

*Ukrainian-Hungary Institute of Cybernetics of the
Inter-Regional Academy of Personal Management
Taras Shevchenko National University of Kyiv
(Faculty of Cybernetics)
International Institute for Applied Systems Analysis
(Austria)
Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine
Y.Fedkovich Chernivtsi National University*

***International Conference
PROBLEMS OF DECISION
MAKING UNDER
UNCERTAINTIES
(PDMU-2007)***



ABSTRACTS

*May 21-25, 2007
Chernivtsi, Ukraine*

*Ukrainian-Hungary Institute of Cybernetics of the
Inter-Reginal Academy of Personal Management
Taras Shevchenko National University of Kyiv
(Faculty of Cybernetics)
International Institute for Applied Systems Analysis
(Austria)
Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine
Y.Fedkovich Chernivtsi National University*

International Conference

PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU-2007)

May 21-25, 2007

ABSTRACTS

Chernivtsi, Ukraine

INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE

A.Nakonechny (Ukraine) – Chairman, I.Beyko, V.Donskoy (Ukraine), J.-F.Emmenegger (Switzerland), Yu.Ermoliev (Austria), I.Gaishun (Belarus), F.Chernousko (Russia), L.Hordijk (Austria), S.Hudak (Slovakia), J.Kaluski (Poland), M.Kirichenko (Ukraine), V.Korolyuk (Ukraine), A.Kurzhanskii (Russia), N.Leonenko (Great Britain), A.Lindquist (Sweden), S.Melnichuk (Ukraine), J.Michalek (Czech Republic), F.Sopronyuk (Ukraine), E.Uchino (Japan), R.Viertl (Austria), O.Zakusylo (Ukraine)

NATIONAL ORGANIZING COMMITTEE

O.Zakusylo – Chairman, F.Sopronyuk – Chairman, Yu.Belov, I.Beyko, V.Donchenko, V.Akimenko, P.Knopov, E.Lebedev, I.Lyashenko, S.Lyashko, Yu.Onopchuk, A.Vlasyuk, Ya.Elijko, O.Chernyak, F.Garashchenko

LOCAL ORGANIZING COMMITTEE

N.Rusnak – Chairman, I.Harchenko, V.Shevchenko, P.Zinko, V.Zaslavsky, O.Lukovych, O.Kucherenko, O.Kovalchuk, T.Korobko, E.Kapustyan, I.Usar



Члени міжнародного програмного
комітету і учасники конференції
вітають із 70-літтям

БЕЙКА ІВАНА ВАСИЛЬОВИЧА

доктора технічних наук, професора,
директора Інституту кібернетики та
інформаційних технологій Президентського
університету Міжрегіональної Академії
управління персоналом, члена Президії
Академії наук вищої школи України,
генерал-майора Українського козацтва

Іван Васильович народився 11 квітня 1937 року у с.Брідок Заставнівського району Чернівецької області. Навчався на фізико-математичному факультеті Чернівецького університету імені Юрія Федьковича (1954-1959). В аспірантурі Інституту кібернетики та Інституту математики Академії наук України розв'язав проблему повної керованості неавтономних систем (1963р), побудував алгоритми обчислення екстремальних розв'язків диференціальних ігор, достроково захистив кандидатську дисертацію і був зарахований на посаду молодшого, а згодом старшого наукового співробітника Інституту математики. Одночасно був запрошений читати лекції на факультеті кібернетики в Київському університеті імені Тараса Шевченка, де з 1977р. обійняв посаду доцента, а згодом професора. Побудував теорію розв'язуючих і асимптотично-розв'язуючих операторів та основу на ній конструктивну теорію оптимального моделювання керованих систем. Захистив докторську дисертацію і створив наукову школу, у якій підготував 20 кандидатів наук, двох докторів наук (6 – на зарубіжжі), створив програмні комплекси для оптимізації керованих процесів в ядерній фізиці, гідроакустиці, авіації, екології. Нагороджений Премією Міносвіти за кращу наукову працю. Активний у громадському житті, у вихованні патріотичної еліти молодого покоління студентів і науковців.

Бажаємо шановному Івану Васильовичу - академіку, генералу, професору та майстерному тенісисту – нових років щасливого подальшого наукового і спортивного зростання!

CONTENT*

ЗМІСТ

Chechel'nitski A. <i>Parallel network with infinite servers and bivariate Poisson input flows</i>	13
Dolenko G. <i>Interaction and visualization techniques for decision making</i>	15
Metel'skii A.V., Minyuk S.A. <i>Procedure and criterion of constructive identifiability of complete regular algebraic-differential systems with delay</i>	16
Rozora I. <i>On large deviation probabilities for supremum of square-gaussian stochastic processes</i>	19
Rusnak M. <i>Optimizing observation parameters</i>	22
Sharapov M.M., Galkovsky T.O., Maksymets O.M. <i>Thiele functional formula probabilistic approach</i>	24
Slabospitsky A. <i>About splitted estimation procedure for non-stationary parameters of continuous systems under uncertainties</i>	26
Stefanyshyn D. V. <i>A Task of Flood risk management for flooded territories under stochastic uncertainty of maximum river runoff</i>	28
Stefanyshyn D. V. <i>Experience gained under probability analysis of the Boureya dam failures</i>	31
Vagis O. <i>Efficiency of bayesian procedures on markov chain</i>	33
Yatsenko V., Pardalos P., Yatsenko O. <i>Applications of global optimization and narmax models in prediction and decision making</i>	35
Zelensky S.V. <i>Optimization of gas-transport system based on hierarchical systems theory</i>	36
Zhuk S., Demidenko S., Nakonechniy A. <i>Minimax state observation in linear one dimensional 2-point boundary value problems</i>	38
Акіменко В.В., Сугоняк І.І. <i>Моделювання взаємодії суб'єктів ринку інноваційної продукції в умовах невизначеності</i>	42
Акіменко В.В., Трофімчук О.Ю. <i>Модель дифузійних процесів на основі системи інтегро-диференціальних рівнянь параболічного та гіперболічного типів</i>	44
Акіменко В.В., Фойгт Н.А. <i>Моделювання моніторингових досліджень демографічних процесів</i>	46
Андрійчук О. <i>Інформаційна система інвестиційного центру</i>	48

* The abstracts are publishing in authors edition
Тези друкуються в авторській редакції

Аралова А. Програмне і математичне забезпечення обчислення кисневих режимів організму.....	50
Баловсяк С.В., Буркут В.І. Використання генетичних алгоритмів для складання розкладу.....	51
Бартіш М. Огородник Н. Про один метод розв'язування системнелінійних рівнянь	54
Братійчук М.С., Братійчук А.М. Системи обслуговування з відновлюючим рівнем вхідного потоку.....	55
Вакал Є.С., Попов В.В., Стеля О.Б., Тригуб А.С. Чисельний розрахунок зовнішнього температурного поля у просторовій задачі кристалізації.....	57
Валеев К.Г., Джалладова І.А. Оптимизация и устойчивость динамических систем со случайной правой частью.....	59
Васько В.В. Оптимальне регулювання в лінійних системах керування зі зміною вимірності фазового простору	60
Верес М.М. Квазімінімаксна оцінка розв'язків диференціальних рівнянь із параметр.....	62
Виклюк Я.І Використання гібридних нечітких мереж для визначення рекреаційного потенціалу території	65
Вітер А.В., Загородній Ю.В. Проект інформаційної системи для оптимізації використання відновних ресурсів.....	66
Власюк А., Демчук М.Б. Чисельний розрахунок еволюції вільної поверхні при нагнітанні ньютонівської рідини в пружне пористе середовище	68
Власюк А., Мартинюк П.М., Федорчук Н.А. Двовимірна задача фільтраційної консолідації з урахуванням тепломасопереносу та повзучості скелету ґрунту і її числове розв'язання.....	70
Власюк А., Остапчук О. Числове моделювання міграції радіонуклідів при плановій фільтрації підземних вод.....	72
Власюк А., Степанченко О. Математичне моделювання розчинення сольового включення в основі гідро-енергетичного об'єкта	74
Воробець Г.І., Рогов Р.В. Методи оптимізації технологічного синтезу інтерференційних фільтрів в умовах невизначеності контрольованих параметрів процесу.....	77
Воропаєва С.Л., Іваночко Н.М. Моделювання динаміки функціонування перетворювачів випромінювання при неповно умовах експлуатації.....	79

Габуза Т.В., Соловей К.С. Про керованість систем із післядією та зміною вимірності фазового простору	81
Гарашенко Ф.Г., Грабова Н.І. Регуляторна гіпоксія: математична модель її розвитку та компенсації.....	83
Гарашенко Ф.Г., Харченко І.І. Використання методів негладкої оптимізації в задачах моделювання руху іонів у прискорювачах	85
Гарашенко Ф.Г., Швець О.Ф. Розробка моделей та методів для адаптивної апроксимації експериментальних даних	86
Гезь О.І., Загородній Ю.В. Аналіз критеріїв сталого розвитку в умовах інноваційних змін	88
Герасин С.Н., Козлов М.А. Сходимость распределений марковских цепей с переменным числом состояний к предельному распределению за конечное время.....	90
Горбачук В., Гаркуша Н. Рівновага курно–неша за умов асиметричної невизначеності як узагальнена рівновага курно–штаткельберга–неша	94
Гребенник И.В., Романова Т.Е., Шеховцов С.Б. Оценка и ранжирование альтернатив при интервальных исходных данных в геометрическом проектировании.....	95
Грицюк П. М. Докази існування елементів хаотичної динаміки у системі зерновиробництва України.....	97
Губеладзе А.К. Согласованность вероятностных мер стационарных двоичных последовательностей.....	99
Гуляницький Л.Ф. Про багатовимірну задачу про призначення ..	101
Гуревский Е.Е., Емеличев В.А. О двух типах устойчивости лексикографической булевой задачи к вариациям числовых параметров.....	104
Донченко В.С. Перетворення гока: множинність гок оцінок	106
Доценко С.І. Моделювання конвеєрних систем в умовах невизначеності.....	108
Емеличев В.А., Кузьмин К.Г. Теоремы устойчивости в терминах Бинарных отношений для векторных комбинаторных задач на «узкие места».....	110
Єлейко Я.І., Музичук А.А. Узагальнена функція корисності.....	112
Заворотний А.Л., Касьянюк В.С. Парето-оптимальний підхід до задачі оптимального керування системами з розподіленими параметрами за допомогою r керуючих дій в умовах невизначеності	114

Заславська О., Бірюков Д. Експериментальне дослідження алгоритму розв'язання задачі оптимізації бізнес-процесу посередника.....	116
Заславський В.А. Механізми прийняття рішень при реалізації кіотського протоколу	120
Иванешкин А.И. К вопросу обобщения процедуры динамического программирования на управляемые полумарковские процессы с доходами.....	122
Іваненко В.І. Статистичні закономірності у системах прийняття рішень.....	125
Іваненко В.І., Михалевич В.М. До походження невизначеності в задачах рішень	126
Івохін Євген В., Аджубей Лариса Т. Про одну задачу спостереження початкових станів в невизначених нечітких системах	127
Іксанов О. Про асимптотичну поведінку числа видалених ребер у процедурі відокремлення кореня випадкового рекурсивного дерева ..	129
Іксанов О.М., Негадайлов П.А. Про моменти поглинання у випадковому блуканні з заборонами	130
Іксанов О.М., Полоцький С.В. Абсолютна неперервність розподілу нерухомих точок згладжуючих перетворень	132
Ілашук М., Сопронюк Є.Ф. Параметрична оптимізація в системах зі змінною вимірністю фазового простору методами практичної стійкості	133
Каленчук-Порханова А.О., Вакал Л.П. Відтворення функціональних залежностей на основі нелінійних наближень деяких видів	135
Калуски Ян , Овчарек Т. О некоторых свойствах многоагентовых диаграмм влияния для описания и решения игр.....	138
Капустян В.О., Фартушний І.Д., Капустян О.А. Мінімаксні оцінки функціоналів від розв'язків параболічної крайової задачі в класі необмежених функцій.....	140
Кириченко М.Ф., Донченко В.С. Гіпер площинна кластеризація та псевдо обернення.....	143
Кісельова О.М., Лебідь О.Ю. Задача оптимального розбиття множин із нечіткими параметрами у функціоналі	145
Ковальчук П.І., Матяш Т.В. Багатокритеріальна оптимізація в умовах невизначеності при плануванні водокористування	147

Когут П.І., Нечай І. В. Про нові класи розв'язних задач нескальної оптимізації в банахових просторах	149
Колечкина Л.Н., Родионова Е.А. Подход к решению комбинаторной многокритериальной задачи на полиразмещениях	151
Колянова Т. Модель взаємодії надбаного імунітету людини та інфекції	153
Король В. В., Стефанишин Д. В. Ідентифікація коефіцієнта масообміну розчинених речовин у фільтраційному потоці підземних вод.....	155
Кремез В.С. Математическое моделирование фильтрации и миграции загрязнений в пористых средах с изменяющимися свойствами.....	157
Кук Ю.В., Лаврикова Е.И. Принятие решения о состоянии динамической системы на основе спектрального анализа происходящих в ней процес сов	159
Кулян В.Р., Юнькова О.О., Рутицька В.В. Про оптимальне управління портфелем цінних паперів.....	162
Лебедєва Т. Т., Семенова Н. В., Сергієнко Т. І. Про п'ять типів стійкості за векторним критерієм і обмеженнями векторної задачі дискретного квадратичного програмування	164
Лисак Н.П. Про одну рідинну систему (випадок великого завантаження)	166
Лукашів Т. О., Ясинський В.К. Про наближений синтез оптимального керування системами стохастичних диференціальних рівнянь іто-сорохода з малим параметром	168
Лукович О.В. Про швидкість збіжності розподілу пуассонівського процесу на відрізок до ергодичного.....	169
Луц В.К. Рассмотрение и оценка альтернатив для уменьшения степени неопределенности.....	171
Ляшенко І.М. Лінійні моделі екологічної економіки.....	173
Ляшкевич В.Я. Дослідження тематичних областей з метою виявлення ознак про них	175
Макушенко І.А., Усар І.Я. Задача марковіца для стохастичних мереж	177
Маценко В.Г. Аналіз моделей двох взаємодіючих видів з віковою структурою	180
Мащенко С.О. Рівноваги в умовах невизначеності	182

Медведєв Р.Б., Сангінова О.В., Зав'ялов О.Д. Моніторинг, моделювання та керування водно-хімічним режимом у ректорах типу ввер-1000.....	183
Мельник Г. Лінгвістичний підхід до моделювання процесу керування інформаційними ризиками.....	185
Мензатов Л., Лебедєв Є. Оптимальне керування спільним потоком на основі порогових стратегій.....	187
Меньшиков Ю. Покроковий алгоритм прогнозу з попереднім упорядкуванням при мінімумі початкової інформації.....	189
Минюк С.А., Панасик О.А. Критерии полной управляемости и достижимости линейных стационарных регулярных алгебро-дифференциальных систем.....	192
Музичук А. Один критерій вибору активу.....	194
Наконечний О.Г. Проблеми прийняття оптимальних рішень в умовах невизначеності.....	196
Негадайлов М.А., Сопронюк Ф.О. Спостережуваність сингулярно збурених систем зі зміною вимірності фазового простору.....	197
Нікітін А.В. Стійкість у середньому квадратичному стохастичних диференціальних рівнянь іто-сорохода зі сталими коефіцієнтами.....	199
Новіков В.М., Семенов В.В. Мінімальна заробітна плата та рівень рідності.....	201
Олар О.Я. Проблеми формування пошукових векторів для нейромережних моделей пошуку інформації.....	203
Омардибірова В.Н. СППР керуючого інвестиційними фондами	205
Панкратова Н.Д. Системная структурная оптимизация сложных объектов.....	208
Паращук Х.Ф. Оптимальне регулювання в дискретних системах керування зі зміною вимірності фазового простору.....	209
Перун Г.М. Задача коші для стохастичних сингулярних параболічних рівнянь.....	211
Пукалський І.Д. Нелокальна задача діріхле та задача оптимізації для сингулярних параболічних рівнянь.....	213
Романчук К. Г., Стефанишин Д. В. До питання оцінки надійності однієї системи каскадного типу.....	215
Ромец Н. Бізнес-моделі для інформаційно- підсистем керування підприємством.....	217

Рощупкін О.Ю., Рощупкіна Н.В. Таймерна вік-вак технологія у побудові систем захисту інформації	219
Сахно Н.В., Каденко І.М. Надійність результатів неруйнівного контролю у прийнятті рішень щодо експлуатації обладнання АЕС	221
Семенов В.В. Декомпозиція змін в нерівності фінансування соціальної інфраструктури за методом Шеплі.....	223
Семенов В.В., Рубльов Б.В. Дослідження псевдопараболічних моделей внециліндричних областях	224
Короліук В.С., Мусурівський В.І. Дослідження стійкості динамічних систем із післядією із урахуванням марківських збурень	227
Кінаш О.М., Хомич С.В. Економіко – математичне моделювання на основі гравітаційних моделей.....	228
Коршевніук Л.О., Бідюк П.І. Підхід до формування узгоджених експертних оцінок	229
Семенюк А. Алгоритм оптимізації ефективності технічних систем керування з використанням імовірнісного моделювання	231
Сербаєв Д.П. СППР на фінансового ринку.....	233
Сергєєва Л.М., Бігун Я.Й. Дослідження глобальних розв'язків диференціальних рівнянь нейтрального типу	235
Стефанишин Д. В., Стефанишина Ю. Д. Побудова функції належності нечіткої множини при експертному оцінюванні параметрів на основі екстраполяції.....	237
Тимашов Е. Пристрій для діагностики і лікування на базі методів акупунктури	239
Тимофієва Н.К. Використання алгоритму оптимальної сегментації мовного сигналу для математичного аналізу електрокардіограм.....	241
Товмаченко Н.М., Жирицький В. М., Курбатов О.О. Огляд та характеристики систем дистанційного навчання.....	243
Товмаченко Н.М., Лукович О.В., Січкач І.М. ПСП spss та його застосування в навчальному процесі для дистанційних курсів з прикладної статистики.	247
Філатов М.С. Математичне моделювання процесу утилізації мігруючих в фільтраційному потоці речовин системою фільтрів-вловлювачів.....	250

Філатова І. Математичне моделювання впливу масопереносу на напружено деформований стан багатошарового ґрунтового масиву з вільною поверхнею ґрунтових вод	252
Цимбал В. Асимптотична поведінка випадкових еволюцій, побудованих на основі розв'язків систем звичайних диференціальних рівнянь з розривними правими частинами	254
Чабанюк Я.М., Чернівчан В.Я., Білушак Г.І. Асимптотика оператора стрибкової процедури з дифузійним збуренням	255
Чечельницький О.А., Кучеренко О.В. Дифузійні властивості процесу обслуговування в системі з двовимірним пуассонівським вхідним потоком.	257
Шахно С.М. Про двокроковий ітераційний процес для розв'язування нелінійних рівнянь	260
Прищепя О.В. Системи масового обслуговування з повторними викликами та нетерплячими вимогами	262
Бережа В.Ю., Малик І.В. Теорема існування та єдиності розв'язку Стохастичного диференціально-функціонального рівняння нейтрального типу іто-вольтерри	264
Семенов В. В. Про деякі методи градієнтного типу для розв'язування векторних задач опуклої оптимізації	265
Бейко І.В. Асимптотично-розв'язуючі оператори вищих порядків і алгоритми оптимізації прискореної збіжності	268
Зінько¹ П.М., Бодачівська² Л.Ю. Застосування методу розв'язуючих операторів для чисельного інтегрування рівняння Дарсі	272
Бейко¹ І.В., Бодачівська² Л.Ю., Коробко³ Т.В. Оптимізація математично-комп'ютерних моделей для інформаційних систем підтримки управлінських рішень	274
Панчук В.І., Панчук О.В. Модель прогнозування тепло-вологотеренесення у дієвому шарі ґрунту	275
Бейко І.В., Ночвай В.В. Моделювання процесів забруднення повітряного басейну міста	277
М. С. Нікітченко, С. С. Шкільняк Інтегрований інтенсіонально-екстенсіональний підхід до будови логічних формалізмів, орієнтованих на задачі моделювання	278

A parallel network with infinite servers and bivariate Poisson input flows

Alexander Chechelnitzki

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine

alex_che@voliacable.com

We will consider a stochastic network of the Jackson's type, which consists of the nodes $E_0, E_1, \dots, E_r$. The node E_0 works as a queuing system of the type

$M / M / \infty$, thus the service time of the each customer has an exponent distribution with the parameter $\mu > 0$. The nodes $E_1, E_2, \dots, E_r$ work like Jackson's network of the type $[M / G / \infty]^r$. Denote $G_i(t)$ as a distribution function of service time at the node E_i ,

$i = 1, \dots, r$. Let us consider a set of the bivariate Poisson input flows $(\nu_1^i(t), \nu_2^i(t))$ $i = 1, \dots, r$ with the parameters $\lambda_0 > 0, \lambda_i > 0, b_i > 0$, $i = 1, \dots, r$. In this case our model describe the situation, when two customers simultaneously arrive in the network.. One of two customers arrives in the node E_0 ($M / M / +\infty$), another arrives in one of the nodes $E_1, E_2, \dots, E_r$ of the network $[M / G / \infty]^r$. After service in the node E_0 a customer is not served in any node $E_1, E_2, \dots, E_r$ and leaves our model. Suppose as well that $X_i(t)$, $i = 0, 1, \dots, r$ is a number of customers in the node E_i , $i = 0, 1, \dots, r$ at the time t , $P = \|p_{ij}\|_{i,j=1}^r$ is a transition matrix of the network $[M / G / \infty]^r$, $X(t) = (X_0(t), X_1(t), \dots, X_r(t))$.

Let's consider the generation function of a number of the customers in the network's nodes at the time t :

$$\Psi(z, t) = \sum_{k_0, k_1, \dots, k_r} z_0^{k_0} z_1^{k_1} \dots z_r^{k_r} \times P\{X(t) = (k_0, k_1, \dots, k_r)\}.$$

The next theorem is true.

Theorem 1. Lets the queuing network meets the conditions:

- 1) exist i , that $\sum_{j=1}^r p_{ij} < 1$;

$$2) \quad a_i = \left[\int_0^{+\infty} t dG_i(t) \right]^{-1} \neq 0.$$

Then

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \Psi(z, t) = \exp \left\{ - \left(\frac{\lambda_0}{\mu} + \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^r b_i - \langle bP^*(\mu), 1 \rangle (1 - z_0) - \right. \right. \\ \left. \left. - \langle (\alpha^{(1)} + \alpha^{(2)}) D^{-1}(a) - bP^*(\mu), 1 - z \rangle - \langle bP^*(\mu), 1 - z_0 z \rangle \right\},$$

where

$$z = (z_1, \dots, z_r), \quad a = (a_1, \dots, a_r)$$

$$D(a) = \| a_i \delta_{ij} \|_{i,j=1}^r \text{ - diagonal matrix, } \delta_{ij} \text{ is Cronecer's symbol,}$$

$$P^*(\mu) = (I - Q^*(\mu))^{-1} D \left(\vec{G}^*(\mu) \right),$$

$$Q^*(\mu) = \int_0^{+\infty} e^{-\mu t} dQ(t) \quad \text{is Laplas transformation of the}$$

semimarkov's matrix

$$Q(t) = \| q_{ij}(t) \|_{i,j=1}^r, \quad q_{ij}(t) = p_{ij} G_i(t),$$

$\vec{G}(\mu)$ is Laplas transformation of the vector $(1 - G_1(t), \dots, G_r(t))$ at the point μ ,

$\alpha^{(1)}$ is a solution of the equation

$$\alpha^{(1)}(I - P) = \lambda$$

and $\alpha^{(2)}$ is a solution of the equation

$$\alpha^{(2)}(I - P) = b, \quad b = (b_1, \dots, b_r)$$

Consequence. In special case, when $r = 1$ and $G(t) = 1 - e^{-at}$, $t \geq 0$ we can obtain a stationary result for two systems $M / M / \infty$ with bivariate Poisson input flow. The limit distribution has a generation function of the following form

$$\Psi(z_0, z_1) = \exp \left\{ \left(\frac{\lambda_0}{\mu} + b_1 \frac{a}{\mu(\mu+a)} \right) (1-z_0) - \left(\frac{\lambda_1}{a} + b_1 \frac{\mu}{a(\mu+a)} \right) (1-z_1) - \frac{b_1}{\mu+a} (1-z_0 z_1) \right\}$$

Reference

1. Griffiths R.C., Milne R.K. A class of bivariate Poisson process. Multivar. Anal., 1978, 8, n3. p. 380-396
2. Korolyuk V.S., Turbin A.F., Semimarkov processis and it's applications. Kiev "Naukova Dumka", 1976

INTERACTION AND VISUALIZATION TECHNIQUES FOR DECISION MAKING

Dolenko G.

Taras Shevchenko National University of Kyiv

galinadolenko2006@yandex.ru

There are a large number of information visualization techniques that have been developed over the last years to support the exploration of large data sets [1].

Visual data exploration methods are especially useful when the exploration goals are vague.

There are many Decision Making Methods that have been developed to support purposeful investigation of information.

In addition to the visualization technique, for an effective decision-making, it is necessary to use one or more interaction techniques. Interaction techniques allow the data analyst to directly interact with the visualizations and dynamically change the visualizations according to the exploration objectives.

Visual data analysis techniques also need to tightly integrated with system used to manage information – Decision Support System [2], including database management and data warehouse system.

The main goal of this paper is to find tight integration of interaction and visualization techniques with algorithms from such disciplines as Theory of Decision Making and System Analyses [3].

Information visualizing techniques can be useful in solving such problems of multicriteria optimization, as:

- investigation of the domain of effective solution for finding valuable information hidden in this area and allowing data phenomena to be isolated for further quantitative analysis;
- defining preferences on a set of criteria of DM (Decision Maker) on the base of the forecast or solutions of another problems;
- giving the ability to dynamically explore relationships, trends and timelines.

As a result, you can examine and visualize relationships in large pool of information more deeply and completely than would be possible otherwise.

Such integration would combine automatic algorithms with intuitive power of the human mind, improving the quality and speed of the decision-making process. This will not only be valuable in an economic sense but also will stimulate and delight the Decision Maker.

References

- [1] Keim D., Ward M. Visualization. In Intelligent Data Analysis, pp. 403-427, 2003
- [2] Ириков В.А., Тренёв В.Н. Распределенные системы принятия решений. Теория и предложения. – М.: Наука, Физматлит., 1999. –288 с.
- [3] Ларичев О.И. Теория и методы принятия решения. - Москва: Логос, 200.-296 с.

PROCEDURE AND CRITERION OF CONSTRUCTIVE IDENTIFIABILITY OF COMPLETE REGULAR ALGEBRAIC-DIFFERENTIAL SYSTEMS WITH DELAY

Metel'skii A.V.

Belarusian National Technical University, Minsk, ametelski@bntu.by

Minyuk S.A.

Grodno State University, Grodno, zhuk@grsu.by

The subject of study is the linear system with constant coefficients

$$\frac{d(A_0x(t))}{dt} = Ax(t) + A_1x(t - \delta), \quad t > 0, \quad (1)$$

$$A_0x(0) = A_0\varphi(0), \quad A_1x(t) = A_1\varphi(t), \quad t \in [-\delta; 0), \quad (2)$$

$$y(t) = Gx(t), \quad t \in T = [0; t_1]. \quad (3)$$

Here x – n -vector-column ($n \geq 2$) of solution of system (1)-(3) with continuous initial function (2): $\varphi(\cdot) \in C(D, R^n)$ ($D = [-\delta; 0]$); A_0, A, A_1 and G are $n \times n$ - and $m \times n$ -constant matrices ($1 \leq \text{rank} A_0 < n$); y – m -vector-column ($m \geq 1$) of known output quantities; $t_1 > 0$ is a given time that is sufficiently large.

Definition 1. The system (1)-(3) we shall name *complete regular*, if degree of polynomial in λ $\deg_\lambda \det(A_0\lambda - A) = r$, where $r = \text{rank} A_0$.

The complete regular system (1)-(3) is consistent with any initial function $\varphi(\cdot)$, i.e. system (1)-(3) has a unique solution which can be obtained “step by step”. In what follows, we will consider such initial functions (2), for which the solution $x(t), t \geq -\delta$, is a continuous function and $A_0x(t), t > 0$, is a piecewise differentiable function. They are restricted to additional boundary condition $P_1\varphi(0) + P_2\varphi(-\delta) = 0$, where P_1, P_2 are certain constant matrices. The class of described initial functions (2) we denote by $\tilde{C}(D, R^n)$.

Definition 2. The system (1)-(3) we shall name *constructively identified in a direction* $p(\cdot) \in C(D, R^n)$, if there will be such piecewise continuous m -vector-function $v(t), t \in T$, for which the following relation ($(\cdot)'$ - transpose operation) is carried out

$$\int_0^{t_1} v'(t)y(t)dt = p'(0)A_0x(t_1) + \int_{t_1}^{t_1+\delta} p'(t_1-t)A_1x(t-\delta)dt, \quad (4)$$

what was n -vector-function $x(t), t \in [t_1 - \delta, t_1]$, caused an initial function $\varphi(\cdot) \in \tilde{C}(D, R^n)$. If this ratio is carried out for any $p(\cdot) \in C(D, R^n)$, system (1)-(3) shall name *completely constructively identified*. The m -vector-function $v(t), t \in T$, we shall name *resolving function*.

Let us introduce the notation $W(\lambda, \mu) = \lambda A_0 - A - A_1\mu - A_2\lambda\mu$.

Theorem 1. *The system (1)-(3) is the completely constructively identified if and only if the following conditions hold simultaneously:*

1) $\text{rank} \begin{bmatrix} G \\ W(\lambda, e^{-\lambda h}) \end{bmatrix} = n \forall \lambda \in \mathbb{C}$; 2) for each $\mu \in \mathbb{C}$ there exists minor $M_n(\lambda, \mu)$ of n th order of matrix $\begin{bmatrix} G \\ W(\lambda, \mu) \end{bmatrix}$ that $\deg_\lambda M_n(\lambda, \mu) = r$.

The scheme of proof includes similar considerations performed in [1]. By means of the change of phase variables we shall decompose a solution of system (1)-(3) into two components. The first of them is a solution of the homogeneous delayed system with a known output and can be represented in integral form through the output (3). The second of them is a solution of the inhomogeneous delayed system with zero initial data, whose inhomogeneity depends only on the output (3) and can be represented in integral form by Cauchy formula also. As result we have the following representation of solution of the system (1)-(3)

$$x(t) = MY(t - \delta) + \int_0^{t_1} V(s, t) y(s) ds, t \geq t_1 - 2\delta, \quad (5)$$

where $Y(t) = \text{col}[y(t - (v-1)\delta), y(t - (v-2)\delta), \dots, y(t)]$, $v = n - r$; M is constant matrix; $V(\cdot, \cdot)$ is certain piecewise continuous function.

According to the equation (1), equality (4) can be rewritten as

$$\begin{aligned} \int_0^{t_1} v'(t) y(t) dt &= \frac{1}{\delta} p'(0) A_1 \int_{t_1 - 2\delta}^{t_1 - \delta} (t - t_1 + 2\delta) x(t) dt \\ &+ \int_{t_1 - \delta}^{t_1} \left(\frac{1}{\delta} p'(0) (A_0 + (t - t_1 + \delta) A) + p'(t_1 - t - \delta) A_1 \right) x(t) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Substituting (5) into the right-hand side of (6) and transform it to the form of the left-hand side we shall obtain the resolving function $v(\cdot)$ for the given direction $p(\cdot)$.

References

[1] Metel'skii A.V. and Minyuk S.A. // Journal of Computer and Systems Sciences International, 45 (2006), No.5, p.690--698.

ON LARGE DEVIATION PROBABILITIES FOR SUPREMUM OF SQUARE-GAUSSIAN STOCHASTIC PROCESSES

Rozora I.V.

Kyiv National Taras Shevchenko University
irozora@bigmir.net

In many applied areas which use the theory of stochastic processes the problem arises to estimate probability that certain stochastic vector process $\vec{X}^T(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_d(t))$ leaves some region on some interval of time. For example, some systems break off on the interval $[0, T]$ if

$$\sup_{0 \leq t \leq T} \sum_{k=1}^d c_k^2 X_k^2(t) > \varepsilon,$$

or, in more general case, if

$$\sup_{t \in T} \vec{X}^T(t) A(t) \vec{X}(t) > \varepsilon,$$

where ε is a sufficiently large number, (T, ρ) is a metric space, $\vec{X} = \{X^T(t), t \in T\}$ is a process that generates the system, $A(t)$ is a matrix (in most cases positive semidefinite). The process $\vec{X}(t)$ may be considered as Gaussian due to the central limit theorem. Thus the problem arises to estimate the probability

$$P\left\{\sup_{t \in T} \vec{X}^T(t) A(t) \vec{X}(t) > \varepsilon\right\}$$

or the probability

$$P\left\{\sup_{t \in T} |\vec{X}^T(t) A(t) \vec{X}(t) - E\vec{X}^T(t) A(t) \vec{X}(t)| > \varepsilon\right\},$$

where $\vec{X}(t)$ is a Gaussian vector process and $A(t)$ is a symmetric matrix. The process $\vec{X}(t)$ is considered as centered one.

In this work the estimates of large deviation probability for square-Gaussian stochastic processes are obtained.

Definition 1. Let $\Xi = \{\xi(t), t \in T\}$ be a family of jointly Gaussian random variables, $E\xi(t) = 0$ (for example, let $\xi(t)$, $t \in T$, be a Gaussian stochastic process). The space $SG_\Xi(\Omega)$ is called the space

of square-Gaussian random variables with respect to Ξ , if any element η from $SG_{\Xi}(\Omega)$ can be represented in the form

$$\eta = \vec{\xi}^T A \vec{\xi} - E \vec{\xi}^T A \vec{\xi}, \quad (1)$$

where $\vec{\xi}^T = (\xi_1, \dots, \xi_n)$, $\xi_k \in \Xi$, $k = 1, \dots, n$, and A is a real-valued matrix, or this element is a mean-square limit of a sequence of random variables of the form (1):

$$\eta = \lim_{n \rightarrow \infty} (\vec{\xi}_n^T A \vec{\xi}_n - E \vec{\xi}_n^T A \vec{\xi}_n).$$

Definition 2. Stochastic process $X = \{X(t), t \in T\}$ belongs to the space $SG_{\Xi}(\Omega)$ if for all $t \in T$ random variables $X(t)$ belongs to $SG_{\Xi}(\Omega)$.

Let us consider examples of square-Gaussian stochastic processes from the space $SG_{\Xi}(\Omega)$.

Let $\xi_1(t), \dots, \xi_n(t), t \in T$, be a family of jointly Gaussian centered stochastic processes and let $A(t)$ be a symmetric matrix. Then $X(t) = \vec{\xi}^T(t) A(t) \vec{\xi}(t) - E \vec{\xi}^T(t) A(t) \vec{\xi}(t)$, where $\vec{\xi}^T(t) = (\xi_1(t), \dots, \xi_n(t))$, is square-Gaussian stochastic process.

Let $X(t)$, $t \in T$, be a stationary Gaussian centered stochastic processes. Then the correlogram of the process

$$\mathcal{B}(\tau) = \frac{1}{V} \int_0^V X(t) X(t + \tau) dt - EX(t) X(t + \tau)$$

is square-Gaussian stochastic process.

Consider now the space $T = [0, T]^d$, $d \geq 1$, with respect to metric $\rho(t, s) = \max_{1 \leq i \leq d} |t_i - s_i|$. Let $X = \{X(t), t \in T\}$ be square-Gaussian stochastic process.

Denote

$$\varepsilon_0 = \inf_{t \in T} \sup_{s \in T} \rho(t, s) = \frac{T}{2},$$

$$t_0 = C \cdot \left(\frac{T}{2}\right)^\alpha, \alpha \in (0,1],$$

where $C > 0$ is some constant.

The following theorem holds true.

Theorem 1. Let $X = \{X(t), t \in [0, T]^d\}$ be a separable square-Gaussian stochastic process and

$$\sup_{\rho(t,s) < h} (Var X(t) - Var X(s))^{1/2} \leq C \cdot h^\alpha, \alpha \in (0,1], C > 0.$$

If for integer $M > 1$, $x > 0$

$$x > \frac{\sqrt{2}\gamma_0 M d}{\alpha} \max \left\{ 1; \left(\frac{C T^\alpha}{2^\alpha \gamma_0} \right)^{\frac{1}{M-1}} \right\},$$

then the next estimation holds

$$P\left\{ \sup_{t \in T} |X(t)| > x \right\} \leq 2^{1+d} e^{\frac{(M+1)d}{\alpha}} \exp\left\{-\frac{x}{\sqrt{2}\gamma_0}\right\} \left(\frac{\alpha x}{\sqrt{2}\gamma_0 M d} \right)^{M d / \alpha} \left(1 + \frac{2x}{\sqrt{2}\gamma_0} \right)^{1/2}.$$

This result can be used for model construction of Gaussian stochastic processes with given reliability and accuracy.

Reference

[1] Buldygin, V. V. and Kozachenko, Yu. V. *Metric Characterization of Random Variables and Random Processes*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2000.

[2] Kozachenko Yu.V, Rozora I.V. Application of the theory of square-Gaussian processes to simulation of stochastic processes// Theory of Stochastic Processes. – 2006, Vol.12 (28), no.3-4.

OPTIMIZING OBSERVATION PARAMETERS

Mykola Rusnak

Yury Fedkovich National University of Chernivtsi

mpcc@chnu.cv.ua

In this paper we consider the problem of minimizing a priori error of estimation the functional of the state of systems described by linear parabolic equations. The solution of this problem we are using for the optimal constrain the parameters of the observer.

Under [1] assumptions, in the space $L_2(t_0, t_1, H_+)$ the equation

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + A(t)\varphi = f_1, \quad \varphi(t_0, x) = f_0, \quad (1)$$

for arbitrary $f_1 \in L_2(t_0, t_1, W_2^{-1}(\Omega))$, $f_0 \in L_2(\Omega)$ has a unique solution φ . The equation (1) describes the behavior of some dynamical system. We observe a vector $y = (y_1, y_2, \dots, y_r)$ where

$$y_k = \int_{\Omega} l_k(t, \xi) \varphi(t, \xi) d\xi + f_k^{(2)}(t), \quad k = \overline{1, r}. \quad (2)$$

The functions $l_k \in L_2(t_0, t_1, W_2^{-1}(\Omega))$ are controlled, they are supposed to be known for arbitrary $f_k^{(2)} \in L_2(t_0, t_1)$, and they describe the way we observe the dynamical system.

Suppose, that the perturbations $f_0, f_1, f_k^{(2)}, k = \overline{1, r}$ belong to an set in the space $L_2(t_0, t_1, W_2^{-1}(\Omega)) \times L_2(\Omega) \times \prod_{k=1}^r L_2(t_0, t_1)$, that is

$$(Q_0 f_0, f_0) + \int_{t_0}^{t_1} (Q_1 f_1, f_1)_0 dt + \sum_{i=1}^r \int_{t_0}^{t_1} Q_i^{(2)}(t) (f_i^{(2)}(t))^2 dt \leq 1 \quad (3)$$

where $Q_0(x)$ and $Q_i^{(2)}(t), i = \overline{1, r}$ are given additional functions on the set Ω and the interval (t_0, t_1) , respectively, and Q_1 is a given symmetrical additional defined operator. Now we can solve the problem of minimax estimation of a continuous linear functional defined on the states of dynamical system (1) with observations (2), and thereafter we can determine the estimation error [1]. Consider solutions $z(t, x)$ and $p(t, x)$ of the following set of equations

$$\begin{cases} -\frac{\partial z}{\partial t} + A^*(t)z = l(t) - \sum_{k=1}^r Q_k^{(2)}(l_k(t), p)_0, \quad z(t_1, x) = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + A(t)p = Q_1^{-1}z, \quad p(t_0, x) = Q_0^{-1}(x)z(t_0, x). \end{cases} \quad (4)$$

Using the solutions (4), the minimax estimation error for a continuous linear functional

$$l(\varphi) = \int_{t_0}^{t_1} (l(t), \varphi) dt, \quad l \in L_2(t_0, t_1, W_2^{-1}(\Omega)), \quad (5)$$

defined on the states of dynamical system, can be represent as a functional

$$\varepsilon^2 = \int_{t_0}^{t_1} (l(t), p) dt.$$

Consider a vector $g = (l_1, l_2, \dots, l_r)$ from the set $V_g = \{\phi \in L_2^r(t_0, t_1, L_2(\Omega)) : \|\phi\| \leq 1\}$. Introduce a functional

$$I(g) = \varepsilon^2(g) = \int_{t_0}^{t_1} (l(t), p(g)) dt$$

defined on the set V_g and consider the problem of minimizing the functional.

Now we are interested to know when the problem has solutions and what necessary conditions are satisfied by the solutions.

Theorem 1. The set $\arg \inf(I(g))$ is nonempty. If $\bar{g} \in \arg \inf(I(g))$, then for an arbitrary $g \in V_g$

$$\sum_{k=1}^r \int_{t_0}^{t_1} Q_k^{(2)}(\bar{l}_k, p)_0 ((l_k(t) - \bar{l}_k(t)), p) dt \leq 0.$$

References

[1] Наконечный, А.Г. Минимаксное оценивание функционалов от решений вариационных уравнений в гильбертовых пространствах. Киев:1985г.,-83с.

THIELE FUNCTIONAL FORMULA PROBABILISTIC APPROACH.

M.M. Sharapov, T.O. Galkovsky, O.M. Maksymets
Kyiv national Taras Shevchenko university
sharapov@unicyb.kiev.ua

We are going to deal with one method (see [4]) of function expansion into chain fractions known as Thiele functional formula

$$f(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{f'(x_0)} + \frac{x - x_0}{2 \cdot f'(x_0)} + \frac{x - x_0}{3 \cdot f'(x_0)} + \dots,$$

(1)

where *left derivative* is defined as

$${}^{(n)}f(x) = n \cdot {}^{(n-1)}f(x) + {}^{(n-2)}f(x),$$

$${}''f(x) = 2 \cdot (1/f'(x)) + f(x) = -\frac{2(f'(x))^2}{f''(x)} + f(x),$$

$${}'f(x) = 1/f'(x).$$

Lets use (1) to expand $R(x) = \frac{1 - \Phi(x)}{\varphi(x)} = \frac{t(x)}{\varphi(x)}$ into chain fraction

in neighborhood of 0 (i.e. $x_0 = 0$), where Laplace function

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(t) dt \quad \left(\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} \right), \quad R(x) = \frac{1 - \Phi(x)}{\varphi(x)} \quad (\text{Mills equation}).$$

Our aim is to obtain analytical coefficients $a_n = n \cdot {}^{(n-1)}f(x_0)$. To avoid computational complications let's notice

that applying known relations: $t'(x) = -\varphi(x)$, $\varphi'(x) = -x\varphi(x)$, $t(0) = 0.5$, $\varphi(0) = 1/\sqrt{2\pi}$, we can obtain useful equality:

$${}'f(x) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{\varphi^2(x)}{t'(x)\varphi(x) - t(x)\varphi'(x)} = \frac{\varphi^2(x)}{xt(x)\varphi(x) - \varphi^2(x)} = \frac{1}{xf(x) - 1}$$

This result is quite useful, because it fixes set of parameters left derivative is dependent on. These are x and $f(x)$. The next step is to represent left derivative of any degree as some function $g_n(x, f(x))$ in general form:

$${}^{(n)}f(x) = g_n(x, f(x)) = \frac{P_n(x, f(x))}{Q_n(x, f(x))},$$

where $P_n(x, f(x))$ and $Q_n(x, f(x))$ are linear forms.

Described set of rules is enough to obtain left derivative of arbitrary degree. What is even more important, this way is one of the most efficient among possible ones. To compute coefficients a_n of series we need to set $x=0$ $g_n(x, f(x))$. This will nullify all items from numerator and denominator that contain x as a multiplier. So we can omit items multiplied by x raised to „big” power (boundary power depends on series depth) during computation. Setting initial value $\varphi(0) = 1/\sqrt{2\pi}$, we obtain a_n coefficients as a functions

$$a_n = z_n(\sqrt{\pi/2}) = \frac{P_n^*(\sqrt{\pi/2})}{Q_n^*(\sqrt{\pi/2})},$$

where $P_n^*(\sqrt{\pi/2})$ and $Q_n^*(\sqrt{\pi/2})$ – polynomial functions taking $\sqrt{\pi/2}$ as an argument.

Computation experiments showed that coefficients of these polynomials with growth of n , increased quite fast, hitting bounds of standard numerical types. Even while computing 7-th coefficient the result is exceeding standard computer computations capacity of 64 bits, i.e. for deeper decompositions we are forced to use long arithmetic.

