моделювання. Задачі, які розв'язуються вказаним алгоритмом, за допомогою високотехнологічних

обчислень ПАРКС [2], відрізняються лише процедурою на етапі злиття, що значно скорочує загальний час розв'язання усього набору задач.

Ефективність кроку розбиття в розглядуваних задачах досягнута за рахунок вдалого представлення вхідних даних, що дозволяє процесам одночасно здійснювати процедуру розбиття, а ефективність кроку злиття визначається вибором структури даних у вигляді зчепленої черги.

#### **Література**

1. Терещенко В.М. Один підхід у розробці ефективного рекурсивно-паралельного алгоритму побудови опуклої оболонки множини точок на площині. // Таврический весник информатики и математики. - 2007. - № 2 - С.24- 32.
2. Анисимов А.В., Глушков В.М. Управляющие пространства в асинхронных параллельных вычислениях. // Кибернетика, №5, 1980. - С.1-9.

### **ОДИН СПОСІБ РОЗПАРАЛЕЛЮВАННЯ ОБЧИСЛЕНЬ В ЗАДАЧАХ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ**

**Тимофієва Н.К.**

Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем НАН та МОН України

**tymnad@gmail.com**

При паралельних обчисленнях варто розробляти математичну модель задачі певного класу так, щоб вона природно розділялася на незалежні підзадачі, які можна розв'язувати незалежно одну від другої. В задачах комбінаторної оптимізації цільова функція задана на скінченній множині комбінаторного характеру  $W$ , тому закономірність зміни значень цільової функції в них залежить від упорядкування комбінаторних конфігурацій у  $W$ . Розглянемо деякі властивості комбінаторних множин, які можна використати при розпаралелюванні обчислень у комбінаторній оптимізації.

**Означення 1.** Дві нетотожні комбінаторні конфігурації  $w^k$  і  $w^i$  назовемо ізоморфними, якщо  $\eta^k = \eta^i$ , де  $w^k, w^i \in W$ ,  $\eta^k, \eta^i$  – кількість елементів у  $w^k, w^i$ .

**Означення 2.** Підмножину  $W_\eta \subset W$  назвемо підмножиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій, якщо її елементи – ізоморфні комбінаторні конфігурації.

**Лема 1.** Множина  $W$  складається з підмножин ізоморфних комбінаторних конфігурацій  $W_\eta$ .

**Лема 2.** Множина перестановок  $W$  є множиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій.

**Лема 3.** За способом утворення варіантів розв'язку задачі множина перестановок розділяється на незалежні підмножини.

**Лема 4.** На підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій цільова функція змінюється так, як і на множині перестановок.

Виходячи з лем 1–4, генерування аргументу (комбінаторної конфігурації) у виділених підмножинах проводиться незалежними процедурами. Відповідно множина значень цільової функції також розділяється на незалежні підмножини, в кожній з яких оптимальне значення цільової функції знаходиться в паралельному режимі відомим або спеціально розробленим методом.

## ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ВХІДНИМ ПОТОКОМ В СИСТЕМАХ $M_Q/M/2/\infty$ З ПОВТОРНИМИ ВИКЛИКАМИ

**Усар І. Я.**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
**usar@unicyb.kiev.ua**

Системи з повторними викликами застосовують в проектуванні комп'ютерних мереж, системах мобільного зв'язку та ін. [1],[2]. В даній роботі розглянуто систему типу  $M_Q/M/2/\infty$ , яка моделює роботу системи з повторними викликами з двома обслуговуючими каналами і вхідним потоком змінної інтенсивності. Для системи  $M_Q/M/2/\infty$  отримані явні формули для розрахунку стаціонарних ймовірностей, розглянуто застосування до оптимального керування вхідним потоком.