Finally, by applying the described methodic the following coefficients can be obtained:

$$a_1 = -1, \quad a_2 = -2/\sqrt{\pi/2}, \quad a_3 = \frac{3(\pi/2)}{-4 + 3(\pi/2)},$$

$$a_4 = \frac{64 - 96(\pi/2) + 36(\pi/2)^2}{32(\sqrt{\pi/2}) - 18(\sqrt{\pi/2})^3},$$

$$a_5 = \frac{5120(\pi/2)^2 - 5760(\pi/2)^3 + 1620(\pi/2)^4}{2048(\pi/2)^2 - 2823(\pi/2)^3 + 972(\pi/2)^4},$$

$$\alpha_6 = (402653184(\pi/2)^4 - 1717567488(\pi/2)^5 + 3049021440(\pi/2)^6 - 2883133440(\pi/2)^7 + 1531560960(\pi/2)^8 - \\ - 433340928(\pi/2)^9 + 51018336(\pi/2)^{10}) / (207618048(\sqrt{\pi/2})^9 - 872349696(\sqrt{\pi/2})^{11} + 1523847168(\sqrt{\pi/2})^{13} - \\ - 1416351744(\sqrt{\pi/2})^{15} + 738657792(\sqrt{\pi/2})^{17} - 204913152(\sqrt{\pi/2})^{19} + 23619600(\sqrt{\pi/2})^{21}).$$

Few more series members computed are too long and it doesn't seem reasonable to provide them here.

References

1. Дубнер П.Н. О вычислении гамма-распределения. Сб. "Вычислительные методы и программирование", № 18, МГУ, 1971.
2. Ланс Дж.Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. ИЛ, М. 1962.
3. Є.О. Лебедєв, М.В. Пугачова, М.М. Шарапов. Статистичні розподіли в економетричних дослідженнях та алгоритми їх розрахунку, Статистика України, №2, 2004, стор.17-21.
4. Бондарчук П.І., Скоробагатько В.Я. Гіллясті ланцюгові дробы та їх застосування. Київ, 1974 (стор. 210-221).
5. Хованский А.Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа. М.:ГИИТЛ, 1956.

ABOUT SPLITTED ESTIMATION PROCEDURE FOR NON-STATIONARY PARAMETERS OF CONTINUOUS SYSTEMS UNDER UNCERTAINTIES

Alexander S. Slabospitsky

Taras Shevchenko National University of Kiev

sl@univ.kiev.ua

The estimation problem of slowly time-varying parameter vector α is considered for dynamic objects in the case when each state equation has its own parameter vector $\alpha_j, j = \overline{1, n}$, i.e. $\alpha^T = (\alpha_1^T, \alpha_2^T, \dots, \alpha_n^T)$. This task is investigated for nonlinear dynamic systems with continuous time. Splitted procedures are obtained for parameter estimates of above-mentioned objects by the least squares method with variable forgetting factor and corresponding weighted residual integral of squares.

Consider nonlinear object with j -th state equation:

$$\dot{x}_j(\tau) = f_j^T(x(\tau), u(\tau), \tau)\alpha_j + g_j(x(\tau), u(\tau), \tau) + \xi_j(\tau), \quad \tau \geq t_0, j = \overline{1, n}, \quad (1)$$

where $x(\tau), \xi(\tau) \in R^n$, $u(\tau)$ are state, disturbance and control vectors respectively, vector functions $f_j(x(\tau), u(\tau), \tau)$, $g_j(x(\tau), u(\tau), \tau)$ are given.

Denote least squares estimate of parameter vector α with variable forgetting factor $\lambda(s)$ as $\tilde{\alpha}(t)$. This estimate is the solution of following optimization task:

$$\tilde{\alpha}(t) = \arg \min_{\alpha} \tilde{Q}(\alpha, t),$$

$$\text{where} \quad \tilde{Q}(\alpha, t) = \sum_{j=1}^n \tilde{Q}_j(\alpha_j, t), \quad \tilde{Q}_j(\alpha_j, t) = \int_{t_0}^t w(\tau, t) \xi_j^2(\tau) d\tau,$$

$$w(\tau, t) \quad - \quad \text{weight function}, \quad w(\tau, t) = e^{\int_{\tau}^t \ln(\lambda(s)) ds}, \quad t_0 \leq \tau \leq t$$

$(0 < \lambda(s) \leq 1, \quad s \geq t_0).$

Consider the following generalization of last problem statement in which j -th state equation has own variable forgetting factor $\lambda_j(s)$:

$$\mathcal{A}(t) = \arg \min_{\alpha} Q(\alpha, t),$$

$$\text{where} \quad Q(\alpha, t) = \sum_{j=1}^n Q_j(\alpha_j, t), \quad Q_j(\alpha_j, t) = \int_{t_0}^t w_j(\tau, t) \xi_j^2(\tau) d\tau,$$

$$\text{weight functions} \quad w_j(\tau, t) = e^{\int_{\tau}^t \ln(\lambda_j(s)) ds}, \quad t_0 \leq \tau \leq t,$$

$\lambda_j(s)$ - variable forgetting factor for j -th subtask
 $(0 < \lambda_j(s) \leq 1, \forall s), \quad \mathcal{A}^T(t) = (\alpha_1^T(t), \alpha_2^T(t), \dots, \alpha_n^T(t))$

Theorem 1. The splitted procedure for the estimate $\mathcal{A}(t)$ by least squares method with set of variable forgetting factors $\{\lambda_1(s), \lambda_2(s), \dots, \lambda_n(s)\}$ for nonlinear dynamic system (1) with non-stationary parameter vector α has the form:

$$\begin{cases} \frac{d\mathcal{E}_j(t)}{dt} = R_j(t)f_j(x(t),u(t),t)[\dot{x}_j(t) - f_j^T(x(t),u(t),t)\mathcal{E}_j(t) - g_j(x(t),u(t),t)] \\ \frac{dR_j(t)}{dt} = -\ln(\lambda_j(t))R_j(t) - R_j(t)f_j(x(t),u(t),t)f_j^T(x(t),u(t),t)R_j(t), \quad j=\overline{1,n}. \end{cases}$$

Theorem 2. Splitted procedure for weighted residual integrals of squares $q_j(t) = Q_j(\mathcal{E}_j(t), t)$, $(j = \overline{1, n})$ for estimation problem of slowly time-varying parameter vector α by least squares method with set of variable forgetting factors $\{\lambda_1(s), \lambda_2(s), \dots, \lambda_n(s)\}$ for nonlinear dynamic system (1) has the representation:

$$\frac{dq_j(t)}{dt} = \ln(\lambda_j(t))q_j(t) + [\dot{x}_j(t) - f_j^T(x(t), u(t), t)\mathcal{E}_j(t) - g_j(x(t), u(t), t)]^2, \quad (j = \overline{1, n}).$$

Obviously, splitted procedure for estimate $\tilde{\alpha}(t)$ from first problem statement and corresponding weighted residual integrals of squares are particular cases of above-mentioned procedures when $\forall t \quad \lambda_j(t) = \lambda(t), j = \overline{1, n}$.

Obtained results are used for construction of corresponding splitted procedure for non-stationary parameter estimation of linear dynamic systems with uncertainties.

**A TASK OF FLOOD RISK MANAGEMENT
FOR FLOODED TERRITORIES UNDER STOCHASTIC
UNCERTAINTY OF MAXIMUM RIVER RUNOFF
Dmytro V. Stefanyshyn
The National University of water management and natural
recourses use, Rivne;
SHC «The B. E. Vedeneev VNIIG», Saint-Petersburg
dvstefanyshyn@yahoo.com**

Let exist a set of acceptable alternatives $A = \{a_i\}, i = 1, \dots, n$, where a_i – type of a certain analytical probability density function (PDF) to describe flood characteristic $q^{\max}$ (i.e. maximal water

discharge or level) and let $T_{q,p}$ – return period for a design flood characteristic q_p with annual exceedance probability (AEP) $p = T_{q,p}^{-1}$ depending on tolerable hydrological safety margins.

It should be noted that $q_{p,i}^{\max} = f(T_{q,p}, a_i)$ [1]. Amount of alternatives a_i can be arbitrary, but it is foreseen the set A must be formed by analytical PDF curves satisfying principles of the maximal hydrological characteristic modelling [2].

Put alternatives $\{a_i\}, i=1, \dots, n$ in order thus that flood characteristics (such as discharges of water $q_{p,i}^{\max}$ determining these alternatives) having AEP equal p satisfied the condition:

$$q_{p,1}^{\max} < \dots < q_{p,i}^{\max}, \dots < q_{p,n}^{\max}. \quad (1)$$

Determine generalized annual losses l_i under flooded territories use in the case of choosing of an alternative a_i to support territories safety in the form of the sum: 1) capital outlays and carrying charges to defend territories from floods c_i resulted to a certain base year and determined for each of variants of $q_{p,i}^{\max}$ setting; 2) a flooded territory risk $r_i = p_i d_i$, where damages d_i are put depending on $q_{p,i}^{\max}$; 3) a generalized benefit $b_j = (1 - p_j) g_j$, where g_j – an expected income which could be got in case the variant a_j (i.e. $q_{p,j}^{\max}$) occurred if $T_{q,p}$. Here the income g_j depending on $q_{p,j}^{\max}$ determines a risk of lost opportunities due to choosing of the alternative a_i instead of a_j . Then

$$l_i = c_i + p_i d_i + (1 - p_j) g_j. \quad (2)$$

It have been obtained a task of the optimal variant selection of flooded territories use with accounting different risks as a task of minimization of generalized annual losses l_i related to choice of the optimal alternative a_i among $\{a_i\}, i=1, \dots, n$ for return periods $T_{q,i} \geq T_{q,p}$:

$$l_i = c_i + p_i d_i + (1 - p_j) g_j \rightarrow \min_{\substack{a_i \in A; a_j \in A \\ T_{q,i} \geq T_{q,p}}},$$

$$\forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n; j \neq i. \quad (3)$$

Scheme for determination of probabilities p_i, p_j see in Fig. 1.

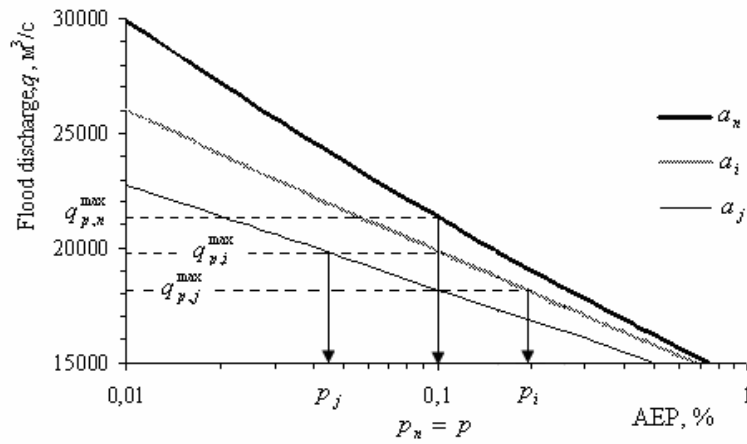


Fig. 1. Scheme to determine p_i, p_j related to $q_{p,i}^{max}, q_{p,j}^{max}$

References

[1] Стефанишин Д.В. Визначення розрахункових значень максимальних гідрологічних характеристик на основі екстраполяцій законами розподілу ймовірності з врахуванням ризику// PDMU-2006. Abstracts of Int. Workshop. Skhidnytsia, Ukraine, 2006. P.P. 158-160.

[2] Introduction to hydrology. W. Viessman, Jr, Terence E. Harbaugh, John W. Knapp. Int. educational publishers. New York. London. 1975.

**EXPERIENCE GAINED UNDER PROBABILITY
ANALYSIS
OF THE BOUREYA DAM FAILURES**

Dmytro V. Stefanyshyn

The National University of water management and natural
recourses use, Rivne;

SHC «The B. E. Vedeneev VNIIG», Saint-Petersburg
dvstefanyshyn@yahoo.com

In the article considered are some results of the Boureya dam failure probability analysis performed from 2003 till 2007 in order to confirm the safety of the dam at the temporal exploitation four start-up power complexes the Boureya hydropower plant (HPP). The Bureya dam is built on the river Boureya, in the Amur area of Russian Federation. The dam construction began in 1978, completion of construction is planned on 2009. This is a gravity concrete dam with the maximal height of 140 m and the crest length of 719 m.

Three generalized failure modes of the dam were considered: 1) knocking over the weakest up-river post of the dam sections under construction through loss of general durability of the post; 2) loss of stability of the weakest dam section due to the dam stability deficit or loss of durability of foundation; 3) dam overtopping during floods.

Foremost, different scenarios with seismic, flood and hydrostatical loadings, and due to malfunction in the dam operation, due to failures of its drainage devices, grout curtain in foundation, mechanical equipments and spillway gates, spillway highways and power aggregates of the start-up power complexes were considered

The probabilistic method realized under calculations of probabilities of the dam failures has utilized the apparatus of random variables and their functions. The approach allowed simplifying the probabilistic task per using elementary models of failures to be similar to the standard "limit states" [1, 2].

Under calculations some complete groups of events were formed in the strict accordance with axioms and theorems of the probability theory. The expert estimations of probabilities used were only for determination of probabilities of certain complex indefinite events to get those probability estimations by an analytical way seemed to be impossible.

Some results of numerical calculations of the Boureya dam failure probabilities are given in Fig. 1, 2.

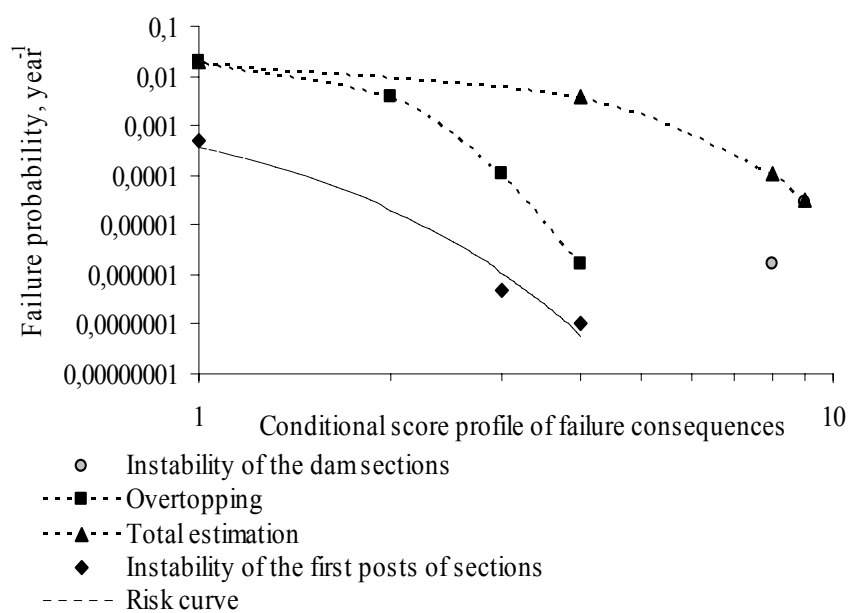


Fig. 1. The Boureya dam failure modes probabilities

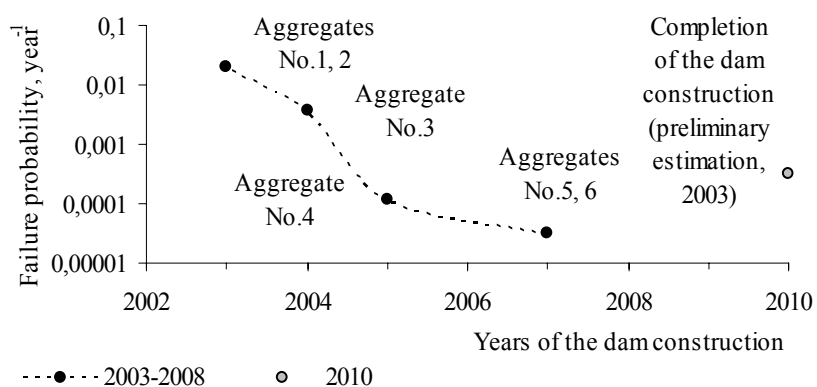


Fig. 2. The Boureya dam failure probabilities depending on construction stage

References

[1] Mgalobelov Yu. B. et al. Reliability Assessment of Hydraulic

Structures in their Designing and Operation in Russia// Trans. of 20-th Int. Cong. on Large Dams. Beijing-China. Vol.1. Q.76. R.42. P.P. 643-667.

[2] Bulletin on Risk Assessment. Risk Assessment in Dam Safety Management, 2003”.

EFFICIENCY OF BAYESIAN PROCEDURES ON MARKOV CHAIN

Vagis O.

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of NASU

alexandra_vagis@yahoo.com

Markov chain is a suitable economic probability model for certain time series in which the observation at a given time is the category into which an individual falls. Such a chain is described by the initial state and the set of transition probabilities; namely, the conditional probability of going into each state, given the immediately preceding state.

Let m denote the number of individuals; the states be $i = 1, \dots, k$; the times of observation be $t = 0, 1, \dots, T$, $p_{ij}(t)$ ($i, j = 1, \dots, k$; $t = 1, \dots, T$) be the probability of state j at time t , given state i at time $t - 1$.

We use x_i to denote the variable representing the measurements of some object, $i = 1, \dots, n$, and f are its classification.

The recognition procedure is defined by Bayesian formula

$$P(f = i | x_0, \dots, x_T) = \frac{P(x_0, \dots, x_T | f = i)P(f = i)}{P(x_0, \dots, x_T)},$$

where x_t denote state of individual at time t , f - classification of individual.

The joint distribution of Markov chain is the product of the separate probabilities

$$P(x_0, x_1, \dots, x_T) = p(x_0)p(x_1|x_0) \dots p(x_T|x_{T-1}),$$

where $p(x_0)$ is the initial distribution and $p_{ij}(t) = p(x_t = j | x_{t-1} = i)$ denote nonstationary transition probabilities. Statistical inference about estimates for transition probabilities is

developed in [1]. The maximum likelihood estimates for the $p_{ij}(t)$ are found to be

$$\hat{p}_{ij}(t) = \frac{m_{ij}(t)}{m_i(t-1)} = \frac{m_{ij}(t)}{\sum_{s=1}^k m_{is}(t)},$$

where $m_{ij}(t)$ denote the number of individuals in states i at $t-1$ and j at t ; $m_i(t-1) = \sum_{j=1}^k m_{ij}(t)$. We shall also make use of the fact that the variables $\hat{p}_{ij}(t)$ for a given i and t have the same asymptotic distribution as the estimates of multinomial probabilities with sample sizes $Mm_i(t-1)$, and the variables for two

different values of i or two different values t are asymptotically independent [1]. The upper and lower bound of error estimation of Bayesian pattern recognition procedure on Markov chain is polynomial of input data and similar to relation

$$\nu(Q_B, C) \sim a \sqrt{\frac{kT}{\hat{m}_f} + \frac{f}{m_f}},$$

where $\hat{m}_f = \min_{0 \leq i \leq f-1} m_i$, m_i denote the volume of learning samples,

f - the number of classes; for proteins $f = 20 \cdot 3 = 60$.

In [2, 3] the complexity and efficiency of Bayesian recognition procedure is investigated. Most important is the fact that the complexity of the Bayesian procedures proved to be solvable and formally evaluated as the polynomial estimate that depends on the sizes of learning sample and the number of attributes. It is shown that the learning procedures based on Bayesian formula optimally process the information contained in the learning sample. This property is carried out on such mathematical structures as Markov chains and independent attributes.

We have determined the new complementary principles in encoding bases on in DNA chain in chromosomes of human genome and other investigated genomes. On the basis of obtained statistical data one can draw a conclusion that there exist strict rules of forming DNA structure valid for all species, and the homogeneous Markov chain is the best model to analyze DNA sequence data [4].

At present on the basis of developed methods numerical experiments are performed on prediction of the secondary structure of proteins by data of Protein Data Bank (PDB). A number of experiments and tests showed that the prediction accuracy of Bayesian procedures exceeds 85%.

References

- [1] Anderson, T.W. & Goodman, L.A. Statistical inference about Markov chains. *Ann.Math. Statist.* **28**, 89-110 (1957).
- [2] Gupal A.M., Pashko S.V., Sergienko I.V. (1995) Efficiency of Bayesian classification procedure. *Kibern. Sist. Anal.* **31**, 543-554.
- [3] Gupal A.M., Vagis A.A. (2000) Statistical estimation of the Markov pattern recognition procedure. *J. Autom. Inform. Scien.* **33(4)**, 51-58.
- [4] Gupal A.M., Vagis A.A. (2005) Complementary principles of bases by one chain in DNA chromosomes. *J. Autom. Inform. Scien.* **5**, 153-157.

APPLICATIONS OF GLOBAL OPTIMIZATION AND NARMAX MODELS IN PREDICTION AND DECISION MAKING

V. Yatsenko, P. Pardalos, O. Yatsenko
vyatsenko@gmail.com

This report concentrates on nonlinear prediction in ecology and economics. A new approaches towards purposeful prediction problems, derived from a recently developed quantum algorithms, is introduced in this report. The proposed algorithms inherently emphasizes learning to predict future peaks, and performs remarkably accurate predictions among the important regions, features, or objectives. Space weather forecasting is an excellent example of using this methodology, and in fact was the motivation to introduce purposeful prediction via multiobjective learning algorithm in this research. Discrete recursive (nonlinear autoregressive moving average model with exogenous inputs) models are also considered. This is a so-called 'black box' or 'input-output' model, which seeks only to reproduce the behaviour of the system's output in response to changes in its setpoint or inputs. One of the most important features of NARMAX models is that model terms are physically interpretable. For example, discrete and continuous time

models of the evolution of Dst can be derived using NARMAX methodology. For their effective use it is proposed four new methods of structure and parameter identification: multi-objective optimization, genetic programming (GP), quantum optimization, and wavelets. NARMAX model representation is used for the basis of the hierarchical tree encoding in GP. Criteria related to the complexity, performance and chaotic invariants obtained by chaotic time series analysis of the models are considered in the fitness evaluation, which is achieved using the concept of the non-dominated solutions. The solution set provides a trade-off between the complexity and the performance of the models, and derived model were able to capture the dynamic characteristics of the system and reproduce the chaotic motion. The simulation results show that the proposed technique provides an efficient method to get the optimum NARMAX difference equation model of chaotic systems. Experimental data related to the coronal mass ejections, solar flares, and sun-spots is used for illustration of new identification procedures. An additional analysis and validation of the hybrid forecasting model of solar activity, which includes dynamical-information and Bayesian models, are also considered. A forecasting algorithm which based on Lyapunov exponents is analysed.

OPTIMIZATION OF GAS-TRANSPORT SYSTEM BASED ON HIERARCHICAL SYSTEMS THEORY

S.V. Zelenskyy

Shevchenko KNU, faculty of cybernetics

sconsul@gmail.com

Ukrainian geographical location and high gas transportation potential require elaborating effective methods of increasing profits from using gas network. The cost of operating network is determined mainly by mode of operation of compressors and it is above 25% of the company's operating budget. That is why the minimization of operating costs for gas networks under transient conditions is so vital. Depending on the character of gas flow in the system can be steady and unsteady. Ukrainian gas pipeline is developed for fuel use and steady-state planning [2]. The dynamical optimization is more difficult than the steady state, but can achieve higher savings.

Transient flow through a pipe can be described by:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{c^2}{A\lambda} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (1); \text{ where } \lambda = \lambda(p, M), M - \text{mass flow, } f -$$

frictional factor;

A mathematical model of the dynamic properties of a gas system can be developed using (1) and based upon the generalization of the idea of a node including grid points along pipes, multi-junctions and pipe-ends being treated as off-takes with demand equal to zero.

For j node we obtain [3]:

$$\left\{ \frac{dp_j}{dt} + \frac{1}{3} \left(\frac{dp_i}{dt} - \frac{dp_j}{dt} \right) \right\} = \sum_i S_{ij} (p_i - p_j) - M_j \quad (2); \text{ where } k -$$

number of nodes incident to node j , $S_{ij} = 1/(\lambda_i \Delta x_i)$, M_j – (mass flow-load) at j node.

Using the trapezoidal rule integration for (2) between t and $t + \Delta t$, yields a linear equation in p^{n+1} of the form:

$$h_{jj} p_j^{n+1} = \sum_i h_{ji} p_j^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} M_j \Delta t \quad (3);$$

For the whole network using (3) can be written in the matrix form:

$$Hp^{n+1} = Rp^n - M \quad (4);$$

$$\text{We wish to minimize } I_j = \int_{t_0}^{t_1} A_j G_j(t) \left\{ \left(\frac{p_{dt}(t)}{p_{sj}(t)} \right) - B_j \right\} dt \quad (5);$$

where A – cross section area of pipe, G_j – flow through j compressor, B_j – constants for j compressor, p_{dt} , p_{sj} – discharge/suction pressure;

Implicit in all of hierarchical system theory is the idea that it is generally easier to deal with several low order systems than with one system of high order. For these reasons a spatial decomposition has been chosen to solve the given problem. After decomposition each subsystem is interconnected with some other subsystems using simple changing:

$$\alpha_i(k) = \sum_j L_{kj} \beta_j(k) \quad (6), \text{ where } L - \text{matrix of}$$

interconnections, $\alpha_i(k)/\beta_j(k)$ – input/output vector from subsystems.

Discretization of the cost function yields: $I = \sum_k \Phi_i[x(k), m(k), k] \quad (7),$

where x – state vector, m – control vector, k – final stage;

Local optimization gives the following result:

$$\Delta I_i = \sum_k \left[\frac{\partial H_i(k)}{\partial m_i(k)} \right] \Delta m_i(k) \quad (8),$$
 where H_j – Hamiltonian for the integrated system.

The algorithm for optimal control of a gas-transport system with any configuration based upon hierarchical control and decomposition of the network is proposed. An algorithm is able to find time-profiles of pressure and flow throughout system, over one day period, which minimizes the running costs of compressors and satisfying all imposed equality and inequality constraints. Local problems are optimized using gradient method and subsystems are coordinated using "goal coordination" method to find the minimum of objective function.

Reference

- [1] Mesarovic, Macko, Takahara, Theory of Hierarchical, Multilevel Systems, Moscow, 1973
- [2] Wilson, J.G., Wallace, J. and Furey, B.P. Steady State Optimization of Large Gas Transmission Systems in Simulation and Optimization of Large Systems (Ed. A.J.Osiadacz) Oxford University Press, 1988
- [3] Osiadacz, A.J., Swierczewski, S. Optimal Control of Gas Transportation Systems. The 3rd IEEE Conference on Control Applications, The University of Strathclyde, Glasgow, August, 1994.
- [4] Osiadacz, A.J Dynamic optimization of high pressure gas networks using hierarchical systems theory, 1997

MINIMAX STATE OBSERVATION IN LINEAR ONE DIMENSIONAL 2-POINT BOUNDARY VALUE PROBLEMS

Serhiy Zhuk, Serhiy Demidenko, Alexander Nakonechniy

Taras Shevchenko Kyiv National University

beetle@unicyb.kiev.ua

Abstract. In this paper we study observation problem for linear 2-point BVP $Dx(\cdot) = Bf(\cdot)$ assuming that information about system input $f(\cdot)$ and random noise η in system state observation model $y(\cdot) = Hx(\cdot) + \eta$ is incomplete ($f(\cdot)$ and $M\eta\eta'$ are some arbitrary elements of given sets). A criterion of guaranteed (minimax) estimation

error finiteness is proposed. Representation of minimax estimations is obtained in terms of 2-point BVP solutions.

It is proved that in general case we can only estimate a projection of system state onto some linear manifold F . In particular $F = L_2^n$, if $\dim N\left(\frac{D}{H}\right) > 0$. Also we propose a procedure which decides if given linear functional belongs to F .

Problem statement

Let $t \mapsto x(t)$ – totally continuous vector-function from space of square summable n -vector-functions $L_2^n := L_2([0, \omega], R^n)$ – be a solution of BVP

$$\dot{x}(t) - A(t)x(t) = B(t)f(t), x(0) = x(\omega), \quad (1)$$

where $t \mapsto A(t) (t \mapsto B(t))$ – $n \times n (n \times r)$ -matrix-valued continuous function, $\omega < +\infty$, $f(\cdot) \in L_2^r$.

We suppose that a realization of m -vector function

$$y(t) = H(t)x(t) + \eta(t), \quad (2)$$

is observed at $[0, \omega]$, where $t \mapsto x(t)$ is one of the possible (1) solutions for some $f(\cdot) \in G$, $t \mapsto H(t)$ – $m \times n$ -matrix-valued continuous function, $t \mapsto \eta(t)$ – realization of mean-square continuous random process with zero expectation and uncertain correlation function $(t, s) \mapsto R_\eta(t, s) \in G_2$. Let

$$G := \{f(\cdot) : \int_0^\omega (f(t), f(t))dt \leq 1\}, \quad G_2 := \{R_\eta : \int_0^\omega spR_\eta(t, t)dt \leq 1\}$$

and consider linear functional

$$\ell(x) := \int_0^\omega (\ell(t), x(t))dt, \quad \ell(\cdot) \in L_2^n,$$

defined on the (1) solutions domain. *We will be looking for $\ell(x)$ estimation in terms of*

$$u(y) := \int_0^\omega (u(t), y(t))dt, \quad u(\cdot) \in U_l \subset L_2^m$$

For each $u(\cdot)$ we associate *guaranteed estimation error*¹

$$\sigma(u) := \sup_{x(\cdot) \in D(D), Dx(\cdot) \in G, R_\eta \in G_2} \{M[\ell(x) - u(y)]^2\}$$

where linear mapping D is defined by the rule $Dx = \dot{x} - Ax, x \in D(D)$, $D(D)$ is set of totally continuous vector-functions $t \mapsto x(t)$ satisfying $\int_0^\omega |\dot{x}(t)|_n^2 dt < +\infty, \int_0^\omega \dot{x}(t) dt = 0$, $x \mapsto Ax$ multiplies $x(\cdot)$ by $t \mapsto A(t)$.

Definition 1. Function $\mathfrak{K}(\cdot)$ is called minimax mean-square estimation, if it satisfies

$$\sigma(\mathfrak{K}) \leq \sigma(u), \quad u(\cdot) \in U_l \quad (3)$$

Term $\mathfrak{E} := \inf_{u \in U_l} \sigma(u)$ is called minimax mean-square error.

Theorem 1. Boundary value problem

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= -A'(t)z(t) + H'(t)H(t)p(t) - \ell(t), \\ \dot{p}(t) &= A(t)p(t) + B(t)B'(t)z(t), \\ z(0) &= z(\omega), p(0) = p(\omega) \end{aligned} \quad (4)$$

has non-empty solutions domain if and only if $Ph(\omega) \perp N(W(0, \omega))$, where $P := [E - (E - \Phi(\omega, 0))(E - \Phi(\omega, 0))^+]$, Φ – fundamental solution of $\dot{z}(t) = -A'(t)z(t)$, $W(0, \omega) := \int_0^\omega P\Phi(\omega, s)H'(s)H(s)\Phi'(\omega, s)Pds$,

$h(\cdot)$ is a solution of $\dot{h}(t) = -A'(t)h(t) + \ell(t), h(0) = 0$

Let's denote by F set of all $\ell(\cdot) \in L_2^n$ satisfying condition of the theorem 1. In the next theorem we state that minimax error is finite if and only if $\ell(\cdot) \in F$ and in that case unique minimax estimation $\mathfrak{K}(\cdot)$ exists.

Theorem 2. Minimax mean-square error

$$\mathfrak{E} = \begin{cases} +\infty, \ell(\cdot) \notin F, \\ \int_0^\omega (\ell(t), \mathfrak{F}(t))_n dt \end{cases}$$

if $\ell(\cdot) \in F$ then unique minimax estimation $\mathfrak{K}(\cdot)$ exists and $\mathfrak{K}(t) = H(t)\mathfrak{F}(t)$, where $\mathfrak{F}(\cdot)$ is one of the (4) solutions.

Corollary 1. For given $y(\cdot) \in L_2^m$ minimax estimation $\hat{x}(\cdot)$ can be represented as $\int_0^\omega (\hat{x}(t), y(t))dt = \int_0^\omega (\ell(t), \hat{x}(t))dt$, where $\hat{x}(\cdot)$ is any solution of

$$\begin{aligned} \dot{p}(t) &= -A'(t)p(t) - H'(t)(y(t) - H(t)x(t)), p(0) = p(\omega), \\ \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)B'(t)p(t), x(0) = x(\omega) \end{aligned} \quad (5)$$

Corollary 2. If functional system² $\{H\psi_k(\cdot)\}$ is linear independent, than for all $\ell(\cdot) \in L_2^n$ minimax estimation is represented in terms of theorem 2 or previous corollary.

Corollary 3. Let L – linear Noether closed mapping in L_2^n , H, B – bounded linear mappings in L_2^n . Than

$$(0, \ell) \in R \begin{pmatrix} -L & BB' \\ H'H & L' \end{pmatrix} \Leftrightarrow \ell(\cdot) = L'z(\cdot) + H'u(\cdot)$$

for some $z(\cdot), u(\cdot) \in L_2^n$.

² $H\psi_k(t) = H(t)\psi_k(t)$, $\psi_k(\cdot)$ are linear independent solutions of the homogeneous BVP (1).

МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ СУБ'ЄКТІВ РИНКУ ІННОВАЦІЙНОЇ ПРОДУКЦІЇ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Акіменко В.В., Сугоняк І.І.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

isygon@mail.ru

Моделювання поведінки виробників, споживачів та розповсюджувачів інноваційної продукції окремого виробника, дозволяє визначити тривалість життєвого циклу інноваційного продукту, однак відсутність точної інформації про основні параметри, що характеризують поведінку системи призводить до невизначеності в отриманих розв'язках.

Метою даної роботи є побудова трирівневої моделі взаємодії суб'єктів ринку в умовах невизначеності.

Взаємодію трьох суб'єктів ринкової діяльності можна описати використовуючи наступні співвідношення:

$$\begin{cases} \frac{dG_1}{dt} = r_1 - d_1 G_1 + b_1 G_1 \\ \frac{dG_2}{dt} = r_2 - d_2 G_2 + b_2 G_2; \\ \frac{dG_3}{dt} = r_3 - d_3 G_3; \\ G_1|_{t=0} = 0, G_2|_{t=0} = 0, G_3|_{t=0} = G_3^0. \end{cases} \quad (1)$$

де G_1 – обсяг виробництва продукції; виробника; r_1 – обсяг зовнішніх інвестицій на виробництво продукції; r_2 – фінансові ресурси вкладені розповсюджувачами, G_2 – обсяг реалізації продукції дилером; r_3 – обсяг фінансових ресурсів споживача; G_3 – обсяг попиту на продукцію; b_i, d_i – питома швидкість зростання (зменшення) фінансових ресурсів i -го учасника ринку.

Слід зауважити, що точна інформація про поведінку споживача та дилера на ринку відсутня. Для зняття невизначеності коефіцієнтів b_2, d_2, d_3 можна використати рівняння зв'язку (2), для коефіцієнтів b_1, r_1 можна скористатись методом інтегральної згортки.

$$d_3 G_3 = b_2 G_2 + b_1 G_1 - d_2 G_2. \quad (2)$$

За такого підходу отримуємо дві гіпотези про розвиток ринку інноваційного продукту:

Гіпотеза 1. Поведінка споживача на ринку невизначена – підставляємо (2) у третє рівняння системи (1). В такому випадку, за умови, що $b_i, d_i = \text{const}$ отримуємо розв'язок, зображений на рис. 1а.

Гіпотеза 2. Поведінка ділера на ринку невизначена – підставляємо (2) у друге рівняння системи (1). За умови, що $b_i, d_i = \text{const}$ отримуємо наступний розв'язок (рис. 1.б)

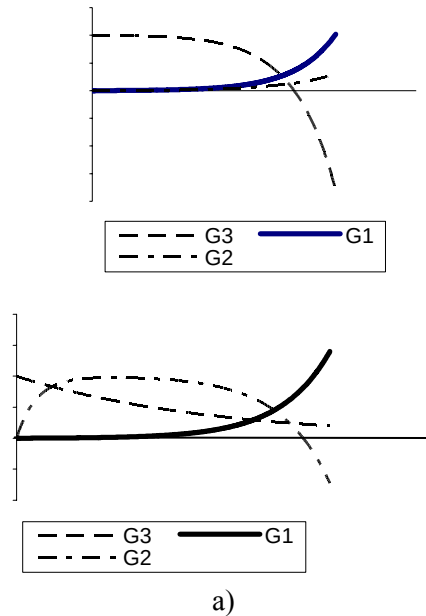


Рис. 1

За результатами проведеного дослідження можна зробити наступні висновки:

а) гіпотеза 1 відповідає дійсності, якщо підприємство має власну дилерську мережу або може впливати на процес ціноутворення ділерів. На основі отриманих даних можна зробити висновок, що поведінка споживачів відповідає графіку життєвого циклу товари на ринку наведеному у [1,3].

б) гіпотеза 2 відповідає дійсності якщо товар користується нееластичним одноразовим попитом. Побудований графік дозволяє дійти висновку, що в такому випадку основна маса прибутку буде зосереджена у ділера, який буде реагувати зміну попиту, прибуток

виробнику буде надходити з затримкою, тобто участі у прямому продажу виробник не бере.

в) для визначення тривалості життєвого циклу товару можна застосовувати наступне рівняння: $G_3 = \delta$, де δ – визначений експертами рівень продажу продукції, за якого товар доцільно знімати з виробництва.

Література:

1. П.С. Завьялов. Маркетинг в схемах, рисунках и таблицах. М.: Инфра-М, 200р.
2. Московкин В. Основы концепции диффузии инноваций. // Бизнес-информ. – №17-18 – 1998 – с.41-48.
3. Коноваленко М. Жизненный цикл инновации. // Бизнес-информ. – № 24 – 1996. – с. 34-36.

**МОДЕЛЬ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ НА ОСНОВІ
СИСТЕМИ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ
ПАРАБОЛІЧНОГО ТА ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПІВ**

Акіменко В.В., Трофімчук О.Ю.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

akvv@unicyb.kiev.ua

Моделі оптимального керування процесами турбулентної дифузії та хімічної кінетики пов'язані з розв'язком складних систем інтегро-диференціальних рівнянь у частинних похідних. Складність моделювання такого класу процесів пов'язана з випадками виродженості турбулентної дифузії. Один з підходів розв'язку цієї проблеми полягає у застосуванні в системі різних класів рівнянь - параболічного та гіперболічного (виродженого) типів.

Множина різнотипних процесів турбулентної дифузії розглянута у тришаровому середовищі $R = R_1 \cup R_2 \cup R_3$, $R_1 = [r_0, r_1]$, $R_2 = [r_1, r_2]$, $R_3 = [r_2, r_3]$. В областях R_1 , R_3 на основі локально-одновимірних рівнянь параболічного типу загального вигляду моделюється процес турбулентної дифузії та переносу хімічно активної речовини, в серединній частині середовища R_2 - на основі локально-одновимірного рівняння першого порядку параболічного типу моделюється процес переносу хімічно активної речовини (випадок виродженої дифузії). Енергетична умова нормування процесу дифузії для області

R зв'язує окремі задачі для кожної підобласті R_i в єдину систему інтегро-диференціальних рівнянь гіперболічного та параболічного типів:

$$\begin{aligned}
 & u_t^{(1)} - (a_1(x, t)u_x^{(1)})_x + (v_1(x, t)u^{(1)})_x + g_1(x, t)u^{(1)} = f_1(x, t) + \\
 & + b_1(x, t) \sum_{k=1}^3 \int_{r_{k-1}}^{r_k} b_k(x, t)u^{(k)} dx, \quad x \in R_1, \\
 & u_t^{(2)} + (v_2(x, t)u^{(2)})_x + g_2(x, t)u^{(2)} = f_2(x, t) + \\
 & + b_2(x, t) \sum_{k=1}^3 \int_{r_{k-1}}^{r_k} b_k(x, t)u^{(k)} dx, \quad x \in R_2, \\
 & u_t^{(3)} - (a_3(x, t)u_x^{(3)})_x + (v_3(x, t)u^{(3)})_x + g_3(x, t)u^{(3)} = f_3(x, t) + \\
 & + b_3(x, t) \sum_{k=1}^3 \int_{r_{k-1}}^{r_k} b_k(x, t)u^{(k)} dx, \quad x \in R_3.
 \end{aligned}$$

Початкові та граничні умови :

$$\begin{aligned}
 & u^{(k)}(x, 0) = \varphi^{(k)}(x) \quad (k = \overline{1, 3}), \\
 & ((a_1 u^{(1)})_x + \alpha_1 u^{(1)}) \Big|_{x=r_0} = \alpha_2, \\
 & u^{(1)} \Big|_{x=r_1} = u^{(2)} \Big|_{x=r_1}, \quad (a_1 u^{(1)})_x \Big|_{x=r_1} = u_x^{(2)} \Big|_{x=r_1}, \\
 & u^{(2)} \Big|_{x=r_2} = u^{(3)} \Big|_{x=r_2}, \quad (a_3 u^{(3)})_x \Big|_{x=r_2} = u_x^{(2)} \Big|_{x=r_2}, \\
 & ((a_3 u^{(3)})_x + \alpha_3 u^{(3)}) \Big|_{x=r_3} = \alpha_4,
 \end{aligned}$$

де $u^{(k)}(x, t)$ ($k = \overline{1,3}$) - концентрації речовини в кожній області,
 $a_k(x, t) \geq A_0 > 0$ - коефіцієнти турбулентної дифузії ($A_0 = \text{const}$),
 $v_k(x, t)$ - швидкість переносу речовини, $g_k(x, t) \geq 0$ – коефіцієнти
хімічної активності речовини, $f_k(x, t)$ - функції джерела речовини,
 $b_k(x, t)$ - коефіцієнти пропорційності енергетичної норміровки,
 $\varphi^{(k)}(x)$ - функції початкового розподілу речовини, α_i ($i = \overline{1,4}$) –
константи граничних умов. Коефіцієнти рівнянь $g_k(x, t)$ можна
використовувати як функції керування системою та розглядати
відповідні критерії якості $J_i(u^{(k)}(x, t), g_k(x, t))$ для задачі оптима-
льного керування.

Побудована лінійна система початково-крайових задач для інте-
гро-диференціальних рівнянь використовується для моделювання
кінетичних процесів хімічно-активних речовин у багатошарових
середовищах з випадками виродження дифузії.

МОДЕЛЮВАННЯ МОНІТОРИНГОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ДЕМОГРАФІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Акіменко В.В., Фойгт Н.А.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
akvv@unicyb.kiev.ua

Виходячи з мети демографічного моніторингу та стратегічних
питань демографічного розвитку України, побудована трьохрівнева
ієрархічна модель системи моніторингу. Перший рівень ієрархії – ситу-
ативний аналіз та розробка програм розвитку стратегічних економічних
процесів країни, що грають ключову роль у регулюванні соціально-
демографічного розвитку суспільства на національному рівні. Другий
рівень ієрархії – аналіз та розробка відповідних програм на мезо - рівні
(субтериторії, об'єднання областей, кластери). Третій рівень – аналіз та
розробка програм розвитку адміністративно-територіальних окремих
одиниць (області, окремі міста, автономні республіки, адміністративні
райони). Побудована трьохрівнева ієрархічна модель аналізу даних та
встановлення вагомих залежностей між параметрами соціально-
економічного розвитку регіонів та демографічними показниками.

На першому рівні ієрархії моделі методами парної кореляції, багатофакторного статистичного аналізу, теорії графів, аналізу часових рядів для 35 соціально-економічних [1] та 14 демографічних [2] показників отримана група залежних, взаємкорельованих параметрів (Група А): обсяг обороту роздрібної торгівлі на одну особу; обсяг реалізованих послуг на одну особу; обсяг доходів місцевих бюджетів на душу населення; обсяг інвестицій в основний капітал на одну особу; обсяг інвестицій у житлове будівництво на одну особу; кількість зареєстрованих малих підприємств на 10 тис. населення; (Група Б): загальні коефіцієнти міжрегіональної міграції.

Група А характеризує економічну активність населення, ефективність економічного розвитку регіонів, активність інвесторів. Група Б – індикатор механічного руху населення у межах країни. Із 14 демографічних індикаторів коефіцієнт міжрегіональної міграції – єдиний індикатор, що виявляє найбільш швидке реагування демографічних змін суспільства на зміни соціально - економічних процесів. Модель оптимального керування процесами міжрегіональної міграції населення ґрунтується на скалярній функції корисності $u(t, x, \omega, k)$ - показнику якості життя k соціальної групи в регіоні ω у момент t з соціально-економічними параметрами $\{x_i\}$.

На другому рівні ієрархії моделі використовувалися методи прикладної статистики та метод кластерного аналізу. Виявлені взаємкорельовані групи параметрів. До показників Групи А першого рівня додаються параметри: обсяг реалізованої промислової продукції (робіт, послуг) на одну особу; валова сільськогосподарська продукція на одну особу; коефіцієнт покриття експорту імпортом; частка штатних працівників, яким своєчасно не виплачено заробітну плату; рівень зайнятості населення у віці 15-70 років; кількість зареєстрованих злочинів на 1000 осіб. До Групи Б: число народжених живими на 1000 осіб, обидві статі; число розлучень на 1000 осіб; ймовірність осіб 16 років дожити до кінця працездатного періоду (ж/ч); очікувана тривалість життя (ж/ч); стандартизований коефіцієнт смертності, усі причини, на 100 000 осіб (ж/ч); середня очікувана тривалість життя з 65 р. (ж/ч); коефіцієнт заміщення пенсією втрачених доходів від найманої праці.

Згідно з концепцією сталого розвитку суспільства, надмірна індустріалізація деструктивно впливає на його демографічні процеси. Тому неоднорідність рівнів індустріалізації регіонів приводить

до появи різних типів демографічних процесів на території України (процес кластеризації). Нарешті, отримані 4 кластери :

- Дніпропетровська, Донецька, Запорізька, Луганська, Полтавська;
- Київська, Миколаїв., Сумська, Харківська, Черкаська, Чернігівська;
- Крим, Вінницька, Житомирська, Івано-Франківська, Кіровоградська, Львівська, Одеська, Херсонська, Хмельницька, м. Севастополь;
- Волинська, Закарпатська, Рівненська, Тернопільська, Чернівецька

Для аналізу зв'язків соціально-економічних та демографічних параметрів на третьому рівні ієрархії моделі використовувалися стандартні методи прикладної статистики. До переліку параметрів I та II рівнів ієрархії додаються решта параметрів переліку [1]. Методами багатофакторного аналізу та множинної регресії побудовані залежності, які можуть використовуватися надалі для задач розробки регіональних програм соціально-економічного розвитку регіонів України.

Література:

1. Про затвердження Методики визначення комплексної оцінки результатів соціально-економічного розвитку регіонів. Постанова Кабінету міністрів України від 4 лютого 2004 р. N 113.
2. Стратегія демографічного розвитку на 2006-2015 роки: Проект/ Відп. І.М.Новак. Інститут демографії та соціальних досліджень. – К.: КНЕУ, 2005.–20с.

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА ІНВЕСТИЦІЙНОГО ЦЕНТРУ

**Андрійчук О. ФПМ НТУУ-“КПІ”
andreychuck@ukr.net**

В таких складних функціональних системах, як економічні, потрібно мати можливість за короткий час отримати в певному вигляді потрібну інформацію, необхідну для прийняття аргументованих рішень, пов'язаних з управлінням процесами на різних рівнях. Тому актуальними питаннями інформатизації є питання збору, аналізу, обробки інформації та прийняття рішень.

Система медико-санітарного забезпечення населення, що постраждало внаслідок Чорнобильської катастрофи має багаторівневу ієрархічну структуру прийняття організаційних та управлінських рішень на основі інформації про стан ситуації, що склалась на поточний період. Для неї розроблена інформаційна система інвестиційного центру. За допомогою цього програмного продукту

можна складати річні та квартальні плани інвестування наступних сфер допомоги та відшкодувань:

- матеріало-технічне та кадрове забезпечення медичних закладів та установ, що обслуговують потерпілих;
- забезпечення населення профілактичними продуктами харчування, санаторно-курортного лікування та оздоровлення;
- планування та фінансування реконструкції та будівництва закладів медичної сфери;
- проведення науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт з питань медико-санітарного захисту населення від радіологічного впливу Чорнобильської катастрофи.

Прийняття рішень щодо формування планів інвестування сфер медико-санітарних послуг проходить за умов максимально можливого забезпечення запитів об'єктів інвестування при обмежених фінансових ресурсах (розподіл ресурсів проводиться в залежності від прийнятого заздалегідь критерію оптимальності).

В основі алгоритму прийняття рішень є методи оцінки поточної ситуації, що складається в адміністративних регіонах на основі аналізу інформаційних параметрів стану здоров'я населення, демографічного, радіаційного, соціального, санітарно-епідеміологічного, техногенного (екологічного) статусів, та стану організації системи охорони здоров'я кожного регіону. Ці інформаційні параметри мають відповідні множини значень, та для більшості з них відомі нормативні значення. На основі значень інформаційних параметрів, формуються інтегровані оцінки адмінрегіонів. Для цього використовується лінійна модель регресії. Визначення оцінок статусу адмінтериторії і інтегрованої оцінок самих регіонів дозволяє провести ранжирування регіонів в межах держави і показники рангу використати при розподілі інвестиційних ресурсів.

Задача прийняття рішень поділяється на послідовність задач нелінійного програмування, що залежать від рангів регіонів, заявок суб'єктів інвестування, мінімально можливих обсягів фінансування та загального обсягу фінансових інвестицій

Інформаційна система інвестиційного центру дозволяє автоматизувати збір, обробку інформації про стан регіонів, заявок на інвестування, що надходять від суб'єктів інвестування, побудувати початковий план розподілу інвестицій для наступного ітераційного його покращення фахівцями з розподілу інвестицій. Дана система

реалізує робочі місця фахівця, що вводить інформацію про стан регіонів, заявки суб'єктів інвестування, та фахівця, що приймає рішення по розподілу інвестицій.

Інформаційна система інвестиційного центру має базу даних, де зберігається інформація про стан регіонів, заявки на інвестування, що надходять від суб'єктів інвестування, ранжирування регіонів, планах інвестування. Даний програмний продукт не має аналогів.

Література:

[1] Інформаційні системи управління медико-біологічними процесами мінімізації наслідків чорнобильської та інших аварій: методологія розробки системи "Медсанінформ" ОТС "МНС-Інформ-Чорнобиль" /Під ред. В. П. Зотова, О. А. Волкова, Ю. М. Онопчука. – Київ: "Медекол" МНІЦ БІО-ЕКОС МНС та НАН України. 2000. -248с

[2] Маторін С. І. Розробка методів моделювання для підтримки прийняття рішень в інформаційних системах. - Харків: ХАКУ. 1998

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА ПРОГРАМНЕ І МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ОБЧИСЛЕННЯ КИСНЕВИХ РЕЖИМІВ ОРГАНІЗМУ

Аралова А. НТТУ КІП ФІМ

aaasquirrel@ukr.net

Дані про різноманітні можливості людини, які при цьому постійно змінюються, комбінація її станів під впливом різних факторів є основою для керування процесом спортивної підготовки.

Успішний виступ спортсменів в циклічних видах спорту та в силових єдиноборствах багато в чому залежить від функціонального стану, техніко-тактичної підготовки, особливостей фізіологічного і психо-фізіологічного статусів. Об'єктивну оцінку ступеня підготовленості спортсмена до змагань дають дані медичних та фізіологічних обстежень. Поряд з експериментальними дослідженнями останнім часом широко використовуються методи математичного моделювання окремих функціональних систем та організму в цілому при тих чи інших життєвих ситуаціях. Їх результати дозволяють доповнити систему експериментальних даних та дозволяють зробити більш повну оцінку функціонального стану організму.

Саме тому ефективність керування процесом підготовки тісно пов'язана з моделюванням – використанням моделей для визначення різних характеристик спортивної підготовки і раціоналізації способів побудови її структурних частин. Не всі об'єкти та процеси спортивної підготовки можна представити у вигляді достатньо повних моделей. Тому при їх представленні час-то використовують окремі показники – модельні характеристики.

Моделювання спортивної діяльності розглядають з позиції системного підходу, враховуючи специфічні умови тренувань, вимоги до організму спортсмена.

Співставлення індивідуальних характеристик спортивної діяльності з модельними даними дозволяє знайти найбільш загальні резерви для підвищення рівня підготовки спортсмена, визначити перспективи для подальшого розвитку. Саме такі можливості дає математична модель кисневих режимів організму (КРО) [1].

Із розвитком обчислювальної техніки та програмного забезпечення з'явилися нові можливості для реалізації математичного забезпечення оцінки КРО.

У порівнянні із попередніми програмами, що розв'язували цю задачу, у новій версії реалізовано, по-перше повноцінна база даних, що надає можливість повного аналізу динаміки змін на протязі повного циклу обстежень, по-друге можливість робити порівняльний аналіз, спираючись на нормовані по різних критеріям дані (дані нормуються по ідеальним значенням, середнім значенням в загальній групі, еталонними значенням однієї людини та порівняння груп різної кваліфікації) та їх графічне представлення.

Література:

1 Вторичная тканевая гипоксия/Под общ.ред. А.З.Колчинской. - Киев: Наук.думка, 1983.-256с.

ВИКОРИСТАННЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ

Баловсяк С.В., Буркут В.І.

Чернівецький національний університет

serg732002@mail.ru

Розв'язок багатьох *NP*-повних задач, важливих для практичного використання, можна розглядати як процес прийняття рішення в умовах невизначеності. Прикладом такої задачі є складання

розкладу, складність якої зумовлена не тільки астрономічною кількістю можливих варіантів розкладу, але й частковою невизначеністю початкових даних. Оскільки точний розв'язок NP -повних задач можливий тільки за експоненційний час, тому звичайні методи перебору в такому випадку не ефективні. Один із сучасних способів розв'язку NP -повних задач полягає у використанні генетичних алгоритмів (ГА) [1]. Суть ГА полягає у створенні комп'ютерної програми, яка б вирішувала складні задачі так, як це робить природа – шляхом еволюції. Оскільки використання ГА є перспективним, але ще недостатньо розробленим методом, тому в даній роботі досліджено можливості розв'язку задачі складання розкладу за допомогою ГА. Для опису частково невизначених початкових даних використано нечітку (розмиту) логіку [1] (наприклад, бажаність проведення заняття у певний день тижня для викладача можна описати дійсним числом, яке знаходиться в визначеному діапазоні).

Програму складання розкладу для факультету вузу створено в середовищі Delphi, початкові дані й результати зберігаються в таблицях бази даних Firebird. Основні таблиці наступні: „Викладачі”, „Групи”, „Приміщення”, „Дисципліни”, „Види занять”, „Навчальне навантаження”, „Придатність приміщень”. Програма забезпечує автоматичне складання розкладу, а також його корекцію в ручному режимі.

В якості початкових даних використано: навчальне навантаження викладачів (кількість занять для навчальних груп із визначених дисциплін); вимоги до послідовності проведення занять; пристосованість приміщень для проведення занять; поділ груп на підгрупи, умови їх об'єднання у потоки; вимоги викладачів до вільних пар або днів та ін.

В результаті складання розкладу мінімізується цільова функція F , яка описує якість розкладу і забезпечує: мінімізацію кількості вікон для навчальних груп та викладачів, мінімізацію переходів між приміщеннями і корпусами, рівномірний розподіл занять з кожної дисципліни за днями тижня; враховує пристосованість приміщень для проведення занять; вимоги викладачів до вільних пар.

За допомогою ГА, а також близьких до них еволюційних методів, задача складання розкладу у спрощеному випадку вирішується наступним чином. Спочатку створюється математична модель штучного світу, який населений N істотами (особинами), причому генетичний код кожної особини – це деякий розв'язок задачі

(допустимий варіант розкладу). Генетичний код кожної особини (генотип) записується у вигляді однієї хромосоми X . Разом всі особини утворюють популяцію $P=\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$. У свою чергу кожна хромосома є набором з M генів G^e (кожен ген описує одне заняття), тобто $X=\{G^e_1, G^e_2, \dots, G^e_M\}$. Відповідно до видів занять існує три типи генів: потоки, заняття групи та підгруп. Кожний ген $G^e=\{A^L_1, \dots, A^L_{l_1}, \dots, A^L_{l_2}, \dots, A^L_L\}$ є послідовністю з L аллелів A^L (цілих чисел), які описують одне заняття: номер групи, пари, дня, тижня, кількість підгруп і номер підгрупи, номери дисципліни, викладача, виду заняття, приміщення. Особина вважається тим більш пристосованою, чим краще рішення задачі вона забезпечує (мінімальне значення цільової функції F).

Спрощений ГА складається з наступних кроків:

1. Ініціалізація, або вибір початкової популяції хромосом (випадково вибирається номер групи, допустима дисципліна ...).
2. Оцінювання пристосованості хромосом в популяції (розрахунок F).
3. Перевірка умови закінчення алгоритму.
4. Селекція хромосом (відбір найбільш пристосованих).
5. Використання генетичних операторів схрещування і мутації. Оператори схрещування випадковим чином виконують обмін генів двох хромосом. Мутація полягає у випадковій зміні значень деяких генів. Завдяки генетичним операторам в популяції з'являються особини, яких не було в попередньому поколінні й які можуть бути найкращими.
6. Формування нової популяції й вибір найкращої хромосоми.

В результаті еволюції протягом десятків тисяч поколінь отримується найкраща хромосома, яка описує варіант розкладу, близький до оптимального.

Література:

[1] Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 452 с.

**ПРО ОДИН МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ
НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ**

Бартіш М. Огородник Н.

Львівський національний університет ім. І.Франка

ktop@franko.lviv.ua

Розглядається задача розв'язування системи нелінійних алгебраїчних рівнянь

$$F(x) = 0, \quad F: R^n \rightarrow R^m. \quad (1)$$

При $m = n$, для розв'язування (1) застосовують ітераційний метод Ньютона та його модифікації. При $m > n$, задачу (1) можна розв'язувати в сенсі найменших квадратів, наприклад методом Гауса-Ньютона.

Для розв'язування задачі (1) на основі методу спуску та методу Ньютона запропонована модифікація, яка має наступний вигляд.

$$\begin{aligned} u_k &= x_k - \alpha_k (F'(x_k))^T F(x_k) \\ v_k &= x_k - (F'(x_k))^{-1} F(x_k) \\ x_{k+1} &= u_k + \gamma_k (v_k - u_k) \end{aligned} \quad (2)$$

Параметри $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ вибирають таким чином, щоб задовольнити умову монотонного спадання функції (3).

Доведено теорему про оцінку збіжності запропонованого методу.

Теорема. Нехай

1. F - двічі неперервно-диференційований в деякій області $D \subset R^n$;
2. $\exists M - const : \|F''(x)\| \leq M \quad \forall x \in D$;
3. $\forall x \in D$ існує $[F'(x)]^{-1}$, причому $\|F'(x)^{-1}\| \leq B$, B - деяка стала;
4. в D існує точка x^* , яка є розв'язком задачі (1), причому $F(x^*) = 0$.

Тоді послідовність $\{x_k\}$ породжена (2) збігається до точки розв'язку x^* задачі (1) і має місце оцінка

$$\|F(x_{k+1})\| \leq \frac{1}{C} q_0^{2^{k+1}}, \quad \text{де } q_0 = C \|F(x_0)\| = \frac{1}{2} M B^2 \|F(x_0)\| < 1$$

Проведено числові експерименти роботи запропонованого методу (2), на ряді тестових систем нелінійних рівнянь.

Запропонована модифікація показала кращу, в сенсі кількості обчислень, збіжність, ніж методи на основі яких вона побудована.

СИСТЕМИ ОБСЛУГОВУВАННЯ З ВІДНОВЛЮЮЧИМ РІВНЕМ ВХІДНОГО ПОТОКУ.

Братійчук М.С.

Шльонський Політехнічний Університет, Глівіце, Польща,

Братійчук А.М.

Національний Університет ім. Т.Г. Шевченка

Mykola.Bratyichuk@polsl.plbasic@ks.net.ua

Розглянемо систему типу $M^0/G/1/b$ яка формально може бути описана наступним чином. Нехай задані послідовності випадкових величин $\alpha_n, \theta_n, \beta_n, n \geq 1$ які репрезентують час між надходженням груп вимог до системи, розмір груп та час обслуговування замовлення відповідно. В момент часу $\sum_{k=1}^n \tau_k$ до системи надхо-

дить n - та група замовлень яка містить θ_n вимог. β_n є час обслуговування n -тої вимоги і дисципліна обслуговування є типу FCFS. Всі наведені вище випадкові величини є незалежними з однаковим розподілом для кожної послідовності і $P\{\tau_i > x\} = e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$, $\lambda > 0$. Кількість вимог, які можуть знаходитись в системі, обмежена деяким натуральним числом b . Отже якщо чергова група вимог об'єму θ_n впливає до системи де вже є k вимог, то лише $\min\{\theta_n - k, 0\}$ з них приєднуються до черги, а решта втрачається.

Процес надходження вимог має одну особливість яка полягає в тому, що якщо кількість вимог досягла рівня b , то їх надходження блокується і відновлюється знову лише тоді, коли загальна кількість вимог в системі зменшиться до деякого рівня $a \in [1, b-1]$. Необхідність розгляду таких систем може бути пояснена тим фактом, що у випадку обмежень на довжину черги деякі вимоги будуть втрачатись і було б бажано кількість втрачених вимог скоротити користуючись таким правилом: краще заздалегідь попередити про переповнення системи ніж втратити вимогу. Цьому і служить введення відновлюючого рівня.

Така ідея була вперше запропонована в [1] (у випадку коли вимоги надходять по одній), а в [2] можна знайти формули для ергодичного розподілу довжини черги в такій системі. В [3] запропоновано інший підхід який базується на методі потенціалу Королюка. Перевага цього підходу полягає на тому що, він, по-перше, не робить різниці між індивідуальним та груповим надходження вимог, а по-друге, дозволяє без особливих труднощів досліджувати нестационарні характеристики системи.

Сформулюємо один з результатів.

Позначимо: τ -перший період зайнятості, $N(\tau)$ -кількість вимог обслужених на цьому періоді, $\xi(t)$ - кількість вимог в системі в момент t .

Теорема. Нехай $\lambda E \beta I E \theta I = 1$ і $n = \beta b$, $a = \alpha b$, де $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$ тоді

$$\lim_{b \rightarrow \infty} E \left\{ e^{-s\tau/b - \mu N(\tau)/b} / \xi(0) = n \right\} = \frac{sh\{q(s, \mu)(1 - \beta)\} - sh\{q(s, \mu)(\alpha - \beta)\}}{q(s, \mu) - q(s, \mu)\alpha},$$

де

$$q(s, \mu) = \sqrt{\frac{2(sE\beta_1 + \mu)}{E\beta_1 \lambda E \theta_1^2 + (\lambda E \theta_1)^2 E \beta_1^2}}$$

Література:

1. Takagi, H. Analysis of finite -capacity M/G/1 queue with a resume level. Performance Evaluation. -1985.- v. 5, N.3.- p. 197-203.
2. Takagi, H. Queueing Analysis.- Elsevier Science Publishers B.V., The Netherlands, v. 2. , 1993.
3. Братійчук А.М. Система з відновлюючим рівнем вхідного потоку. Вісник Київського університету, Серія: фізико-математичні науки, N 1, 2007, стор. 12-18.

**ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗРАХУНОК ЗОВНІШНЬОГО ТЕМ-
ПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ У ПРОСТОРОВІЙ ЗАДАЧІ
КРИСТАЛІЗАЦІЇ**

Вакал Є.С., Попов В.В., Стеля О.Б., Тригуб А.С.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
vakal@univ.kiev.ua

В зв'язку з розширенням сфери застосування нових напів-провідникових матеріалів виникає необхідність в розробці науково-обґрунтованих методів дослідження різноманітних аспектів процесів вирощування кристалів з розплаву із заданими фізичними властивостями.

В роботі розглядається задача визначення температури зовнішнього середовища-охолоджувача по наявному полю температур у кристалі, як задача оптимального керування для тривимірного рівняння теплопровідності в циліндричних координатах (r, φ, z)

$$c\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial z} \right),$$

(1)

$$0 < r < R, 0 < z < H, 0 \leq \varphi < 2\pi$$

Формуються крайові умови

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} = -\varepsilon \sigma (u^4 - T_1^4) - \alpha_\kappa (u - T_2),$$

(2)

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} = -\varepsilon \sigma (u^4 - T_1^4) - \alpha_\kappa (u - T_2),$$

(3)

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{z=0} = \varepsilon \sigma (u^4 - T_1^4) + \alpha_\kappa (u - T_2),$$

(4)

які враховують випромінювання з поверхні за законом Стефана-Больцмана, конвективний теплообмін кристалу з газом, залежність зовнішнього температурного поля від кутової координати, а також умови симетрії

$$\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0,$$

(5)

$$\begin{aligned} &\text{умова періодичності розв'язку} \\ &u(r, \varphi, z) = u(r, \varphi + 2\pi, z) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} &\text{і початкова умова} \\ &u|_{t=0} = T_{\text{поч}}(r, \varphi, z) \end{aligned} \quad (7)$$

В умовах (2) – (4) $T_1(z, \varphi)$ – температура стінок охолоджувальної камери, T_2 – температура газу, α_k – коефіцієнт конвективного теплообміну з газом, ε – ступінь чорноти кристалу, σ – стала Стефана-Больцмана.

Побудовано чисельний алгоритм розв'язання задачі оптимального керування, що ґрунтується на мінімізації відповідного функціоналу градієнтним методом. Пряма та спряжена задачі на кожному кроці градієнтного методу розв'язуються методом скінченних різниць. Виходячи з методу балансу, на нерівномірній сітці побудовані неявні різницеві схеми, досліджена похибка їх апроксимації. Для розв'язання системи різницевих рівнянь застосовано ітераційний метод послідовної верхньої релаксації.

Розроблене математичне та програмне забезпечення апробовано на ряді реальних задач. Проведено розрахунки температурних полів з урахуванням відхилення від симетрії по кутовій координаті. Отримані результати свідчать про вплив зовнішніх теплових умов на формування температурного поля в кристалі.

Для апроксимації залежності коефіцієнту конвективного теплообміну від тиску в роботі використано параболічний сплайн.

Представлені в роботі результати чисельних експериментів демонструють високу ефективність розробленої методики та алгоритмів визначення параметрів зовнішніх температурних джерел.

Проведені розрахунки було використано для визначення термічних напружень та динаміки їх розповсюдження в процесі охолодження злитків з метою вибору безпечних режимів охолодження кристалів. Виявлено, що при певних зовнішніх умовах вирощування кристалів можливе зниження напружень зсуву, що виникають в кристалах внаслідок неоднорідності розподілення температури і формують їх структуру.

Дана методика також може застосовуватися у розрахунках температурних полів для кристалів, що обертаються.

ОПТИМИЗАЦИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ДИНАМИЧНЫХ СИСТЕМ СО СЛУЧАЙНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

Валеев К.Г., Джалладова И.А.

Киевский Национальный Экономический Университет
irada-05@mail.ru

Рассматриваются линейные и нелинейные системы дифференциальных и разностных уравнений со случайной правой частью. Изучаются вопросы устойчивости и оптимизации решений.

1. Найдены необходимые и достаточные условия L_2 – устойчивости моментных уравнений системы линейных дифференциальных и разностных уравнений коэффициенты которых зависят от полумарковского случайного процесса.

2. Получены необходимые и достаточные условия L_2 – устойчивости моментных уравнений системы линейных дифференциальных и разностных уравнений с полумарковскими конечными коэффициентами.

3. Выведены необходимые условия оптимальности решений системы линейных дифференциальных и разностных уравнений с Марковскими и полумарковскими случайными коэффициентами.

4. Для нелинейных разностных и дифференциальных уравнений с марковскими и полумарковскими коэффициентами развит метод функций Ляпунова, исследуется устойчивость линейных уравнений, получены уравнения для синтеза оптимального уравнения.

5. Рассмотрены система дифференциальных и разностных уравнений со случайными коэффициентами и случайными скачками решений. Выведены моментные уравнения, исследуется

устойчивость решений и осуществляется синтез оптимального управления

6. Рассмотрены линейные системы дифференциальных и разностных уравнений со случайным входом, который является стационарным случайным процессом с известной спектральной плотностью.

Показано, что оптимизация управления с квадратичным функционалом может быть сведена к синтезу оптимального управления детерминированной системы с детерминированным квадратичным функционалом.

ОПТИМАЛЬНЕ РЕГУЛЮВАННЯ В ЛІНІЙНИХ СИСТЕМАХ КЕРУВАННЯ ЗІ ЗМІНОЮ ВИМІРНОСТІ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ

Васько В.В.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
mrcc@chnu.cv.ua

На відрізку $[T_0, T_1]$ з розбиттям $\tau = \{\tau_j, j = \overline{1, N}\}$, де $\tau_j = \{t : t \in [t_{j-1}, t_j]\}$, $j = 1, 2, \dots, N-1$, $\tau_N = \{t : t \in [t_{N-1}, t_N]\}$, $t_0 = T_0 < t_1 < \dots < t_{N-1} < t_N = T_1$, розглядається система керування з математичною моделлю

$$\frac{dx^{(j)}(t)}{dt} = A_j(t)x^{(j)}(t) + B_j(t)u^{(j)}(t) + G_j(t)f^{(j)}(t), \quad t \in \tau_j, \quad (1)$$

$$x^{(j)}(t_{j-1}) = C_j x^{(j-1)}(t_{j-1}) + D_j v^{(j)}, \quad (2)$$

де $x^{(j)}(t)$ – n_j -вимірний вектор фазового стану системи (1), $u^{(j)}(t)$ – m_j -вимірний вектор керування, $f^{(j)}(t)$ – q_j -вимірний вектор зовнішніх збурень, $A_j(t), B_j(t), G_j(t), C_j, D_j$ – відомі матриці відповідно розмірів $n_j \times n_j, n_j \times m_j, n_j \times q_j, n_j \times n_{j-1}, n_j \times r_j$,

$v^{(j)}$ – r_j -вимірні вектори параметрів керувань у співвідношеннях (2), $t \in \tau_j$, $j = \overline{1, N}$.

Умови (2) – це умови перемикання структур, які задають зміну вимірності фазового простору системи (1) при $t = t_j$, $j = \overline{1, N}$. У співвідношеннях (2) ми вважатимемо при $j = 1$, що $C_1 = E_1$ – одинична матриця розміру $n_1 \times n_1$, D_1 – нульова матриця, а $x^{(0)}(t_0) = x_0^{(1)}$ – початковий стан системи (1) при $t = t_0$.

Нехай початкові умови $x_0^{(1)}$, вектори зовнішніх збурень $f^{(j)}(t)$, вектори параметрів керувань $v^{(j)}$ у перемиканні структур належать області

$$(x_0^{(1)}, f^{(1)}(t), \dots, f^{(N)}(t), v^{(1)}, \dots, v^{(N)}) \in S_\lambda, \quad (3)$$

$$\text{де } S_\lambda = \left\{ x_0^{(1)}, f^{(1)}(t), \dots, f^{(N)}(t), v^{(1)}, \dots, v^{(N)} : x_0^{(1)*} Q_0 x_0^{(1)} + \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} f^{(j)*}(s) Q_{1j}(s) f^{(j)}(s) ds + \sum v^{(j)*} Q_{2j} v^{(j)} \leq \lambda^2 \right\},$$

$Q_0, Q_{1j}(t), t \in \tau_j, Q_{2j}$ – додатно визначені матриці відповідних розмірів, $j = \overline{1, N}$, λ – деяка додатна стала.

Для системи (1) з умовами (2) розглянемо функціонал якості

$$I(P_1(\cdot), P_2(\cdot), \dots, P_N(\cdot)) = \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} \left(\sum_{i=1}^{M_j} \sup_{S_\lambda} (l_i^{(j)*} x^{(j)}(s))^2 + \sum_{i=1}^{m_j} \sup_{S_\lambda} u_i^{(j)2}(s) \right) ds \quad (4)$$

при структурному виборі закону керування

$$u^{(j)}(t) = P_j(t) x^{(j)}(t), \quad t \in \tau_j, \quad j = \overline{1, N}. \quad (5)$$

У співвідношенні (4) $l_i^{(j)}$ – задані n_j -вимірні сталі вектори, $i = \overline{1, n_j}$, $j = \overline{1, N}$.

Використовуючи (5), систему (1) запишемо у вигляді

$$\frac{dx^{(j)}(t)}{dt} = (A_j(t) + B_j(t) P_j(t)) x^{(j)}(t) + G_j(t) f^{(j)}(t). \quad (5)$$

Нехай $X_j(t, s)$ матричні розв'язки наступних задач:

$$\frac{dX_j(t, s)}{dt} = (A_j(t) + B_j(t)P_j(t))X_j(t, s), \quad X_j(s, s) = E_j, \quad (6)$$

де E_j – одиничні матриці розміру $n_j \times n_j$, $s \leq t$, $s \in \tau_j$, $t \in \tau_j$, $j = \overline{1, N}$.

Знайдено вигляд розв'язку (5) за умов (2). На основі принципу максимуму Гамільтона-Понтрягіна показано, що матриці $P_j(t)$, $t \in \tau_j$, $j = \overline{1, N}$, які мінімізують критерій якості (4) на траєкторіях системи (5) за умов (2) та обмежень (3), мають вигляд $P_j(t) = B_j^T(t)\Psi_j(t)$, де матричні функції $\Psi_j(t)$ є розв'язками задач Коші для матричних рівнянь Ріккати. Крім цього, показано, що оптимальний закон регулювання виду (5) для системи (1) і критерію якості (4) збігається з оптимальним законом регулювання системи без зовнішніх збурень з області (3) з критерієм якості

$$I(P_1(\cdot), P_2(\cdot), \dots, P_N(\cdot)) = \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} (x^{(j)T}(s)L^{(j)T}L^{(j)}x^{(j)}(s) + u^{(j)T}(s)u^{(j)}(s))ds.$$

КВАЗІМІНІМАКСНА ОЦІНКА РОЗВ'ЯЗКІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ПАРАМЕТРОМ.

Верес М. М.

Київський університет імені Тараса Шевченка

vermax@mail.ru

В задачах дослідження спостережень в умовах невизначеності, виникають проблеми розв'язку керованих систем, що описуються системами рівнянь із неповністю відомими параметрами. Якщо при деяких припущеннях відносно інформації щодо невідомих функцій, відповідні рівняння зводяться до диференціальних рівнянь, залежних від параметра, існує можливість успішного розв'язку поставленої задачі.

Розглянемо випадок, коли спостерігається комплексно-значна функція $y_k(t)$, $t_0 < t < T$, виду

$$y_k(t) = \int_{R^n} V_k(t, \lambda, \eta) \varphi(t, \lambda) d\lambda + \xi_k(t),$$

де η - реалізація випадкового вектора із простору R^m , $V(x, \lambda, \eta)$ - вимірні за Лебегом по сукупності змінних функції і такі що

$$\int_{t_0}^T \int_{R^n} M |V(t, \lambda, \eta)|^2 d\lambda dt < \infty,$$

причому $\xi_k(t)$ задовольняє умовам $M\xi_k(t) = 0$, $k = 1, \dots, N$

та $\sum_{k=1}^N \int_{t_0}^T q_{2k}^2(t) M |\xi_k(t)|^2 dt \leq 1$, а $\varphi(t, \lambda)$ розв'язок звичайного диференціального рівняння

$$\frac{d\varphi(t, \lambda)}{dt} = A(t, \lambda)\varphi(t, \lambda) + B(t, \lambda)f_1(t, \lambda), \quad \varphi(t_0, \lambda) = f_0(\lambda),$$

також будемо вважати що $f_1(t, \lambda)$, $f_0(\lambda)$ невідомі вектор-функції над полем комплексних чисел відповідно, такі що функції $f_1(t, \lambda)$, $f_0(\lambda)$ належать множині G вигляду

$$G = \left\{ (f_0, f_1) : \int_{t_0}^T \int_{R^n} q_0^2(t) |f_1(t, \lambda)|^2 d\lambda dt + \gamma^2 \int_{R^n} |f_0(\lambda)|^2 d\lambda \leq 1 \right\}.$$

Теорема. Квазімінімаксна оцінка функціонала $L(\varphi)$ має вигляд

$$\widehat{\widehat{L}}(\varphi) = \sum_{k=1}^N \int_{t_0}^T (\widehat{u}_k(t), y_k(t)) dt + \widehat{C},$$

$$\text{де} \quad \hat{u}_k(t) = q_{2k}^2(t) M \int_{R^n} V_k(t, \lambda, \eta) p(t, \lambda) d\lambda,$$

$k = 1, \dots, N$, $\hat{C} = 0$, а функція $p(t, \lambda)$ визначається як розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dz(t, \lambda)}{dt} = -A^*(t, \lambda)z(t, \lambda) + \sum_{k=1}^N V_k^*(t, \lambda, \eta) u_k(t), \\ \frac{dp(t, \lambda)}{dt} = A(t, \lambda)p(t, \lambda) + B(t, \lambda)q_0^{-2}(t)B^*(t, \lambda)z(t, \lambda), \\ p(t_0, \lambda) = \gamma^{-2}z(t_0, \lambda). \end{cases}$$

Квазімінімаксна оцінка функціоналу має альтернативне представлення.

Теорема. Квазімінімаксна оцінка функціонала має вигляд

$$\hat{\bar{L}}(\varphi) = ML(\hat{\varphi}) = M \int_{R^n} l(\lambda) \hat{\varphi}(T, \lambda) d\lambda,$$

при $v_k(x) = y_k(x)$, $k = 1, \dots, N$, де функція $\hat{\varphi}(t, \lambda)$ визначається з розв'язку системи рівнянь

$$\begin{cases} -\frac{d\hat{p}(t, \lambda)}{dt} = A(t, \lambda)\hat{p}(t, \lambda) + \sum_{k=1}^N V_k^*(t, \lambda, \eta)q_{2k}^{-2}(t) \left(v_k(t) - \int_{R^n} V_k(t, \lambda, \eta)\varphi(t, \lambda) d\lambda \right) \\ \frac{d\hat{\varphi}(t, \lambda)}{dt} = A(t, \lambda)\hat{\varphi}(t, \lambda) + B(t, \lambda)q_0^2(t)B^*(t, \lambda)\hat{p}(t, \lambda). \end{cases}$$

$$\text{Причому } \sigma^2 = \sup_{f_1, f_0, \xi} M[L(\varphi) - \hat{\bar{L}}(\varphi)]^2 \leq ML(p).$$

У випадку коли $V_k(t, \dots)$ незалежить від випадкового вектора квазімінімаксна оцінка співпадає з мінімаксною.

Література:

[1] Наконечний О.Г., Мінімаксні оцінки функціоналів від правих частин варіаційних рівнянь з параметром. - Вісник Київсь-

кого національного університету імені Тараса Шевченка. Кібернетика. В.1, Київ 2000.

[2] Наконечный А.Г. Минимаксное оценивание функционалов от решений вариационных уравнений в гильбертовых пространствах – Киев, 1985.

**ВИКОРИСТАННЯ ГІБРИДНИХ НЕЧІТКИХ МЕРЕЖ
ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ РЕКРЕАЦІЙНОГО
ПОТЕНЦІАЛУ ТЕРИТОРІЇ**

Виклюк Я.І. ЧТЕІ КНТЕУ

vyklyuk@chtei.cv.ua

Рекреаційно-туристична діяльність позиціонується в господарському комплексі будь-якого регіону як поліфункціональна економіка з адекватною поліфункціональною структурою, що актуалізує потребу розробки та впровадження ефективного менеджменту рекреації та туризму. Особливого значення набуває науковий підхід щодо визначення меж рекреаційно-туристичних зон та організації їх функціонування. Серед значної кількості праць, присвячених дослідженням рекреаційно-туристичної сфери, все більшої актуальності набирають ті, що використовують економіко-математичні методи та моделі функціонування і прогнозування розвитку регіональних рекреаційно-туристичних комплексів. Це пов'язано з тим, що вивчення проблем рекреації та туризму вимагає все більш прикладних результатів, правдивість і точність яких залежить від математичних розрахунків та систем інформаційного забезпечення.

В моделях функціонування рекреаційно-туристичних систем присутня невизначеність зумовлена з одного боку відсутністю точного опису процесів функціонування систем, з іншого в неспроможності оцінювати стани систем абсолютно точно, що затруднює і в багатьох випадках унеможливорює використання точних кількісних методів.[1] Використання гібридного фаззи-моделювання дозволяє отримувати більш адекватні результати в порівнянні з традиційними аналітичними моделями та алгоритмами керування. Широко поширеними класами нечіткого моделювання є контролери Мамдані та Сугено. Як було показано Вангом та Кастро дані нечіткі контролери являються універсальними апроксиматорами будь-якої

неперервної функції на множині U з будь-якою точністю, якщо використовується набір n ($n \rightarrow \infty$) правил продукцій[2].

Мета даної роботи – вивчення можливостей та ефективності застосування цих контролерів в задачах визначення рекреаційного потенціалу територій. Контролер Мамдані досліджується при трикутних та гаусових функціях приналежності, а Сугено – при нелінійних функціях приналежності з використанням алгоритмів 0-го та 1-го порядків.

Література:

1. Дьяконов В.П., Круглов В.В. Инструменты искусственного интеллекта и биоинформатики. // М.:Солон-Пресс, 2006.—456с.
2. Ю.П.Зайченко, Севае Фатма, К.М.Титаренко, Н.В.Титаренко. Исследование нечетких нейронных сетей в задачах макроэкономического прогнозирования // System Research & Information Technologies, 2004. – #2. – р. 70-86.

ПРОЕКТ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИКОРИСТАННЯ ВІДНОВНИХ РЕСУРСІВ

Вітер А.В., Загородній Ю.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
viter_a@ukr.net

Різностороннє моделювання розвитку географічних та екологічних систем з метою прогнозування явищ та прийняття оптимальних політичних і управлінських рішень є питанням багатьох міжнародних і національних програм [1, 2]. Національне аерокосмічне агентство США, NASA, підтримує розробки за п'ятьма основними програмами, що стосуються збору інформації та подальшого моделювання поведінки природи як такої та при взаємодії людини з нею [2]. В дослідженнях NASA в основному вивчаються фундаментальні питання планетарного масштабу кліматологічного, геофізичного, геохімічного та біогеохімічного змісту, а також питання, пов'язані з довгостроковим використанням природних ресурсів Землі [3, 4].

Наш інтерес становить створення інформаційної системи (ІС), що давала би змогу оптимізувати на регіональному, а в деяких випадках і на локальному рівнях людську діяльність стосовно цільного використання таких відновних ресурсів як сонячна енер-

гія, утворювана під її дією біомаса, біологічно засвоюваний азот та ін.

Нами викладено п'ять критеріїв оптимізації стану екологічних систем регіонального рівня: 1) поліпшення енергетичного балансу за рахунок зменшення темпів зростання ентропії та підвищення потенціалу вільної енергії хімічних зв'язків у біомасі та біокосній речовині; 2) збільшення ступеню замкненості біогеохімічних циклів; 3) забезпечення населення регіону повноцінним фізіологічно обґрунтованим набором матеріальних достатків; 4) підтримання чисельності та структури спільнот неодомашнених видів тварин і мікроорганізмів на оптимальному рівні; 5) зменшення присутності забруднюючих речовин та біологічних забруднювачів в об'єктах біосфери. Також запропоновано схеми розподілу енергії та масоперенесення елементів мінерального живлення та органічних речовин між компонентами техногенізованих екологічних систем суходолу та водних екосистем. Дані схеми повинні допомогти при прийнятті рішень за викладеними вище положеннями.

ІС, яку ми пропонуємо створити, може працювати за наявності п'яти складових: 1) колективу експертів із різних галузей науки та техніки (людські ресурси); 2) інформації на паперових носіях; 3) системи засобів для поточного проведення дослідів та моніторингу; 4) експертної системи (баз даних і баз знань); 5) допоміжних електронних засобів роботи з інформаційними ресурсами.

Початковим етапом роботи із інформацією є збір емпіричних даних та знань (первинної інформації) із джерел на паперових носіях, а також через систему засобів для поточного проведення дослідів та моніторингу. Далі, використовуючи допоміжні електронні засоби, колектив спеціалістів обробляє первинну інформацію, виготовляє електронні документи за певними уніфікованими формами і систематизує їх.

Наступним кроком є аналіз колективом спеціалістів накопиченої в експертній системі інформації із застосуванням тих же допоміжних електронних засобів та прийняття на основі цього аналізу оптимальних рішень щодо діяльності в ході використання вище згаданих відновних природних ресурсів.

Розроблювана ІС призначена для моделювання та прогнозування екологічних процесів, що мають місце при використанні людиною відновних ресурсів. Це є основою для прийняття рішень щодо оптимізації відповідних сторін ведення народного господарс-

тва. Відтак наша розробка може увійти до кола згаданих на початку розробок із системного дослідження явищ та процесів на Землі. Представлений у даних тезах проект ІС має багато спільного зі світовими напрацюваннями в галузі комп'ютеризації природничих досліджень земної кулі, тому потрібно шукати механізми обміну інформацією з ними.

Література:

- 1 Програма дій „Порядок денний на XXI століття” (“Agenda 21”) / ухв. конф. ООН з навкол. с-ща і сталого розвитку / Ріо-де-Жанейро, Саміт „Планета Земля”, 1992. – К.: Інтелсфера, 2000. – 360 с.
- 2 Ghassem R. Arsar A Pathway to Decision on Earth Environment and Natural Resources // Comp. in Sci. and Eng. – 2004. – Vol. 6 No 1. – P.13-16.
- 3 Chris Hill, Cecila DeLuca, Balaji, Max Suarez, Arlindo da Silva The Architecture of the Earth Modeling Framework // Comp. in Sci. and Eng. – 2004. – Vol. 6 No 1. – P.18-28.
- 4 Roger L. King, Ronald J. Birk Developing Earth System Science Knowledge to Manage Earth's Natural Resources // Comp. in Sci. and Eng. – 2004. – Vol. 6 No 1. – P. 45-51.

ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗРАХУНОК ЕВОЛЮЦІЇ ВІЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ ПРИ НАГНІТАННІ НЕНЬЮТОНІВСЬКОЇ РІДИНИ В ПРУЖНЕ ПОРИСТЕ СЕРЕДОВИЩЕ

А.П. Власюк, М.Б. Демчук

Національний університет водного господарства
та природокористування

A.P.Vlasyuk@rstu.rv.ua, M.B.Demchuk@rstu.rv.ua

Розглядається задача закріплення основи гідротехнічного (енергетичного) об'єкта шляхом нагнітання в його основу в'язучого фільтрату, який є неньютонівською рідиною [1]. Особливістю даної задачі є залежність коефіцієнта фільтрації k від градієнта

напору $h(x_1, x_2, t) = \frac{p(x_1, x_2, t)}{\rho g} - x_2$ -

$k(|\vec{\nabla} h|) = k_0 / 2 \left(1 - s_0 / |\vec{\nabla} h| \right)^2 \left(2 + s_0 / |\vec{\nabla} h| \right)$, де s_0 - початкове значення градієнта напору, при якому починається фільтрація [2]. Задача полягає у визначенні того як пружність ґрунту, яка описується коефі-

цієнтом a , впливає на еволюцію в часі положення рухомої межі Γ_4 закріпленої області $\Omega(t)$ (рис. 1).

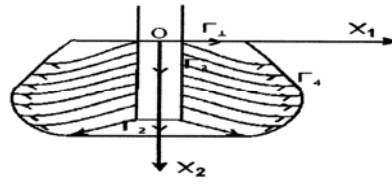


Рис. 1

Математична модель нагнітання в'язучого розчину для напору $h(x_1, x_2, t)$ в області $\Omega(t)$ на момент часу t описується наступною крайовою задачею:

$$a \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(k \left(|\vec{\nabla} h| \right) \frac{\partial h}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k \left(|\vec{\nabla} h| \right) \frac{\partial h}{\partial x_2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \vec{n}_1} \Big|_{\Gamma_1} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial \vec{n}_2} \Big|_{\Gamma_2} = 0, \quad h \Big|_{\Gamma_3} = \frac{p_0}{\rho_0 g}, \quad h \Big|_{\Gamma_4} = -x_2, \quad (2)$$

Для радіуса вектора точки, яка знаходиться на Γ_4 , використано залежність [3]:

$$\vec{r}(t+dt) \Big|_{\Gamma_4} = \vec{r}(t) \Big|_{\Gamma_4} - \frac{k}{m} \left(\vec{\nabla} h \Big|_{\Gamma_4}, \vec{n}_4 \right) d\vec{m}_4, \quad (3)$$

де m – пористість ґрунту, $\vec{n}_4$ – одиничний вектор зовнішньої нормалі до Γ_4 . При розв'язанні задачі (1)-(3) використовували метод становлення та різницевий метод з використанням чисельних конформних відображень [4]. Проведено чисельний розрахунок еволюцій фронтів нагнітання набору цементних розчинів для характерного часу нагнітання – одна година при цьому значення параметра a змінювали в межах в яких він змінюється для реальних ґрунтів. Результати числових експериментів вказують на те, що вклад пружності ґрунту в еволюцію фронту нагнітання у всіх розглянутих випадках є незначним.

Література:

- [1] Лойцянский Л.Г., Механика жидкости и газа, -М.: Наука, 1973.-847с.
- [2] Власюк А.П., Демчук М.Б., Числовий розрахунок еволюції вільної межі при нагнітанні неньютонівської рідини в пористе середовище // Тези міжнародної школи-семінару „Прогнозування та прийняття рішень в умовах невизначеності”.-Тези доповідей, травень 2006. - С. 80-81.
- [3] Власюк А.П., Демчук М.Б. Чисельне розв’язання однієї задачі укріплення основи гідротехнічного об’єкту. // Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки. -2005. -1. с. 158-166.
- [4] Власюк А.П., Михальчук В.Г. Чисельне розв’язання одного класу задач з вільними межами в криволінійних чотирикутниках для еліптичних систем рівнянь. – Київ, 1994, - 23 с. –(Препр./НАН України, Ін-т математики: 94.36).

**ДВОВИМІРНА ЗАДАЧА ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ
КОНСОЛІДАЦІЇ З УРАХУВАННЯМ
ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСУ ТА ПОВЗУЧОСТІ СКЕЛЕТУ
ГРУНТУ І ЇЇ ЧИСЛОВЕ РОЗВ’ЯЗАННЯ**

Власюк А.П., Мартинюк П.М., Федорчук Н.А.

Національний університет водного господарства
та природокористування

A.P.Vlasjuk@rstu.rv.ua, P.M.Martinjuk@rstu.rv.ua

Розглядається двовимірна задача ущільнення масиву ґрунту з урахуванням тепло-масопереносу та повзучості його скелету (рис. 1).