Важливе значення має наступна оптимізаційна задача:

$$W(H) = C_1 \sum_{j=0}^N \sum_{i=1}^m i \pi_{ij}^{(N)} - C_2 \left( h_1 \sum_{j=0}^H \pi_{mj}^{(N)} + h_2 \sum_{j=H+1}^N \pi_{mj}^{(N)} \right) - C_3 \left( h_1 \pi_{mH}^{(N)} + (H+1) \nu \sum_{i=0}^{m-1} \pi_{iH+1}^{(N)} \right) \rightarrow \max,$$

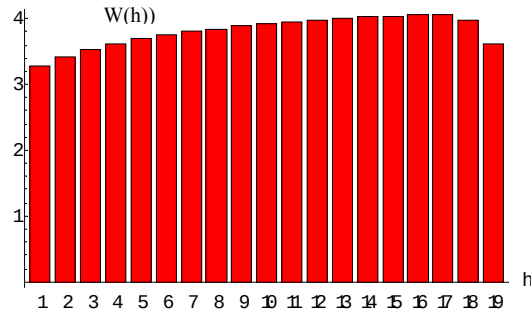


де  $C_1$  - прибуток, пов'язаний з обслуговуванням одного виклику;  $C_2$  - штраф за відмову в обслуговуванні;  $C_3$  - штраф за перемикання інтенсивності вхідного потоку.

Розв'язком задачі є така багатопорогова стратегія  $H$ , яка максимізує середній прибуток від роботи системи.

Розглянуто на прикладі порогову стратегію з цільовою функцією  $W(H)$ . Параметри системи є такими:

$$n = 20, \lambda_k = \begin{cases} 2,5, & k=1,\dots,h, \\ 1/2, & k=h+1,\dots,20. \end{cases} \quad C_1=6, \quad C_2=2, \quad C_3=4, \quad \nu=0,1.$$



{3.29487, 3.42729, 3.53285, 3.61861, 3.68956, 3.74924, 3.80022, 3.84437, 3.88309, 3.91744, 3.94823, 3.97605, 4.00132, 4.02418, 4.04396, 4.05742, 4.05189, 3.97815, 3.61672}

Отже, для  $h = 16$  значення цільової функції буде максимальне.

#### Література

- 1 Falin G.I., Templeton J.G.C. Retrial queues. – London Chapman & Hall, 1997. – 331 p.
- 2 Anisimov V.V., Artalejo J.R. Analysis of Markov multiserver retrial queues with negative arrivals // Queuing Systems. – 2001. – Vol.39. – P. 157-182.

# **ВИКОРИСТАННЯ МОДИФІКОВАНОГО ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ МЕРЕЖЕВОГО ПЛАНУВАННЯ**

**Харченко І.І.**

Київський національний університет

**ihar@unicyb.kiev.ua**

У статті розглянуті важливі сучасні задачі мережевого планування конкретного виробничого процесу. Ці задачі можуть бути використані для побудови плану робіт підприємства легкої промисловості, а саме текстильного виробництва. Такі задачі стосуються також оптимального планування та використання ресурсів на кожному етапі. У роботі виконаний короткий огляд основних існуючих методів для розв'язання сучасних задач мережевого планування, наприклад, метод перебору та метод календарного планування.

Для кожного з розглянутих методів окреслена проблематика та засоби, які дозволяють певним чином розв'язати поставлену задачу. Побудована деяка спрощена математична модель, яка може бути використана для створення алгоритму та відповідного програмного забезпечення. Основний результат роботи полягає в тому, що побудована процедура, яка базується на основі генетичного алгоритму. В статті вказуються його особливості, будується його блок-схема, описується технічні особливості створеного програмного забезпечення, формат даних та інше. У висновках вказано позитивні сторони використаного алгоритму.

Мережеве планування і керування (МПК) базується на системному підході, який застосовується як в централізованій, так і у ринковій економіці. Хоча на сьогодні МПК має досить розвинуте програмне забезпечення, однак існує проблема його використання в умовах невизначеного зовнішнього середовища. Недостатня розробленість вказаної проблематики зумовила необхідність проведення даного дослідження.

У роботі зроблена спроба врахування невизначеності зовнішнього середовища при МПК, систематизації параметрів зовнішнього і внутрішнього середовища, а також введені поняття керованих і некерованих параметрів. Керованими чинниками можуть виступати методи управління виробництвом, способи організації і планування виробництва тощо. В якості некерованих параметрів можуть бути: ринкові, природні, зовнішньоекономічні

чинники та інші. Вказані чинники дозволяють врахувати основні види невизначеностей при МПК.

## ГЕНЕРАТОР ОДНІСІЇ ПРОЦЕДУРИ ЗНАХОДЖЕННЯ МАКСИМУМУ В СХЕМІ УСЕРЕДНЕННЯ

Хімка У.Т., Чабанюк Я.М.

Національний університет "Львівська політехніка"

yaroslav\_chab@yahoo.com

Неперервна процедура стохастичної апроксимації Кіфера-Вольфовиця пошуку точки  $u_0 \in R^d$  максимуму функції регресії  $C(u, x)$  в ергодичному марковському середовищі задається стохастичним диференціальним рівнянням

$$du^\varepsilon(t) = a(t) \nabla_b C(u^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon)) dt, \quad (1)$$

де  $\nabla_b C(u, \cdot) = \left\{ \frac{C(u_i^+, \cdot) - C(u_i^-, \cdot)}{2b(t)}, i = \overline{1, d} \right\}, u_i^\pm = u_i \pm b(t)e_i, e_i = \{0, \dots, 1, 0, \dots, 0\},$

$x(t), t \geq 0$ , - рівномірно ергодичний марковський процес у вимірному фазовому просторі  $(X, \mathbf{X})$ , що задається генератором  $Q$  [1] зі стаціонарним розподілом  $\pi(B), B \in \mathbf{X}$ . Розглядається випадок,

коли точка максимуму є рівномірно експоненційно стійкою для усередненої чисто градієнтної динамічної системи [2]

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{dC(u(t))}{du}, C(u) = \int_X \pi(dx) C(u, x).$$

Лема. Генератор двокомпонентного марковського процесу

$$u^\varepsilon(t), x_t^\varepsilon := x(t/\varepsilon), t \geq 0,$$

на банаховому просторі  $B(R^d, X, R_+)$  дійснозначних функцій  $\varphi(u, x, t)$  визначається формулою

$$L_t^\varepsilon \varphi(u, x, t) = \varepsilon^{-1} Q \varphi(u, x, t) + a(t) \nabla_b C(u, x) \frac{\partial}{\partial u} \varphi(u, x, t) + \frac{\partial}{\partial t} \varphi(u, x, t).$$

### Література

1. V. Koroliuk, N. Limnios. Stochastic Systems in Merging Phase Space./ World Scientific Publishing, - 2005. - 330Р.
2. Я.М.Чабанюк. Неперервна процедура Кіфера-Вальфовиця в марківському середовищі// Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка". Прикл. матем. - Львів. - 2000. - №411. - С.440-445.

**ЗАСТОСУВАННЯ ПРИНЦИПУ ГАМІЛЬТОНА-  
ОСТРОГРАДСЬКОГО ДЛЯ ОДЕРЖАННЯ РІВНЯННЯ  
ТРИФАЗНОЇ ЛІНІЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ**

**Чабан А.В.**

Національний університет "Львівська політехніка"

vtchaban@polynet.lviv.ua

У роботі, на підставі модифікації відомого консервативного силового лагранжіана шляхом уведення в нього двох несилових функцій: зовнішньої й внутрішньої дисипацій енергій та енергії активних і пасивних сил непотенціального характеру, що діють на систему ззовні, поширено інтегральний варіаційний принцип Гамільтона-Остроградського на реальні неконсервативні дисипативні системи причому як із зосередженими [1], так і з розподіленими [2] параметрами.

$$L = T - P + \Phi - D, \quad \Phi = \int_0^t \Phi_p(t)_{|_{t=\tau}} d\tau \quad (1)$$

де  $L$  – модифікована функція Лагранжа;  $D$  – енергія активних і пасивних сил непотенціального характеру, що діють на систему ззовні;  $\Phi$  – функція зовнішньої та внутрішньої дисипацій енергії;

Виходячи з цих позицій, одержано рівняння трифазної лінії електропередач з розподіленими параметрами.