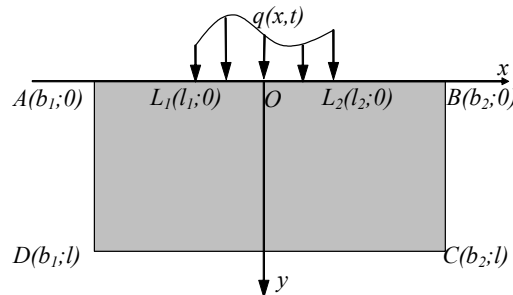


Рис.1. Консолідація масиву ґрунту

Математична модель вищевказаної двовимірної задачі фільтраційної консолідації масиву ґрунту з урахуванням впливу переносу

солей та повзучості скелету ґрунту в неізотермічному режимі, враховуючи результати робіт [1, 2], в загальноприйнятих позначеннях, описується наступною крайовою задачею:

$$\frac{(1+\bar{e})(1+\bar{\xi})}{2\gamma a_1} [\nabla \cdot (\mathbf{K}(c, T) \nabla h - \mathbf{H}(c, T) \nabla c - \mathbf{M}(c, T) \nabla T) + \\ + \frac{1}{\gamma_1} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot (\mathbf{K}(c, T) \nabla h - \mathbf{H}(c, T) \nabla c - \mathbf{M}(c, T) \nabla T))] + \frac{\partial h^*}{\partial t} + \frac{1}{2\gamma} \frac{\partial \Theta^*}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{D}(c, T) \nabla c) + \operatorname{div}(\mathbf{D}_T(c, T) \nabla T) - (\mathbf{u}, \nabla c) - \gamma_m(c - C_m) = n \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{l}(c, T) \nabla T) - \rho c_p(\mathbf{u}, \nabla T) = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\mathbf{u} = e \mathbf{v} - \mathbf{K}(c, T) \nabla h + \mathbf{H}(c, T) \nabla c + \mathbf{M}(c, T) \nabla T, \quad (4)$$

$$(\mathbf{u}, \mathbf{n})|_{DC} = (\mathbf{u}, \mathbf{n})|_{L_1 L_2} = 0, \quad h|_{AD} = h|_{AL_1} = H_1, \quad h|_{BC} = h|_{L_2 B} = H_2, \quad (5)$$

$$(\mathbf{q}_c, \mathbf{n})|_{ADCB} = (\mathbf{q}_c, \mathbf{n})|_{L_1 L_2} = 0, \quad c|_{AL_1} = C_m, \quad c|_{L_2 B} = C_1, \quad (6)$$

$$(\rho c_p \mathbf{u} \cdot T - \mathbf{l}(c, T) \nabla T)|_{ADCB} = (\rho c_p \mathbf{u} \cdot T - \mathbf{l}(c, T) \nabla T)|_{L_1 L_2} = 0, \quad T|_{AL_1} = T_1, \\ T|_{L_2 B} = T_2, \quad (7)$$

$$h(x, y, 0) = h_0(x, y), \quad c(x, y, 0) = c_0(x, y), \quad T(x, y, 0) = T_0(x, y). \quad (8)$$

Прийнята залежність коефіцієнта пористості e від суми головних напружень Θ в скелеті ґрунту у вигляді

$$e = e_0 - \theta \cdot \delta(t, 0) - \int_0^t \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau, \quad \text{де } \delta(t, \tau) = a_0 + a_1(1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}); \quad e_0 -$$

коефіцієнт пористості до прикладення навантаження. Величина a_0 характеризує ту частину деформацій, які виникають миттєво в момент прикладання навантаження. Математична модель (1)-(8) введена в припущенні $a_0 \equiv 0$.

Числовий розв'язок крайової задачі (1)-(8) знайдено методом скінченних різниць з використанням локально-одновимірної схеми Самарського.

Результати числових експериментів засвідчили, що в околі дренованих меж ґрунтових масивів в підобластях, де ґрунт не перейшов в переущільнений стан, надлишкові напори у випадку враху-

вання повзучості скелету ґрунту розсіюються швидше, ніж у випадку без врахування повзучості. В околах недренованих меж надлишкові напори при врахуванні повзучості скелету ґрунту розсіюються повільніше, ніж у випадку без врахування повзучості. Дане явище пояснюється затримкою деформаційних процесів в часі та непроникністю даних меж для вільного відтоку порової рідини.

Отже, врахування повзучості скелету ґрунту, наявність градієнтів концентрації солей та температури суттєво впливає на розподіл надлишкових напорів в масиві, який консолидується.

Література:

- [1] Власюк А.П., Мартинюк П.М. Числове розв'язання двовимірної задачі фільтраційної консолидації ґрунтового масиву за наявності перенесення солей у неізотермічному режимі // Вісник Львів. ун-ту. Серія: прикл. матем. інформ. - 2006. - Вип. 11. - С. 148-159.
- [2] Власюк А.П., Мартинюк П.М., Федорчук Н.А. Фільтраційна консолидація масиву ґрунту з урахуванням повзучості його скелету в умовах тепло-масопереносу сольових розчинів // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористування. – Вип.1 (33). - 2006. - С. 245-253.

**ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ
РАДІОНУКЛІДІВ ПРИ ПЛАНОВІЙ ФІЛЬТРАЦІЇ
ПІДЗЕМНИХ ВОД**

Власюк А., Остапчук О.

Національний університет водного господарства
та природокористування
A.P.Vlasyuk@rstu.rv.ua

Розглядається задача міграції радіонуклідів в ґрунтовому середовищі шляхом переносу їх фільтраційним потоком при плановій фільтрації підземних вод з одного водного басейну (басейну-забруднювача) в інший.

Процес міграції радіонуклідів при плановій напірній фільтрації підземних вод в загальноприйнятих позначеннях описується наступною математичною моделлю [1-3]:

$$\operatorname{div}(D_1(x,y,c_1) \cdot \operatorname{grad} c_1) - \vec{V}(x,y,c_1) \operatorname{grad} c_1 - \varepsilon_1 c_1 + \gamma_2 c_2 = y \frac{\partial c_1}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(D_2(x,y,c_2) \cdot \operatorname{grad} c_2) + \varepsilon_1 c_1 - \gamma_2 c_2 = y \frac{\partial c_2}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\vec{V} = -k(x,y,c_1) \cdot \operatorname{grad} h \pm n(x,y,c_1) \operatorname{grad} c_1, \quad \operatorname{div} \vec{V} = 0, \quad (3)$$

$$h|_{CB} = H_1, \quad h|_{AD} = H_2, \quad \left. \frac{\partial h}{\partial n} \right|_{AB_1B_2B \cup CD} = 0, \quad (4)$$

$$c_1(x,y,0) = \tilde{C}_1^0(x,y), \quad c_2(x,y,0) = \tilde{C}_2^0(x,y), \quad (5)$$

$$c_1|_{\Gamma_3} = \tilde{C}_1(x,y,t), \quad c_2|_{\Gamma_3} = \tilde{C}_2(x,y,t), \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial c_1}{\partial n} \right|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2} = 0, \quad \left. \frac{\partial c_2}{\partial n} \right|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2} = 0, \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial c_1}{\partial n} \right|_{\Gamma_4} = 0, \quad \left. \frac{\partial c_2}{\partial n} \right|_{\Gamma_4} = 0, \quad (8)$$

Тут використані наступні позначення: $c_1(x,y,t)$, D_1 , - відповідно концентрація та коефіцієнт конвективної дифузії радіонуклідів, що знаходяться в фільтраційному потоці (конвективно рухомому поровому розчині); $c_2(x,y,t)$, D_2 - відповідно концентрація та коефіцієнт молекулярної дифузії радіонуклідів, що знаходяться у воді, яка зв'язана зі скелетом ґрунту. В наведеній математичній моделі рівняння (1),(2) відповідно описують процес конвективно-дифузійного переносу радіонуклідів в рухомому поровому розчині та воді, що зв'язана зі скелетом ґрунту, (3) – рівняння фільтрації підземних вод, (4) – граничні умови для гідростатичного напору, (5) - (8) – крайові умови для концентрації радіонуклідів.

Числове моделювання проведено методом скінченних різниць з використанням числового методу конформних відображень [2] та монотонної різницевої схеми [3]. У випадку сталих коефіцієнтів в крайовій задачі (1) – (8) здійснено перехід до нових незалежних змінних φ, ψ (потенціал – функція течії) області комплексного потенціалу, а у випадку їх залежності від концентрації - здійснено

перехід до більш загальних нових незалежних змінних ξ, η комплексної області параметричного прямокутника з наступним розв'язанням задачі в цих змінних. Отриманий числовий розв'язок крайової задачі (1)-(8) тестований на ряді модельних задач. На основі числового розв'язку та його програмної реалізації проведено числові експерименти, в результаті яких побудована гідродинамічна сітка міграції радіонуклідів в фільтраційному потоці з візуалізацією її на комп'ютері, розраховано поле концентрації радіонуклідів та побудовано фронти їх міграції. Проведене математичне моделювання міграції радіонуклідів дає можливість оцінювати і прогнозувати стан забруднених земельних угідь.

Література:

- [1]Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах.- Киев: Наук. думка, 1991.- 432 с.
- [2]Власюк А.П., Михальчук В.Г. Автоматическое построение конформных и квазиконформных отображений четырехугольных областей с помощью разностных сеток с “плавающими” узлами. – Киев, 1989.-55 с. (Препр./АН УССР. Ин-т математики; 89.79).
- [3] Власюк А.П., Остапчук О.П. Числове моделювання однієї задачі про утилізацію радіонуклідів // Тез. доп. Міжнародної школи-семінару „Прогнозування та прийняття рішень в умовах невизначеності”, Мелітополь, 2005.- С.111-113.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗЧИНЕННЯ
СОЛОВОГО ВКЛЮЧЕННЯ В ОСНОВІ
ГІДРОЕНЕРГЕТИЧНОГО ОБ'ЄКТА**

Власюк А., Степанченко О.

Національний університет водного господарства
та природокористування

A.P.Vlasyuk@rstu.rv.ua

Розглядається процес розчинення солей, що залягають у вигляді включення в основі гідро-енергетичного об'єкта, винесення їх фільтраційним потоком та утворення і еволюція карстової порожнини (рис.1).

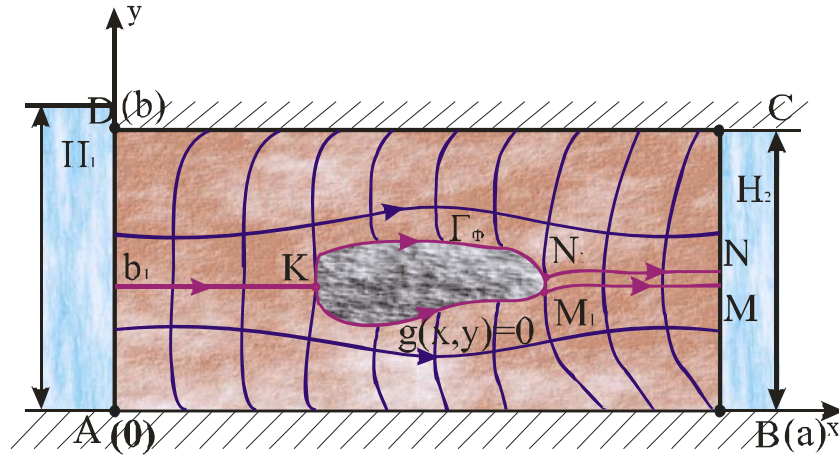


Рис. 1. Утворення і еволюція карстової порожнини.

Математичну модель даної задачі в спрощеній постановці в загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею:

$$D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) - V_x \frac{\partial c}{\partial x} - V_y \frac{\partial c}{\partial y} - \gamma(c - c_*) = \sigma \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\vec{V} = -k \operatorname{grad} h, \quad \operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (2)$$

$$h|_{AD} = h(0, y) = H_1, \quad h|_{BC} = h(a, y) = H_2, \quad \frac{\partial h}{\partial n} \Big|_{AB \cup DC} = 0,$$

$$\frac{\partial h}{\partial n} \Big|_{\Gamma_\Phi} = 0, \quad (3)$$

$$c(x, y, 0) = \tilde{C}_0(x, y), \quad (4)$$

$$c|_{AD} = c(0, y, t) = \tilde{C}_1(y, t), \quad (5)$$

$$\frac{\partial c}{\partial n} \Big|_{AB \cup CD} = \frac{\partial c}{\partial y} \Big|_{y=0 \cup y=b} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial n} \Big|_{BC} = \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0, \quad (6)$$

$$\left[\delta D \frac{\partial c}{\partial n} + (-D + \delta V_n) c \right] \Big|_{\Gamma_\Phi} = -DC_m, \quad (7)$$

$$\frac{dl}{dt} = \frac{1}{C_m S_l} \int_S \left(V_n c - D \frac{\partial c}{\partial n} \right) dS, \quad (8)$$

Тут: $c(x, y, t)$ – концентрація солей в рідкій фазі, $\vec{V}$ – вектор швидкості фільтраційного потоку, h – п'єзометричний напір, D – коефіцієнт конвективної дифузії, $\vec{n}$ – нормаль до межі фронту розчинення, Γ_Φ – межа фронту розчинення сольового включення, δ – товщина дифузійного примежевого шару в околі межі фронту розчинення. Умови (7), (8) задають крайові умови на межі фронту розчинення сольового включення, зокрема (8) задає кінематичну умову на межі фронту розчинення, l – геометричний параметр.

Отримано числовий розв'язок крайової задачі (1)-(8) методом скінченних різниць з використанням числових конформних відображень. В результаті програмної реалізації проведено числові експерименти та виконано їх аналіз, в результаті чого отримано еволюцію фронту розчинення сольового включення, що імітує розвиток карстового процесу в основі гідро-енергетичного об'єкта.

Література:

- [1] Власюк А.П. Математичне моделювання процесів масопереносу в областях з криволінійними фіксованими границями // Вісн. Укр. держ. академії водного господарства. Зб. наук. праць. Вип. 1. Ч.1. – Рівне, 1998. – С.203-207.
- [2] Власюк А.П., Михальчук В.Г. Автоматическое построение конформных и квазиконформных отображений четырехугольных областей с помощью разностных сеток с “плавающими” узлами. – Киев, 1989.-55 с. (Препр./АН УССР. Ин-т математики; 89.79).
- [3] Власюк А.П., Степанченко О.М. Чисельне моделювання однієї нелінійної задачі розчинення пласта солі // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. – 2006. – Вип.2. – С 142-150.

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ТЕХНОЛОГІЧНОГО СИНТЕЗУ ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНИХ ФІЛЬТРІВ

В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ КОНТРОЛЬОВАНИХ ПАРАМЕТРІВ ПРОЦЕСУ

Воробець Г.І., Рогов Р.В.

Чернівецький національний університет

vgeorge@chnu.cv.ua

Інтерференційні фільтри на основі напівпровідникових сполук A^3B^5 , A^2B^6 та інших широко використовуються в інфрачервоній техніці для формування смуг пропускання вимірювальних перетворювачів. Найбільшого розповсюдження набули багат шарові тонкоплівкові структури сформовані на базових кристалах A^2B^5 CdSb, ZnSb та In_4Se_3 [1, 2]. Їх одержують шляхом послідовного термічного напилювання у вакуумі просвітлюючого покриття, що складається з кількох десятків шарів з почерговою зміною значень показника заломлення електромагнітного випромінювання для певної довжини хвилі λ_0 . Кількість шарів l та фазова товщина кожного шару $\varphi_j = (2\pi/\lambda)n_j d_j$, де n_j , d_j – відповідно показник заломлення та геометрична товщина j -го шару, визначаються для конкретного випадку на основі методу еквівалентного шару з допомогою матриць інтерференції, які враховують фазові зсуви хвиль, що розповсюджуються у фільтрі. Геометричну товщину шарів вимірюють з допомогою лазерного променя чи резонансним методом безпосередньо в процесі напилення плівок в одиницях кратних величині $k = \lambda_0/2$. Однак, як показують розрахунки показників пропускання фільтрів, технологічна точність підтримування заданої товщини повинна бути не гірше ніж $\Delta = (0,1 \div 0,01)k$. При відхиленні від заданої товщини хоча б в одному шарі параметри фільтра міняються настільки, що потрібно вносити корективи у геометричні розміри всіх наступних шарів. Тому технологічний процес формування фільтрів потребує прецизійного контролю параметрів формованих структур безпосередньо в процесі їх створення, в той час як вимірювальні системи характеризуються певною інерційністю. Це означає, що система автоматичного керування процесом синтезу повинна забезпечувати прийняття рішень з приводу зміни етапів синтезу в умовах невизначеності контрольованих параметрів процесу.

Для оптимізації процесу керування різними етапами технологічного синтезу інтерференційних багат шарових тонкоплівкових структур запропоновано використати методику інтерполяційного моделювання контрольованих параметрів процесу [3, 4]. Зокрема, розроблено програмне забезпечення яке, застосовуючи швидке пе-

ретворення Фур'є, дозволяє за результатами експериментальних вимірів перших $N=5\div 12$ значень вимірюваних параметрів спрогнозувати характеристичну поведінку контрольованого параметру. Таким чином, запропонований метод дозволяє передбачити не тільки абсолютне значення вимірюваної величини, наприклад інтерференційного максимуму, а й дає можливість побудувати його часову залежність, тобто дослідити динаміку його зміни. Відповідно, це приводить до розширення набору параметрів керування системи автоматизованого управління технологічним процесом. В технічному плані це означає, що в якості регулятивного параметру, який формує керуючий сигнал для силових приводів системи може бути використаний не вимірюваний експериментально параметр, наприклад, амплітуда імпульсу відгуку фотоприймача, а його еквівалент, наприклад тривалість процесу, чи приведені нормовані значення амплітуди, який одержано на основі математичного моделювання динаміки зміни цього параметру за кількома реперними, тобто експериментально визначеними, точками.

Інший підхід, що дозволяє оптимізувати процес синтезу фільтрів, полягає в послідовній корекції геометричних параметрів наступних шарів за результатами моделювання інтерференційних параметрів синтезованих структур із врахуванням реальних розмірів напилених плівок. Однак ефективність другого методу в порівнянні з першим у кілька разів менша, а динамічні параметри автоматичного керування системою погіршуються за рахунок збільшення обсягів розрахунків при моделюванні.

Література:

- [1] Rogalskyi A. Infrared detectors.–Novosibirsk:Science,2003.– 636 p.
- [2] V.V.Strebegev, I.M.Rarenko, S.G.Dremlyuzhenko, S.M.Yurijchuk, V.N.Strebegev. Thin films optical IR – filters on the base of In_4Se_3 , CdSb single crystals. // Problems of Optics and High Technology Materials Science. – Kyiv, 2003. – P.154.
- [3] Сергиенко. А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер.- 2002. – 608 с.

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ФУНКЦІОНУВАННЯ

ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ВИПРОМІНЮВАННЯ ПРИ НЕПОВНО УМОВАХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

Воропасва С.Л., Іваночко Н.М.

Чернівецький національний університет

Створення швидкодіючих волоконно-оптичних ліній зв'язку (ВОЛЗ), автоматизованих систем управління (АСУ) та обчислювальної техніки з використанням оптичних методів обробки інформації потребує розробки відповідної елементної бази, в першу чергу – фотодіодів, як первинних перетворювачів електромагнітного випромінювання. В реальних умовах експлуатації, їх детектуючі властивості визначаються перерозподілом генерованих під дією падаючого випромінювання носіїв заряду. Однак умови генерації можуть змінюватись при підвищеній потужності випромінювання або зміні теплових режимів у структурах зі зростанням комутаційних струмів. Це може приводити до активації дифузійних процесів у р-п-переходах та зміни технічних характеристик використовуваних фото діодів.

Метою даної роботи є теоретичне моделювання динаміки зміни параметрів кремнієвих р-і-п-фотодіодів та структур GaP-SnO₂ внаслідок природного старіння структур в реальних режимах функціонування для обґрунтування оптимальних умов їх експлуатації і розширення динамічного діапазону детектування.

Для практичного моделювання динаміки фізичних процесів використовуються системи інтегро-диференціальних рівнянь, які описують явища переносу носіїв заряду, поглинання оптичного випромінювання та розподілу теплових полів у р-і-п-структурах.

В дво- чи тривимірних моделях фотодіодів циліндричної форми рівняння Пуассона для густини електронного і діркового струмів провідності зручно записувати в циліндричних координатах [1]:

$$\begin{cases} \int_{L_p^+} D_z \rho d\rho - \int_{L_p^-} D_z \rho d\rho + \int_{L_z^+} D_\rho \rho dz - \int_{L_z^-} D_\rho \rho dz = e \int_{S_{pz}} (n - p + N) \rho d\rho dz \\ \int_{L_p^+} J_{nz} \rho d\rho - \int_{L_p^-} J_{nz} \rho d\rho + \int_{L_z^+} J_{n\rho} \rho dz - \int_{L_z^-} J_{n\rho} \rho dz = e \int_{S_{pz}} (R_n - G) \rho d\rho dz \\ \int_{L_p^+} J_{pz} \rho d\rho - \int_{L_p^-} J_{pz} \rho d\rho + \int_{L_z^+} J_{p\rho} \rho dz - \int_{L_z^-} J_{p\rho} \rho dz = e \int_{S_{pz}} (G - R_p) \rho d\rho dz \end{cases} \quad (1),$$

де D_z , D_ρ – проекції вектора електричної індукції на вісь z і площину $x\rho$; n , p – концентрації носіїв; N – концентрація активної домішки; J_{nz} , $J_{n\rho}$, J_{pz} , $J_{p\rho}$ – проекції векторів густини струму провід-

$$\begin{aligned} \text{ності електронів і дірок на вісь } z: \quad J_n(\rho, z) = \mu_n(\rho, z)n(\rho, z)F_n(\rho, z) \quad ; \\ J_p(\rho, z) = \mu_p(\rho, z)p(\rho, z)F_p(\rho, z) \end{aligned}$$

μ_n, μ_p, F_n, F_p – відповідно рухливості та енергії квазірівнів Фермі електронів і дірок; R_n, R_p – швидкості рекомбінації електронів і дірок. Швидкість фотогенерації пар електрон-дірка G визначається розподілом оптичного випромінювання вздовж структури фотодіода: $G(\rho, z) = \eta \alpha(z) P_{opt} \frac{P_0(z, \lambda)}{A h \nu}$, де η – внутрішня квантова

ефективність, $h\nu$ – енергія фотона, λ – довжина хвилі, α – коефіцієнт поглинання, A – площа фоточутливої області, P_{opt} – потужність падаючого на фотодіод випромінювання, $P_0(z, \lambda)$ – величина статистичного розподілу інтенсивності оптичного випромінювання вздовж осі z .

Струм через фотодіод знаходиться інтегруванням густин струмів провідності електронів і дірок по площі одного із металічних контактів радіуса R :

$$I = 2\pi \int_0^R [J_{nz}(\rho, 0) + J_{pz}(\rho, 0)] \rho d\rho$$

Розподіл температури в опромінюваній структурі визначається рівнянням теплопровідності

$$\rho_{1,2} C_{1,2} \frac{\partial T_{1,2}(r, t)}{\partial t} = K_{1,2} \frac{\partial^2 T_{1,2}(r, t)}{\partial r^2} + W_{1,2}(r, t);$$

де ρ - густина матеріалу, C – питома теплоємність, K - коефіцієнт теплопровідності, $W(r, t)$ – внутрішнє джерело енергії.

Для дискретизації системи диференціальних рівнянь з частковими похідними використовується інтегро-інтерполяційний метод балансу Тихонова і Самарського [2,3].

Література:

- [1] С.А.Малышев, А.Л.Чиж, Ю.Г.Василевский. *Двумерное моделирование p-i-n-фотодиодов большой площади на основе In-GaAs/InP* (Минск, Республика Беларусь, 2006).
- [2] И.И.Абрамов, В.В.Харитонов. *Численное моделирование элементов интегральных схем* (Минск, Вышайш. шк., 1990).
- [3] А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. *Уравнения математической физики* (М., Наука, 1972).

**ПРО КЕРОВАНІСТЬ СИСТЕМ ІЗ ПІСЛЯДІЄЮ ТА
ЗМІНОЮ ВИМІРНОСТІ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ**

Габуза Т.В., Соловей К.С.,

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

mpcc@chnu.cv.ua

Нехай $t_0, t_1, \dots, t_N$ деяке розбиття відрізка $[T_0, T_1]$, де

$$T_0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{N-1} < t_N = T_1.$$

Розглянемо на цьому відрізку систему керування з післядією і зміною вимірності фазового простору:

$$\frac{dx^{(j)}(t)}{dt} = A_{1j}x^{(j)}(t) + A_{2j}x^{(j)}(t - h_j) + B_j u^{(j)}(t), \quad t \in [t_{j-1}, t_j], \quad (1)$$

$$x^{(j)}(t_{j-1} + \theta_j) = C_j x^{(j-1)}(t_{j-1} + \theta_j), \quad t_j - t_{j-1} \geq h_j, \quad (2)$$

$$x^{(0)}(t_0 + \theta_1) = \varphi(t_0 + \theta_1), \quad \theta_j \in [-h_j, 0], \quad C_1 = E, \quad j = \overline{1, N}, \quad (3)$$

де $x^{(j)} = (x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_{n_j}^{(j)})^T$ – n_j -вимірний вектор фазових ко-

ординат, $u^{(j)} = (u_1^{(j)}, u_2^{(j)}, \dots, u_{m_j}^{(j)})^T$ – m_j -вимірний вектор керування,

A_{1j}, A_{2j} – сталі квадратні матриці порядку n_j , B_j, C_j – сталі прямокутні матриці розмірів $n_j \times m_j$, $n_j \times n_{j-1}$ відповідно, h_j – запізнення, $j = \overline{1, N}$, причому при $j = 1$ вважатимемо, що $C_1 = E_1$ – одинична матриця порядку n_1 , $\varphi(\theta)$ – неперервна початкова функція, $x^{(0)}(t_0) = \varphi(t_0)$ – початковий стан системи (1).

Загальний розв'язок системи керування (1) за умов зміни вимірності фазового простору (2) та початкових умов (3) має вигляд:

Розв'язок (1) за умов (2), (3) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} x^{(j)}(t) = & W_{j,1}(t, t_1)\varphi(t_0) + \sum_{l=1}^{j-1} W_{j,l+1}(t, t_{l+1}) \times \\ & \times \left[\int_{t_{l-1}}^{t_{l-1}+h_l} X_l(t_l, \tau) A_{2l} C_l x^{(l-1)}(\tau - h_l) d\tau + \int_{t_{l-1}}^{t_l} X_l(t_l, \tau) B_l u^{(l)}(\tau) d\tau \right] + \\ & + \int_{t_{j-1}}^{t_{j-1}+h_j} X_j(t, \tau) A_{2j} C_j x^{(j-1)}(\tau - h_j) d\tau + \int_{t_{j-1}}^t X_j(t, \tau) B_j u^{(j)}(\tau) d\tau, \end{aligned}$$

$$\text{де } W_{j,k}(t, t_k) = X_j(t, t_{j-1}) C_j \prod_{i=j-1}^k X_i(t_i, t_{i-1}) C_i, 1 \leq k \leq j,$$

$X_j(t, \tau)$ – матрична функція, що задовольняє рівняння:

$$\frac{\partial X_j(t, \tau)}{\partial \tau} = -X_j(t, \tau) A_{1j} - X_j(t, \tau + h_j) A_{2j}, \tau \in [t - h_j, t),$$

$$X_j(\tau, \tau-) = E, X_j(t, \tau) = 0, t \leq \tau \leq t + h_j, t \in [t_{j-1}, t_j)$$

по τ , та рівняння:

$$\frac{\partial X_j(t, \tau)}{\partial t} = A_{1j} X_j(t, \tau) + A_{2j} X_j(t - h_j, \tau), t \in [\tau, \tau + h_j),$$

$$X_j(t, t-) = E, X_j(t, \tau) = 0, \tau - h_j \leq t \leq \tau, \tau \in [t_{j-1}, t_j)$$

по t .

Знайдено умови керованості для системи (1) за умов зміни вимірності фазового простору (2). Для знаходження умов керованості використано підхід, що описаний у [2].

Для комп'ютерної реалізації визначення властивості керованості системи із післядією на основі вище описаних моделей розроблено програмні засоби у середовищі Delphi.

Література:

1. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М.: Наука, 1971. – 296 с.
2. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Теория оптимальных процессов. – М.: Высшая школа, 1971. – 503 с.
3. Каханер Д., Моулер К., Неш С. Численные методы и программное обеспечение: Пер. с англ. – Изд. второе, стереотип. – М.: Мир, 2001. – 575 с.
4. Беллман Р., Кук К.Л. Дифференциально-разностные уравнения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1967. – 548 с.

РЕГУЛЯТОРНА ГІПОКСІЯ: МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЇЇ РОЗВИТКУ ТА КОМПЕНСАЦІЇ
Гарашенко Ф.Г., Грабова Н.І.

Гіпоксія (киснева недостатність) супроводжує організм людини протягом усього життя. На частині життєвого шляху вона носить конструктивний характер, так як сприяє розвитку систем організму, їх адаптації до впливу навколишнього середовища, в літньому віці людини приймає деструктивний характер і спричинює розвиток патології в організмі.

В [1] система дихання людини представлена як нелінійна динамічна модель, що описує зміну напружень респіраторних газів (кисню, вуглекислого газу та азоту) на протязі дихального циклу, керування станом якої здійснюється активними (параметри $\dot{V}$ - вентиляція легень, Q - об'ємна швидкість системного та Q_{ti} - тканинних кровотоків) і пасивними механізмами регуляції (вміст гемоглобіну та бікарбонатів в плазмі крові тощо). При забезпеченні надійності функціонування системи найбільш слабкою ланкою організму є серцево-судинна система та її виконавчі органи регуляції – серцевий м'яз та гладенькі м'язи судин. При моделюванні вважається оптимальною така регуляція, яка забезпечує вивід збуреної динамічної системи в стан рівноваги, а функціонал

$$I = \int_{\tau_0}^T \left(\rho_1 \sum_{t_i} \lambda_{t_i} (G_{1t_i} - q_{1t_i})^2 + \rho_2 \sum_{t_i} \lambda_{t_i} (G_{2t_i} - q_{2t_i})^2 + \rho_3 \sum_{t_i} \lambda_{t_i} G_{3t_i}^2 \right) d\tau, \quad (1)$$

на траєкторія руху системи досягає мінімуму при $\dot{V}$, $Q = \sum_{t_i} Q_{t_i}$ в експериментально встановлених межах змін.

В (1) ρ_1, ρ_2, ρ_3 – коефіцієнти чутливості організму до гіпоксії, гіперкапнії та надлишків азоту, λ_{t_i} – структурно-морфологічні параметри, G_1, G_2 і G_3 – потоки кисню, вуглекислоти й азоту з крові в тканинний резервуар, а q_{1t_i}, q_{2t_i} – швидкості утилізації кисню та продукції вуглекислоти в тканинних резервуарах t_i при здійсненні обмінних процесів.

При неадекватній роботі серцевого та судинних м'язів виникає регуляторна гіпоксія.

Якщо Q^* – експериментально визначена величина об'ємної швидкості системного кровотоку, а Q_{ti}^* – запити організму на стабілізацію стану

$$Q_{ti}^* = \frac{q_{1ti}}{C_a O_2 - C_{\bar{v}} O_2}, \quad (2)$$

де $C_a O_2 - C_{\bar{v}} O_2$ – артеріовенозна різниця концентрацій кисню, то реальні Q_{ti} визначаються як розв'язок задачі квадратичного програмування:
знайти

$$\min \sum_{ti} (Q_{ti} - Q_{ti}^*)^2, \quad (3)$$

$$\text{при } \sum_{ti} Q_{ti} = Q^*. \quad (4)$$

Тоді єдиним механізмом компенсації регуляторної гіпоксії залишається механізм підтримки рівня $\dot{V}$, що забезпечує мінімум функціонала (1) на траєкторіях системи.

Задачі оптимізації (1), (2) – (4) виникають при оцінці стану організму при ішемічній хворобі серця, артеріальній гіпоксемії, анемії та інших хворобах, що спричиняють розвиток регуляторної гіпоксії.

Література:

[1] Биозомедицина. Единое информационное пространство. / Гриценко В.И., Вовк М.И., Котова А.Б. и др. – К.: Наукова думка, 2001. – 318с.

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ НЕГЛАДКОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ

ІОНІВ У ПРИСКОРЮВАЧАХ

Гарашенко Ф.Г., Харченко І.І.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ihar@unicyb.kiev.ua

У доповіді розглянуті прикладні аспекти застосування алгоритмів недиференційованої оптимізації в задачах оптимального проектування прискорюючо-фокусуючих систем. Дано огляд методів для аналізу та оцінки розрахункових процесів у динамічних системах і оптимізації цих оцінок, розроблених на кафедрі моделювання складних систем. Особлива увага акцентується на специфіці проведення обчислювальних експериментів при розв'язуванні задач оптимізації вихідних характеристик пучків заряджених частинок для широкого класу радіотехнічних приладів, а саме: генераторів надвисоких частот, лінійних резонансних прискорювачів, трьохелектродних лінз, електростатичних прискорювачів тощо. Автори дають огляд унікального алгоритмічного та програмного забезпечення, яке відповідає сучасним можливостям розвитку обчислювальної техніки.

Незважаючи на певні труднощі, пов'язані з розривом безпосередніх контактів з провідними науковими центрами Росії, авторами отримані нові результати, які дозволяють і надалі розвивати методи оптимізації технічних систем у заданих структурах.

Нові розробки в галузі недиференційованої оптимізації та практичної стійкості пучків траєкторій були використані для підвищення коефіцієнта корисної дії та зменшення енергетичних витрат за заданої інтенсивності пучка іонів у лінійних резонансних та електростатичних прискорювачах. Створене алгоритмічне і сучасне програмне забезпечення дозволяє адаптувати його для широкого класу технічних систем. Цей доробок може бути використаний у томографії, приладах науково-дослідного та виробничого характеру, фізиці, матеріалознавстві, біології, медицині тощо.

РОЗРОБКА МОДЕЛЕЙ ТА МЕТОДІВ ДЛЯ АДАПТИВНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ

Не зважаючи на те, що задачам апроксимації присвячено багато робіт виникає необхідність в розробці нових підходів їх розв'язування. Це пов'язано з тим, що часто обробка даних ведеться в реальному часі, а створені алгоритми повинні бути конструктивними в програмуванні, оптимальні за швидкодією і в реальному часі розв'язувати конкретні задачі.

В роботі запропоновані адаптивні підходи до апроксимації неперервних процесів, на основі яких легко отримуються дискретні аналоги. Досліджуються питання їх збіжності, що можна робити на основі методів Ляпунова та практичної стійкості.

Розглянемо, для простоти, задачу апроксимації скалярного сигналу $x = \varphi(t)$, $t_0 \leq t \leq T$ параметрично заданим сімейством

$$x(t) \approx \psi(t, \alpha) = \psi(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n). \quad (1)$$

Необхідно адаптивно підкоректувати вектор параметрів α таким чином, щоб мінімізувати динамічну нев'язку. Якщо функцію

$$\psi(t, \alpha) \text{ виберемо у вигляді } \psi(t, \alpha) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \varphi_j(t), \text{ то}$$

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = -2\varphi_i(t) \sum_{j=1}^n \varphi_j(t) \alpha_j + 2\varphi(t) \varphi_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

яку можна переписати у векторно-матричній формі

$$\frac{d\alpha}{dt} = A(t)\alpha + f(t), \quad t \geq t_0. \quad (3)$$

$$\text{Тут } \alpha^T = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \quad f^T(t) = 2\varphi(t)(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)),$$

$$A(t) = \begin{pmatrix} -2\varphi_1^2(t) & -2\varphi_1(t)\varphi_2(t) & \dots & -2\varphi_1(t)\varphi_n(t) \\ -2\varphi_1(t)\varphi_2(t) & -2\varphi_2^2(t) & \dots & -2\varphi_2(t)\varphi_n(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -2\varphi_1(t)\varphi_n(t) & -2\varphi_2(t)\varphi_n(t) & \dots & -2\varphi_n^2(t) \end{pmatrix} -$$

симетрична матриця розмірності $n \times n$, T – знак транспонування.

Для асимптотичної збіжності ітераційної процедури (3) необхідно і достатньо, щоб $W(t, t_0) \rightarrow 0$, коли $t \rightarrow \infty$, де $W(t, t_0)$ – нормована за моментом t_0 фундаментальна матриця системи

$$\frac{dv}{dt} = A(t)v, \quad t \in [t_0, T]. \quad (4)$$

Нехай $v^{(0)} \in G_0$ – n -вимірний вектор початкових даних для (4), $\bar{\alpha}$ – n -вимірний стаціонарний вектор, який є розв'язком поставленої задачі, множина можливих розкидів вектора $v(t)$ задовольняє умові $v(t) \in \Gamma_t = \{v : |l_s^T(t)v| \leq 1, s = 1, 2, \dots, R\}$.

Означення 1. Будемо говорити, що ітераційна процедура (4) є збіжною і має $\{G_0, \Gamma_t, t_0, T\}$ -оцінку, якщо $v(t, t_0, v^{(0)}) \in \Gamma_t$, $t \in [t_0, T]$ для всіх початкових даних $v^{(0)} \in G_0$.

Нехай $G_0 = \{v : v^T B v \leq c^2\}$, в такому випадку $\{G_0, \Gamma_t, t_0, T\}$ -збіжність будемо називати $\{c, B, \Gamma_t, t_0, T\}$ -оцінкою.

Теорема 1. Для $\{c, B, \Gamma_t, t_0, T\}$ – оцінки збіжності ітераційної схеми (4) необхідно і достатньо, щоб виконувалось співвідношення

$$c^2 \leq \min_{t \in [t_0, T]} \min_{s=1, 2, \dots, R} [l_s^T(t) Q(t) l_s(t)]^{-1}, \quad (5)$$

де $Q(t) = W(t, t_0) B^{-1} W^T(t, t_0)$ – симетрична матриця, яка задовольняє деякому матричному диференціальному рівнянню.

Означення 2. Точку $\alpha = \bar{\alpha}$ будемо називати $\{G_0, \Gamma_\varepsilon, t_0, \Delta, T\}$ -стаціонарною для лінійної системи (3), якщо $\alpha(t, t_0, \alpha^{(0)}) \in \Gamma_\varepsilon$, $t \in [T - \Delta, T]$ для будь-яких $\alpha^{(0)} \in G_0$.

Тут $\Gamma_\varepsilon = \{\alpha : |\alpha_i - \bar{\alpha}_i| \leq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, n\}$.

Теорема 2. Для $\{c, B, \Gamma_\varepsilon, t_0, \Delta, T\}$ – стаціонарності системи (3) необхідно і достатньо виконання співвідношення

$$c^2 \leq \min_{t \in [T - \Delta, T]} \min_{s=1, 2, \dots, n} \frac{(\varepsilon - |\bar{\alpha}_s(t, t_0, \alpha^{(0)})|)^2}{Q_{ss}(t)}, \quad (9)$$

де $Q_{ss}(t)$ – діагональні елементи матриці $Q(t)$, $\bar{\alpha}_s$ – s -а компонента вектора $\bar{\alpha}$.

АНАЛІЗ КРИТЕРІЇВ СТАЛОГО РОЗВИТКУ В УМОВАХ ІННОВАЦІЙНИХ ЗМІН

Гезь О.І., Загородній Ю.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
yuzagor@ukr.net

Актуальність проблеми сталого розвитку зростає з кожним днем. На сьогоднішній день термін “сталий розвиток” розглядається вже не тільки у контексті світового розвитку, а проектується на окремі материки, країни, регіони [1]. Тому виникає необхідність окреслення критеріїв, якими визначається сталий розвиток регіонів. Варто зауважити, що сталий розвиток регіону слід розуміти як забезпечення сталих темпів соціально-економічного розвитку в умовах гармонійної, збалансованої взаємодії природи та людини з врахуванням специфічних особливостей розвитку даного регіону. Отже, сталий розвиток буде мати місце при такому природокористуванні, коли якість соціальних та екологічних умов не буде погіршуватися. На даний момент покращення якості життя досягається, головним чином, за рахунок погіршення екологічної ситуації, що є безвихідним і, більш того, неприпустимим шляхом розвитку. Таким чином, стійкий розвиток регіону неможливий без забезпечення екологічної безпеки, під якою розуміють “такий стан навколишнього природного середовища, при якому забезпечується попередження погіршення екологічних умов і виникнення небезпеки для здоров’я людей” (Закон України “Про охорону навколишнього природного середовища”, розділ 9, ст.50).

Виходячи з поглядів формування людства, а також виникнення всього живого, природа має першочергове значення, а суспільство, соціально-економічні відносини – вторинне. Але в нашому розвинутому суспільстві, коли економіка функціонує вже в процесі переходу до стійкого розвитку, саме вона бере на себе головну роль. Ефективність її функціонування може забезпечити сприятливу екологічну ситуацію. В подальшому ж розвитку роль первинного фактору знову перейде до природи, що забезпечить відтворення життя як такого. Тому для досягнення сталого розвитку регіону необхідно врівноважити такі фактори, як природа і суспільство з одного боку та економіка і екологія – з іншого.

Доповнимо цю систему такими важливими економічними критеріями як трудові ресурси, випуск продукції та інвестиції в

еколого-економічний розвиток регіону. Варто зауважити, що оскільки сучасна парадигма стійкого розвитку вимагає все більш обмеженого природокористування та чистого природного середовища, то математичні моделі повинні включати інноваційні процеси, які є засобом підвищення ефективності економічної діяльності шляхом здійснення різних якісних змін, що ведуть до успіху на ринку без зайвого негативного впливу на стан природного середовища. Тому ще одним додатковим критерієм виступають інновації. Тепер ми маємо соціально-еколого-економічну систему, яка більш точно описує сталий розвиток території.

При моделюванні регіон розглядається як відкрита система, умовно розділена на три взаємодіючі підсистеми: економічну, природну та соціальну. Інноваційні процеси описуються спеціальним блоком, який додається до вже дещо традиційної моделі регіонального розвитку. Агрегована модель розвитку з врахуванням інновацій [2] може бути прикладом математичної моделі, яка побудована з використанням вищевказаних критеріїв.

Значні труднощі виникають при безпосередньому представленні динаміки параметрів вихідної моделі, кількість яких може бути дуже велика. Для вирішення цієї проблеми пропонується агрегований опис інноваційного за допомогою введення інноваційного індексу [2, 3].

Ще немає чіткої відповіді на питання, як реалізувати дотримання соціальною системою критеріїв сталого розвитку в масштабах людства, чи якоїсь окремої країни. Але світ прагне рухатися в бік сталого розвитку, тому вже зараз потрібно розуміти, що саме це означає для нашої країни, яка її роль і місце у сталому розвитку соціальних систем.

Література:

[1] Програма дій „Порядок денний на XXI століття” (“Agenda 21”) / ухв. конф. ООН з навкол. с-ща і сталого розвитку / Ріо-де-Жанейро, Саміт „Планета Земля”, 1992. – К.: Інтелсфера, 2000. – 360 с.

[2] В.І. Гурман. Моделювання сталого розвитку з врахуванням інноваційних процесів. – М.: Економіка та математичні методи, 2003, том 39, № 1, с. 3-11

[3] О.І. Гезь, Ю.В. Загородній, П.М. Зінько Розробка системи управління інноваціями з врахуванням економічного та екологіч-

СХОДИМОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ МАРКОВСКИХ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕМЕННЫМ ЧИСЛОМ СОСТОЯНИЙ К ПРЕДЕЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ЗА КОНЕЧНОЕ ВРЕМЯ

Герасин С.Н., Козлов М.А.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
sgerasin@mail.ru

В докладе будут рассмотрены марковские цепи с изменяющимся числом состояний и способы стабилизации их распределений. Можно выделить классы распределений (назовем их стационарными), которые для описываемых цепей могли бы выполнять роль стационарного распределения (в том смысле, что если начальное распределение цепи принадлежит данному классу, то и во все последующие моменты времени распределения цепи будут принадлежать тому же классу).

Будем рассматривать цепи, в которых последовательные множества возможных состояний системы $I_1, I_2, \dots, I_k, I_{k+1}, \dots$ отличаются друг от друга на одно состояние. Переходная матрица P_k , определяющая переход с увеличением числа состояний, может быть представлена в виде

$$P_k = [B_k^{(n)}, C_k], \quad (1)$$

где $B_k^{(n)}$ - квадратная матрица порядка n (размерность $P_k - n \times n + 1$), полученная из P_k вычеркиванием последнего столбца C_k . Такие матрицы могут быть представлены в виде

$$P_k = \begin{pmatrix} U_k^{(n-1)} \\ r_k \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $U_k^{(n-1)} = P_k^{(n-1)}$ - квадратная стохастическая матрица порядка $n-1$, а r_k - строка с неотрицательными элементами такая, что

$$r_{kj} \geq 0 \quad (1 \leq j \leq n-1), \quad \sum_{j=1}^{n-1} r_{kj} = 1.$$

Рассмотрим условия сходимости распределения данной цепи к распределению из стационарного класса. Всякое распределение рассматриваемой цепи $p(k)$ в момент времени k может быть представлено в виде

$$p(k) = \pi_k + f(k), \quad (3)$$

где $\pi_k \in \pi$ является левым единичным собственным вектором либо для $P_k^{(n)}(U_k^{(n-1)})$, либо для $P_{k+1}^{(n+1)}, f(k)$ - вектор-строка с нулевой суммой компонент, так называемый "возмущающий" вектор.

Для того чтобы сходимость к стационарному классу имела место, достаточно, чтобы в (3) $f(k)$ стремился к вектору, все компоненты которого равны нулю. Это имеет место, в частности, в том случае, когда размерность подпространства возможных значений возмущающего вектора $f(k)$ ("покрывающего" подпространства) с каждым переходом уменьшается. Рассмотрим условия, при которых такое уменьшение размерности имеет место.

Положим, что матрицы $P_k^{(n)}$ и $U_k^{(n-1)}$ не имеют других собственных чисел, кроме нуля и единицы, причем последнее имеет кратность 1. Однородные цепи, порождаемые такими матрицами, достигают стационарного распределения за конечное время, не превышающее размерности наибольшей нулевой клетки в жордановой нормальной форме соответствующей матрицы, что сопровождается уменьшением размерности покрывающего подпространства. В случае неоднородной цепи с переменным числом состояний это условие, для получения аналогичных результатов, необходимо дополнить некоторыми ограничениями в плане "согласованности" жордановых нормальных форм и обобщенных собственных векторов, следующих друг за другом матриц $P_k^{(n)}$ и $U_k^{(n-1)}$ (разной размерности).

Обозначим m_k - число нулевых клеток в жордановой нормальной форме матрицы $P_k^{(n)}$ или $U_k^{(n-1)}$; v_i^k - размерность i -й ($1 \leq i \leq m_k$) нулевой клетки в указанной форме; $f_{ij}(k)$ - левый

присоединенный вектор $j-1$ -го порядка (собственный при $j=1$) в i -й группе левых обобщенных собственных векторов собственного значения 0 матрицы $P_k^{(n)}$ или $U_k^{(n-1)}$ ($1 \leq i \leq m_k$, $1 \leq j \leq v_i^k$).

Лемма 1. Для того, чтобы при последовательном увеличении числа состояний во время переходов в цепи происходило уменьшение размерности подпространства, “покрывающего” возможные значения возмущающего вектора $f(k)$, достаточно, чтобы:

- 1) жордановы нормальные формы матриц $P_k^{(n)}$ и $P_{k+1}^{(n+1)}$ отличались только либо “появлением” “новой” нулевой клетки размерности 1, либо “увеличением” размерности одной из “старых” нулевых клеток на единицу;
- 2) $n+1$ -я (“новая”) компонента отлична от нуля лишь либо у собственного вектора, отвечающего “новой” нулевой клетке, либо у присоединенного вектора наивысшего порядка в группе, “увеличившей” свой состав;
- 3) остальные нулевые обобщенные собственные вектора матрицы $P_{k+1}^{(n+1)}$ связаны с соответствующими векторами матрицы $P_k^{(n)}$ соотношениями:

$$f_{ij}(k+1) = (\tilde{f}_{ij}(k+1), 0), 1 \leq i \leq m_k, 1 \leq j \leq v_i^k,$$

$$f_{ij}(k) = \sum_{g=1}^{m_k} \sum_{l=1}^{j \wedge v_g^k} \beta_{ijgl} \tilde{f}_{gl}(k+1), \quad (4)$$

где $a \wedge b = \min(a, b)$.

Прежде, чем рассматривать случаи с переходами, сопровождающимися уменьшением числа состояний, заметим, что всякий вектор с нулевой суммой компонент, подаваемый на вход матрицы, описывающей такой переход, может быть представлен в виде

$$(-c\pi_k + \sum_{i=1}^{m_k} \sum_{j=1}^{v_i^k} \alpha_{ij} f_{ij}(k), \quad c), \quad (5)$$

где π_k – левый единичный собственный вектор матрицы $U_k^{(n-1)}$; m_k , v_i^k , $f_{ij}(k)$ имеют тот же смысл, что и ранее; c – скаляр, равный “исключаемой” компоненте вектора, подаваемого на вход.

Лемма 2. Для того чтобы при последовательных переходах, из которых первый сопровождается увеличением, а второй – уменьшением числа состояний, каждый из переходов сопровождался уменьшением размерности подпространства, покрывающего возмущающий вектор, достаточно, чтобы, выполнялись следующие условия:

1) жордановы нормальные формы матриц $P_k^{(n)}$ и $U_{k+1}^{(n)}$ отличаются либо лишь “исчезновением” одной нулевой клетки размерности 1, либо “уменьшением” размерности одной из клеток ($m_k \geq m_{k+1}$);

2) нулевые обобщенные собственные вектора матриц $P_k^{(n)}$ и $U_{k+1}^{(n)}$ связаны соотношениями

$$f_{ij}(k) = \sum_{g=1}^{m_{k+1}} \sum_{l=1}^{(j \wedge v_g^{k+1})} \beta_{ijgl} f_{gl}(k+1), 1 \leq i \leq m_k, 1 \leq j \leq v_i^k.$$

Теорема. Пусть начиная с некоторого момента k_0 , на протяжении, по крайней мере, N переходов ($N = \min(\dim(P_{k_0} P_{k_0}'), \dim(P' P_{k_0}))$), где A' – матрица, транспонированная по отношению к матрице A) выполняются условия одной из лемм 1,2. Тогда к моменту $k_0 + N$ распределение вероятностей состояний цепи будет принадлежать стационарному согласованному классу данной цепи вне зависимости от начального распределения.

**РІВНОВАГА КУРНО–НЕСА ЗА УМОВ АСИМЕТРИЧНОЇ
НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ЯК УЗАГАЛЬНЕНА РІВНОВАГА
КУРНО–ШТАКЕЛЬБЕРГА–НЕСА**

В.Горбачук, Н.Гаркуша

GorbachukVasyl@netscape.net NGarkusha@unicyb.kiev.ua

Дана робота доводить переваги прогнозування і планування у ситуації, де значення однієї особи, яка приймає рішення (ОПР, фірми), випадкові, а іншої – детерміновані. Показано, що перша ОПР стає послідовником, а друга ОПР – лідером в узагальненій рівновазі Курно–Штакельберга–Неша [1].

Нехай значення випуску q_2 фірми 2 детерміноване, а значення випуску q_1 фірми 1 має рівномірний розподіл на відрізку $[d, D]$, $D \geq d \geq 0$. Фірма 2 обирає обсяг q_2 свого випуску, максимізуючи сподіване значення $E(\pi_2)$ свого прибутку $\pi_2 = (P - c_2)q_2$, де: c_i – витрати фірми i на випуск (і продаж) одиниці продукту; $P = a - bQ$ – функція ціни на однорідний продукт; a, b – додатні параметри; $Q = q_1 + q_2$ – ринковий випуск. Водночас фірма 1 обирає сподіваний обсяг $\bar{q}_1$ свого випуску, максимізуючи сподіване значення свого прибутку $E(\pi_1) = E[(P - c_1)q_1] = (a - c_1)\bar{q}_1 - bq_2\bar{q}_1 - b[4(\bar{q}_1)^2 - Dd]/3$.

Рівновагою Курно–Неша (Cournot–Nash) за випадкового випуску фірми 1 називається такий набір випуску q_2^{C1} фірми 2 та сподіваного випуску $\bar{q}_1^{C1} = (d^{C1} + D^{C1})/2$ фірми 1, що: $E(\pi_1^{C1}) = E[\pi_1(\bar{q}_1^{C1}, d^{C1}, D^{C1}, q_2^{C1})] \geq E[\pi_1(\bar{q}_1, d, D, q_2^{C1})] \quad \forall \bar{q}_1 \geq 0$; $E(\pi_2^{C1}) = E[\pi_2(\bar{q}_1^{C1}, q_2^{C1})] \geq E[\pi_2(\bar{q}_1^{C1}, q_2)] \quad \forall q_2 \geq 0$.

Теорема 1. Нехай d є фіксованим числом, обмеженням зверху рівноважним випуском Курно $q_1^C = (a - 2c_1 + c_2)/(3b)$ фірми 1 [1]; $a + c_1 \geq 2c_2$; $a \geq c_2 + bd$. Тоді: $\bar{q}_1^* = [3(a - 2c_1 + c_2) + 4bd]/(13b)$, $q_2^* = (5a - 8c_2 + 3c_1 - 2bd)/(13b)$ є рівновагою Курно–Неша за випадкового випуску фірми 1; $\bar{q}_1^{C1} \leq q_1^C$; $q_2^{C1} \geq q_2^C$; для сподіваного

ринкового випуску виконується $\bar{Q}^{C1} = \bar{q}_1^{C1} + q_2^{C1} \leq q_1^C + q_2^C = Q^C$;
 для сподіваної ринкової ціни виконується
 $\bar{P}^{C1} = a - b\bar{Q}^{C1} \geq P^C = a - bQ^C$.

Теорема 2. За умов теореми 1 $E(\pi_2^{C1}) \geq \pi_2^C = (P^C - c_2)q_2^C$,
 $E(\pi_1^{C1}) \leq \pi_1^C$.

Теорема 3. За умов теореми 2 рівновага Курно–Неша при випадковому q_1 є узагальненою рівновагою Курно–Штакельберга–Неша [1], зокрема при $c = c_1 = c_2$ має місце
 $E(\pi_1^{C1}) \geq (a - c)^2 / (16b)$.

Отже, асиметрія взаємодії ОПР може бути причиною переваг лідера й вести до узагальнених рівноваг Курно–Штакельберга–Неша. Така асиметрія ставить ОПР з детермінованою стратегією у положення лідера, а ОПР з випадковою стратегією – у положення послідовника. Загалом асиметрична інформація створює передумови до розвитку ієрархічної організації [2].

Література:

1. Горбачук В.М. Обобщенное равновесие Курно–Штакельберга–Нэша // Кибернетика и системный анализ. – 2006. – 1. – С. 3–9.
2. Акименко В.В., Наконечный А.Г. Модели оптимального управления процессами межрегиональной миграции в условиях рисков // Там же. – 2006. – 3. – С. 107–122.

ОЦЕНКА И РАНЖИРОВАНИЕ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

И.В. Гребенник

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Т.Е. Романова

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАНУ

С.Б. Шеховцов

Харьковский национальный университет внутренних дел

sherom@kharkov.ua

Проблема создания интеллектуальных систем решения оптимизационных задач упаковки, раскроя и покрытия [1] является актуальной в рамках теории геометрического проектирования.

Задачи геометрического проектирования по своей природе являются оптимизационными. В силу этого возникают вопросы устойчивости, обусловленные погрешностями метрических характеристик и параметров размещения геометрических объектов, что приводит к необходимости разработки конструктивных средств выбора наилучшего решения в условиях неопределенности.

Как правило, такой выбор осуществляется на основании нескольких критериев в условиях неопределенности относительно важности характеристик принимаемого решения. В данном исследовании с этой целью используются элементы теории интервального анализа в геометрическом проектировании [2].

Построение модели многофакторного оценивания допустимых альтернатив [3] применительно к данной предметной области состоит в следующем.

Необходимо построить обобщенную многофакторную интервальную оценку полезности альтернатив $x \in X$ вида

$$P(x) = G(J, K), \quad (1)$$

здесь $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ – множество допустимых альтернатив; $K = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ – множество разнородных частных критериев, характеризующих альтернативы $x \in X$; $J = \{\langle A_i \rangle, i \in J_n = \{1, 2, \dots, n\}\}$ – множество интервальных коэффициентов, выполняющих функцию приведения разнородных частных критериев к одной размерности и учитывающих их относительную важность; $\langle A_i \rangle \in I_s R$, $I_s R$ – пространство центрированных интервалов, G – некоторое интервальное отображение вида $G : (J \times K) \rightarrow I_s R$ [2].

Целью исследования является построение отображения G в аналитическом виде, т.е. получение оценки, позволяющей установить отношение предпочтения на множестве альтернатив X .

Многофакторную оценку альтернатив в условиях неопределенности можно представить в виде интервального отображения

$$\text{вида } G(J, K) = \sum_{i=1}^n \langle A_i^H \rangle \cdot \bar{p}_i(k_i(x)), \text{ где } \langle A_i^H \rangle - \text{интервальные нор-}$$

мализованные коэффициенты предпочтений ЛПР, определяемые с использованием интервальных арифметических операций в $I_s R$;

$\bar{p}_i(k_i(x)) = 1 - p_i(k_i(x))$, $p_i(k_i(x))$ – функции полезности частных критериев.

Ранжирование альтернатив в условиях неопределенности можно реализовать, используя предложенное отношение предпочтения на множестве многофакторных интервальных оценок [4], заданное на основе отношения линейного порядка в I_sR .

Отметим, что при нулевых значениях радиусов интервальных коэффициентов предпочтений интервальная математическая модель многофакторного оценивания сводится к известной идеализированной (не учитывающей погрешностей) модели.

Результаты исследований, представленные в данной работе, можно использовать в системах поддержки принятия решений, ориентированных на оптимизацию размещения геометрических объектов с учетом погрешностей исходных данных.

Литература:

- [1] Dyckhoff, G. Scheithauer, and J. Terno. Cutting and packing. In M. Dell'Amico, F. Maffioli, and S. Martello, editors, Annotated Bibliographies in Combinatorial Optimization. – 1997. – 22, p. 393-412.
- [2] Стоян Ю.Г. Метрическое пространство центрированных интервалов // Докл. НАН Украины. Сер. А. – 1996. – № 7. – С. 23–25.
- [3] Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. – Киев: Наук. думка, 2002. – 164с.
- [4] Гребенник И.В., Романова Т.Е., Шеховцов С.Б. Параметрический анализ некоторых оптимизационных задач геометрического проектирования // Искусств. интеллект. – 2003, № 3. – С. 329–337.

ДОКАЗИ ІСНУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ХАОТИЧНОЇ ДИНАМІКИ У СИСТЕМІ ЗЕРНОВИРОБНИЦТВА УКРАЇНИ

Грицюк П. М.

Національний університет водного господарства
та природокористування
gritsuk@rv.uar.net

18 з 25 областей України, для яких властива циклічна динаміка урожайності озимої пшениці з періодами повторень 4 і 16 років розглядаються як єдиний статистичний ансамбль. Отриманий географічно-часовий ряд урожайності у кількості 918 членів, є достатнім для отримання достовірних висновків як методами звичайної статистики так і методами хаотичної динаміки.

Основним питанням, на яке слід відповісти, є питання про характер процесу зерновиробництва: чи є він стохастичним, чи містить елементи хаотичної динаміки? Кожен часовий ряд, який продукується природною чи економічною системою є у значній мірі зашумленим. Для виявлення прихованої динаміки необхідно відфільтрувати високочастотні шуми, які є проявами стохастичної поведінки системи. У якості фільтра низьких частот ми використали згортку через перетворення Фур'є. Ядром згортки служила функція $K(x, w) = \exp(-x^2 / w)$. Тут x - елементи ряду урожайності, w - параметр, що визначає ширину частотного вікна. Алгоритм фільтрування складався з наступних кроків: 1. Перетворення Фур'є початкового ряду; 2. Перетворення Фур'є ядра згортки; 3. Множення отриманих перетворень; 4. Обернене Фур'є-перетворення добутку. Алгоритм було реалізовано засобами пакету Mathematica 4.1.

Для ідентифікації динамічного хаосу у системі необхідно провести комплексне дослідження, яке включає побудову фазового портрета системи, обчислення кореляційної розмірності d_C та ляпуновського характеристичного показника Λ . Для випадкових процесів залежність кореляційної розмірності від розмірності простору вкладення D є монотонно зростаючою. Насичення залежності $d_C(D)$ є першою ознакою динамічної поведінки системи. Виникає питання: чи не може привнести процедура фільтрування елементи динаміки, які є нехарактерними для вихідної системи. Для отримання відповіді ми провели тестування описаної вище процедури фільтрування на ряді випадкових величин типу "білий шум". У результаті було встановлено, що використаний нами фільтр не спотворює динамічних характеристик системи при значеннях параметра $w \leq 50$. Для коректної оцінки кореляційної розмірності слід вибирати мінімальне значення параметра w , при якому досягається насичення залежності $d_C(D)$. Виходячи з цих міркувань, ми використали значення $w = 30$.

Наступним етапом стало дослідження відфільтрованого ряду з метою виявлення поведінки, характерної для хаотичної динаміки. Перш за все необхідно встановити мінімальну розмірність простору вкладення D , яка забезпечить топологічно адекватне відображення фазового портрету системи (фазова траєкторія не повинна мати самоперетинів). Розмірність вкладення ви-

значалась методом “фальшивих сусідів” [1] і при цьому було отримано значення $D = 7$. Фазова траєкторія системи була побудована на базі відфільтрованого детрендованого часового ряду методом “затримок” [2]. Для визначення кореляційної розмірності системи був застосований алгоритм Грассбергера-Прокаччі [3], згідно з яким за значення кореляційної розмірності приймають результат насичення залежності $d_c(D)$. Ми отримали значення $d_c = 2.35$.

Важливим показником динамічного хаосу, який визначає швидкість розбігання траєкторій у фазовому просторі, є характеристичний показник Ляпунова Λ . Позитивне значення показника свідчить про те, що часовий ряд породжений дивним атрактором. Розрахунок проведений за методикою [4] дозволив отримати оцінку $\Lambda = 0.62$. Дана оцінка є стійкою, про що свідчать результати розрахунків з різними значеннями параметра затримки $\tau = 1 \div 6$. Точність результату гарантувати не можна, оскільки довжина ряду для подібних розрахунків є недостатньою.

Підводячи підсумки можна твердити, що нами отримані докази належності системи зерновиробництва України до класу систем динамічного хаосу.

Література:

- [1] Cao L. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series, *Physica D*, 110, 43-52, 1997.
- [2] Packard N. H., Crutchfield J. P., Farmer J. D. & Shaw R. S. Geometry from a time series, *Phys. Rev.Lett.* 45(9), 712-716, 1980.
- [3] Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors // *Phys.Rev.Lett.* 48, 1983.
- [4] Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A. Determining Lyapunov exponents from a time series // *Physica* 16D, 285-317, 1985.

СОГЛАСОВАННОСТЬ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР СТАЦИОНАРНЫХ ДВОИЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Губеладзе А.К.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченка

$\{\xi_i, i \geq 1\}$ – стационарная (в точном смысле) последовательность случайных величин $\xi_i \in \{0;1\}$. $\xi^{(n)} = \sum_{i=1}^n \frac{\xi_i}{2^i}$ и $\xi = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi_i}{2^i}$ – случайные величины со значениями из единичного сегмента $[0;1]$.

Соответствие $\xi \leftrightarrow \{\xi_i, i \geq 1\}$ взаимно однозначное. Функция распределения $F(t) = P\left\{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi_i}{2^i} < t\right\}$ является пределом последовательности

функций распределения $\{F_n(t); n \geq 1\}$, где $F_n(t) = P\left\{\sum_{i=1}^n \frac{\xi_i}{2^i} < t\right\}$.

$a_n = 0, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ – запись числа a_n в двоичной системе счисления, $\alpha_i \in \{0; 1\}, i \geq 1$. Определение вероятности точки $a_n = 0, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ имеет

$$P\{a_n\} = P_{\alpha_1 \dots \alpha_n} = P\{\xi^{(n)} = 0, \alpha_1 \dots \alpha_n\} = P\{\xi_1 = \alpha_1, \dots, \xi_n = \alpha_n\} = P\left\{\sum_{i=1}^n \frac{\xi_i}{2^i} = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{2^i}\right\}. \quad \text{вид:}$$

Определим множество $M_n = \{0; 1; \dots; 2^n - 1\}$ и рассмотрим соотношения вероятностей $P_{\alpha_1 \dots \alpha_n}$.

$$\begin{aligned} \text{Пусть } \frac{m}{2^n} = 0, \alpha_1 \dots \alpha_n; \quad m \in M_n; \quad \text{тогда } \frac{2m}{2^{n+1}} = 0, \alpha_1 \dots \alpha_n 0; \\ \frac{2m+1}{2^{n+1}} = 0, \alpha_1 \dots \alpha_n 1; \quad P\left\{\frac{m}{2^n}\right\} = P_{\alpha_1 \dots \alpha_n}; \quad P\left\{\frac{2m}{2^{n+1}}\right\} = P_{\alpha_1 \dots \alpha_n 0}; \\ P\left\{\frac{2m+1}{2^{n+1}}\right\} = P_{\alpha_1 \dots \alpha_n 1}; \\ P\left\{\frac{2m}{2^{n+1}}\right\} + P\left\{\frac{2m+1}{2^{n+1}}\right\} = P_{\alpha_1 \dots \alpha_n 0} + P_{\alpha_1 \dots \alpha_n 1} = P_{\alpha_1 \dots \alpha_n} = P\left\{\frac{m}{2^n}\right\} \end{aligned} \quad (1)$$

В частности, если для $\alpha \in \{0; 1\}$ $P_{\alpha_1 \dots \alpha_n \alpha} = 0$, то

$$\left. \begin{aligned} P\left\{\frac{2m+\alpha}{2^{n+1}}\right\} &= P_{\alpha_1 \dots \alpha_n \alpha} = 0 \\ P\left\{\frac{2m+1-\alpha}{2^{n+1}}\right\} &= P_{\alpha_1 \dots \alpha_n (1-\alpha)} = P_{\alpha_1 \dots \alpha_n} = P\left\{\frac{m}{2^n}\right\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Следующий результат описывает свойства согласованности вероятностных мер, отвечающих рассматриваемым стационарным последовательностям.

Теорема. Пусть $F_n(t)$ и $F(t)$ – функции распределения, отвечающие стационарной эргодической последовательности

$\{\xi_i; i \geq 1\}$ и $\frac{k}{2^n} = 0, \alpha_1 \dots \alpha_n$ ($k \in M_n$), тогда следующие утверждения

$$\begin{aligned} P\{\xi \in [0, \alpha_1 \dots \alpha_n; 0, \alpha_1 \dots \alpha_n + 2^{-n})\} = \\ P\{\xi^{(n)} \in [0, \alpha_1 \dots \alpha_n; 0, \alpha_1 \dots \alpha_n + 2^{-n})\} = P\{\xi_1 = \alpha_1; \dots \xi_n = \alpha_n\}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$F_n\left(\frac{k}{2^n}\right) = F\left(\frac{k}{2^n}\right), \quad (4)$$

$$F_n\left(\frac{k}{2^n}\right) = F_{n+s}\left(\frac{2^s k}{2^{n+s}}\right), \quad (5)$$

$$P_{\alpha_1 \dots \alpha_n} = P_{\alpha_1 \dots \alpha_{n0}} + P_{\alpha_1 \dots \alpha_{n1}}, \quad (6)$$

эквивалентны: каждое из них является выражением свойства согласованности вероятностных мер, и из каждого из этих утверждений следуют все остальные.

Литература:

1. Губеладзе А.К., Шарапов М.М. Об аппроксимации некоторых классов сингулярных распределений. – Тези міжнародної конференції PDMU-2003. 8-14.09. Алушта, Україна. с.86-89.
2. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. – М.: Наука, 1977.
3. Розанов Ю.А. Стационарные случайные процессы. – М.: Физматгиз, 1963.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – М.: Мир, 1984 – т.2.

ПРО БАГАТОВИМІРНУ ЗАДАЧУ ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ

Гуляницький Л. Ф.

Інститут кібернетики ім.В.М.Глушкова НАНУ
hulianytsky@voliacable.com

Багатовимірна задача про призначення (БЗП) є узагальненням стандартної або лінійної задачі про призначення. Метою є пошук таких кортежів елементів заданої скінченної множини, які б ма-

ли мінімальну загальну вартість. Така проблема виникає, зокрема, в задачах розпізнавання образів, обробки асоціативних даних, багаточільових мультисенсорних задачах та ін. [1].

В комбінаторній формі БЗП можна сформулювати так. Нехай маємо n і m – натуральні ($n \geq 3, m \geq 3$), $C = (c_{i_1 \dots i_m})_{m \times n}$ – багатовимірна матриця, елементи якої визначають вартість кортежу $i_1, \dots, i_m$, де $i_j \in P_n, j \in \{1, \dots, m\}$, P_n – простір всіх перестановок чисел $\{1, \dots, n\}$. Необхідно знайти таку послідовність із $(m-1)$ -ї перестановки, для якої досягався б

$$\min_{p^{(1)}, \dots, p^{(m-1)} \in P_n} \left[f(p) \equiv \sum c_{ip^{(1)}_i p^{(2)}_i \dots p^{(m-1)}_i} \right], \quad (1)$$

де $p = (p^{(1)}, \dots, p^{(m-1)})$, $p^{(j)} = (p^{(j)}_1, \dots, p^{(j)}_n) \in P_n, j \in \{1, \dots, m-1\}$. Множиною допустимих варіантів розв'язку задачі (1) буде простір $\Pi_n = (P_n)^{m-1}$, елементи якого (назвемо їх n -кортежами) – це матриці розмірності $(m-1) \times n$, рядками яких є перестановки із P_n .

Для дослідження задачі в [1] пропонується система околів N_r в сенсі Ліна-Кернігана, які утворюються так: в одній із перестановок, що входить в n -кортеж, змінюються декілька компонент, а відстань між кортежами підраховується як число таких відмінностей. Але, зважаючи на особливості структури перестановок, всі такі зміни можна подати як послідовність певних транспозицій, тому нами пропонується використати транспозиційну метрику $d(x, y)$, значенням якої для довільних $x, y \in P_n$ є мінімально можливе число транспозицій, що переводять x в y . Тоді під околom заданого (натурального) радіусу ρ заданої точки $x = (x^{(1)}, \dots, x^{(m-1)})$ будемо розуміти множину $L_\rho(x) = \{y = (y^{(1)}, \dots, y^{(m-1)}) \in \Pi_n : \exists \text{ одне і тільки одне } v \in \{1, \dots, m-1\} \Rightarrow d(x^{(v)}, y^{(v)}) \leq \rho \text{ \& } d(x^{(w)}, y^{(w)}) = 0, w \neq v, w \in \{1, \dots, m-1\}\}$. Можна переконатися, що $N_2 \equiv L_1$. Тоді, використовуючи результати із [1], можна показати, що справедлива

Теорема. Якщо в БЗП $n \geq 3, m \geq 3$, а коефіцієнти вартості є незалежними і однаково нормально розподіленими величинами, то очікуване число локальних мінімумів M при використанні околів L_1 буде задовольняти нерівність

$$\frac{(n!)^{m-1}}{(m+1)^{n(n-1)/2}} \leq M \leq \frac{2(n!)^{m-1}}{n(n-1)m+2}.$$

Отже, цільова функція БЗП – це багатоекстремальна функція, яка визначена на просторі потужності $|\Pi_n| = (n!)^{m-1}$, внаслідок чого застосування точних методів для задач, що виникають на практиці, є вельми проблематичним. Тому пропонується застосувати G -алгоритм [2], який відноситься до класу методів стохастичного локального пошуку. В цьому алгоритмі при пошуку в околі допускається перехід не лише до покращуючих, а і до погіршуючих варіантів – з ймовірністю $p = 1 - \Delta / (f(x) \cdot \gamma)$, де $\Delta = f(y) - f(x)$, $x, y \in \Pi_n$, $y \in L_\rho(x)$, γ – параметр алгоритму. Враховуючи (1), при обчисленні величини Δ , коли $y \in L_1(x)$ і ця точка утворюється із n -кортежа x шляхом транспозиції пари компонент $s \neq t$, $s, t \in \{1, \dots, n\}$, в перестановці r , $r \in \{1, \dots, m-1\}$, можна уникнути повного обчислення значення $f(y)$, оскільки можна показати, що

$$\Delta = c_{sp_s^{(1)} \dots p_s^{(r-1)} p_t^{(r)} p_s^{(r+1)} \dots p_s^{(m-1)}} + c_{tp_t^{(1)} \dots p_t^{(r-1)} p_s^{(r)} p_t^{(r+1)} \dots p_t^{(m-1)}} - c_{sp_s^{(1)} \dots p_s^{(r-1)} p_s^{(r)} p_s^{(r+1)} \dots p_s^{(m-1)}} - c_{tp_t^{(1)} \dots p_t^{(r-1)} p_t^{(r)} p_t^{(r+1)} \dots p_t^{(m-1)}} \quad (2)$$

Із (2) випливає, що обчислення цієї величини для одиничного радіусу зводиться до чотирьох адитивних операцій при довільних значеннях n та m . Точки околів більших радіусів можна будувати на основі почергового застосування транспозицій, тому (2) можна використати і в цьому випадку.

Таким чином, сказане дозволяє запропонувати G -алгоритм як для безпосереднього розв'язання БЗП (1), так і в якості вбудованої процедури при створенні метаевристичних алгоритмів.

Література:

- [1] Grundel Don A., Krokhmal P.A., Oliveira C.A.S., Pardalos P.M. On the number of local minima for the multidimensional assignment problem // J. Combinatorial Optimization. – 2007. – 13, №2. – P. 1–18.
- [2] Гуляницький Л.Ф. Решение задач комбинаторной оптимизации алгоритмами ускоренного вероятностного моделирования // Компьютерная математика. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 2004. – №1. – С. 64–72.

**О ДВУХ ТИПАХ УСТОЙЧИВОСТИ
ЛЕКСИКОГРАФИЧЕСКОЙ БУЛЕВОЙ ЗАДАЧИ К
ВАРИАЦИЯМ ЧИСЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ**

Гуревский Е.Е., Емеличев В.А.
Белорусский государственный университет
eugen_eugen@tut.by, emelichev@bsu.by

Пусть $f(x, C) = (|C_1x|, |C_2x|, \dots, |C_mx|)$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in X \subseteq \mathbf{E}^n = \{0, 1\}^n$, $n \geq 1$, C_i – i -я строка матрицы $C = [c_{ij}]_{m \times n} \in \mathbf{R}^{m \times n}$, $i \in N_m = \{1, 2, \dots, m\}$, $m \geq 1$.

В критериальном пространстве $\mathbf{R}^m$ введем бинарное отношение лексикографического порядка $\prec$ между различными векторами $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ и $y' = (y'_1, y'_2, \dots, y'_m)$, полагая $y \prec y' \Leftrightarrow y_k < y'_k$, где $k = \min\{i \in N_m : y_i \neq y'_i\}$.

Под лексикографической булевой задачей оптимизации

$$Z^m(C) : \text{lex min}\{f(x, C) : x \in X\}, \quad m \geq 1,$$

будем, как обычно (см., например, [1]), понимать задачу поиска лексикографического множества, которое задается формулой $L^m(C) = \{x \in X : \forall x' \in X \left(f(x', C) \bar{\prec} f(x, C) \right)\}$, где $\bar{\prec}$ – отрицание отношения $\prec$.

Известно, что множество $L^m(C)$, являясь подмножеством множества Парето, может быть определено, как результат решения последовательности m скалярных задач:

$$L_i^m(C) = \text{Arg min}\{|C_i x| : x \in L_{i-1}^m(C)\}, \quad i \in N_m,$$

где $L_0^m(C) = X$. Таким образом, $L^m(C) = L_m^m(C)$, и поэтому $L^m(C) \neq \emptyset$ при любой матрице C .

Очевидно, что функция невязок $f(x, C)$ характеризует меру несовместности (абсолютных уклонений) однородной системы линейных булевых уравнений $Cx = \mathbf{0}_{(m)}$, $x \in X$, где $\mathbf{0}_{(m)} \in \mathbf{R}^m$. Кроме того, нетрудно понять, что частным случаем этой системы является неоднородная система вида $Ax + b = \mathbf{0}_{(m)}$, $x \in X$, где $X \subseteq \mathbf{E}^{n-1}$, $A \in \mathbf{R}^{m \times (n-1)}$, $b \in \mathbf{R}^m$.

Следуя терминологии [2, 3], задачу $Z^m(C)$ назовем T_1 -

устойчивой, если

$$\{\varepsilon > 0: \forall C' \in \Omega(\varepsilon) (L^m(C+C') \cap L^m(C) \neq \emptyset)\} \neq \emptyset,$$

и – T_2 -устойчивой, если

$$\{\varepsilon > 0: \exists x^0 \in L^m(C) \forall C' \in \Omega(\varepsilon) (x^0 \in L^m(C+C'))\} \neq \emptyset.$$

Здесь $\Omega(\varepsilon) = \{C' \in \mathbf{R}^{m \times n} : \|C'\| < \varepsilon\}$.

Понятно, что при выполнении равенства $L^m(C) = X$ задача $Z^m(C)$ T_1 -устойчива. В дальнейшем этот случай будем исключать из рассмотрения, а задачу $Z^m(C)$, для которой множество $\overline{L^m(C)} := X \setminus L^m(C)$ непусто, называть нетривиальной.

Теорема 1. Если $\mathbf{0}_{(n)} \notin X$, то нетривиальная задача $Z^m(C)$ T_1 -устойчива тогда и только тогда, когда $L^m(C) = L_1^m(C)$. Если $\mathbf{0}_{(n)} \in X$, то задача $Z^m(C)$ T_1 -устойчива при любой матрице $C \in \mathbf{R}^{m \times n}$.

Теорема 2. Если $\mathbf{0}_{(n)} \notin X$, то задача $Z^m(C)$ T_2 -устойчива в том и только в том случае, когда $|L^m(C)| = |L_1^m(C)| = 1$. Если $\mathbf{0}_{(n)} \in X$, то задача $Z^m(C)$ T_2 -устойчива при любой матрице $C \in \mathbf{R}^{m \times n}$.

Литература:

- [1] Червак Ю. Ю. Оптимізація. Непокращуваний вибір. - Ужгород: Ужгородський Національний університет, 2002. - 312 с.
- [2] Сергиенко И. В., Шило В. П. Задачи дискретной оптимизации. Проблемы, методы решения, исследования. - Киев: Наук. думка, 2003. - 261 с.
- [3] Лебедева Т. Т., Сергиенко Т. И. Устойчивость по векторному критерию и ограничениям векторной целочисленной задачи квадратичного программирования, Кибернетика и системный анализ, 42 (2006), № 5, с. 63 - 72.

**ПЕРЕТВОРЕННЯ ГОКА:
МНОЖИННІСТЬ ГОК ОЦІНОК**

В.С.Донченко

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
voldon@unicyb.kiev.ua

Доповідь присвячена обговоренню результату щодо граничної поведінки нормованої акумуляторної функції перетворення Гока статистичного (ПГ(с))[1], що є математичним формалізмом для інженерного засобу обробки зображень, який позначатимемо аббревіатурою ПГ(с) [2]. Згаданий результат в позначеннях з [1] дає представлення нормованої акумуляторної функції (НАФ) ПГ(с) (позначатиметься $A_N(\pi), \pi \in \Pi$) за нескінченного збільшення об'єму спостережень та нескінченного зменшення геометричних розмірів „зондуючих множин” $\pi \in \Pi$. У цьому останньому випадку в якості „зондуючи” розглядаються замкнені кулі $S_\rho(\theta)$ радіусу ρ з центром в θ , чи $\pi = V_\rho(\theta) = \rho V_1 + \theta$ для замкненої, симетричної, опуклої множини V_1 одиничного радіусу.

Згаданий результат дає можливість стверджувати, що в залежності від розподілу помилок спостережень (наприклад, для симетричних, опуклих за Anderson'ом [3] розподілів) ПГ(с) може використовуватись як статистична процедура оцінювання у „множинному” варіанті: в ситуації, коли в спостереженнях представлені елементи, що відповідають різним функціям досліджуваного в ПГ(с) параметричного сімейства функцій $y = g_\theta(x), \theta \in \Theta$ у схемі спостережень з помилками.

Це означає, що процедура стандартного оцінювання у ПГ(з) та послідовного оцінювання за Risse [4]: з виділенням глобального максимуму за Гок - оцінювачем – є узгодженими між собою.

Обговорюваний результат є предметом наступної теореми.

Теорема. Нехай функції $y = g_\theta(x), x \in X, \theta \in \Theta$, що утворюють параметричне сімейство, мають скалярні значення, множина параметрів Θ є симетричним гіперкубом в R^2 чи R^p ; нехай функції параметричного сімейства для кожного $x \in X$ є неперервно диференційованими за θ в області визначення Θ ; нехай також щільності розподілів помилок спостережень $h_{x, \theta^{(0)}}(z), x \in X, \theta^{(0)} \in \Theta$ є непе-

первинними за z для будь яких фіксованих значень пар $(x, \theta^{(0)})$ нехай у спостереженнях представлена скінчена множина параметрів $\Theta^{(0)} = \{\theta_1^{(0)}, \dots, \theta_K^{(0)}\}$ та скінчена множина значень аргументів $X^{(0)} = \{x_1^{(0)}, \dots, x_K^{(0)}\}$ таким чином, що існують ненульові граничні $f_{k,q}^{(0)}$, $k = \overline{1, K}, q = \overline{1, Q}$ значення частот появи комбінацій аргумент – параметр у вибірці. Тоді

$$\begin{aligned} & \lim_{\rho \rightarrow 0} \rho^{-1} A_\infty(S_\rho(\theta)) \\ &= 2 \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q f_{kq}^{(0)} h_{kq}(g_\theta(x_q^{(0)}) - g_{\theta_k^{(0)}}(x_q^{(0)})) \| \text{grad}_\theta g_\theta(x_q^{(0)}) \|, \\ & \quad 3 h_{kq} = h_{x_q^{(0)}, \theta_k^{(0)}}, k = \overline{1, K}, q = \overline{1, Q}, \end{aligned}$$

де A_∞ позначає граничне значення НАФ за нескінченного збільшення об'єму вибірки.

Аналогічна теорема має місце в ситуації, коли замість $S_\rho(\theta)$ теоремі підставляється $V_\rho(\theta)$. У цьому випадку у спільному члені подвійної суми з'являється множник $\varphi_q : \varphi_q \in (0, 1), q = \overline{1, Q}$.

Нескладно переконатися, множник, що відповідає щільності h у твердження теорема, відповідає ПГ(с) істинного (без збурень) спостереження, „розмитого” щільністю, якщо щільність має максимум в нулі, як це має місце для симетричних, опуклих за Anderson'ом розподілів. Отже, дійсно, існують чітко визначені ситуації, в яких Гок - оцінювач можна використовувати в „множинному” режимі

Література:

1. Donchenko V.S. The Hough Transform and uncertainty.// International Journal on Information Theory and Applications. – Vol.10, №4. – 2003(Bulgaria). – P.376-380.
2. Xu L., Oja E. Further Developments on RHT: Basic Mechanisms, Algorithms, and Computational Complexities.// ICPR(92): Proceedings, International Conference on Pattern Recognition. – Vol.1. – 1992. – P.125-132.
3. Anderson T.W. The integral of a symmetric random functions over symmetric convex sets // Proc. Amer. Math. Soc. – № 6. – 1955. – P.170-175.
4. Risse T. Hough Transformation for line recognition: complexity for evidence accumulation and cluster detection.// Computer Vision, Graphics and Image Processing. – Vol.46 – 1989. – P.327-345.

МОДЕЛЮВАННЯ КОНВЕЄРНИХ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

С.І. Доценко

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
sergei204@ukr.net

Нехай дано n робіт, кожна з яких повинна пройти k фаз (які позначаються a, b, c і т.д) та час проходження кожної фази кожною роботою відомий та рівний A_i, B_i, C_i і т.д. Треба знайти такий порядок проходження робіт на кожній фазі, який був би найкращим за критерієм. Мінімізації максимального часу проходження. Для цього випадку відомі такі результати.

Для випадку двох та трьох фаз доведено, що оптимальний розклад слід шукати серед таких, що порядок проходження робіт на всіх фазах співпадає. Для випадку чотирьох або більше фаз це не обов'язково так. Крім того, для випадку двох фаз задача розв'язана і оптимальний порядок проходження робіт визначається алгоритмом Джонсона.

Треба спочатку знайти мінімальне з чисел $A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_n$. Якщо це буде A_i , то робота з номером i буде першою в оптимальному розкладі, якщо B_i , то останньою (якщо мінімум досягається одночасно для A_i та B_i , то байдуже, буде ця робота першою чи останньою). Викреслюючи i -ту роботу зі списку, повторюємо цю операцію знову і т.д.

В [1] було зроблено наступне зауваження, яке істотно спрощує реалізацію алгоритму Джонсона. Для того, щоб знайти оптимальний порядок проходження робіт, що мінімізує максимальний час проходження, достатньо впорядкувати роботи в незростаючому порядку значень $\omega(j) = \text{sign}(B_j - A_j)(M - \min(A_j, B_j))$ де M - довільне число, таке, що $M \geq \max_j(A_j, B_j)$.

Нехай часи проходження фаз є показникові розподіленими випадковими величинами з параметрами μ_{A_j}, μ_{B_j} та залишаються невідомими до складання розкладу. Тоді розклад у незростаючому порядку величин $\mu_{A_j} - \mu_{B_j}$ стохастично мінімізує максимальний час проходження робіт.

У випадку, коли всі параметри задачі є відомими на момент складання розкладу, виникає питання, наскільки ефективним є алгоритм Джонсона, тобто, наскільки його застосування зменшує су-

марні простої машин. У цьому випадку аналітичний результат вдалося одержати лише для випадку двох робіт (тоді максимальний час проходження робіт виражається через порядкові статистики).

У загальному випадку було здійснено математичне моделювання методом Монте-Карло. При цьому було вибрано такі параметри моделювання. 100 робіт, 1000 експериментів і різні види розподілу часів проходження робіт, вибраних таким чином, щоб середнє значення дорівнювало 1. Результати моделювання наведено нижче. На підставі аналізу результатів можна зробити висновки, що чим менш регулярний розподіл часу проходження фаз, тим з одного боку більший час простою і з іншого боку тим більш ефективним є алгоритм Джонсона.

Вид розподілу	Сер. значення затримки часу проходження		Макс. значення затримки часу проходження	
	До впорядк.	Після впорядк.	До впорядк.	Після впорядк.
Рівномірний на $[0;2]$	7.1	3.4	28.1	27.0
1 Гамма з пар.	11.4	5.8	56.9	54.5
2 Гамма з пар.	8.5	4.0	31.7	29.9
5 Гамма з пар.	5.8	2.9	21.8	20.3
10 Гамма з пар.	4.2	2.1	16.6	15.7
0.5 Гамма з пар.	14.6	7.5	67.6	65.4
0.2 Гамма з пар.	22.3	11.6	108.6	104.7
0.1 Гамма з пар.	30.6	17.7	129.8	129.8

Література:

1. Ковалев М.Я. Модели и методы календарного планирования. Минск, БГУ, 2004 г.
2. Закусило О.К. Задача Джонсона. Вип.. 5, 1975.

**ТЕОРЕМЫ УСТОЙЧИВОСТИ В ТЕРМИНАХ
БИНАРНЫХ ОТНОШЕНИЙ ДЛЯ ВЕКТОРНЫХ КОМ-
БИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ НА «УЗКИЕ МЕСТА»**

В. А. Емеличев, К. Г. Кузьмин

Белорусский государственный университет
emelichev@bsu.by, kuzminkg@mail.ru

Рассматривается векторный (n -критериальный) вариант известной комбинаторной задачи «на узкие места»:

$$Z^n(A): \min \left\{ f_i(t, A_i) = \max_{j \in N(t)} a_{ij} \mid t \in T \right\}, \quad i \in N_n,$$

где множество траекторий $T \subseteq 2^E \setminus \{\emptyset\}$, $|T| > 1$,
 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, $m \geq 2$, $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$, $n \geq 1$,
 $N(t) = \{j \in N_m : e_j \in t\}$, A_i – i -я строка матрицы $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times m}$.

Под $Z^n(A)$ будем понимать задачу поиска множества эффективных (оптимальных по Парето [1]) траекторий $P^n(A)$.

В терминах пяти бинарных отношений, заданных на множестве траекторий T , найдены необходимые и достаточные условия четырех (от T_1 до T_4) наиболее известных (см. например, [2, 3]) типов устойчивости задачи по векторному критерию. Положим

$$t \xrightarrow[A]{} t' \Leftrightarrow \forall i \in N_n \quad (f_i(t, A_i) > f_i(t' \setminus t, A_i)),$$

$$t \overset{P}{\underset{A}{\prec}} t' \Leftrightarrow \forall i \in N_n \quad (f_i(t, A_i) = f_i(t', A_i) \Rightarrow N_i(t, A_i) \supseteq N_i(t', A_i)),$$

$$t \sqsubset_A t' \Leftrightarrow \forall i \in N_n \quad (N_i(t, A_i) = N_i(t', A_i)),$$

$$t \approx_A t' \Leftrightarrow \forall i \in N_n \quad (f_i(t \cup t', A_i) > f_i(\Delta(t, t'), A_i)),$$

$$t \equiv_A t' \Leftrightarrow \forall i \in N_n \quad (f_i(t, A_i) = f_i(t', A_i)),$$

где $N_i(t, A_i) = \text{Arg max} \{a_{ij} \mid j \in N(t)\}$, $\Delta(t, t') = (t \cup t') \setminus (t \cap t')$,
 $f_i(\emptyset, A_i) = -\infty$.

Теорема 1. Задача $Z^n(A)$ является T_1 -устойчивой при любой матрице $A \in \mathbf{R}^{n \times m}$.

Теорема 2. Для задачи $Z^n(A)$ следующие утверждения эквивалентны:

- (i) задача $Z^n(A)$ T_2 -устойчива,
- (ii) $Sm^n(A) = \emptyset \Rightarrow \exists t^0 \in P^n(A) \forall t \equiv_A t^0 \left(t \mapsto_A t^0 \right)$,
- (iii) $Sm^n(A) = \emptyset \Rightarrow \exists t^0 \in P^n(A) \forall t \equiv_A t^0 \left(t P_A t^0 \right)$.

Здесь и далее $Sm^n(A)$ – множество строго эффективных (оптимальных по Смейлу [1]) траекторий задачи $Z^n(A)$.