За функцію узагальнених координат прийнято фазні заряди в лінії ( $Q_j$ ), за просторові похідні від функції узагальнених координат прийнято фазні напруги лінії ( $Q_{,xj} = u_j$ ), а за часові похідні – фазні струми ( $Q_{,tj} = i_j$ ), де ( $j=A, B, C$ ) – електричні фази. Рівняння Ейлера (екстремалі функціоналу дії) запишемо так:

$$\frac{\partial L'}{\partial Q_j} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L'}{\partial Q_{,xj}} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L'}{\partial Q_{,tj}} = 0, \quad j = A, B, C, \quad (2)$$

де  $L'$  – лінійна густина модифікованого неконсервативного несилового лагранжіана. Підставивши вираз  $L'$  у (2), одержимо рівняння трифазної лінії електропередач у матрично-векторній формі

$$Q_{,xx} = C_0 L_0 Q_{,tt} + (G_0 L_0 + C_0 R_0) Q_{,xt} + G_0 R_0 Q, \quad (3)$$

де  $C_0 L_0$ ,  $G_0 R_0$  – матриці погонних параметрів трифазної лінії.

**Література**

1 Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии. – М.-Л.: Энергия, 1964. – 528 с.

## ГРАНИЧНИЙ ГЕНЕРАТОР СТИБКОВОЇ ЕВОЛЮЦІЇ В МАРКОВСЬКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

**Чабанюк Я.М., Білушак О.І.**

Національний університет "Львівська політехніка"

**yaroslav\_chab@yahoo.com**

Стрибкова еволюція в марковському середовищі в схемі серій задається співвідношенням [1]

$$u^\varepsilon(t) = u + \varepsilon \sum_{k=0}^{\nu(t/\varepsilon)-1} C(u_k^\varepsilon, x_k^\varepsilon), t \geq 0, \quad u^\varepsilon(0) = u, \quad \left( \sum_{k=0}^{-1} C(u_k^\varepsilon, x_k^\varepsilon) = 0 \right), \quad (1)$$

де  $\nu(t) := \max\{n > 0 : \tau_n \leq t\}$ ,  $t \geq 0$ , - лічильний процес моментів відновлення вкладеного ланцюга Маркова  $x_n := x(\tau_n), n \geq 0$ , у рівномірно ергодичний марковський процес (МП)  $x(t), t \geq 0$ , у стандартному фазовому просторі станів  $(X, \mathbf{X})$ , що задається генератором  $Q$  [2]. Функція швидкості  $C(u, x)$ ,  $u \in R^d$ ,  $x \in X$ , задовольняє умові існування глобального розв'язку супроводжуючих систем  $du_x(t)/dt = C(u_x(t), x)$ ,  $x \in X$ . Генератор  $Q$  є зведено-оборотним з потенціалом  $R_0$  [2].

Лема. Граничний генератор  $L$  еволюції (1) визначається розв'язком проблеми сингулярного збурення для генератора  $L^\varepsilon$  двохкомпонентного марковського процесу  $u^\varepsilon(t), x_t^\varepsilon := x(t/\varepsilon), t \geq 0$ , на збуреній функції Ляпунова  $V^\varepsilon(u, x) = V(u) + \varepsilon V_1(u, x)$ , і має вигляд

$$L^\varepsilon V^\varepsilon(u, x) = LV(u) + \varepsilon q(x) \theta_L^\varepsilon(x) V(u),$$

де  $LV(u) = q(x)C(u)V'(u)$ ,  $\theta_L^\varepsilon(x) = \theta_1^\varepsilon(x) + \theta_2^\varepsilon(x)PR_0\tilde{C}(x)$ ,

$$C(u) = q \int_X \rho(dx)C(u, x), \quad \theta_1^\varepsilon(x)V(u) = C(u, x)V'(u),$$

$$\theta_2^\varepsilon(x)V(u) = (1/2)C^T(u, x)V''(u)C(u, x), \quad P\varphi(x) = \int_X P(x, dy)\varphi(y),$$

$$\tilde{C}(x)V(u) = (C(u, x) - C(u))V'(u).$$

### Література

1. Чабанюк Я.М. Асимптотична нормальність стрибкової процедури стохастичної апроксимації у марковському середовищі.