Теорема 3. Для задачи $Z^n(A)$ следующие утверждения эквивалентны:

- (i) задача $Z^n(A)$ T_3 -устойчива,
- (ii) $Sl^n(A) \neq P^n(A) \Rightarrow \forall t \in Sl^n(A) \setminus P^n(A) \exists t' \in P^n(t, A) \left(t \mapsto_A t' \right)$,
- (iii) $Sl^n(A) \neq P^n(A) \Rightarrow \forall t \in Sl^n(A) \setminus P^n(A) \exists t' \in P^n(t, A) \left(t P_A t' \right)$.

Здесь $Sl^n(A)$ – множество слабо эффективных (оптимальных по Слейтеру [1]) траекторий задачи $Z^n(A)$, а $P^n(t, A)$ – множество эффективных траекторий, доминирующих по Парето траекторию t .

Теорема 4. Для задачи $Z^n(A)$ следующие утверждения эквивалентны:

- (i) задача $Z^n(A)$ T_4 -устойчива,
- (ii) $P^n(A) \neq Sm^n(A) \Rightarrow \forall t \in P^n(A) \setminus Sm^n(A) \forall t' \equiv_A t \left(t \sqsubseteq_A t' \right)$,
- (iii) $P^n(A) \neq Sm^n(A) \Rightarrow \forall t \in P^n(A) \setminus Sm^n(A) \forall t' \equiv_A t \left(t \approx_A t' \right)$.

Литература:

- [1] Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982, 256 с.
- [2] Сергиенко И. В., Шило В. П. Задачи дискретной оптимизации. Проблемы, методы решения, исследования. Киев: Наукова думка, 2003, 261 с.
- [3] Лебедева Т. Т., Сергиенко Т. И. Устойчивость по векторному критерию и ограничениям векторной целочисленной задачи квадратичного программирования // Кибернетика и системный анализ. 2006, № 5, с. 63–72.

УЗАГАЛЬНЕНА ФУНКЦІЯ КОРИСНОСТІ

Слейко Я.І., Музичук А.А.

Львівський національний університет імені Івана Франка

Нехай для інвестора з наявним капіталом X досяжні m інвестиційних проектів, які будемо називати активами і позначати $A = \{a_1, \dots, a_m\}$. Основною характеристикою кожного активу є фінансовий потік [2], який він утворює в дискретні цілочисельні моменти часу $t \geq 0$ в майбутньому. Момент часу $t = 0$ будемо вважати моментом прийняття інвестиційного рішення. Через L позначимо тривалість інвестиційного проекту. Припустимо, що зовнішнє середовище задається скінченною множиною станів $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ і для кожного $s_i \in S$ відома відсоткова ставка $r_i \in [0, 1]$, яка однозначно визначає цей стан. Необмежуючи загальності, будемо вважати, що множина S не містить двох однакових елементів і є впорядкованою за спаданням, тобто кожен попередній стан є кращий за наступний. Будемо казати, що для всіх $s_1, s_2 \in S$ стан s_1 є кращий за стан s_2 і позначати $s_1 \succ s_2$, якщо виконується $r_1 < r_2$, де r_1, r_2 відсоткові ставки що визначають стани s_1 та s_2 відповідно. *Траєкторією зовнішнього середовища довжиною L* назовемо L -вимірний вектор tr^L , координати якого є елементами множини S , тобто $tr^L = (tr(1), \dots, tr(L))$, де $tr(k) \in S$, $k = \overline{1, L}$. Множину всіх траєкторій позначимо через S_L .

Для кількісної оцінки впливу зовнішнього середовища на фінансовий потік введемо означення ефективності фінансового потоку $FF = (f_0, f_1, \dots, f_L)$ при заданій траєкторії $tr^L \in S_L$. *Ефективність фінансового потоку FF при умові траєкторії зовнішнього середовища tr^L* визначається як відношення чистої приведеної вартості до вартості активу:

$$e(FF|tr^L) = \frac{1}{f_0} \left(\sum_{k=1}^L B(tr(k), k) \cdot f_k - f_0 \right).$$

Вважаємо, що траєкторія tr_1^L є кращою за траєкторію tr_2^L ($tr_1^L \succ tr_2^L$), якщо виконується нерівність $e(FF|tr_1^L) > e(FF|tr_2^L)$.

Аналогічно можна ввести означення гіршої та еквівалентної траєкторії.

Введемо означення операції суміші двох траєкторій. Сумішшю двох траєкторій $tr_1, tr_2 \in S_L$, $tr_1 \succ tr_2$ з коефіцієнтом $\beta \in [0,1]$ є траєкторія tr_{12}^β кожен стан якої $tr_{12}^\beta(t)$ в довільний момент часу $t = \overline{1, L}$ визначається відсотковою ставкою $r_t^{12, \beta} = [\beta B(tr_1(t), t) + (1 - \beta)B(tr_2(t), t)]^t - 1$.

Побудуємо неперервну множини станів і траєкторій довжиною L , які будемо позначати S^+ і S_L^+ відповідно. Нехай зовнішнє середовище задається траєкторією $tr \in S_L^+$. Тоді в кожен момент часу $t = \overline{1, L}$ стан $tr(t) \in S^+$ однозначно задається відсотковою ставкою $r \in [r_1, r_n]$. Всі стани, які належать до множини S^+ і не належать до множини S будемо називати *штучними станами*. Аналогічно, всі траєкторії, які належать множині S_L^+ і не належать до множини S_L будемо називати *штучними траєкторіями*. Очевидно, що множини S^+ і S_L^+ не містять еквівалентних станів.

Легко бачити, що відношення переваг на полі станів S і на полі траєкторій S_L задовільняє аксіомам слабого порядку, а на полі станів S^+ і на полі траєкторій S_L^+ крім аксіом слабого порядку задовільняє ще аксіоми неперервності та незалежності. Зауважимо, що функції корисності в звичайному розумінні для відображення переваг фінансового потоку на полі траєкторій не буде існувати. З іншого боку, в кожен фіксований момент часу буде існувати функція корисності на полі станів S^+ . Припустимо, що для всіх $t = \overline{1, L}$ відома функція розподілу станів $s \in S^+$. Тоді корисність проекту в деякий фіксований момент часу t буде рівна:

$$u(f_t) = \sum_{s \in S} B(s, t) f_t p_t(s),$$

де f_t - дохід інвестора на момент часу t , $p_t(s)$ - імовірність перебування зовнішнього середовища на момент часу t в стані $s \in S$.

У випадку, якщо відношення інвестора до ризику є невідоме, то узагальнена функція корисності від інвестування в проект буде мати наступний вигляд:

$$U(a) = \sum_{t=1}^L u(f_t) .$$

Усереднена узагальнена корисність в кожен момент часу буде рівна:

$$E(U(a)) = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L u(f_t) .$$

Якщо відоме відношення інвестора до ризику $\alpha \in [0,1]$, то, використовуючи оператор впорядкованого зваженого середнього [1], то узагальнену функцію корисності проекту можна обчислити:

$$U(a) = \sum_{k=1}^L \tilde{u}_k w_k ,$$

де $\tilde{u}_k$ - елементи впорядкованого вектора $(u(f_1), \dots, u(f_L))$, $W = (w_k)_{k=1..L}$ - вектор вагових коефіцієнтів (які обчислюються відповідно до значення α як, наприклад, в [2]).

Література:

1. Ronald R.Yager Including decision attitude in probabilistic decision making. – International Journal of Approximate Reasoning. – 1999. – №21. – pp.1-21;
2. Єлейко Я.І., Музичук А.А. Деякі характеристики фінансових потоків // Фінанси України.- №2 2006р.

ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ СИСТЕМАМИ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ ЗА ДОПОМОГОЮ R КЕРУЮЧИХ ДІЙ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Заворотний А.Л., Касьянюк В.С.

Київський Національний університет ім. Тараса Шевченка
zal_ua@inbox.ru

В роботах Н.Н. Красовського [1], А.Г. Бутковського [2] показано, що розв'язок задачі оптимального керування лінійними системами, що описується звичайними диференціальними рівняннями та лінійними системами з розподіленими параметрами, можуть бути зведені до класичної проблеми моментів [1], зокрема, деякі з них – до скінченної проблеми моментів. Розглянемо випадок, коли дані спотворені шумом.

Маємо систему лінійних інтегральних рівнянь першого роду

$$\int_D \sum_{i=1}^r q_{ki}(t) u_i(t) dt = c_k, \quad k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

де c_k можуть містити нечіткі похибки. В такому випадку математична модель для оцінки керуючих дій з (1) має вигляд

$$y = Gu + v. \quad (2)$$

В (2) $y = (c_1, \dots, c_n)^T$ – вектор даних; $u(t) = (u_1(t), \dots, u_r(t))^T$, $u_i(t) \in L_2[D]$ – шукане керування; $G = \int_D g(t) \cdot dt$,

$g(t) = (q_{k,i}(t))_{k,i=1}^{n,r}$ – матриця, що характеризує перехідну функцію

системи, $q_{k,i}(t) \in L_2[D]$; $v = (v_1, \dots, v_n)^T$ – вектор шумів (нечітких величин). Припустимо також, що експертом заданий

розподіл нечіткого елемента $v - \varphi^v(\cdot): H_2 \rightarrow L$, що реалізує принцип, природний для багатьох процесів вимірювання: більший шум має меншу можливість. Тут L – шкала на сегменті $[0;1]$ з природнім порядком, який заданий нерівністю $\leq$ та двома правилами композиції: додаванням, що інтерпретується як $\max$, та множенням, що інтерпретується як $\min$ [3]. В роботі [4] запропоновано шукати оптимальний оператор Гільберта-Шмідта $B: H_2 \rightarrow H_3$ як розв'язок задачі

$$\left\{ \begin{array}{l} \|BG - \Pi\| \rightarrow \min_B \\ \theta \sup_z \sup_u \min(\varphi^y(z, u), \theta l(\Pi u, d(z))) \rightarrow \max_B \end{array} \right. \quad (3)$$

тобто задачі одночасної мінімізації норми операторної нев'язки та максимізації необхідності коректності оцінювання нечіткої величини або ж інтегралу по необхідності від $l(\Pi u, d(z))$, що записаний в термінах теорії можливостей. В (3) $d(z)$ – стратегія оцінювання; $l(\Pi u, d(z))$ – можливість відсутності похибки, що виникає при виборі $d(z)$ як значення Πu для кожного значення

$u \in H_1$ (нечітке відношення коректності); θ – інволюція, що визначена в [3]; $\varphi^y(z, u)$ – сумісний розподіл нечітких величин u та z .

Поставлена задача була успішно розв’язана. Крім того, був виявлений зв’язок отриманого розв’язку з результатами розв’язування аналогічної задачі при випадкових шумах в даних [5].

Література:

1. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968, 428 с.
2. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1965, 474 с.
3. Пытьев Ю.П. Возможность. Элементы теории и применения. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 192 с.
4. Заворотний А.Л. Теоретико-можливісний підхід до задачі редукції спотвореного значення лінійного оператора до значення іншого лінійного оператора // Київ, Вісник КНУ, серія фізико-математичні науки. – 2005. – №3. – С. 268-274.
5. Белов Ю.А., Касьянюк В.С. Математичні методи і алгоритми обробки задачі інтерпретації непрямих вимірювань. – К.: Наук. світ, 2000. – 79 с.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМУ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ БІЗНЕС- ПРОЦЕСУ ПОСЕРЕДНИКА

Заславська О., Бірюков Д.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
zasla@unicyb.kiev.ua, birjukov@unicyb.kiev.ua

Досліджується декомпозиційний алгоритм розв’язання задачі оптимізації бізнес-процесу посередника. Для дослідження ефективності алгоритму сформовані серії експериментальних задач і проведені обчислення.

В [1,2] розглядається дискретна задача оптимізації бізнес-процесу посередника на ринку в наступній постановці:

$$U(\delta, \gamma, x) = \sum_{j \in J} r_j q_j \delta_j - \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_i} c_i^k \gamma_i^k x_i^k \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K_i} \gamma_i^k x_i^k = \sum_{j \in J} q_j \delta_j, \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K_i} \gamma_i^k x_i^k \leq \beta_i^*, \quad i \in I = \{1, 2, \dots, n\}, \quad (3)$$

$$\delta \in \Delta, \quad \gamma \in \Gamma, \quad x \in X, \quad (4)$$

$$\text{де } \Delta = \left\{ \delta = (\delta_1, \dots, \delta_j, \dots, \delta_m) \mid \delta_j \in \{0, 1\}, j \in J = \{1, 2, \dots, m\} \right\},$$

$$\Gamma = \left\{ \gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_n) \mid \gamma_i = (\gamma_i^1, \dots, \gamma_i^k, \dots, \gamma_i^{k_i^*}), \gamma_i^k \in \{0, 1\}, k \in K_i = \{1, 2, \dots, k_i^*\}, \right.$$

$$i \in I \left. \right\}, \quad X = \left\{ x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \mid x_i = (x_i^1, \dots, x_i^k, \dots, x_i^{k_i}), \alpha_i^k \leq x_i^k \leq \beta_i^k, \right.$$

$$x_i^k, \alpha_i^k, \beta_i^k - \text{цілі}, k \in K_i, i \in I \left. \right\}.$$

В силу специфіки задачі (цілочисельні та булеві змінні, специфічні обмеження) застосування існуючих алгоритмів для її розв'язання без модифікації не можливе [3,4]. Для розв'язання задачі запропонований спеціальний декомпозиційний алгоритм [5], орієнтований на використання її особливостей, який полягає у послідовному формуванні і вирішенні параметризованих підзадач при фіксованих значеннях векторів $\tilde{\delta} = \text{const} \in \Delta$ та $\tilde{\gamma} = \text{const} \in \Gamma$. Алгоритм реалізований як серверний додаток на основі концепції CGI, і здійснює проведення обчислень в режимі on-line. Динамічний Web інтерфейс реалізований на PHP забезпечує занесення вхідних даних і запуск оптимізаційного модуля. Інформація про замовлення накопичується в базі даних.

Метою експериментального дослідження алгоритму є виявлення параметрів, що впливають на ефективність алгоритму, визначення оптимального значення для цих параметрів (які дозволяють організувати процес створення підзадач таким чином, щоб кількість усунених підзадач була найбільшою, і усунення відбувалось на більш ранніх стадіях формування підзадач).

Показником, що характеризує ефективність алгоритму, обрано відсоток підзадач, що усуваються. Розмірність задачі визначається величинами m - кількість замовників та $M = \sum_{i \in I} k_i^*$

- кількість категорій оптових знижок. Досліджується чутливість алгоритму (зміна показника, що характеризує ефективність

алгоритму) до зміни показників, що визначають розмірність задачі.

Для дослідження ефективності алгоритму, було проведено обчислювальний експеримент, в ході якого були сформовані серії задач, проведені обчислення за допомогою досліджуваного алгоритму. Дані для серій задач генерувались в наступний спосіб: параметри α_i^k , β_i^k , c_i^k використані з табл.1, для значень $M = 4, 11$ формувались підмножини $I^1 \subseteq I$, для яких $\sum_{i \in I^1} k_i = M$, для кожної такої підмножини $I^1 \subseteq I$ генерувались серії з 20 задач при $m = \overline{10, 16}$, в яких випадково обиралась категорія $k \in K_i, i \in I^1$, рівномірно обиралося значення q_j з інтервалу $[\alpha_i^k, \beta_i^k]$ категорії $k \in K_i, i \in I^1$, потім випадково обиралося значення r_j на 5-10% менше ніж c_i^k .

Таблиця 1.

Значення параметрів категорій оптових знижок

	0	00	000	0	00	00	00	00	00
	0	00	200	0	50	00	00	00	00
	3.85	3.6	3.25	4.05	3.7	3.4	3.8	3.65	3.3

Продовження табл. 1.

i	4	4	5	5
k	1	2	1	2
α_i^k	200	500	200	600
β_i^k	400	800	350	1000
c_i^k	13.6	13.35	13.65	13.3

Жодне замовлення $j \in J$, що має параметри q_j , r_j , згенеровані у вище вказаний спосіб, не може бути задоволено виробниками безпосередньо.

За результатами експерименту побудовані тривимірні графіки (поверхні), що відображають залежності найкращих, середніх та найгірших показників ефективності алгоритму від розмірності задач (по кожній серії задач) та середнього часу розв'язання задач.

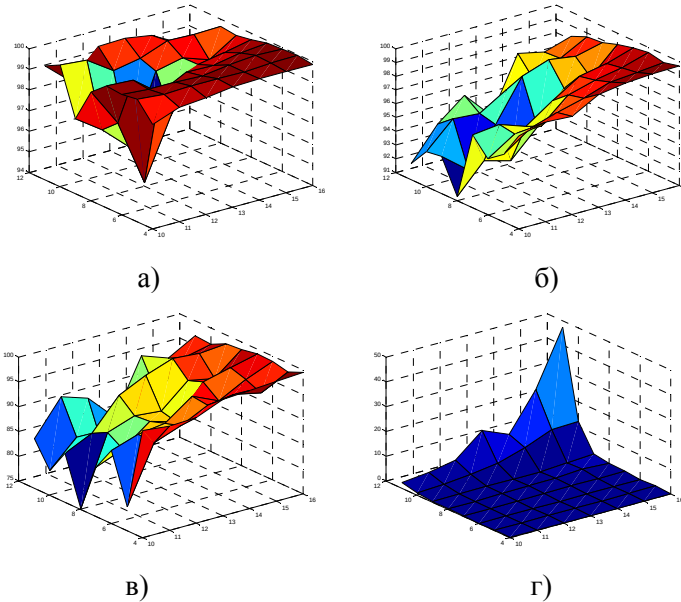


Рис. Значення відсотка усунених підзадач в залежності від розмірності задачі по кожній серії задач
а) найкращі, б) середні, в) найгірші,
середній час розв'язання задачі з кожної серії в залежності від розмірності задач серії г)

При дослідженні серії згенерованих задач було виявлено, що досліджуваний параметр варіюється в межах 1–10%, що відповідає 91–99% підзадач, що усуваються, від їх загального числа.

Висновки. В ході експериментальних досліджень декомпозиційного алгоритму розв'язання задачі оптимізації прибутку посередника з цілочисельними та булевими змінними при специфічних обмеженнях встановлені фактори, що впливають на роботу алгоритму. В результатах експериментального дослідження

при різних значеннях $M = \overline{4,11}$ і $m = \overline{10,16}$ спостерігається збільшення відсотку підзадач, що усуваються при збільшенні значень параметрів задачі. Застосування тривимірних поверхонь для графічного представлення результатів дозволило розглянути залежність відносно одразу двох параметрів задачі (кількості замовників та кількості категорій оптових знижок).

Результати обчислювальних експериментів свідчать про можливість ефективного використання програмної реалізації розробленого алгоритму, як частини програмної системи підтримки прийняття рішень посередником в оптовій торгівлі.

Література:

- [1] Заславська О.В. Моделі прийняття рішень в оптовій торгівлі // Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки.–2005.– №3.–с. 275-280.
- [2] Заславська О.В. Декомпозиційний алгоритм оптимізації прибутку посередника // Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки.–2005.–№4.- с. 163-169.
- [3] Исследование операций: В 2-х томах. Пер. с англ. / Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби.- М.: Мир, 1981.- Т.1. 712 с.
- [4] Таха Х. Введение в исследование операций: В 2-х книгах. Кн.1. Пер. с англ.- М.: Мир, 1985.-479 с.
- [5] Заславська О.В., Доленко Г.О. Багатокритеріальна задача оптимізації діяльності посередника в оптовій торгівлі // Вісник Київського університету. Серія: Кібернетика.– 2006.–№7.-с.15-19.

МЕХАНІЗМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ РЕАЛІЗАЦІЇ КІОТСЬКОГО ПРОТОКОЛУ

Заславський В.А., Пасічна М.В., Бех О.П.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

zas@unicyb.kiev.ua,

maypas@gmail.com, al.bekh86@mail.ru

Більшість країн світу, в тому числі і Україна, є сторонами Рамкової Конвенції ООН про зміну клімату та Кіотського протоколу - основних правових угод, які забезпечують основу для реагування на зміну клімату та обмежують викиди в атмосферу парникових газів. Кіотського протоколу набрав чинності 16 лютого 2005р. після реалізації головної умови - його ратифікації не менше ніж 55-ма країнами, відповідальними за 55% викидів CO_2 [1,2].

Участь України в зазначених угодах пояснюється тим, що Україна володіє другим (після Російської Федерації) потенціалом скорочень викидів парникових газів в Європі. Цей потенціал може мати значну вартість і, з огляду на його величину, ця вартість дорівнюватиме багатьом мільярдам Євро. Перед країнами постає питання про шляхи отримання коштів та належне управління цим ресурсним та фінансовим потенціалом. Схеми реалізації потенціалу скорочень викидів парникових газів та методи прийняття рішень при управлінні даним вуглецевим потенціалом і пропонує Кіотський протокол через «гнучкі» механізми.

Кінцевою метою Рамкової Конвенції ООН про зміну клімату є стабілізація концентрацій парникових газів у атмосфері на такому рівні, який не допускав би небезпечного антропогенного впливу на кліматичну систему Землі. Особливістю Кіотського протоколу є кількісне закріплення за країнами зобов'язань стосовно зменшення викидів парникових газів. Основними зобов'язаннями нашої країни за цими міжнародними угодами є:

- ✓ модернізація найбільш енергоємних галузей промисловості з метою зниження викидів парникових газів в атмосферу;
- ✓ облік і контроль викидів і квот на викиди та випуск і регулювання «обороту» квот - дозволів на викиди.

Для реалізації зобов'язань за Кіотського протоколу передбачено три «гнучкі механізми»:

- ✓ торгівля квотами на викиди парникових газів;
- ✓ спільне впровадження;
- ✓ механізм чистого розвитку.

Для України актуальними є механізм торгівлі квотами та проекти спільного впровадження. Повноцінна реалізація «механізмів» Кіотського протоколу вимагає не тільки створення певних правових, організаційних і фінансових засад їх здійснення, а також розробки математичних моделей та методів їх реалізації, які враховують специфіку вуглецевого ринку, інформаційне забезпечення та можливості автоматизації процесів прийняття рішень.

Реалізація механізмів Кіотського протоколу повинна охоплювати якнайбільше галузей економіки України, підприємств, країн-партнерів, а також використовувати міжнародний досвід співпраці в цій сфері.

Доповідь присвячена формалізації процесів прийняття рішень в рамках Кіотського протоколу як багатоетапних процесів прийняття рішень в ієрархічних системах.

Література:

1. Великанов М.А., Львовский Г.М., Палмизано Дж.. Взгляд на международную торговлю углеродными эмиссиями с точки зрения стран с переходной экономикой. - Москва-Вашингтон-Лондон, 2007
2. Глобальні зміни клімату: економіко-правові механізми імплементації Кіотського протоколу в Україні / За ред. В.Я.Шевчука. – К.: Геопринт, 2005. - 30 с.

**К ВОПРОСУ ОБОБЩЕНИЯ ПРОЦЕДУРЫ
ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ НА
УПРАВЛЯЕМЫЕ ПОЛУМАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ
С ДОХОДАМИ**

А.И. Иванешкин

Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем UNESCO

Простота метода динамического программирования, основы которого были заложены Р. Беллманом и Р.А. Ховардом [1] и который часто рассматривается как удачная и удобная в практическом отношении модификация симплекс метода, обеспечила широкую область его применения.

Описание работы стохастического объекта последовательной, скачкообразной сменой наделенных полумарковским свойством состояний $\alpha \in H$ случайного процесса $\xi(t)$, стало причиной использования в качестве эффективного математического аппарата их анализа процессов марковского восстановления (ПМВ) [2]. Главной особенностью ПМВ является то, что все свойства траекторий, порождаемых ими скачкообразных процессов, вытекают из свойств задающего их полумарковского ядра $Q(t, \alpha, \beta)(\alpha, \beta \in H)$. Это позволяет выписать ряд интегральных уравнений марковского восстановления, служащих основой при определении важных характеристик $\xi(t)$. Можно показать, что в стационарном случае одно из них трансформируется в более общую форму основной

системы линейных уравнений динамического программирования (СЛАУ ДП), пригодную для исследования многопараметрических форм управления ресурсами исследуемого объекта.

В работе получена наиболее общая форма основной СЛАУ ДП, позволяющая осуществлять (квази)оптимальное управление объектами, процесс функционирования которых описывается управляемым полумарковским процессом $\xi(t)$ с вложенной цепью Маркова $\xi_n = \xi(\tau_n + 0), \tau_n \in [0, t)$ и фазовым пространством состояний $H \times [0, \infty)$, представляющим единственный эргодический класс.

Используя понятие считающего процесса [2], вводя зависящую от t и состояния процесса $\xi(t)$ в этот момент времени вещественную функцию $a(0, t, \xi(t))$, определяется аддитивный

$$\text{функционал } A_\alpha(t) = \int_0^t a(0, \tau, \xi(\tau)) d\tau, \xi(0) = \alpha, \alpha \in H$$

математическое ожидание которого обозначается $l_\alpha(t)$.

Применяя аппарат ПМВ [2] и понятие первого скачка $\alpha \rightarrow \beta (\beta \in H)$ процесса $\xi(t)$ на интервале перехода $\theta_\alpha (0 < \theta_\alpha \leq t)$, выписано уравнение для $l_\alpha(t)$, играющего роль критерия при оценке экономической целесообразности применения допустимых стратегий $s \in S$ управления процессом $\xi(t)$ в случае воздействия на систему совокупности "доходных" и "убыточных" факторов. К таковым отнесены:

1) доход за обслуживание. Его величина определяется типами заявок и устройств на которых происходит обслуживание, а также затраченным временем;

2) убытки от простоя устройств обслуживания, а также заявок и незанятых мест в блоках буфера, от проведения мероприятий по восстановлению устройств и потерь требований по причине отсутствия места в соответствующем блоке буфера, от старения содержащейся в заявках информации за время ожидания начала обслуживания или пребывания в системе, от прерывания процесса обслуживания заявок и снижения ценности содержащейся в них информации ввиду ограниченного срока ее пригодности, от настройки устройств при смене типа поступающей на обслуживание заявки и после восстановительных работ.

Особенности реализации в определенные моменты времени связанных с показателями событий, разделила приведенную совокупность на две группы:

- "континуальные c -события". Не изменяя дискретной компоненты состояния, происходят непрерывно на протяжении промежутков времени θ_n и обуславливают линейно растущие по времени доходо-убытки (доходы+убытки), связанные с амортизацией устройств, ожиданием, восстановлением, простоями и т.д.;

- "дискретные δ -события". Возникают в особые моменты $\{t_i^j\}_j$ и, имея "нулевую" длительность $\delta(t - t_i^j)$, обуславливают расходы на управление. Изменив дискретную компоненту состояния и вызвав соответствующую реакцию поведения системы, они мгновенно исчезают, возвратив систему в исходное α -состояние и скачкообразно изменив доходо-убыток.

Если $a(0, t, \xi(t))$ характеризует общий (суммарный) уровень доходо-убытков, получаемых системой на интервале времени наблюдения $[0, t)$, содержащем n переходов, то в стационарном случае и при достаточно большом n , имеет место

$$l_\alpha(n+1) = \sum_{\beta} \left[\int_0^\infty \int_0^\tau \left(\varphi(u, \alpha) + \sum_{j=1}^{k_0} \psi(\tau_0^j) \delta(u - \tau_0^j) \right) du \right] Q(d\tau, \alpha, \beta) + \sum_{\beta} P_{\alpha\beta} l_\beta(n),$$

$$\beta \in H,$$

где $P = \|P_{\alpha\beta}\|$, $P_{\alpha\beta} = \lim_{x \rightarrow \infty} Q(x, \alpha, \beta)$, $\delta(t - t_n^j)$ – функция Дирака, $\varphi(t, \xi_n)$ и $\psi(\xi_n)$ – компоненты, отвечающие соответственно за "континуальную" и "дискретную" составляющие и имеющие носитель $[\tau_n, \tau_{n+1})$.

Если символом z обозначить удельные (в единицу времени) доходо-убытки исследуемой системы, а v_α – вес состояния $\alpha \in H$, то для марковских стратегий управления $s \in S$ приведенное выше выражение можно преобразовать к виду

$$v_\alpha + zT_\alpha^s = \sum_{\beta} \left(\int_0^\infty \int_0^\tau \left(\varphi^s(u, \alpha) + \sum_{j=1}^{k_0} \psi^s(\tau_0^j) \delta(u - \tau_0^j) \right) du \right) Q_\alpha^s(d\tau, \alpha, \beta) + P_{\alpha\beta}^s v_\beta$$

Обозначая T^* общую среднюю длительность шагового перехода, имеем

$$z = \operatorname{opt}_{s \in S} \left\{ \sum_{\alpha \in H} \pi_{\alpha}^s \left[\sum_{\beta} \left(\int_0^{\tau} \int_0^{\tau} R(u, \alpha, \beta, s) du \right) Q_{\alpha}^s(d\tau, \alpha, \beta) \right] / \sum_{\gamma \in H} \pi_{\gamma}^s \left(\int_0^{\infty} (1 - G_{\gamma}^s(t)) dt \right) \right\}.$$

Здесь
$$R(u, \alpha, \beta, s) = \varphi^s(u, \alpha) + \sum_{j=1}^{k_0} \psi^s(\tau_0^j) \delta(u - \tau_0^j),$$

$$\pi_{\gamma}^s = \sum_{\beta} \pi_{\beta}^s P_{\beta\gamma}^s, \quad T_{\gamma}^s = \int_0^{\infty} (1 - G_{\gamma}^s(t)) dt - \text{среднее время пребывания}$$

системы в состоянии γ при использовании $s \in S$ стратегии управления, $T^* = \sum_{\gamma \in H} \pi_{\gamma}^s T_{\gamma}^s$ и $\beta, \gamma \in H$.

Выведенная СЛАУ ДП реализована в созданном моделирующем комплексе.

Литература:

1. Ховард Р.А. Динамическое программирование и марковские процессы. – М.: Сов. радио, 1964. – 192 с.
2. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их применение. – К.: Наук. думка, 1976. – 181 с.

СТАТИСТИЧНІ ЗАКОНОМІРНОСТІ У СИСТЕМАХ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Іваненко В.І.

Національний технічний університет КПІ

vivan@zeos.net

1. Поняття системи прийняття рішень як пари, що виникає, коли той, хто приймає рішення, опиняється в ситуації, яка вимагає прийняття рішення. Евристична модель системи.
2. Випадкові у широкому сенсі масові явища та їх статистичні закономірності.
3. До вибору критерію оптимальності у системах прийняття рішень.

Література:

1. Колмогоров А.Н., О логических основаниях теории вероятности. В сб. Теория вероятностей и математическая статистика, М., Наука, 1985

2. Де Грот М. Оптимальные статистические решения. – М.: Мир, 1974. – 419 с.
3. Иваненко В.И., Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. – Киев: Наукова думка, 1990. – 135 с.
4. Ivanenko V., Munier B. Decision Making in random in a broad sense environments. Kluwer AP./Theory and Decision, 2000, 49: 127–150.
5. Ivanenko V., Labkovskii V. Experiment in the general decision problem. Springer/Theory and decision, 2005, 57: 309–330

ДО ПОХОДЖЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ В ЗАДАЧАХ РІШЕНЬ

**Іваненко В.І., КПП, Київ, Михалевич В.М., УКМА, Київ
vivan@zeos.net**

Задачі прийняття рішень розглядаються переважно як оптимізаційні задачі, тобто як задачі вибору оптимальних рішень. Множину таких задач принципово необхідно розділити на два підкласи: задачі рішень без невизначеності, або так звані детерміністичні задачі, і задачі рішень з невизначеністю. Для такої класифікації необхідно знайти критерій наявності невизначеності у задачах рішень.

Задачі прийняття рішень виникають у ситуаціях з присутнім явно параметром (параметрична форма), а також у ситуаціях, де цей параметр явно відсутній (непараметрична форма).

Для задач рішень у непараметричній формі отриманий критерій наявності невизначеності. Доведено, що множини параметричних і непараметричних задач рішень співпадають.

Це дає змогу також отримати критерій наявності невизначеності і для задач в параметричній формі.

Література:

1. Де Грот М. Оптимальные статистические решения. – М.: Мир, 1974. – 491 с.
2. Иваненко В.И., Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. – Киев: Наукова думка, 1990. – 135 с.
3. Ivanenko V., Munier B.. Decision Making in random in a broad sense environment. Kluwer AP./ Theory and Decision, 49, 2000: 127-150.
4. Ivanenko V., Labkovskii V.. Experiment in the general decision problem. Springer/ Theory and decision, 57, 2005: 309-330.
5. Льюис Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. – М.: ИЛ, 1961. – 642 с.

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ПОЧАТКОВИХ СТАНІВ В НЕВИЗНАЧЕНИХ НЕЧІТКИХ СИСТЕМАХ

Євген В Івохін., Лариса Т. Аджубей

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
ivohin@univ.kiev.ua

Використання нечітких та невизначених нечітких множин для опису станів систем з невизначеностями надало можливість розглядати динаміку подібних систем та вивчати якісну поведінку процесів їх функціонування.

Однією з проблем, що є перешкодою для залучення традиційних математичних методів обробки, є визначення дії внутрішніх та зовнішніх факторів на зміну станів нечітких систем. Більшість авторів, що досліджують дану тематику, виходять з представлення нечіткої та невизначеної нечіткої множини у вигляді сукупності чітких множин рівня.

В даній роботі запропоновано розглядати динаміку невизначених нечітких різницевих систем з урахуванням наявності нечіткості в описі моделей динамічних систем. Досліджуються невизначені нечіткі різницеві моделі

$$\tilde{X}(t_{k+1}) = F(t_k) \circ \tilde{X}(t_k) \quad (1)$$

де $\tilde{X}(t_k) = \tilde{X}_k = \{(x(t_k), \mu(x(t_k))), \tau(x(t_k), \mu(x(t_k)))\}, x \in X$ - нечіткі невизначені множини станів динамічних систем, $\circ$ - операція композиції, $F(t_k)$ - деякі невизначені нечіткі відображення, що визначають переходи системи, $k = 0, 1, 2, \dots$ $\tilde{X}(t_0) = \tilde{X}_0$.

Для моделювання динаміки запропоновано розглянути декілька схем дії оператора $F(t)$. Для змодельованих процесів досліджено динаміку розв'язків системи (1). За нечіткими даними про вихід системи, який реалізувався, для невизначеної нечіткої різницевої системи (1) розв'язано задачу спостереження множини початкових станів, сумісних з заданим виходом.

Розглянемо динаміку об'єкту за різними рівняннями достовірності $\beta \in [0, 1]$. Припустимо, що для невизначених нечітких множин $\tilde{X}_k, k = 0, 1, 2, \dots$ виконується умова:

$$\tilde{X}_k = \bigcup_{\beta \in [0,1]} \tilde{X}_k^\beta, k = 0,1,2,\dots, \quad (2)$$

де $\tilde{X}_k^\beta, k = 0,1,2,\dots$ – невизначені нечіткі множини з рівнем достовірності $\tau(x, \mu(x)) = \beta, \beta \in [0,1]$.

Інформація, про реалізовані стани системи (1) задається у вигляді послідовності невизначених нечітких множин $\tilde{Y}_k, k = 0,1,2,\dots$. Аналогічно (2) представимо ці множини за рівнем достовірності:

$$\tilde{Y}_k = \bigcup_{\beta \in [0,1]} \tilde{Y}_k^\beta, k = 0,1,2,\dots, \quad (3)$$

де $\tilde{Y}_k^\beta, k = 0,1,2,\dots$ – невизначені нечіткі множини з рівнем достовірності $\tau(x, \mu(x)) = \beta, \beta \in [0,1]$.

Нехай $\tilde{X}_k^\beta, k = 0,1,2,\dots$ нормовано регулярні нечіткі множини. Послідовність $\tilde{Y}_k^\beta, k = 0,1,2,\dots$ будемо називати реалізованим виходом з рівнем достовірності $\beta \in [0,1]$, що породжується реалізованими нечіткими станами $\tilde{X}_k^\beta, k = 0,1,2,\dots$.

Твердження 1. Для довільного виходу $\tilde{Y}_k^{\beta*}, k = 0,1,2,\dots, \beta \in [0,1]$ з рівнем достовірності $\beta \in [0,1]$ існує відповідного рівня достовірності траєкторія системи (1) з нормовано регулярним початковим станом, яка сумісна з заданим виходом.

Твердження 2. Справедливе співвідношення:

$$E_R^n = \bigcup_{\beta \in [0,1]} E_{\beta R}^n,$$

де E_R^n – регулярна невизначена нечітка множина початкових станів, сумісних з заданим виходом

$$\tilde{Y}_k^* = \bigcup_{\beta \in [0,1]} \tilde{Y}_k^{\beta*}, k = 0,1,2,\dots.$$

**ПРО АСИМПТОТИЧНУ ПОВЕДІНКУ ЧИСЛА
ВИДАЛЕНИХ РЕБЕР У ПРОЦЕДУРІ ВІДОКРЕМЛЕННЯ
КОРЕНЯ ВИПАДКОВОГО РЕКУРСИВНОГО ДЕРЕВА**

Олександр Іксанов

Київський національний університет

iksan@unicyb.kiev.ua

Позначимо через X_n число видалених ребер у процедурі відокремлення кореня випадкового рекурсивного дерева з n вершинами. Наведений нижче результат розв'язує проблему асимптотичної поведінки розподілів випадкових величин X_n , що залишалася відкритою з 1974 року.

Теорема 1. При $n \rightarrow \infty$ послідовність $\frac{\ln^2 n}{n} X_n - \ln n - \ln \ln n$ слабо збігається до стійкого розподілу μ з характеристичною функцією $\int_R e^{itx} \mu(dx) = \exp(it \ln |t| - (\pi/2) |t|)$, $t \in R$.

Розподіли в.в. $\{X_n : n \in N\}$ визначаються за допомогою рекурсії

$$X_n = X_{n-D_n} + 1, \quad n = 2, 3, \dots, \quad X_1 = 0, \quad (1)$$

де в.в. D_n не залежить від $\{Y_2, \dots, Y_{n-1}\}$ і має розподіл

$$P\{D_n = k\} = \frac{n}{n-1} \frac{1}{k(k+1)}, \quad k = \overline{1, n-1}.$$

Тому теорему 1 можна розглядати як твердження про слабку збіжність рекурсії (1).

У доповіді будуть також наведені результати про асимптотичну поведінку рекурсій

$$Y_n = Y_{n-I_n} + 1, \quad n = 2, 3, \dots, \quad Y_1 = 0,$$

де в.в. I_n не залежить від $\{Y_2, \dots, Y_{n-1}\}$ і має розподіл

$$P\{I_n = k\} = \frac{p_k}{p_1 + \dots + p_{n-1}}, \quad k = \overline{1, n-1}$$

для деякого власного невідродженого розподілу $\{p_k : k \in N\}$, зосередженого на натуральних числах. Такі рекурсії є узагальненнями (1).

Література:

1. Drmota M., Iksanov A., Moehle M., Roesler, U. A limiting distribution for the number of cuts needed to isolate the root of a random recursive tree, 2006, preprint.
2. Iksanov A., Moehle M. A probabilistic proof of a weak limit law for the number of cuts needed to isolate the root of a random recursive tree, Elect. Comm. in Probab., 2007, V. 12, p.36-43.
3. Iksanov A., Moehle, M. On a random recursion related to absorption times of death Markov chains, 2007, preprint.

ПРО МОМЕНТИ ПОГЛИНАННЯ У ВИПАДКОВОМУ БЛУКАННІ З ЗАБОРОНАМИ

О.М.Іксанов, П.А. Негадайлов

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

iksan@unicyb.kiev.ua, npasha@list.ru

Нехай ξ - випадкова величина, що має власний розподіл і приймає натуральні значення. Позначимо

$$p_k := P\{\xi = k\}, k = 1, 2, \dots$$

Надалі будемо припускати, що $p_1 > 0$.

Для кожного $n \in \mathbb{N}$ визначимо випадкове блукання з заборонами $R_0^{(n)} := 0$ та

$$R_k^{(n)} := R_{k-1}^{(n)} + \xi_k 1_{\{R_{k-1}^{(n)} + \xi_k < n\}}, k \in \mathbb{N},$$

де $\xi_k, k = 1, 2, \dots$ незалежні копії випадкової величини ξ . Для кожного $n \in \mathbb{N}$ визначимо момент поглинання

$$T_n := \inf\{k \in \mathbb{N} : R_k^{(n)} = n - 1\} = \sum_{k=1}^{\infty} 1_{\{R_{k-1}^{(n)} + \xi_k < n-1\}} + 1.$$

Зазначимо, що $T_1 = 1$ м.н.

Лема 1. Для кожного фіксованого $n \in \mathbb{N}$ випадкова величина T_n скінчена майже напевно.

Визначимо випадкову величину N_n :

$$N_n := \inf \{k > 0 : \sum_{l=1}^k \xi_k \geq n\}.$$

Теорема 1. Для всіх $n \in \mathbb{N}$ виконується рівність

$$T_n \stackrel{d}{=} N_n + T'_{Y_n} - 2 \cdot 1_{\{Y_n=1\}}, \quad (1)$$

де $Y_n = n - \sum_{k=1}^{N_n-1} \xi_k$, а $\{T'_n, n \in \mathbb{N}\}$ має такий же розподіл, як $\{T_n, n \in \mathbb{N}\}$ і не залежить від (N_n, Y_n) .

Теорема 2. Нехай при $\alpha \in (0,1)$ виконується умова

$$\sum_{k=1}^n p_k \sim n^{-\alpha} L(n), n \rightarrow \infty, \quad (2)$$

де $L(n)$ - функція, що повільно змінюється на нескінченності. Тоді

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L(n)}{n^\alpha} \mathbb{E} T_n = \frac{\Gamma(1-\alpha)\Gamma(1+\alpha)}{\Gamma(1-\alpha)\Gamma(1+\alpha)-1}. \quad (3)$$

Теорема 3. Нехай виконується (1) для $\alpha \in (0,1)$, тоді

$$\frac{T_n}{a(n)} \xrightarrow{d} \int_0^\infty e^{-X(t)} dt, n \rightarrow \infty, \quad (4)$$

де $a(n) := n^{-\alpha} L(n)$, а $\{X(t)\}_{t \geq 0}$ субординатур з мірою Леві

$$\nu(dt) = \frac{e^{-t/a}}{(1-e^{-t/a})^{a+1}} dt, t > 0.$$

Література:

- [1] Bingham N.H., Goldie C.M. and Teugels, J.L. Regular variation. // Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [2] Iksanov A., Moehle, M. A probabilistic proof of a weak limit law for the number of cuts needed to isolate the root of a random recursive tree. // Elect. Comm. in Probab. 2007, 12, 36-43.
- [3] Alsmeyer, G., Iksanov, A. and Roesler, U. On distributional properties of perpetuities. Submitted to J. Theor. Prob. 2007.

**АБСОЛЮТНА НЕПЕРЕРВНІСТЬ РОЗПОДІЛУ НЕРУХОМИХ
ТОЧОК ЗГЛАДЖУЮЧИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ**

О.М.Іксанов, С.В. Полоцький

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

iksan@unicyb.kiev.ua, pilot_ser@mail.ru

Нехай S – точковий процес з точками $\{x_i, i = \overline{1, J}\}$.
Кількість точок J нескінченна м.н. або з додатною ймовірністю.

Покладемо $Y_i := e^{x_i}$. Перетворення

$$T: P^+ \rightarrow P^+ \cup \{\delta_\infty\}; L(Z) \mapsto L\left(\sum_{i=1}^J Y_i Z_i\right),$$

де $\{Z_i, i = \overline{1, J}\}$ – незалежні копії випадкової величини Z

називається згладжуючим перетворенням.

Розподіл невід’ємної випадкової величини W називається
нерухомою точкою згладжуючого перетворення, якщо виконується
рівність розподілів

$$W = \sum_{i=1}^J Y_i W_i, \quad (1)$$

де $\{W_i, i = \overline{1, J}\}$ – незалежні копії випадкової величини W ,
незалежні також від $\{Y_i, i = \overline{1, J}\}$.

Через $\varphi(t)$ позначимо характеристичну функцію (х.ф.)
випадкової величини W . Тоді рівність (1) перепишеться у вигляді

$$\varphi(t) = E \prod_{i=1}^J \varphi(Y_i t). \quad (2)$$

Теорема 1. Припустимо, що для деякого $a > 0$ та деякого Y_i
виконується умова

$$E Y_i^a < \infty,$$

тоді для деякого $p \in [0, 1)$

$$P\{W \in dx\} = p \delta_0(dx) + (1 - p) \mu(dx),$$

де μ – абсолютно неперервний розподіл.

Для випадку $J < \infty$ м.н. результат відомий [1]. Тому вважаємо, що

$$P\{J = \infty\} > 0.$$

Лема 1. Якщо виконується $P\{J = \infty\} > 0$, то

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\phi(t)| = 0.$$

Лема 2. Нехай f – невід’ємна, обмежена функція, що визначена для невід’ємного аргументу та A додатна в.в. такі, що для деяких $p \in (0,1), t_0 \geq 0$ та усіх $t \geq t_0$ виконується наступна нерівність

$$f(t) \leq pEf(At).$$

Тоді якщо для деякого $a > 0$ $pE(A^{-a}) < 1$, то

$$f(t) = O(t^{-a}), t \rightarrow \infty$$

Література:

[1] Liu Q. Asymptotic properties of supercritical age-depend branching processes and homogeneous branching random walks. // Stoch. Proc. Appl. – 1999. – V. 82, № 1. – P. 61-87.