// Вісник Чернів. ун-ту, Математика, № 349. Чернівці. -2007. - С. 128-133.

2. V. Koroliuk, N. Limnios. Stochastic Systems in Merging Phase Space.// World Scientific Publishing. - 2005. - 330Р.

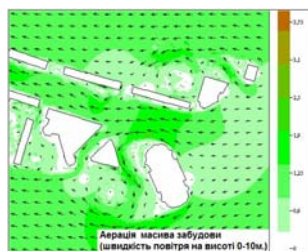
## ТЕХНОЛОГІЯ ЕКСПРЕС-ПРОГНОЗУ НЕСТАЦІОНАРНИХ НЕЛІНІЙНИХ АЕРАЦІЙНИХ ТА ГІДРОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Черній Д.І., Головенко А.Д.

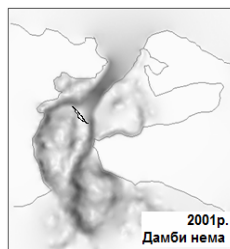
D\_Cherniy@ukr.net

Значна кількість геодинамічних процесів вимагає ретельного дослідження та створення технологій і програмно-моделюючих систем (ПМС) для термінового експрес-прогнозування виникнення та розвитку небезпечних явищ та тенденцій[1,4,5]. Технологія експрес-прогнозування вимагає скорочення часу обробки інформації та одночасного збереження високого рівня достовірності прогнозованої події або процесу. Дані вимоги достатньо суперечні, тому суттєво обмежують алгоритмізацію обробки даних та вибір моделей.

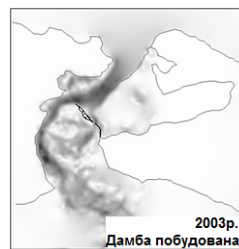
На підвалинах теорії розв'язування початково-крайових задач для еліптичних систем в областях з рухомими різнотипними границями розроблено ряд спрощених математичних та інформаційних моделей геодинамічних процесів[1,2,3,4]. За допомогою вихрових методів та методів дискретних особливостей розроблено математичне забезпечення та алгоритми автоматичного функціонування ПМС для ефективного експрес-прогнозування наслідків нестационарних нелінійних аераційних (Мал.1) та гідрологічних (Мал.2, Мал.3) процесів.



Мал.1



Мал.2



Мал.3

Адаптовані математичні моделі та обчислювальні схеми надають можливість прогнозувати польові кінематичні та динамічні характеристики в реальному масштабі часу. Система передбачає можливість організації віддаленого сервісу (Internet-технології). Призначення ПМС - застосування в інформаційно-аналітичних системах ресурсно/енергетично - кадастрового спрямування, застосування в проектно-конструкторських АРМах будівельного та машинобудівного спрямування, застосування в інформаційних та експертних системах рекреаційного, екологічного та містобудівного спрямування, застосування в системах підтримки прийняття рішень при надзвичайних ситуаціях.

#### **Література**

1. Войцеховський С.О., Гаркуша В.І., Витько В.П., Кондратенко О.В., Рябоконтенко О.Д., Хорошилов О.В., Черний Д.І. Математична та інформаційна модель гідрологічних процесів // Вісник Київського університету, Серія: фізико-математичні науки. – Київ: КУ-2004, Вип. 4,- С.276-282.
2. Головенко А.Д., Довгий С.А., Гаркуша В.І., Черний Д.І. Програмно-моделююча система для еколого-аераційної експертизи промислових зон і споруд. // Труды XIII Международного симпозиума МДОЗМФ-2007, Харьков-Херсон-2007, С.117-120.
3. Довгий С.А., Лифанов И.К., Методы решения интегральных уравнений.- К.: Наукова думка, 2002, 344с.
4. Наконечний О.Г., Трофимчук О.М., Трофимова І.В., Черний Д.І. Моделювання та аналіз глобальних біосферних процесів // Київ: ВПЦ “Київський університет” – 2002, 92с.
5. Фомин В.В., Иванов В.А. Совместное моделирование течений и ветрового волнения в Керченском проливе//Севастополь,- Морской гидрофизический журнал, 2007, №5, С.3-19.

# ПРО ДВОКРОКОВИЙ ІТЕРАЦІЙНИЙ ПРОЦЕС ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Шахно С.М.

Львівський національний університет імені Івана Франка

shakhno@is.lviv.ua

Для розв'язування нелінійного операторного рівняння  $F(x)=0$  широко використовують ітераційно-різницьві методи. Перевагою цих методів є те, що вони використовують у своїх ітераційних формулах тільки значення нелінійного оператора і не вимагають аналітично заданих похідних.

У працях [1, 2] досліджено метод з порядком збіжності  $1 + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n - [F(x_n, y_n)]^{-1} F(x_n), \\ y_{n+1} &= x_{n+1} - [F(x_n, y_n)]^{-1} F(x_{n+1}), \quad n = 0, 1, \dots,\end{aligned}\tag{1}$$

де  $x_0$  і  $y_0$  – задані початкові значення. Його природно вважати двокроковою модифікацією методу хорд, у якій замість значення  $x_{n-1}$  з попередньої ітерації беруть допоміжну точку  $y_n$ , обчислену подібним чином. При цьому типовими вимогами до оператора  $F(x)$  є обмеженість його поділеної різниці другого порядку чи умова Ліпшиця на поділену різницю першого порядку.

У цій доповіді ми вводимо слабку узагальнену умову Ліпшиця для оператора поділеної різниці першого порядку, у якій замість сталої  $L$  використано додатну інтегровну функцію, і при цій умові досліджуємо збіжність методу (1). Зокрема, при сталій  $L$  отримаємо оцінки з [2].

## Література

1. Бартіш М. Я., Щербина Ю. М. Про один різницьвий метод розв'язування нелінійних операторних рівнянь, Доп. АН УРСР. Сер. А. (1972), №7, с. 579 - 582.
2. Shakhno S. M. Method of order  $1 + \sqrt{2}$  for the solution of nonlinear equations with Hölder continuous divided differences, PAMM (Proc. Appl. Math. Mech.) (2005), vol. 5, p. 779 - 780.



# КОМПОЗИЦІЙНО-НОМІНАТИВНІ МОДАЛЬНІ ТА ТЕМПОРАЛЬНІ ЛОГІКИ СПЕЦИФІКАЦІЇ ПРОГРАМ

Оксана С. Шкільняк

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
oshkilnyak@unicyb.kiev.ua

Для специфікації програмних систем в останній час все більше використовується апарат модальних і темпоральних логік. На базі темпоральної логіки збудовано низку систем та мов специфікацій (Temporal Logic, TLA+, TLS, GIL). Розробці та дослідженню на основі інтегрованого інтенціонально-екстенціонального підходу модальних і темпоральних логік присвячена дана доповідь.

Центральним поняттям композиційно-номінативних модальних логік (КНМЛ) є поняття композиційно-номінативної модальної системи (КНМС). Пропонується оригінальне визначення КНМС на номінативних рівнях. Відмінність від введеного [1] раніше: станами світу вважаємо структуровані об'єкти – алгебраїчні системи.

Розглядаються транзитивні модальні системи (ТМС) та їх різновидності: стандартні ТМС, загальні ТМС, темпоральні КНМС (ТмМС). Загальна ТМС має базові модальні композиції  $\Box$  і  $\Diamond$ . ТмМС – це стандартні ТМС із базовими композиціями  $\Box\uparrow$ ,  $\Box\downarrow$ ,  $\Diamond\uparrow$ ,  $\Diamond\downarrow$ .

Залежно від властивостей відношення досяжності можна ввести такі типи загальних ТМС:  $R$ -ТМС,  $T$ -ТМС,  $S$ -ТМС,  $RT$ -ТМС,  $RS$ -ТМС,  $TS$ -ТМС,  $RTS$ -ТМС. Подібним чином вводимо типи ТмМС:  $R$ -ТмМС,  $T$ -ТмМС,  $S$ -ТмМС,  $RT$ -ТмМС,  $RS$ -ТмМС,  $TS$ -ТмМС,  $RTS$ -ТмМС.