[2] Liu Q. Asymptotic properties and absolute continuity of laws stable by random weighted mean. // Stoch. Proc. Appl. – 2001. – V. 95, № 1. – P. 83-107.

ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ В СИСТЕМАХ ЗІ ЗМІНОЮ ВИМІРНОСТІ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ МЕТОДАМИ ПРАКТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ

Ілащук М., Сопронюк Є.Ф.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
mpcc@chnu.cv.ua

Розглянемо наступну задачу:
знайти мінімум функціонала

$$\begin{aligned} & I(\alpha^{(1)o}, \alpha^{(2)o}, \dots, \alpha^{(N)o}) = \\ & = \min_{\alpha^{(1)} \in G_{a^{(1)}}, \dots, \alpha^{(N)} \in G_{a^{(N)}}} \max_{x^{(N)} \in \Phi_N(t_N, \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(N)})} x^{(N)T}(t_N) Q_N x^{(N)}(t_N), \quad (1) \end{aligned}$$

на траєкторіях лінійної системи

$$\frac{dx^{(j)}(t)}{dt} = A_j(t)x^{(j)}(t) + B_j(t)\alpha^{(j)}, \quad t \in \tau_j \quad (2)$$

за умов зміни вимірності фазового простору

$$x^{(j)}(t_{j-1}) = C_j x^{(j)}(t_{j-1}^-), \quad j = \overline{1, N}, \quad (3)$$

на проміжку $[T_0, T_1]$ з розбиттям $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ ($\tau_j = [t_{j-1}, t_j]$),

$j = \overline{1, N-1}$, $\tau_N = [t_{N-1}, t_N]$), де $x^{(j)}(t)$ – вектор фазового стану системи (2) розмірності n_j , $\alpha^{(j)}$ – вектор параметрів оптимізації

розмірності r_j з опуклої компактної множини $G_{\alpha^{(j)}} \in E^{r_j}$, $A_j(t)$ –

квадратна матриця порядку n_j , $B_j(t)$ – прямокутна матриця

розмірності $n_j \times r_j$, причому елементи цих матриць такі, що

розв'язок (2) існує і єдиний для всіх t , $t \in \tau_j$, C_j – прямокутні

сталі матриці розмірності $n_j \times n_{j-1}$ такі, що $\det(C_j^T C_j) \neq 0$, $j = \overline{1, N}$.

Нехай $\Phi_0 = \{x_0^{(1)} : x_0^{(1)T} Q_0 x_0^{(1)} \leq c^2\}$ – множина початкових станів

системи (2), $x^{(N)} = x^{(N)}(t_N) \in \Phi_N(t_N, \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(N)})$, Q_0, Q_N – задані

симетричні додатно визначені матриці,

$$\Phi_N(t_N, \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(N)}) = \{x^{(N)} : x^{(N)} = x^{(N)}(t_N, x_0^{(1)}, \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(N)}), x_0^{(1)} \in \Phi_0\}.$$

За цих умов одержимо

$$x^{(1)}(t_0) = V_{1N}(t_0, t_N) x^{(N)}(t_N) + \sum_{k=1}^N \int_{t_k}^{t_{k-1}} V_{1k}(t_0, \tau) d\tau \alpha^{(k)}, \quad (4)$$

де

$$V_{jk}(t_{j-1}, t) = X_j(t_{j-1}, t_j) (C_{j+1}^T C_{j+1})^{-1} C_{j+1}^T X_{j+1}(t_j, t_{j+1}) \dots (C_k^T C_k)^{-1} C_k^T X_k(t_{k-1}, t)$$

при $t \in \tau_k$,

$$V_{1N}(t_0, t_N) = X_1(t_0, t_1) (C_2^T C_2)^{-1} C_2^T X_2(t_1, t_2) \dots (C_N^T C_N)^{-1} C_N^T X_N(t_{N-1}, t_N),$$

$X_j(t, \tau)$ – фундаментальна матриця, яка є розв'язком матричної

задачі Коші

$$\frac{dX_j(t, \tau)}{dt} = A_j(t)X_j(t, \tau), \quad X_j(\tau, \tau) = E_j, \quad \tau \leq t, \quad t \in \tau_j, \quad \tau \in \tau_j, \quad j = \overline{1, N}.$$

Подамо множину $\Phi_N(t_N, \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(N)})$ у наступному вигляді:

$$\Phi_N(t_N, \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(N)}) = \left\{ x^{(N)} : x^{(N)T} Q x^{(N)} + 2 \sum_{k=1}^N \alpha^{(k)T} P_k x^{(N)} + \sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=1}^N \alpha^{(k_1)T} R_{k_1 k_2} \alpha^{(k_2)} \leq c^2 \right\},$$

де

$$Q = V_{1N}^T(t_0, t_N) Q_0 V_{1N}(t_0, t_N), \quad P_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} B_k^T(\tau) V_{1k}^T(t_0, \tau) d\tau Q_0 V_{1N}(t_0, t_N),$$

$$R_{k_1 k_2} = \int_{t_{k_1}}^{t_{k_1+1}} B_{k_1}^T(\tau) V_{1k_1}^T(t_0, \tau) d\tau Q_0 \int_{t_{k_2}}^{t_{k_2+1}} B_{k_2}(\tau) V_{1k_2}(t_0, \tau) d\tau.$$

Далі, застосовуючи методи практичної стійкості, одержано явний вигляд максимуму квадратичної форми $a^2 = x^{(N)T}(t_N) Q_N x^{(N)}(t_N)$ на траєкторіях системи (2) за умов (3), якщо початкові умови належать множині $\Phi_0 = \{x_0^{(1)} : x_0^{(1)T} Q_0 x_0^{(1)} \leq c^2\}$. Отже, розв'язування задачі зведено до визначення мінімуму функції $a = a(\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(N)})$ по векторах параметрів $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(N)}$. Для цього знаходимо градієнти співвідношень, які визначають значення $\pm \sqrt{a^2}$, по параметрах $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(N)}$ і прирівнюємо їх до нуля. Одержуємо систему нелінійних у загальному випадку рівнянь, розв'язавши яку, одержимо значення векторів параметрів $\alpha^{(1)o}, \alpha^{(2)o}, \dots, \alpha^{(N)o}$, що визначають шуканий розв'язок.

ВІДТВОРЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ НА ОСНОВІ НЕЛІНІЙНИХ НАБЛИЖЕНЬ ДЕЯКИХ ВИДІВ

Каленчук-Порханова А.О., Вакал Л.П.

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАНУ

e-mail: ioanna@public.icyb.kiev.ua

На практиці часто виникає необхідність вирішення задачі відтворення дискретно заданих функціональних залежностей. Особливість цієї задачі полягає в тому, що значення функції відомі тільки у невеликій кількості точок, а потрібно знайти її значення в довільній точці з області визначення. Слід зазначити, що це

особливо актуально, коли проведення додаткових вимірювань або пов'язане зі значними фінансовими витратами, або взагалі неможливе, наприклад, при дослідженні деяких природних процесів. Такі задачі часто виникають в нафтопромисловій геології, оскільки найбільш поширені методики прогнозування покладів вуглеводнів та управління процесом їх розробки базуються на побудові для кожного з параметрів, що спостерігаються, функціональних залежностей і подання їх у зручній для аналізу графічній формі.

При вирішенні задачі відтворення функціональних залежностей можуть ефективно використовуватися математичні методи теорії апроксимації функцій, при цьому дискретно задана на сітці функція $f(x)$ апроксимується деяким лінійним або нелінійним виразом $F_n(x; A)$, $A = (a_0, a_1, \dots, a_n)$, і за наближене значення функції f у довільній точці x_i з області визначення приймається значення апроксимуючого виразу $F_n(x_i; A)$.

Для забезпечення високої гарантованої точності відтворення значень функціональної залежності $f(x)$ в усій області наближення доцільно взяти апроксимант $F_n(x; A)$, який є найкращим рівномірним наближенням для $f(x)$.

Знаходження найкращих рівномірних наближень нелінійними виразами у загальному випадку пов'язане зі значними труднощами. Але визначення параметрів нелінійних наближень деяких видів може бути зведене на основі обмінних теорем до знаходження параметрів поліноміальних наближень для деякої допоміжної функції $t(x)$ [1]. Це стосується найкращих рівномірних відносних наближень експоненціальним виразом

$$F_n(x; A) = a_0 g(x) \exp\left(\sum_{i=1}^n a_i x^i\right) \quad (1)$$

та виразом виду

$$F_n(x; A) = g(x) \left[a_n \left(x^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i \right) \right]^{1/l}, \quad (2)$$

а також найкращого абсолютного наближення логарифмічним виразом

$$F_n(x; A) = \ln\left(\sum_{i=0}^n a_i x^i\right). \quad (3)$$

Функція $g(x)$ має бути неперервною і не дорівнювати нулю на

проміжку наближення.

Для визначення параметрів найкращих рівномірних наближень нелінійними виразами (1)-(3) розроблені відповідні алгоритми. Вони мають два входи: перший - за числом коефіцієнтів n апроксимуючого виразу $F_n(x; A)$ і другий - за заданою похибкою наближення. Ці алгоритми дозволяють отримати найкраще наближення усього за кілька ітерацій. Обчислювальна схема алгоритмів в загальних рисах є такою: перевіряється виконання необхідних умов відповідних обмінних теорем щодо функцій $f(x)$ та $g(x)$; обчислюються значення функції $t(x)$ у точках сітки (для виразу (1) -

$$t(x) = \ln \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right|, \text{ для виразу (2) - } t(x) = \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]^l \text{ і для виразу (3) -}$$

$t(x) = \exp(f(x))$); знаходяться параметри найкращого рівномірного поліноміального наближення для функції $t(x)$ і, нарешті, за відповідними формулами перерахунку визначаються параметри найкращого наближення нелінійним виразом $F_n(x; A)$ функції $f(x)$. Для знаходження параметрів поліноміального наближення використовується ефективний алгоритм [2], що базується на методі послідовних чебишовських інтерполяцій Є.Я.Ремеза.

Література:

[1] Попов Б.А. Равномерное приближение сплайнами. – Киев: Наук. думка, 1989. – 272 с.

[2] Каленчук-Порханова А.А. Об одном алгоритме полиномиальной чебышевской аппроксимации // Оптимизация вычислительных методов. – К.: Ин-т кибернетики АН УССР, 1974. – С. 45-51.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ МНОГОАГЕНТОВЫХ ДИАГРАММ ВЛИЯНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ И РЕШЕНИЯ ИГР

Калуски Ян

Высшая Школа Информатики и Менеджмента ,
Бельско- Бяла, Польша

Овчарек Т.

Силезский политехнический институт, Гливице, Польша

jan.kaluski@polsl.pl

Диаграммы влияния для моделирования теоретико-игровых проблем впервые были применены в работе П. Брауна [2]. В последствии Д. Коллер и Б. Мильх в своих работах [11], [12] а также Д. Викрейа и Д. Коолера [28] значительно развили и расширили методику П. Брауна в виде Многоагентовых Диаграмм Влияния (коротко в дальнейшем будем писать – МАДиВ) для описания и решения игр (из англ. MAIDs – Multi-Agent Influence Diagrams).

Что касается самих диаграмм влияния то они обстоятельно описаны в работе Р. Ховарда, Матесона [5] и Р. Шахтера [25], [26]. Многоагентовые системы с учетом диаграмм влияния упоминались также в работах Д. Суряди, Гмытрасевича [27], и Д. Пуля [19].

Введение в теорию МАДиВ для потребностей обучения студентов новыми принципами теории игр имеется в учебнике Я. Калуского [8]. Некоторый анализ свойств МАДиВ находится в магистерской работе Т. Овчарка [21]. Приводится там детальный разбор и сравнение разных методов описания теоретико-игровых проблем.

Целью настоящей работы является анализ МАДиВ применяемых для описания многолицевых некооперативных игр а также некоторых алгоритмов для их решения.

В связи с этим во 2 главе приводятся необходимые понятия и определения для МАДиВ исходя из Байесовских сетей и собственно диаграмм влияния. В 3 главе даются примеры описания игровых ситуаций при помощи МАДиВ и показываются некоторые их свойства. В 4 главе кратко описаны алгоритмы решения игр применяя МАДиВ. Даются также основные результаты решений.

Список литературы освещает наиболее значимые источники по Байесовским сетям, диаграммам влияния, МАДиВам и собственно по теории игр.

Литература:

1. Boutilier C., Friedman N., Goldszmidt M., and Koller D.: Context-specific independence in Bayesian networks. In Proceedings of the Twelfth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI-96), pp. 115-123, 1996.
2. Brown P.C.: Influence diagrams to model and classify game theoretic problems. Mimeo, also presented at the 11th International Conference on Game Theory (2000), 1999.
3. Eng Hak Boon.: Decision Modeling and Analysis Using Influence Diagrams, National University of Singapore, 1995.
4. Heczko R., Systemy wieloagentowe, Kraków 1998.
5. Howard R., and Matheson J.E.: Influence diagrams . In Readings on the Principles and Applications of Decision Analysis. Pp. 721- 762. Strategic Decisions Group, 1984.
6. Jensen F. V.: Bayesian Graphical Models, Aalborg University, 2001.
7. Jensen F., Jensen F. V., Dittmer S. L.: From Influence Diagrams to junction Trees, Proc. of the 10th conference on UAI, 367-373, 1994.
8. Kałuski J.: Teoria gier, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2002.
9. Kearns M., Littman M., Singh S.: Graphical Models for Game Theory, Proc. of the 17th conference on UAI, 253-260, 2001.
10. Koller D.: Bayesian Networks, www.umi.acs.umd.edu/~bonnie/courses/cmsc421-02/bns.ps, 2001.
11. Koller D., Milch B.: Multi-Agent Influence Diagrams for Representing and Solving Games, Proc. of the 17th conf. on Intelligence Artificial (IJCAI-01), pp. 1027-1034 2001.
12. Koller D., Milch B.: Multi-Agent Influence Diagrams for Representing and Solving Games, [w:] G&EB, 2003.
13. Lander D. M., Shenoy P. P.: Modeling and Valuing Real Options Using Influence Diagrams, School of Business Working Paper No. 283, 1999.
14. Li X. Soh Leen-Kiat.: Applications of Decision and Utility Theory in Multi-Agent Systems, University of Nebraska-Lincoln, 2004.
15. Murphy K.: A Brief Introduction to Graphical Models and Bayesian Networks, <http://www.cs.ubc.ca/~murphyk/Bayes/bayes.html>, 2001.
16. Osborne Martin J., An introduction to game theory, Oxford 2002.

- 17.Parsons S., Wooldridge M.: Game Theory and Decision Theory in Multi-Agent Systems, University of Liverpool, 2000.
- 18.Pfeffer R.: A Language for Modeling Agents' Decision Making Processes in Games, In AAMAS, 2003.
- 19.Poole D.: The Independent Choice Logic for modeling multiple agents under uncertainty. Artificial Intelligence , 94(1-2), pp. 5-56, 1997.
- 20.Qi R., Poole D.: A new method for influence diagram evaluation, Computational Intelligence vol. 11, 1995.
- 21.Owczarek T.: Wieloosobowe diagramy wpływu do opisu i rozwiązywania gier. Praca dyplomowa magisterska.(niepublikowana). Gliwice, 2005.
- 22.Renooy S., van der Gaag Linda C.: Decision Making in Qualitative Influence Diagrams, Utrecht University, 1998.
- 23.Sahin F.: A Bayesian Network Aproach to the Self-organization and Learning in Intelligent Agents, Virginia, 2000.
- 24.Shachter R. D.: Bayes-ball: The rational pastime, 1998.
- 25.Shachter R. D.: Evaluating influence diagrams . Operations Research , 34. pp. 871-882, 1986.
- 26.Shachter R.D.: An ordered examination of influence diagrams. Networks,20. pp. 535-563. 1960.
- 27.SuryadiD., Gmytrasiewicz P.J.: Learning models of other agents using influence diagrams. In 17th International Conference on User Modeling (UM-99), pp. 223-232. 1999.
- 28.Vickrey D., Koller D.: Multi-agent algorithms for solving graphical games. Submitted, 2002.

**МІНІМАКСНІ ОЦІНКИ ФУНКЦІОНАЛІВ ВІД
РОЗВ'ЯЗКІВ ПАРАБОЛІЧНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ В КЛАСІ
НЕОБМЕЖЕНИХ ФУНКЦІЙ**

Капустян В.О., Фартушний І.Д., НТУУ «КПІ»

Капустян О.А.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

alexkar@i.com.ua

В роботі [1] досліджувалися асимптотики розв'язків параболічних крайових задач у критичному випадку в класі

обмежених функцій. В даній роботі побудуємо асимптотики в класі необмежених функцій.

Розглянемо крайову задачу

$$\frac{\partial y^\varepsilon(x,t)}{\partial t} = \varepsilon^2 \frac{\partial^2 y^\varepsilon(x,t)}{\partial x^2} + f_1(x,t), \quad (1)$$

$$y^\varepsilon(0,t) = y^\varepsilon(1,t) = 0, \quad y^\varepsilon(x,0) = y^\varepsilon(x,2\pi), \quad (2)$$

де $f_1(x,t) \in L_2(Q)$ - похибки опису процесу,
 $Q = \{(x,t) : x \in [0,1], t \in T = [0,2\pi]\}$.

На розв'язках задачі (1) - (2) визначено спостереження

$$\varphi^\varepsilon(t) = \int_0^1 g(x) y^\varepsilon(x,t) dx + f_2(t), \quad (3)$$

де $g(x) \in L_2(0,1)$, $\|g\| = 1$ - ядро оператора спостереження,
 $f_2(t) \in L_2(0,2\pi)$ - похибка спостереження.

На розв'язках задачі (1) - (2) задамо лінійний функціонал

$$l(y^\varepsilon) = \int_Q l_0(x,t) y^\varepsilon(x,t) dx dt, \quad (4)$$

де $l_0(x,t) \in L_2(Q)$ - задана функція.

Будемо вважати, що всі похибки належать еліпсоїду

$$\int_Q f_1^2(x,t) dx dt + \int_0^{2\pi} f_2^2(t) dt \leq 1. \quad (5)$$

Теорема 1. [2] *Мінімаксна оцінка функціоналу (4) має вигляд*

$$K(y^\varepsilon) = \int_Q \varphi^\varepsilon(t) g(x) p^\varepsilon(x,t) dx dt, \quad (6)$$

де $p^\varepsilon(x,t) \in W_{2,per}^{0,2,1}(Q)$ - єдиний елемент, що задовольняє співвідношенням

$$\begin{aligned} \frac{\partial p^\varepsilon(x,t)}{\partial t} &= \varepsilon^2 \frac{\partial^2 p^\varepsilon(x,t)}{\partial x^2} + z^\varepsilon(x,t), \\ p^\varepsilon(0,t) &= p^\varepsilon(1,t) = 0, \quad p^\varepsilon(x,0) = p^\varepsilon(x,2\pi), \\ -\frac{\partial z^\varepsilon(x,t)}{\partial t} &= \varepsilon^2 \frac{\partial^2 z^\varepsilon(x,t)}{\partial x^2} + l_0(x,t) - g(x)(g(\cdot), p^\varepsilon(\cdot, t)), \\ z^\varepsilon(0,t) &= z^\varepsilon(1,t) = 0, \quad z^\varepsilon(x,0) = z^\varepsilon(x,2\pi). \end{aligned} \quad (7)$$

Для похибки $\sigma(y^\varepsilon)$ мінімаксного оцінювання функціоналу $l(y^\varepsilon)$ справедлива нерівність

$$\sigma(y^\varepsilon) \leq \Sigma_\varepsilon = [l(p^\varepsilon)]^{1/2} = \left[\int_Q l_0(x, t) p^\varepsilon(x, t) dQ \right]^{1/2}, \quad (8)$$

де Σ_ε - апіорна похибка оцінювання.

Теорема 2. Нехай $g(x) \in C^\infty(0, 1)$, $l_0(x, 0) = l_0(x, 2\pi)$; виконується умова $\int_0^{2\pi} l_0(x, t) dt \neq 0$, $z^\varepsilon(x, t)$, $p^\varepsilon(x, t)$ - розв'язок крайової задачі із теореми 1; $z_n^\varepsilon(x, t)$, $p_n^\varepsilon(x, t)$ - асимптотики розв'язків вигляду

$$z_n^\varepsilon(x, t) = \sum_{i=-2}^n \varepsilon^i (\bar{z}_i(x, t) + Z_i(\eta, t) + Z_i(\tilde{\eta}, t)),$$

$$p_n^\varepsilon(x, t) = \sum_{i=-4}^n \varepsilon^i (\bar{p}_i(x, t) + P_i(\eta, t) + P_i(\tilde{\eta}, t)),$$

Тоді справедливі оцінки

$$\|z^\varepsilon(x, t) - z_n^\varepsilon(x, t)\| \leq C\varepsilon^{n-1}, \quad \|p^\varepsilon(x, t) - p_n^\varepsilon(x, t)\| \leq C\varepsilon^{n-3},$$

$$|l(p^\varepsilon) - l(p_n^\varepsilon)| \leq C\varepsilon^{n-3}.$$

Література:

1. Капустян В.О., Капустян О.А., Фартушний І.Д. Асимптотики мінімаксних оцінок функціоналів від розв'язків критичної параболічної періодичної крайової задачі в класі обмежених функцій// Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки. –2006. – Випуск 4.
2. Наконечний О. Г. Оптимальне керування та оцінювання в рівняннях із частинними похідними. - К.: КНУ, 2004. - 102 с.

**ГІПЕР ПЛОЩИННА КЛАСТЕРИЗАЦІЯ
ТА ПСЕВДО ОБЕРНЕННЯ
М.Ф.Кириченко, В.С.Донченко
voldon@unicyb.kiev.ua**

Доповідь присвячена застосуванню методів псевдо обернення (див., наприклад, [1]) для кластеризації об'єктів за гіперплощинами. Спеціального значення в такій задачі набуває застосування теорії збурення псевдо обернених матриць [2,3], оскільки дає можливість ефективної реалізації конструкції, яку можна назвати алгебраїчним Jack Knife'ом: аналогу статистичного відповідника, в якому відповідність класу статистичних об'єктів перевіряється після виключення відповідного об'єкта із досліджуваного класу (див., наприклад, [4]).

Псевдо обернення за Муром – Пенроузом дає ефективний засіб побудови ортогональних проєкційних операторів(ОПО) і обчислення відстаней до природних підпросторів, пов'язаних з $m \times n$ матрицею A : $Z(A^T)$ – ОПО на ортогональне доповнення до множини можливих значень, $Z(A)$ – на ядро A . «Природними» операторами, які з'являються в теорії псевдо обернення є «зважені» ОПО: $R(A^T), R(A)$, – що відрізняються від Z -відповідників наявністю діагональної матриці за оберненими до коренів з власних чисел $AA^T, A^T A$.

Загалом, задача кластеризації за гіперплощинами це задача розподілу векторів $x(k) \in R^m, k = \overline{1, N}$ за слушними гіперплощинами, які можуть бути для них підібрані. Ці гіперплощини можуть мати довільну слушну розмірність, чи розмірність кожної з них мусить відповідати аріогі заданій розмірності $s: s < m$. Варіантом цієї задачі може розглядатися задача Duda&Hart'a.

Зважаючи на те, що гіперплощина Γ однозначно визначається своїм зсувом ϵ та підпростором L ($\Gamma = \epsilon + L$), алгоритм кластеризації за гіпер площинами мусить передбачати можливості конструктивного опису цих елементів задання та ефективної побудови відстані від відповідної гіперплощини. Зауважимо, що „відстань від гіперплощини” може бути як безпосередньо евклідовою, так і представлятися підходящою

невід'ємно визначеною квадратичною формою. Якщо мова йде про гіперплощини із заданою розмірністю s , відповідний алгоритм мусить, крім того, надавати можливості „рафінування” гіперплощини за відібраними векторами до гіперплощин, що мають визначену наперед розмірність s . Всі ці вимоги до алгоритму можуть бути конструктивно реалізовані засобами псевдообернення.

Алгоритм кластеризації за гіперплощинами, як і більшість алгоритмів такого типу реалізуються рекурентною (чи вкладеними рекурентними) процедурою. Зважаючи, що зовнішня рекурентна процедура відповідає побудові чергового кластеру, будемо вважати що на черговому кроці алгоритму мова йде про розбиття на два кластери, один з яких має задану розмірність s .

Кластер - гіпер площина фіксованої розмірності в такій задачі будується через первинне довільне розбиття наявної сукупності векторів на дві частини, одна з яких розглядається як основа майбутнього кластеру. Зсув відповідної гіперплощини визначається як, наприклад, середнє за відібраними векторами, а підпростір – як той, що відповідає векторам відібраної сукупності, центрованих зсувом. Відстань визначатиметься підходящим Z - чи R - оператором, що конструктивно будуються за центральною сукупністю. Відповідні оператори можуть будуватися чи безпосередньо за відібраними елементами чи конструктивним редукуванням відповідного підпростору до заданої розмірності s . Наступним кроком процедури є відсіювання «невідповідних» за введеною відстанню елементів кластеру, що будується, та включенням до неї найкращого елементу із „зовнішньої” по відношенню до кластеру сукупності векторів. Таке перевірка може здійснюватись без виключення елементу, що перевіряється на відповідність, чи – з виключенням. У останньому випадку процедура перевірки слушно заслуговує на назву алгебраїчний Jack Knife. Як вже відзначалося, в обох випадках засоби псевдообернення надають можливість побудови явних формул обчислення відповідних відстаней, а теорія збурення псевдообернення надає побудови таких відстаней рекурентним способом.

Література:

1.Алберт А. Регрессия, псевдо инверсия, рекуррентное оценивание. – Пер. с англ. – М.: Наука, 1977.–305 с.

- 2.Кириченко Н.Ф. Аналитическое представление псевдо обратных матриц.// Кибернетика и системный анализ.- №4, 2002, с.107-123.
 3.Кириченко Н.Ф., Лепеха Н.П. Псевдо обратные и проекционные матрицы в применении к исследованию задач управления, наблюдения и идентификации.//Кибернетика и системный анализ.- №2, 1997– С.98-122.
 4.Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа. – М.: Финансы и статистика, 1988.– 263 с.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РОЗБИТТЯ МНОЖИН ІЗ НЕЧІТКИМИ ПАРАМЕТРАМИ У ФУНКЦІОНАЛІ

Кісельова О.М.

Дніпропетровський національний університет

Лебідь О.Ю.

Академія митної служби України

lebyed_oksana@ua.fm, ekiseleva@hotmail.com

Нехай Ω – обмежена та вимірна за Лебегом множина в E_n . Потрібно розбити її на N вимірних за Лебегом підмножин $\Omega_1, \dots, \Omega_N$ (серед яких можуть бути і порожні) так, щоб

$$mes(\Omega_i \cap \Omega_j) = 0, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad \bigcup_{i=1}^N \Omega_i = \Omega, \quad (1)$$

$$\int_{\Omega_i} \rho(x) dx \leq b_i, \quad i = \overline{1, N} \quad (2)$$

і при цьому функціонал

$$F(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}, \{\theta_1, \dots, \theta_N\}) = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} [c(x, \tau_i, \theta_i) + a_i] \rho(x) dx \quad (3)$$

досягав мінімального значення.

Інтеграли розуміються в сенсі Лебега. Функції $c(x, \tau_i, \theta_i)$ – дійсні, обмежені, вимірні за аргументом x на Ω , а $\rho(x)$ – невід’ємна, дійсна, обмежена, вимірна на Ω функція; $\tau_1, \dots, \tau_N$ –

задані центри підмножин; $a_1, \dots, a_N, b_1, \dots, b_N$ – задані невід’ємні дійсні числа, причому

$$S = \int_{\Omega} \rho(x) dx \leq b_i, \quad 0 \leq b_i \leq S, \quad i = \overline{1, N}.$$

Нечіткі параметри $\theta_1, \dots, \theta_N$ являють собою нечіткі підмножини універсальної множини R^1 і мають наступний вид

$$\theta_i = \{(\theta_i^j, \mu_i(\theta_i^j)) : \theta_i^j \in R^1, \mu_i : R^1 \rightarrow [0, 1], j = \overline{1, k}\}, \quad i = \overline{1, N}.$$

Будуємо функцію належності нечіткої множини мети $\mu_F(\Omega_1, \dots, \Omega_N, F)$. Розв’язку $\Omega_1, \dots, \Omega_N$ ставиться у відповідність не конкретне значення функціонала, а деяка нечітка підмножина універсальної множини R^1 .

Нехай $\theta_1^*, \dots, \theta_N^*$ – деякі значення нечітких параметрів та $\mu_1(\theta_1^*), \dots, \mu_N(\theta_N^*)$ – відповідні їм функції належності, а $\mu_0 = \min_{i=\overline{1, N}} \mu_i(\theta_i^*)$.

Нехай F^* – значення функціонала, яке відповідає даному розбиттю $\Omega_1, \dots, \Omega_N$ і набору параметрів $\theta_1^*, \dots, \theta_N^*$. Тоді природньо вважати, що значення функціонала F^* належить нечіткій оцінці альтернативи $\Omega_1, \dots, \Omega_N$ зі степенем не менше за μ_0 . Тоді отримаємо, що

$$\mu_F(\Omega_1, \dots, \Omega_N, F^*) = \sup_{\theta^* \in B(\Omega_1, \dots, \Omega_N, F^*)} \mu_0(\theta^*), \quad (4)$$

$$\text{де } \mu_0 = \min_{i=\overline{1, N}} \mu_i(\theta_i^*),$$

$$B(\Omega_1, \dots, \Omega_N, F^*) = \left\{ (\theta_1^*, \dots, \theta_N^*) : F^* = \sum_{i=1}^N [c(x, \tau_i, \theta_i^*) + a_i] \rho(x) dx \right\}.$$

Отримаємо наступну задачу. “Мінімізувати” нечітку функцію мети

$$\mu_F(\Omega_1, \dots, \Omega_N, F) = \sup_{\theta \in B(\Omega_1, \dots, \Omega_N, F)} \mu_0(\theta)$$

за наявності обмежень (1)-(2).

З допустимої множини розв’язків виділяємо деяку підмножину, елементами якої є розв’язки нашої задачі з точки зору теорії нечітких множин, тобто вказуємо шлях відсіювання задалегідь неприйнятних розв’язків. Для раціонального вибору єдиного розв’язку із підмножини допустимих розв’язків, яку виділяємо,

будемо застосовувати два підходи. Перший базується на принципі узагальнення, а інший – на невідоміючих альтернативах.

У даній роботі розроблені та частково обґрунтовані методи розв’язування задач оптимального розбиття множин із нечіткими параметрами у функціоналі. Сформульовані два алгоритми розв’язання цієї задачі. Запропоновані алгоритми були реалізовані у візуальному середовищі Delphi для двовимірного простору із прямокутною областю Ω . Робота створеного програмного продукту проілюстрована за допомогою модельних задач.

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРИ ПЛАНУВАННІ ВОДОКОРИСТУВАННЯ

Ковальчук П.І., Матяш Т.В.,

Інститут гідротехніки і меліорації УААН, м. Київ

Постановка задачі. Авторами пропонується при плануванні водокористування (встановленні зрошувальних норм) використовувати моделі багатокритеріальної оптимізації. Запропоновано проводити оптимальний за Парето розподіл водних ресурсів між культурами в умовах невизначеності.

Математично багатокритеріальна (трьохкритеріальна) задача оптимізації з урахуванням дефіциту водних ресурсів при відомій площі вирощування кожної культури записується в наступному вигляді:

$$(\Phi_1(U_1, \dots, U_n), \Phi_2(U_1, \dots, U_n), \Phi_3(U_1, \dots, U_n)) \rightarrow \max, \quad (1)$$

де $\Phi_1(U_1, U_2, \dots, U_n)$ - критерій чистого прибутку від продукції рослинництва, $\Phi_2(U_1, U_2, \dots, U_n)$ - критерій обмежених водних ресурсів, $\Phi_3(U_1, U_2, \dots, U_n)$ - критерій валової продукції.

Критерій сумарного чистого прибутку від продукції рослинництва Φ_I залежить від стохастичних змінних (ω, ξ) , тобто:

$$\Phi_I(U_1, U_2, \dots, U_n) = F_1(U_1) + F_2(U_2) + \dots + F_n(U_n), \quad (2)$$

де

$$F_i(U_i) = (C_i - C_{1i}) S_i \left(a_0 + a_1 \frac{U_i + \xi}{\omega + \xi} + a_2 \left(\frac{U_i + \xi}{\omega + \xi} \right)^2 \right) Y_{np} - \alpha S_i U_i; i = 1, \dots, n$$

- чистий прибуток від зрошення, грн/га;

$$f_i(U_i) = a_0 + a_1 \frac{U_i + \xi}{\omega + \xi} + a_2 \left(\frac{U_i + \xi}{\omega + \xi} \right)^2 - \text{функція відносної}$$

урожайності i -ї культури; S_i - площі, зайняті певними культурами;

a_0, a_1, a_2 - коефіцієнти моделей „урожай – вологозабезпеченість” для вирощуваних культур, C_i, C_{1i} - відповідно ціна реалізації і собівартість вирощуваних культур, крім безпосередніх витрат на воду; ω - біологічно оптимальні зрошувальні норми по кожній культурі, ξ - опади, α - ціна води.

Метод розв’язку задач.

Вирішення задачі максимізації за Парето векторного критерію пропонується за попарною згортою трьох рівноправних критеріїв [1] з ваговими коефіцієнтами $\lambda_i \geq 0$.

$$\Phi(U_1, \dots, U_n) = \max_{\lambda \in D_\lambda} [\lambda_1 \Phi_1(U_1, \dots, U_n) + \lambda_2 \Phi_2(U_1, \dots, U_n) + \lambda_3 \Phi_3(U_1, \dots, U_n)], \lambda_i \geq 0, \quad (3)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1.$$

В цьому випадку, обираючи пари критеріїв, задача зводиться до максимізації векторної функції двох критеріїв.

Розглядається задача визначення зрошувальних норм для двох культур - сої (U_1) та кукурудзи на зерно (U_2), в умовах дефіциту ресурсів для конкретного року. Одержана область Парето-оптимальних рішень дозволяє вибирати оптимальний розподіл норм з найефективнішим використанням ресурсів та забезпечувати ресурсами більш продуктивні культури, з метою отримання максимального чистого прибутку.

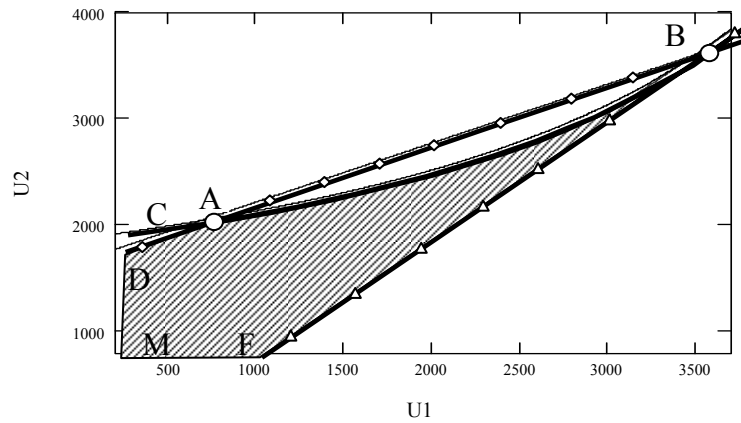


Рис. Область Парето-оптимальних рішень за трьома критеріями оптимізації.

Література:

1. Ковальчук П.І., Матяш Т.В.. Оптимізація річного планування водокористування в умовах дефіциту ресурсів. // Меліорація і водне господарство, 2006.-Вип 93-94.- с.210-218.
2. В.В. Хоменюк. Элементы теории многоцелевой оптимизации. - М.: «Наука».- 1983.-127с.

ПРО НОВІ КЛАСИ РОЗВ'ЯЗНИХ ЗАДАЧ НЕ СКАЛЯРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ В БАНАХОВИХ ПРОСТОРАХ

П.І.Когут, І. В. Нечай
p.kogut@i.ua, i-nechay@i.ua

Нехай $(X, \|\cdot\|)$ – нормований простір, $(Y, \|\cdot\|)$ – банахів простір з нульовим елементом θ . Надалі будемо вважати, що банахів простір Y напівупорядковано опуклим замкненим конусом Λ , тобто $x \leq y \Leftrightarrow y - x \in \Lambda$. Крім цього, будемо розглядати конуси тільки такі, що $\Lambda \cap (-\Lambda) = \{\theta\}$.

Означення. Ефективним Λ -інфімумом множини $Y_0 \subset Y$ будемо називати множину Λ -мінімальних елементів замикання множини $Y_0 \subset Y$ в просторі Y , у разі, коли ця множина не пуста, і множину $\{-\infty\}$ в протилежному випадку:

$$\Lambda - \text{Inf} Y_0 \sqsubset \begin{cases} \Lambda - \text{Min}(cl Y_0), & \Lambda - \text{Min}(cl Y_0) \neq \emptyset, \\ \{-\infty\}, & \Lambda - \text{Min}(cl Y_0) = \emptyset. \end{cases}$$

Означення. Відображення $F : X \rightarrow Y^\square$ будемо називати Λ_s -напівнеперервним знизу в точці $x_0 \in \text{Dom} F$, якщо

$$F(x_0) \in \Lambda - \liminf_{x \rightarrow x_0} F(x).$$

Задачею векторної оптимізації будемо називати трійку об'єктів $\langle X, F, \Lambda \rangle$, які пов'язані між собою умовою: на множині X потрібно вказати ті елементи x^* , на яких реалізується ефективний Λ -інфімум відображення F . Тобто множиною розв'язків задачі $\langle X, F, \Lambda \rangle$ будемо називати таку множину

$$\text{Sol}(X, F, \Lambda) \sqsubset \left\{ x^* \in X : F(x^*) \in \Lambda - \text{Inf}_{x \in X} F(x) \right\}.$$

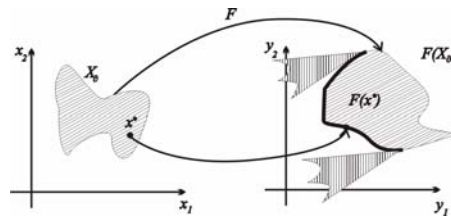


Рис 2.

Теорема. Нехай відображення $F : X \rightarrow Y^\square \in \Lambda_s$ -напівнеперервним знизу, а множина $\text{Dom} F$ – компактною в просторі X . Тоді задача $\langle X, F, \Lambda \rangle$ має розв'язок: $\text{Sol}(X, F, \Lambda) \neq \emptyset$.

Означення. λ -згорткою $(\lambda \in \Lambda^*)$ відображення $F : X \rightarrow Y^\square$ називають скалярну функцію $F_\lambda : \text{Dom} F \rightarrow \mathbf{R} \cup \{+\infty\}$, яка означена за правилом: $F_\lambda(x) = \langle \lambda, F(x) \rangle, \quad \forall x \in X$.

Теорема. Нехай $F : X \rightarrow Y^\square$ Λ_s -напівнеперервне знизу відображення, множина $\text{Dom} F$ – компактна і λ -згортка є напівнеперервною знизу функцією. Тоді

$$\text{Arg min}_{x \in X} \langle \lambda, F(x) \rangle \cap \text{Sol}(X, F, \Lambda) \neq \emptyset.$$

Література:

1. Borwein J. M., Penot J. P., Thera M. Conjugate Convex Operators. // Math. Anal. and Applic. 1984. 102, 399-414.
2. Когут П. І. Про топологічну збіжність над графіків у частково впорядкованих векторних просторах. // Математичні студії. 1999. Т12, №2. 161-170.
3. Красносельский М. А. Положительные решения операторных уравнений. М.: Физматгиз, 1962. 396 с.
4. Mansour M., Metrane A., Thera M. Lower Semicontinuous Regularization for Vector-valued Mappings. Universite de Limoges, Rapport de recherché n 2004-06. Depose le juin 2004.

ПОДХОД К РЕШЕНИЮ КОМБИНАТОРНОЙ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ НА ПОЛИРАЗМЕЩЕНИЯХ

Л.Н. Колечкина

Института кибернетики имени Глушкова НАН Украины

Е.А. Родионова

Полтавский институт бизнеса

rodionovaao@mail.ru, ludapl@ukr.net

В настоящее время актуально исследование свойств дискретных задач [1-3] и разработка методов их решения. В статье рассматриваются многокритериальные задачи, с учетом комбинаторных свойств области допустимых решений.

Рассмотрим многокритериальную безусловную задачу на полиразмещениях. Критерии, которые оптимизируются, представляются набором m функций, где первые s функций должны минимизироваться, а $m - s$ – максимизироваться.

$$F(-f_1, \dots, -f_s, f_{s+1}, \dots, f_m) \quad (1)$$

Условие принадлежности решений комбинаторному множеству может возникать из дополнительных условий, которые налагаются на переменные в самой постановке задачи. В математической модели задачи (1) на решение налагается условие принадлежности множеству полиразмещений в виде:

$$x = (x_1, \dots, x_k) \in E_{\eta m}^{ks}(G, H). \quad (2)$$

Как известно [4] множество полиразмещений равно множеству вершин многогранника полиразмещений, выпуклая оболочка которого описывается в виде неравенств.

С учетом всех выше указанных условий, задачу можно сформулировать следующим образом: найти множество значений (2), которые являются оптимальными для функций (1).

Такая задача называется комбинаторной многокритериальной безусловной задачей на множестве полиразмещений. Если на множество допустимых решений налагаются дополнительные условия D вида:

$$A_{ij}x_j \leq b_j, \text{ де } i \in N_m, j \in N_k, \quad (3)$$

то задача (1)–(3) является комбинаторной многокритериальной на полиразмещениях с дополнительными ограничениями.

Рассмотрим метод решения задач вида (1), (2), (3), который является комбинацией двух ранее рассмотренных методов: метода ограничений [2] и метода комбинаторного отсечения [3].

Алгоритм решения задачи

1. Вводим целочисленную переменную q . Полагаем $q = 0$.
2. Записать условие (2) в виде системы неравенств.
3. Объединяем ее с системой (3).
4. Определяем x_i^0 - решение, удовлетворяющее условия (2), (3), и оптимизирует i -тую целевую функцию.
5. Записываем отображения для функций из набора (1).
6. Записываем однокритериальную задачу линейного программирования.
7. Решаем задачу двойственным симплексным методом.

8. Проверяем принадлежность вектора-решения $x = (x_1, \dots, x_k)$ множеству (2). Если «да», то алгоритм завершен, иначе переходим к пункту 9.
9. Проверить $q > 1$. Если «да», то сделать переход на шаг 11. Иначе – переход на шаг 10.
10. Увеличить q на единицу. Добавить к системе ограничений (8) сформированное неравенство-отсечение согласно [3] в виде уравнения, введя вспомогательную переменную $x_{n+q} \geq 0$. Переходим на шаг 6.
11. Проверяем: $\Theta_{n+q-1} = 0$. Если «нет», переходим на шаг 10. Если «да», то в последнем присоединенном к системе уравнении (3)-(4) заменить введенную вспомогательную переменную нулем. Перейти на шаг 6 алгоритма.

Построен и обоснован один из возможных подходов к решению многокритериальных задач. Разработан и реализован алгоритм решения.

Литература:

- [1] Сергиенко И.В., Шило В.П. Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы решения, исследования. – К.: Наукова книга, 2003. – 260 с.
- [2] Зайченко Ю.П. Исследование операций. Нечеткая оптимизация: Учеб. пособие. – Киев: ВПЦ, 1991. – 198 с.
- [3] Ємець О.О., Колечкіна Л.М. Задачі комбінаторної оптимізації з дробово-лінійними цільовими функціями: Монографія. – К., Наук. думка, 2005. – 113 с.
- [4] Стоян Ю.Г., Ємець О.О., Ємець Є.М. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи: Монографія. – Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. – 103 с.

МОДЕЛЬ ВЗАЄМОДІЇ НАДБАНОГО ІМУНІТЕТУ ЛЮДИНИ ТА ІНФЕКЦІЇ

Колянова Т.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
kolyanova_t@mail.ru

У повсякденному житті людський організм піддається різним інфекційним впливам. Розглядається ситуація, коли боротися з інфекцією, що потрапила до організму людини, починає надбаний імунітет.

Такий процес можна записати в наступному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{N} = N(\tilde{\mu}_N - \gamma_1 L(f(S_C)) - \gamma_2 X(f(S_C))), \\ \dot{L} = (L^* - L)(\tilde{\mu}_L(N, f(S_C), G) - \mu_L - \gamma_3 N - \gamma_4 G). \end{cases} \quad (1)$$

де N – кількість збудників хвороби (концентрація вірусів у навколишньому середовищі),

$\tilde{\mu}_N$ – коефіцієнт “росту” інфекції,

$\tilde{\mu}_L$ – коефіцієнт “росту” специфічних лімфоцитів в організмі людини,

γ_i ($i = \overline{1,4}$) – коефіцієнт, що враховує ймовірність взаємодії (впливу) інфекційного збудника зі специфічними лімфоцитами та силу їх взаємодії.

L – кількість специфічних лімфоцитів, які приймають участь у фагоцитозі;

L^* – природна кількість специфічних лімфоцитів в організмі здорової людини;

$f(S_C)$ – функція системи комплементу, що містить близько 20 видів білків;

X – хімічні фактори, що входять до бактерицидних ферментів, які “працюють” набагато ефективніше при активації системи комплементу, що відображається через математичну залежність $f(S_C)$;

G – вміст глюкокортикоїдів – гормону, що регулює вироблення лімфоцитів.