**Теорема 1.** Для довільної загальної ТМС  $\mathbf{M} \models R_x^{\bar{v}} \Box \Phi \leftrightarrow \Box R_x^{\bar{v}} \Phi$ .

Відома формула Баркан  $\forall x \Box \Phi \rightarrow \Box \forall x \Phi$  не є істинною в загальних ТМС (будується контрприклад). Для її конверсії ситуація інша:

**Теорема 2.** Для довільної загальної ТМС  $\mathbf{M} \models \Box \forall x \Phi \rightarrow \forall x \Box \Phi$ .

Для загальних і темпоральних КНМЛ запропоновано секвенційні числення, пов'язані з реляційною семантикою таких логік. Для таких числень доведені теореми коректності та повноти. Для доведення теореми повноти використано метод систем модельних множин.

**Висновки.** На основі інтегрованого інтенціонально-екстенціонального підходу розглянуті композиційно-номінативні модальні та темпоральні логіки. Досліджено семантичні

властивості транзиційних та темпоральних КНМЛ. Для таких логік запропоновано та досліджено секвенційні числення.

#### **Література**

1. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Основи математичної логіки. – К., 2006.

### **ОЦІНКА РИЗИКІВ ПРИ ПРОГНОЗУВАННІ КОСМІЧНОЇ ПОГОДИ**

**Яценко В.О., Яценко О.В.**

Інститут космічних досліджень НАНУ та НКАУ  
**vyatsenko@gmail.com**

Використовуючи припущення стосовно слаботурбулентного стану магнітосферної плазми, запропонована модель „чорного ящика” для прогнозування його стану. В основу моделі покладено просте припущення, що слаботурбулентний стан середовища обумовлений впливом на магнітосферну плазму швидкості сонячного вітру і його південної компоненти магнітного поля. Такий стан описується Dst індексом, який характеризує ступінь збуреності магнітосферного поля і широко використовується для аналізу спостережуваних даних. Використовуючи процедуру розкладення нелінійних збурень в ряд по кореляційним функціям до 4-го порядку включно, побудована дискретна динамічна модель стану плазми. Вона дозволяє прогнозувати поведінку Dst індексу (або стану «космічної погоди») на часовому інтервалі порядку 100 годин при умові відсутності аномальних збурень в сонячному вітрі. Показано, що прогноз погоджується із спостережуваними даними з коефіцієнтом кореляції 0.9-0.95. Проведено порівняння розробленої моделі з відомою моделлю прогнозування космічної погоди, створеної в університеті Шеффільда [1]. Проведено аналіз ризиків впливу факторів космічного вивомінювання на космічні прилади.

#### **Література**

1. BALIKHIN, M., I. BATES and S. N. WALKER (2001). 'Identification of Linear and Nonlinear processes in Space Plasma Turbulence.' Adv Space Res 28: 787-800.

**ТЕОРЕМИ ІСНУВАННЯ І ЄДИНОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ СИСТЕМ  
СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІТО-  
СКОРОХОДА З ПУАССОНОВИМИ ЗБУРЕННЯМИ У  
ГІЛЬБЕРТОВОМУ ПРОСТОРІ**  
**А.В. Нікітін, М.Є. Галонський**  
**nik\_tol@rambler.ru**

Нехай  $X$  – сепарабельний гільбертів простір зі скалярним добутком  $(x, y)$  та нормою  $|x|$ . Розглянемо стохастичне диференціальне рівняння

$$dX_t = X_t A dt + \sum_{k=1}^{\infty} (X_t B_k dW_k(t) + \int_U X_t C_k(u) \tilde{\nu}_k(dt, du)), \quad (1)$$

де  $A, B_k, C_k(u), k = 1, \dots$  – необмежені лінійні оператори, визначені на деякій щільній в  $X$  множині  $D$ , причому для  $x \in D$

$$\sum_{k=1}^{\infty} |B_k(x)|^2 < \infty, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \int_U |C_k(u)x|^2 \Pi(du) < \infty,$$

$W_k(t)$  – незалежні між собою вінерові процеси,  $\tilde{\nu}_k(dt, du)$  – незалежні між собою центровані пуассонові міри,  $\tilde{\nu}_k(dt, du) = \nu_k(dt, du) - M\nu_k(dt, du)$ .

Рівняння (1) можна переписати у вигляді

$$dX_t = X_t A dt + X_t dY_t, \quad (2)$$

де  $Y_t$  – однорідний операторний процес із гаусовими незалежними приростами, визначений на щільній множині  $D$ . Процес  $Y_t$  можна представити у вигляді ряду з незалежних вінерових процесів та інтегралів за пуассоновими мірами, тому рівняння (1) є загальним лінійним рівнянням з однорідним гаусовим процесом з незалежними приростами.

Якщо рівняння (1) має єдиний розв'язок, то з ним можна пов'язати однорідну сильну стохастичну півгрупу  $X_t^s$  (це розв'язок (1) для  $t > s$  з початковою умовою  $X_s^s = E$ ). Якщо розв'язок володіє другим моментом, то  $V_t(G) = M X_t^{0*} G X_t^0$  є

півгрупою обмежених лінійних операторів в  $L(X)$  з наступною властивістю: для всіх  $x, y \in D, G \in L(X)$  існує границя

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} [(V_t(G)x, y) - (Gx, y)] = (Q(G)x, y),$$

де

$$Q(G) = A^*G + GA + \sum_{k=1}^{\infty} (B_k^*GB_k + \int_U C_k^*(u)GC(u)\Pi(du)) \quad (3)$$

**Теорема.** Для існування і єдиності розв'язку (1) з локально обмеженим другим моментом, необхідно, а для єдиності і достатньо, щоб існувала півгрупа в  $L(X)$  з твірним оператором  $Q(G)$ , заданим рівністю (3).

#### Література

1. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 612 с.
2. Скороход А.В. Асимптотические методы теории стохастических дифференциальных уравнений. – Киев: Наук. думка, 1987. – 328 с.

### МОДЕЛЮВАННЯ ТА СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ КІСТКОВОЇ ТКАНИНИ

**В.П. Марценюк, Д.В. Вакуленко**

Тернопільський державний медичний університет  
ім. І.Я. Горбачевського

В роботі побудовано моделі реконструкції кісткової тканини за допомогою системи нелінійних звичайних диференціальних рівнянь із двома розподіленими запізненням. За допомогою розробленої комп'ютерної програми здійснене кількісне дослідження моделі реконструкції кісткової тканини, розглянуто поведінку системи при різних біфуркуючих параметрах та показано стаціонарні стани - стійкий вузол, нестійкий граничний цикл та стійкий фокус. Представлену модель дослідили на стійкість розв'язків [1].

Розроблено та реалізовано програмне середовище підтримки системних досліджень реконструкції кісткової тканини на основі мови UML (уніфікована мова моделювання), яке має

наступну ієрархію: діаграми класів, зміст діаграм, візуалізація поняття.

Запропоновано підхід до побудови та аналізу моделей реконструкції кісткової тканини в класах балансових моделей, функціонально-диференціальних рівнянь, які отримали назву рівнянь популяційної динаміки. Проведені дослідження сприятимуть покращенню діагностики та побудови методик лікування при захворюваннях та травмах кісткової тканини, що підтверджується 9-ма актами впровадження в навчальний та діагностично-лікувальний процес.

#### **Література**

1. Марценюк В.П., Вакуленко Д.В. О модели взаимодействия клеточных элементов в процессе реконструкции костной ткани // Проблемы управления и информатики. — 2007. — № 2.
2. В.П. Марценюк, Д.В. Вакуленко. О модели взаимодействия клеточных элементов в процессе реконструкции костной ткани на основании нелинейных уравнений в частных производных// Проблемы управления и информатики. – 2007.- № 4. – С. 140 – 148.
3. Марценюк В.П., Вакуленко Д.В. Оптимальное управление режимами химиотерапии в задаче реконструкции костной ткани // Кибернетика и вычисл. Техника. - 2007. - Вып. 154. – С. 92-106.