Система диференціальних рівнянь (1) допускає стаціонарні розв’язки, що знаходяться з системи рівнянь

$$\begin{cases} N(\tilde{\mu}_N - \gamma_1 L - \gamma_2 X) = 0, \\ (L^* - L)(\tilde{\mu}_L - \mu_L - \gamma_3 N - \gamma_4 G) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Одним із стаціонарних розв’язків є тривіальний, що описує стан здорового організму людини:

$$N'' = 0, L'' = L^*. \quad (3)$$

Нетривіальний стаціонарний розв’язок системи (6), а саме

$$L' = \frac{\tilde{\mu}_N}{\gamma_1} - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} X, \quad N' = \frac{\tilde{\mu}_L - \mu_L}{\gamma_3} - \frac{\gamma_4}{\gamma_3} G \quad (4)$$

виявляється сідловою точкою, отже є нестійким. Тоді в асимптотиці при $t \rightarrow \infty$ зникає або N або L . Це випадок або повного одужання або смерті.

Наша задача полягає в моделюванні такого “природного” стану рівноваги, за якого організм людини залишається здоровим – тобто безпосереднє проникнення інфекції в середину організму не відбувається, але повсякчас йде боротьба, де головним внутрішнім бар’єром, що захищає організм людини, є саме специфічні лімфоцити організму. Положення такої рівноваги в стані (4) може підтримуватися лікуванням (керуванням параметрами $\tilde{\mu}_N$, $\tilde{\mu}_L$, γ_1 та γ_3 , що є залежними від вмісту гормону G та концентрації хімічних факторів X).

ІДЕНТИФІКАЦІЯ КОЕФІЦІЄНТА МАСООБМІНУ РОЗЧИНЕНИХ РЕЧОВИН У ФІЛЬТРАЦІЙНОМУ ПОТОЦІ ПІДЗЕМНИХ ВОД

Король В. В., Стефанишин Д. В.

Національний університет водного господарства
та природокористування

v_v_84@mail.ru, dvstefanyshyn@yahoo.com

Розглядається процес масопереносу розчинених речовин фільтраційним потоком підземних вод в ґрунтовому середовищі з одного водного басейну в інший (рис. 1).

Математична модель у загальноприйнятих позначеннях, описується наступною крайовою задачею:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma(c - C_*) = \sigma \frac{\partial c}{\partial t} \quad (1)$$

$$v = -\kappa \frac{\partial h}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$h(0) = H_1, \quad h(l) = H_2 \quad (3)$$

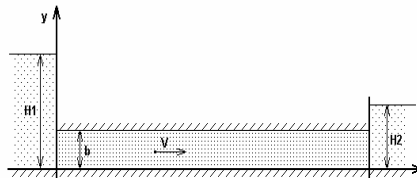


Рис. 1. Область фільтраційного перенесення розчинених речовин

$$c(x,0) = C_0(x), 0 \leq x \leq l; \quad (4)$$

$$c(0,t) = C_1(t), 0 \leq t \leq t_1; \quad c(l,t) = C_2(t), 0 \leq t \leq t_1 \quad (5)$$

де $c(x,t)$ – концентрація розчинених речовин в точці x в момент часу t ; D – коефіцієнт конвективної дифузії; σ – пористість ґрунту; C_* – концентрація граничного насичення; γ – коефіцієнт масообміну; t_1 – проміжок часу, впродовж якого вивчається процес.

При вирішенні прямої задачі переносу розчинених речовин фільтраційним потоком в рамках математичної моделі (1)÷(5) коефіцієнт масообміну γ не визначається (він є параметром моделі).

Для визначення коефіцієнта γ застосовується параметрична ідентифікація моделі масопереносу на основі рішення зворотної задачі по замірам розподілу концентрації у ґрунтовому пласті [1]. При практичних розрахунках використовувався метод функцій чутливості. Числовий розв'язок прямої задачі (1)÷(5) знайдено методом скінчених різниць. В результаті отримано розподіл концентрації розчинених речовин у фільтраційному потоці підземних вод.

Безпосередньо ідентифікація коефіцієнта γ пов'язувалася з мінімізацією цільової функції $I = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (C_{ij} - C_{ij}^*)^2$, де C_{ij} –

розрахований розподіл концентрації в точці x_j в момент часу τ_i ;

C_{ij}^* – заміряний розподіл концентрації в цій же точці в той же час.

При цьому похідна цільової функції I по коефіцієнту γ прирівнювалася до нуля $\frac{dI}{d\gamma} = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (C_{ij} - C_{ij}^*) \frac{\partial C_{ij}}{\partial \gamma}$.

Нехай функція чутливості $\frac{\partial C_{ij}}{\partial \gamma} = w_{ij}$. Припустимо, що деяке

наближене значення коефіцієнта $\gamma = \gamma^S$. Тоді наступне наближення γ^{S+1} згідно з формулою ітераційного процесу [2] буде:

$$\gamma^{S+1} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (C_{ij}^* - C_{ij}^S) w_{ij}^S}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (w_{ij}^S)^2} - \gamma^S.$$

Критерієм закінчення ітераційного процесу розглядалася нерівність $|\gamma^{s+1} - \gamma^s| \leq \varepsilon$. З метою перевірки сходимости ітераційного процесу і визначення впливу точності замірів розподілу концентрації на точність визначення коефіцієнта γ розв'язувалася серія тестових задач. На рис. 2 показано сходження ітераційного процесу при $\tau_1 = 30$, $\tau_2 = 60$, $\tau_3 = 90$ днів. За незначної похибки замірів, якою можна знехтувати, спостерігається сходження до розрахункового значення $\gamma^* = 6.5 \cdot 10^{-4}$ при семи ітераціях, якщо $\varepsilon = 2.5 \cdot 10^{-6}$ – при п'яти, якщо $\varepsilon = 10^{-5}$ – при трьох.

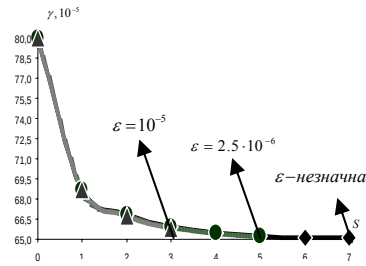


Рис.2.Сходження ітераційного процесу

Література:

- [1] Гроп Д. Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979.
- [2] Ивашинцов Д. А. и др. Параметрическая идентификация расчетных моделей гидротехнических сооружений. СПб.: Изд-во ОАО «ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 2001.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ И МИГРАЦИИ ЗАГРЯЗНЕНИЙ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ СВОЙСТВАМИ

Кремез В.С.

Институт гидромеханики НАН Украины

kremez@ukr.net

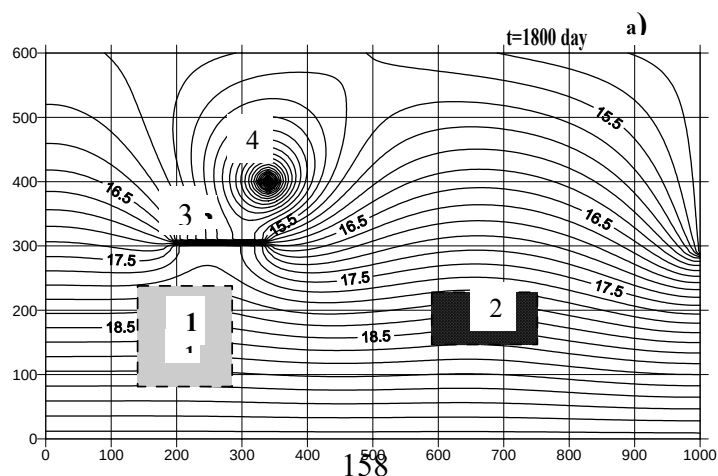
На основе аналогии между ламинарным течением жидкости в трубке и фильтрацией воды в пористой среде получены зависимости коэффициента фильтрации от концентрации осадка в случаях пленочной и объемной коагуляции.

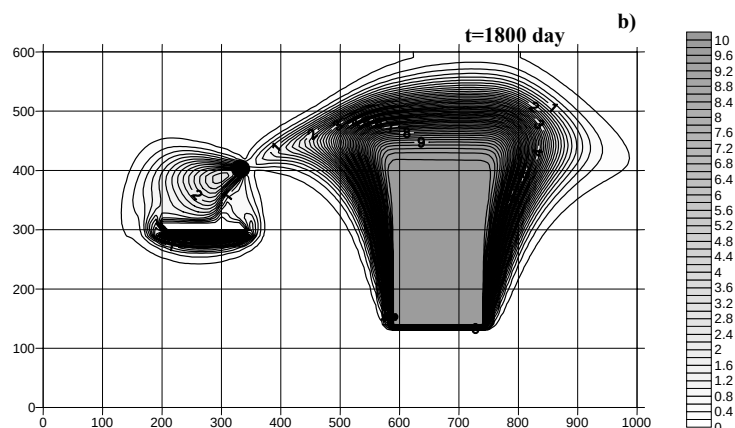
Предложена математическая модель плановой фильтрации и миграции многокомпонентных загрязнений в подземных водах с учетом механической и химической суффозии и коагуляции грунта, а также природных и техногенных поверхностных

источников инфильтрационного питания, испарения и наличия гидравлической связи с глубокими водоносными горизонтами в результате перетока через слабопроницаемый подстилающий слой.

Начальные и граничные условия модели отражают реальные условия моделируемых процессов. Для решения систем конечно-разностных аналогов уравнений фильтрации, массопереноса и массообмена, записанных на неравномерной пространственной сетке, разработана новая итерационная процедура, реализованная в составленной программе для ПК. Предусмотрена возможность моделирования различного расположения источников загрязнения для каждого из компонентов смеси.

Разработанная модель, метод расчета и программа для ПК использовались для прогнозных расчетов в природных условиях и обоснования проектов инженерных сооружений, предназначенных для защиты городских и сельских территорий, а также прилегающих земель от загрязнения и подтопления грунтовыми водами.





Изолинии: УГВ в м (а); концентраций для одного из компонентов в мг/л (b) на конец расчетного периода для модельного примера.
 1- начальное положение пятна загрязнения на поверхности грунтовых вод;
 2-накопитель загрязненных вод; 3 – противофильтрационная завеса;
 4 – водозаборная скважина

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ О СОСТОЯНИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРОИСХОДЯЩИХ В НЕЙ ПРОЦЕССОВ

Кук Ю.В., Лаврикова Е.И.

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины

1913@i.com.ua

Пусть имеется некоторая динамическая система, которая может находиться в одном из L состояний. Информация о состоянии объекта считывается M датчиками в дискретные моменты времени $t = 1, 2, 3, \dots$. На выходе каждого из датчиков измеряются амплитуды сигналов, характеризующие состояния соответствующего участка исследуемого динамической системы и

являющиеся значениями временного ряда. Задача состоит в том, чтобы по показаниям датчиков принять решение о состоянии динамической системы. Для решения этой задачи поступим следующим образом. Экспериментальные данные временного ряда для i -го датчика и l -го состояния динамической системы обозначим $y^{(i,l)}(t)$, $i=1,\dots,M$, $l=1,\dots,L$. Из этих временных рядов сформируем векторный временной ряд $Y^{(l)}(t) = (y^{(1,l)}(t), y^{(2,l)}(t), \dots, y^{(M,l)}(t))$. Ряд $Y^{(l)}(t)$, содержащий S замеров, разделим на Z равных временных отрезков, содержащих $m = S/Z$ замеров. Эти информационные отрезки будем рассматривать как некоторые первичные объекты. Выделим признаки, с помощью которых будем описывать полученные объекты. Обозначим $s_k^{(l)}$ k -й первичный объект, сформированный из k -го отрезка векторного временного ряда $Y^{(l)}(t)$. Он состоит из отдельных отрезков временных рядов $y^{(i,l)}(t)$, $i=1,\dots,M$, наблюдаемых на выходах всех датчиков. Для нахождения признаков первичных объектов поступим следующим образом. Разложим каждый отрезок временного ряда $y^{(i,l)}(t)$ в ряд Фурье: $y^{(i,l)}(t) = a_0 + \sum_j [a_j \cos(f_j t) + b_j \sin(f_j t)]$, для $j=1,\dots,n$, $l=1,\dots,L$.

Числа f_j называются частотами, а величины $p_j = (a_j^2 + b_j^2) * (n/2)$ – периодограммами. Выделим для каждого состояния l характерные особенности функции, описывающей зависимость значений p_j от величин f_j и называемой спектрограммой.

Принятие решения о том, что динамическая система находится в том или ином состоянии осуществляется на основе выявленных особенностей спектрограммы для каждого состояния системы.

Рассмотрим задачу распознавания режимов работы вертолета. Использовались данные, которые были получены в результате виброметрирования главного редуктора вертолета Ка 32N04. Данные снимались с шести датчиков для разных режимов полета вертолета с нагрузкой 8 и 11 тонн. Типичная спектрограмма для временного ряда с 6-го вибродатчика и нагрузки 8 тонн имеет вид, представленный на рис 1., а для нагрузки 11 тонн – на рис.2.

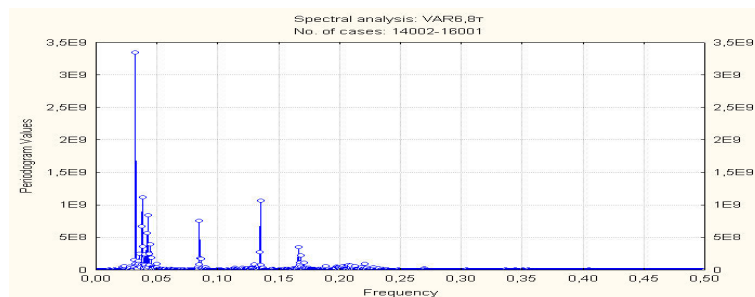


Рис.1. Типичная спектрограмма временного ряда с 6-го вибродатчика. Нагрузка 8 тонн.

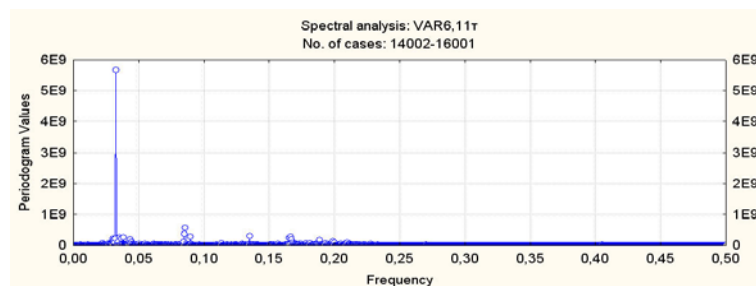


Рис. 2. Типичная спектрограмма временного ряда с 6-го вибродатчика. Нагрузка 11 тонн.

Одно из отличий спектрограммы на рис. 1 (нагрузка 8 тонн) от спектрограммы на рис. 2 (нагрузка 11 тонн) в том, что в интервале частот 0,1–0,15 имеется максимум, который существенно выше соответствующего максимума спектрограммы на рис. 2 в том же интервале частот. На основании этого признака можно достоверно принять решение о режиме работы вертолета.

**ПРО ОПТИМАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ ПОРТФЕЛЕМ
ЦІННИХ ПАПЕРІВ**

Кулян В.Р.

Київський нац. університет імені Тараса Шевченка

Юнькова О.О.

Міжрегіональна академія управління персоналом

Рутицька В.В.

Київський нац. університет імені Тараса Шевченка

kulyan@unicyb.kiev.ua

Розглядається об'єкт керування, заданий системою рівнянь

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t), \quad \text{з початковою умовою} \quad x(s) = x^0.$$

Тут $x = (x_1, \dots, x_n)$ – вектор фазових координат ($x \in R^n$);

$u = (u_1, \dots, u_m)$ – вектор керувань ($u \in R^m$); t – час;

$f = (f_1, \dots, f_n)$ – задана вектор-функція. Задавши функцію $u(t)$, яка задовольняє при $t \geq s$ обмеженню $u(t) \in U$, де U – задана замкнута множина у m – мірному просторі керувань; а також початковий вектор x^0 , що належить множині початкових станів $M : x(s) \in M$, яка є замкнутою у n – вимірному просторі станів системи; отримаємо задачу Коші.

В роботі, на основі поняття множини досяжності $D(t, s, M)$ [1], досліджується задача про оптимізацію портфеля цінних паперів на інтервалі часу $t \in [t_0, T]$

$$\begin{aligned} \sum_i x_i(t) r_i(t) &\geq P, \\ \dot{r}(t) &= A(t)r(t) + g(t), \\ \sum_i x_i(t_k) &\leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad x_i(t_k) \geq 0, \end{aligned} \tag{1}$$

де x_i – частка цінного паперу i – го виду у портфелі; r_i – норма прибутковості i – го цінного паперу; P – заданий рівень прибутковості портфеля; n – кількість інтервалів розбиття часового проміжку $[t_0, T]$. Застосовуючи процедуру побудови

динамічної моделі формування ціни акції [2] , загальний вигляд моделі динаміки ціноутворення портфеля акцій матиме вигляд

$$\begin{aligned}\dot{r}_p(t) &= A(t)r_p(t) + B(t)u(t) + g(t), \\ u(t) &\in U, \quad r_p(t_0) = r_{p0},\end{aligned}\tag{2}$$

де $u(t)$ – функція керувань, множина досяжності якої $D(t, t_0, r_0)$ є опуклою. Розв’язуючи цю задачу для можливих часток складових портфеля x , нормованих умовою $\|x\| = 1$, можна побудувати опорну функцію множини досяжності $D(T, t_0, x^0)$. При розв’язанні задачі оптимального керування портфелем цінних паперів на кожному кроці ітераційної процедури методу послідовних наближень, використовуючи умови максимуму функції Гамільтона – Понтрягіна, шукають нові значення функції керувань. Стосовно динаміки формування вартості портфеля цінних паперів, то її можна описати рівнянням

$$\dot{r}_p = (\alpha_1 SM_{ind}(t) + \alpha_2 I(t))r_p(t) + \alpha_3(x(t), r(t)).\tag{3}$$

У цьому співвідношенні перший доданок є фундаментальною складовою і враховує макроекономічний вплив при формуванні портфеля цінних паперів; другий – структурну. Тут $x(t)$ – вектор часток цінних паперів, представлених на ринку, у портфелі; $r(t)$ – вектор, координатами якого є норми прибутковостей відповідних цінних паперів. Коефіцієнти $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – відповідний обернений час реакції системи на зміну динаміки.

Література:

- [1] Крылов И.А., Черноусько Ф.Л. Алгоритм метода последовательных приближений для решения задач оптимального управления. – М.: Наука, 1971. -258с.
- [2] Гаращенко Ф.Г., Кулян В.Р., Рутицкая В.В. Качественный анализ математических моделей инвестиционного менеджмента// Кибернетика и вычислительная техника. – 2005. – №148. – с. 279-285.

**ПРО П'ЯТЬ ТИПІВ СТІЙКОСТІ ЗА ВЕКТОРНИМ
КРИТЕРІЄМ І ОБМЕЖЕННЯМИ ВЕКТОРНОЇ ЗАДАЧІ
ДИСКРЕТНОГО КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ**

Лебєдєва Т. Т., Семенова Н. В., Сергієнко Т. І.

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

nvsemenova@meta.ua

Розглянута багатокритеріальна задача дискретної оптимізації наступного вигляду:

$$Q(F, X) : \max \{F(x) \mid x \in X\}, \text{ де } F(x) = (f_1(x), \dots, f_\ell(x)),$$

$$f_i(x) : R^n \rightarrow R, \quad f_i(x) = \langle x, D_i x \rangle + \langle c_i, x \rangle, \quad D_i \in R^{n \times n}, \quad c_i \in R^n,$$

$$i \in N_\ell = \{1, \dots, \ell\}, \quad X = G \cap Z^n \neq \emptyset, \quad G = \{x \in R^n \mid Ax \leq b\}, \quad A \in R^{m \times n},$$

$$b \in R^m, \quad Z^n - \text{простір цілочислових векторів, } 1 < |X| < \infty.$$

Задачу $Q(F, X)$ будемо розглядати як задачу пошуку елементів однієї з наступних множин: $P(F, X)$ – Парето-оптимальних (ефективних) розв'язків, $S_\ell(F, X)$ – оптимальних за Слейтером (слабко ефективних) розв'язків, $Sm(F, X)$ – оптимальних за Смейлом (строго ефективних) розв'язків, і позначати відповідно $Q_P(F, X)$, $Q_{S_\ell}(F, X)$ і $Q_{Sm}(F, X)$.

Для вхідних даних $u = (u_1, u_2) \in U_1 \times U_2$ задачі $Q_P(F, X)$, які можуть бути збурені, і для будь-якого числа $\delta > 0$ визначимо множину збурених вхідних даних

$$O_\delta(u) = \{u(\delta) = (u_1(\delta), u_2(\delta)) \mid u_1(\delta) \in O_\delta(u_1), u_2(\delta) \in O_\delta(u_2)\},$$

$$\text{збурені векторну функцію } F(u_1(\delta)) = (f_1^{u_1(\delta)}(x), \dots, f_\ell^{u_1(\delta)}(x)) \text{ і}$$

$$\text{допустиму множину } X(u_2(\delta)) = \{x \in Z^n \mid A(\delta)x \leq b(\delta)\}, \text{ де}$$

$$u_1 = (D, C) \in U_1 = R^{n \times n \times \ell} \times R^{l \times n}, \quad u_2 = (A, b) \in U_2 = R^{m \times n} \times R^m,$$

$$D = (D_1, \dots, D_\ell), \quad C \in R^{l \times n}, \quad u_1(\delta) = (D(\delta), C(\delta)) \in U_1;$$

$$u_2(\delta) = (A(\delta), b(\delta)) \in U_2;$$

$$O_\delta(u_1) = \left\{ u_1(\delta) \in U_1 \mid \max_{i \in N_\ell} \|D_i(\delta) - D_i\| < \delta, \|C(\delta) - C\| < \delta \right\},$$

$$O_\delta(u_2) = \left\{ u_2(\delta) \in U_2 \mid \|A(\delta) - A\| < \delta, \|b(\delta) - b\| < \delta \right\},$$

$$f_i^{u_1(\delta)}(x) = \langle x, D_i(\delta)x \rangle + \langle c_i(\delta), x \rangle.$$

Задачу $Q_P(F, X)$ назвемо: T_1 -стійкою, якщо $\exists \delta > 0 : \forall u(\delta) \in O_\delta(u)$ $(P(F, X) \cap P(F(u_1(\delta), X(u_2(\delta)))) \neq \emptyset)$; T_2 -стійкою, якщо $\exists \delta > 0$ і $\exists x \in P(F, X)$:

$\forall u(\delta) \in O_\delta(u) \quad (x \in P(F(u_1(\delta), X(u_2(\delta))))); \quad T_3\text{-стійкою, якщо}$
 $\exists \delta > 0: \forall u(\delta) \in O_\delta(u) \quad (P(F(u_1(\delta), X(u_2(\delta)))) \subseteq P(F, X)); \quad T_4\text{-стійкою, якщо}$
 $\exists \delta > 0: \forall u(\delta) \in O_\delta(u) \quad (P(F(u_1(\delta), X(u_2(\delta)))) \supseteq P(F, X)); \quad T_5\text{-стійкою, якщо}$
 $\exists \delta > 0: \forall u(\delta) \in O_\delta(u) \quad (P(F(u_1(\delta), X(u_2(\delta)))) = P(F, X)).$

Для визначення понять T_i -стійкості, $i=1, \dots, 5$, за векторним критерієм (за обмеженнями) задачі $Q_p(F, X)$ замінимо в попередньому означенні умову $\forall u(\delta) \in O_\delta(u)$ на таку: $\forall u(\delta) \in O_\delta(u_1) \times \{u_2\}$ (відповідно $\forall u(\delta) \in \{u_1\} \times O_\delta(u_2)$). В роботах [1-3] отримано необхідні і достатні умови стійкості всіх п'яти типів. Проблема стійкості за векторним критерієм задачі $Q(F, X)$ досліджена з урахуванням стійкості множин: $Sm(F, X)$ - строго ефективних і $X \setminus Sl(F, X)$ - не ефективних за Слейтером розв'язків. В роботі [1] доведено наступні властивості цих множин: $\forall x \in Sm(F, X) \exists \delta > 0: \forall u_1(\delta) \in O_\delta(u_1) (x \in Sm(F(u_1(\delta)), X))$ та $\forall x \in X \setminus Sl(F, X) \exists \delta > 0: \forall u_1(\delta) \in O_\delta(u_1) (x \in X \setminus Sl(F(u_1(\delta)), X))$. В [2] показано, що поняття T_1 - і T_2 -, а також T_3 - і T_4 -стійкості за обмеженнями задачі $Q_p(F, X)$ попарно еквівалентні, а вибір тієї або іншої множини G для опису допустимої області X може впливати на стійкість задачі. В [3] показано, що для задачі $Q_p(F, X)$ необхідними і достатніми умовами її T_i -стійкості є: T_1 -стійкість за обмеженнями задачі $Q_p(F, X)$ (при $i=1$); T_2 -стійкість за обмеженнями задачі $Q_{Sm}(F, X)$ (при $i=2$); T_3 -стійкість за векторним критерієм задачі $Q_p(F, X)$ і T_3 -стійкість за обмеженнями задачі $Q_{Sl}(F, X)$ (при $i=3$); T_i -стійкість за векторним критерієм і T_i -стійкість за обмеженнями задачі $Q_p(F, X)$ (при $i = 4, 5$).

Література:

- [1] Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергиенко Т.И. Устойчивость векторных задач целочисленной оптимизации: взаимосвязь с устойчивостью множеств оптимальных и неоптимальных решений // Кибернетика и сист. анализ. – 2005. – №4. – С. 90-100.
- [2] Лебедева Т.Т., Сергиенко Т. И. Сравнительный анализ различных типов устойчивости по ограничениям векторной задачи целочисленной оптимизации // Кибернетика и сист. анализ. – 2004. – № 5. – С. 63-70.
- [3]. Лебедева Т.Т., Сергиенко Т. И Устойчивость по векторному критерию и ограничениям векторной целочисленной задачи квадратичного программирования // Кибернетика и сист. анализ. – 2006. – № 5. – С. 63-72.

**ПРО ОДНУ РІДИННУ СИСТЕМУ
(ВИПАДОК ВЕЛИКОГО ЗАВАНТАЖЕННЯ)**

Лисак Н.П.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

lysak@unicyb.kiev.ua

Рідинні системи на відміну від класичних систем масового обслуговування мають іншу природу вимог, які надходять до системи для обслуговування: в них роль окремої вимоги відіграє деяка неперервна сутність – рідина. Головна причина, через яку клас рідинних систем залучив до себе так багато уваги, полягає в тому, що вони підходять для моделювання деяких явищ у телекомунікаційних мережах, також вони використовуються в транспортних системах для моделювання потоку транспортних засобів на вуличних перехрестях і в теорії гребель.

Розглянемо таку рідинну систему масового обслуговування, яка природним чином виникає, наприклад, при вивченні процесів в гідротехнічних спорудах та механізмах (принцип функціонування водосховища з мережею гребель або деякого водоочисного фільтру). Обслуговуючі пристрої (їх n штук) з'єднані між собою послідовно.

Об'єм незавершеної роботи $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T \in R^n$ в такій системі задовольняє рівняння Ланжевїна $dx(t) = Ax(t)dt + dz(t)$, де

$$A = \begin{pmatrix} -\mu_1 & \mu_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \mu_1 & -(\mu_1 + \mu_2) & \mu_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & -(\mu_2 + \mu_3) & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mu_{n-2} & -(\mu_{n-2} + \mu_{n-1}) & \mu_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \mu_{n-1} & -(\mu_{n-1} + \mu_n) \end{pmatrix}$$

$\mu_k > 0, k = \overline{1, n}, \quad z(t) = (z_1(t), 0, \dots, 0)^T \in R^n, \quad z_1(t) -$ узагальнений пуасонівський процес з параметром λ та стрибками $\eta^1 = \eta, \eta^2, \dots, \eta^i, \dots$. Введемо позначення: S^s – тривалість перебування вимоги в системі, V_n^s – загальна тривалість чекання початку обслуговування вимоги від моменту надходження її до системи до моменту початку обслуговування її на n -му

обслуговуючому пристрої в припущенні, що система функціонує в стаціонарному режимі, $F(y_1, y_2, \dots, y_n)$ - функція розподілу $\eta = (\eta_1, 0, \dots, 0)^T$, і розглянемо випадок, коли матриця A подібна до діагональної матриці D , тобто $A = TDT^{-1}$, де $D = \|\delta_{ij}\lambda_i\|_{i,j=1}^n$, λ_i , $i = 1, \dots, n$, - власні значення матриці A (дійсні і від'ємні), T - деяка невироджена матриця, причому $T = \|t_{ij}\|_{i,j=1}^n$, $T^{-1} = \|t'_{ij}\|_{i,j=1}^n$ та

$$c = \sum_{j=1}^n t'_{j1} \lambda_j^{-1} \sum_{k=1}^n t_{kj} \left(\mu_n \sum_{j=1}^n t_{nj} t'_{j1} \lambda_j^{-1} \right)^{-1}.$$

Теорема. Нехай $F(x)$ належить області притягання стійкого закону з показником α , $1 < \alpha \leq 2$. Тоді існує функція $f(\lambda) > 0$, що правильно змінюється з показником $\frac{1}{\alpha} - 1$, і така, що розподіли величин $(S^S - c) \frac{1}{f(\lambda)}$ і $(V_n^S - c) \frac{1}{f(\lambda)}$ слабо збігаються при $\lambda \rightarrow \infty$ до розподілу величини

$$\sum_{j=1}^n t'_{j1} \left(\sum_{k=1}^n t_{kj} - \mu_n t_{nj} \lambda_j^{-1} (\exp\{\lambda_j t\} - 1) \right) v_j + \mu_n \sum_{j=1}^n t_{nj} t'_{j1} \lambda_j^{-1} w_j,$$

який є стійким з показником α , і характеристична функція якого визначається характеристичними функціями незалежних випадкових величин v_j , w_j , $j = 1, \dots, n$, які мають вигляд

$$\chi^{-\frac{1}{\alpha\lambda_j}}(s_1), \exp \left\{ |s_1|^\alpha \left(1 + i \frac{s_1}{|s_1|} \operatorname{tg} \frac{\pi\alpha}{2} \right) \int_0^c (1 - \exp\{\lambda_j u\})^\alpha du \right\},$$

$$j = 1, \dots, n, \text{ відповідно, де } \chi(s_1) = \exp \left\{ -|s_1|^\alpha \left(1 - i \frac{s_1}{|s_1|} \operatorname{tg} \frac{\pi\alpha}{2} \right) \right\}.$$

Відповідну теорему в умовах великого завантаження ($\lambda \rightarrow \infty$) встановлено для випадку, коли $F(x)$ належить області притягання стійкого закону з показником α , $0 < \alpha < 1$.

Література:

[1] О.К. Закусило. Марковські процеси з напівдетермінованими частинами траєкторій. // Київ, 2002, 165 с.

**ПРО НАБЛИЖЕНИЙ СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО
КЕРУВАННЯ СИСТЕМАМИ СТОХАСТИЧНИХ
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІТО-СКОРОХОДА З
МАЛИМ ПАРАМЕТРОМ**

Лукашів Т. О., Ясинський В.К.

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича
lukashiv@rambler.ru

На ймовірнісному просторі (W, F, P, F_t) задана задача керування для стохастичної системи

$$dx(t) = a(t, x_t, u, e)dt + b(t, x_t, u, e)dw(t) + \int_U c(t, x_t, z, u, e)\mathcal{M}(dz, dt), \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

за початковою умовою $x(t) = j_0(t), -h \leq t \leq 0$, де $x(t) \in x(t, w) \in R^n$ – сильний розв’язок задачі (1); відрізки $x_t \in \{x(t+q), -h \leq q \leq 0\}$ – належать простору Скорохода неперервних справа функцій, які мають лівосторонні границі [2]; $a: [0, T] \times D \times U \rightarrow R^n$; $b: [0, T] \times D \times U \rightarrow M_n(R^n)$ – матриця $n \times n$; $c: [0, T] \times D \times Z \times U \rightarrow R^n$; $w(t)$ – n -вимірний стандартний вінерів процес; $\mathcal{M}(dz, dt) \in \mathcal{P}(dz, dt)$ – $n(dz, dt)$ – $P(dz)dt$ – центрована пуассонова міра [2], що не залежить від $w(t)$; $u \in U$ – l -вимірний простір кусково-неперервних керувань; $\varepsilon > 0$ – малий параметр.

Функціонал якості беремо у вигляді

$$J(t, \varphi) = E_{t, \varphi} \left\{ F(x_T, \varepsilon) + \int_t^T G(s, x_s, u(s, x_s), \varepsilon) ds \right\}, \quad (2)$$

де $F(\varphi, \varepsilon) \geq 0$; $G(t, \varphi, u) \geq 0$.

В якості допоміжної задачі керування вибрана вихідна задача керування (1), (2) з $\varepsilon = 0$.

Обґрунтовано алгоритм послідовних наближень для побудови оптимального керування, рівняння Беллмана, яке одержується шляхом прирівняння до нуля відповідних коефіцієнтів при однакових степенях $\varepsilon > 0$ розкладу $v(t, \varphi)$, $L(t, \varphi, u, \varepsilon)$ [3].

Література:

- [1] Андреева Е. А., Колмановский В. Б., Шайхет Л. Е. Управление системами с последействием. – М.: Наука, 1992. – 336 с.
- [2] Скороход А.В. Асимптотические методы в стохастических дифференциальных уравнениях. К.: Наукова думка, 1986. – 328 с.
- [3] Царьков Е.Ф., Ясинский В.К. Квазилинейные стохастические дифференциально-функциональные уравнения. – Рига: Ориентир, 1992. – 328 с.

ПРО ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ РОЗПОДІЛУ ПУАСОНІВСЬКОГО ПРОЦЕСУ НА ВІДРІЗКУ ДО ЕРГОДИЧНОГО

Лукович О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

lukovych@unicyb.kiev.ua

Розглядається узагальнений однорідний процес Пуассона $\xi(t)$, $t \geq 0$, $\xi(0) = 0$ із зсувом. Характеристична функція приростів такого процесу може бути подана у вигляді

$$M e^{s(\xi(t) - \xi(0))} = e^{tk(s)}, \quad \operatorname{Re} s = 0,$$

де

$$k(s) = as + \lambda \int_{-\infty}^{+\infty} (e^{sx} - 1) dF(x).$$

В цьому зображенні $\lambda > 0$ є інтенсивністю стрибків процесу $\xi(t)$, $F(x)$ є функцією розподілу величини стрибка, а коефіцієнт a є параметром зсуву і на протязі цієї статті постійно вважається додатнім.

Нехай $T > 0$ буде деяке фіксоване число і $\xi(0) = u \in [0; T]$. Процес Пуассона з відбиттям на рівні T задається таким співвідношенням

$$\xi^+(t) = u + \xi(t) - \max\{0, \inf_{0 \leq u \leq t} (u + \xi(u) - T)\}. \quad (1)$$

Означений таким чином процес буде строго марківським.

Нехай $\tau_1^* = \inf \{t: \xi^+(t) < 0\}$ – момент першого досягнення від'ємної пів-вісі процесом $\xi^+(t)$. В [1] розглядався процес $\xi^*(t)$, представлення якого виглядає наступним чином:

$$\xi^*(t) = \begin{cases} \xi^+(t), & t < \tau_1^*, \\ \xi^+(t) - \xi^+(\tau_1^*), & t \geq \tau_1^*. \end{cases} \quad (2)$$

Означим $\tau_2^* = \inf \{t > \tau_1^* : \xi^*(t) = 0\}$. До моменту τ_2^* процес $\xi^*(t)$ розвивається згідно з (2), а після цього моменту він визначається за допомогою приростів процесу $\xi^+(t)$, так як і в (2), тобто

$$\xi^*(t) = \begin{cases} \xi^*(t) & t < \tau_i^* \\ \xi^+(t) - \xi^+(\tau_i^*) & t \geq \tau_i^*, \end{cases} \quad (3)$$

де $\tau_i^* = \inf \{t > \tau_{i-1}^* : \xi^*(t) = 0\}$, $i = 3, 4, \dots$

В [2] було доведено існування ергодичного розподілу для процесу $\xi^*(t)$. В даній статті нас цікавить швидкості збіжності розподілу $P\{\xi^*(t) \leq x\}$ до ергодичного. Ми обмежимося оцінкою швидкості збіжності лише для $P(\xi^*(t) < z / \xi^*(0) = 0)$ оскільки в цьому випадку випадкові величини τ_i^* , $i \geq 1$ утворюють звичайний процес відновлення і потрібні нам оцінки можна отримати користуючись результатами роботи [3].

Література:

1. Братійчук М.С., Лукович О.В. Задача про розорення для узагальненого процесу Пуасона з відбиттям, УМЖ, № 11, 2005
2. Лукович О.В. Про ергодичний розподіл пуасонівського процесу на відрізок Вісник Київського Університету.
3. Карташов М.В. Степенные оценки скорости сходимости в теореме восстановления, Теория вероятностей и ее применения, 1979, т. 25.- с. 600-607.

РАССМОТРЕНИЕ И ОЦЕНКА АЛЬТЕРНАТИВ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ СТЕПЕНИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ.

Луц В.К.

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАНУ

lv1@ukr.net

Математик XVIII в. Пьер Симон Лаплас полагал, что законы природы подразумевают строгий детерминизм и полную предсказуемость, что если бы для каждой частицы во Вселенной были заданы положение и скорость, он мог бы предсказать будущее на все остальное время (а теория вероятностей возникает только из-за несовершенства наблюдений, недостатка информации). В начале XX века Анри Пуанкаре предвосхитил современный взгляд: сколь угодно малые неопределенности, различия в начальных условиях могут вызвать очень большие различия в конечном явлении. Неопределенность зависит от влияния следующих факторов: объем неизвестных данных; диапазон хаотических (непредсказуемых) колебаний оцениваемых характеристик; проявление, актуализация скрытых, потенциальных факторов; слабых и случайных воздействий (а также их взаимодействия). Неоднозначность определяется наличием альтернативных вариантов развития событий и вероятностью их реализации – некоторые процессы характеризуются высокой устойчивостью основного направления изменений, другие же имеют множество выраженных состояний (точек) бифуркации (когда любое незначительное случайное воздействие вносит значительные непредсказуемые изменения). Непредсказуемость выражается в существовании принципиально неизвестных, не рассматриваемых исследователями характеристик, факторов и условий, оказывающих некоторое слабо формализуемое воздействие на выделяемые, оцениваемые показатели. Неоднозначность, неопределенность и непредсказуемость обуславливают принципиальную ограниченность математических моделей, на что также влияет степень изученности рассматриваемого явления, процесса, выбор базисных положений, математического языка описания и преобразований, особенности постановки задачи, факторы, вызывающие погрешности. Погрешности зависят от внутренних факторов и условий, степени влияния ситуативных, случайных взаимосвязей, характеристик передающей среды. На практике реализуется лишь один из возможных сценариев развития событий, при этом влияние случай-

ных, хаотических воздействий, флуктуаций может быть решающим. Соответственно, теория должна учитывать, оценивать различные комбинации возможных значений существующих параметров, факторов, условий, а также результаты их взаимодействия. В общем случае развитая теория должна давать возможность оценить влияние изменения каждого из имеющихся факторов и условий на дальнейшее развитие событий, а также их суммарный вклад в отклонение от наиболее вероятного прогноза, в том числе – для значительного разброса значений (выходящих за рамки действующего диапазона). При этом приходится согласовывать различной степени связанности разнородную информацию, как от различных источников, так и полученные в различной форме от одного и того же источника. Теоретические положения в значительной мере обуславливают характер практического опыта, особенности извлечения и оценки непосредственной информации, при этом происходит искажение данных, подгонка их под выбранные теоретические схемы, а также потеря неучтенной теорией информации ("ученый увидит то, что и предполагал"). С другой стороны, в случае отсутствия любых теорий при непосредственном опыте также теряется часть значимой информации, в силу ограниченности объема возникающей опосредованной информации о событии ("то, что не названо, не существует"). Следовательно, желательно рассматривать множество теоретически возможных связей между существующими факторами, условиями, параметрами и оценками. Для уменьшения степени неопределенности можно использовать не только информацию, получаемую от непосредственных источников, но и дополнительную, формирующую особенности проведения обработки, анализа данных. Предпосылками для этого могут служить теорема К. Геделя о неполноте и принцип двойственности, который имеет различные проявления (принцип дополнительности Н. Бора и др.). Желательно рассматривать альтернативы различного рода, с целью получения более полной информации. Например, альтернативы базисных положений позволяют расширить исходную позицию, альтернативы характеристик, условий, факторов – дополнить теоретические представления, альтернативы решений, возможностей – согласовать, реализовать комплексный подход (на практике возможно сосуществование различных альтернатив, внешне противоречивых). Кроме простых альтернатив, типа $A - \text{не } A$, и их сочетаний (и A , и не A , а также отрицание этой комбинации), пред-

ставляют интерес сложные последовательности (типа АВ, ВА и их дополнений). При этом необходимо различать альтернативы и их оценки – для каждой альтернативы существуют различные типы оценок (в частности, положительные и отрицательные).

ЛІНІЙНІ МОДЕЛІ ЕКОЛОГІЧНОЇ ЕКОНОМІКИ

Ляшенко І.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

lyashenko@unicyb.kiev.ua

Взаємодія людського суспільства та природного середовища на будь-якому рівні повинна розглядатись в рамках єдиної еколого-економічної системи (ЕЕС). Аналіз ЕЕС дає цінний матеріал для наукового передбачення та раціонального планування розвитку. Виникає нагальна потреба в математичному моделюванні ЕЕС.

В рамках лінійної економіки врахування екологічного фактора в економіко-математичних моделях найбільш вдало здійснено в міжгалузевій балансовій моделі „затрати-випуск” В.Леонтьєва – Д.Форда

$$\begin{aligned}x_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + y_1, \\x_2 &= A_{21}x_1 + A_{22}x_2 - y_2,\end{aligned}\tag{1}$$

де x_1 – вектор валового випуску продукції, y_1 – вектор кінцевого продукту, x_2 – вектор обсягів знищених забруднювачів, y_2 – вектор обсягів викидів забруднювачів в навколишнє середовище, A_{11} та A_{12} – технологічні матриці прямих затрат продукції, A_{21} та A_{22} – технологічні матриці прямого випуску забруднювачів (в основному виробництві та в очисних спорудах відповідно). Усі матриці системи лінійних рівнянь (1) вважаються невід’ємними, а відповідна блочна матриця A – продуктивною, що еквівалентне умові $(I - A)^{-1} \geq 0$, де I – одинична діагональна матриця. Економічний зміст моделі Леонтьєва – Форда вимагає, щоб усі змінні її були невід’ємними.

Необхідною та достатньою умовою невід'ємності розв'язків x_1 та x_2 системи (1) при продуктивній блочній матриці A та при $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0$ є умова

$$(I_2 - A_2)^{-1} [A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} y_1 - y_2] \geq 0, \quad A_2 = A_{22} + A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12}.$$

Для моделі (1) будується двоїста модель цін

$$\begin{aligned} p_1 &= p_1 A_{11} + p_2 A_{21} + r_1, \\ p_2 &= p_1 A_{12} + p_2 A_{22} + r_2, \end{aligned} \quad (2)$$

де p_1 - вектор збалансованих цін продукції, r_1 - вектор доданої вартості продукції, p_2 - вектор цін знищення забруднювачів, r_{12} - вектор доданої вартості знищення забруднювачів.

Статична модель (1) узагальнюється до динамічної моделі

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1 \frac{dx_1}{dt} + B_2 \frac{dx_2}{dt} + \bar{y}_1(t), \\ x_2(t) &= A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) - y_2(t), \end{aligned} \quad (3)$$

де $B_1 \geq 0$ та $B_2 \geq 0$ - матриці прирістної фондоємності продукції, $\bar{y}_1(t)$ - вектор невинного споживання продукції.

Модель Леонтьєва – Форда як елемент використовується в більш складних еколого-економічних моделях. Покажемо, як ця модель використовується при побудові виробничої функції екологічної економіки. Основу екологічної економіки, як відомо, створюють ринкові відносини, що охоплюють як економічні, так і екологічні складові.

Нехай c_1 - вектор економічної оцінки продукції, c_2 - вектор економічної оцінки збитків від викидів забруднювачів, R - вектор наявних загальних ресурсів, $D_1 \geq 0$ та $D_2 \geq 0$ - технологічні матриці прямих витрат ресурсів. Оптимальне функціонування екологічної економіки описується такою моделлю

$$\begin{aligned} c_1 y_1 - c_2 y_2 &\rightarrow \max, \\ D_1 x_1 + D_2 x_2 &\leq R, \\ x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

В запропонованій моделі (4), (1) невід'ємність змінних та не вимагається. Це означає, що гіпотетична екологічна економіка, що розглядається, може функціонувати і як виробник продукції, і як очищувач навколишнього середовища. Нехай $x_1^*(R)$ та $x_2^*(R)$ - оптимальні розв'язки. Тоді $F(R) = c_1 y_1^*(R) - c_2 y_2^*(R)$ є виробничою функцією екологічної економіки.

Шляхом дослідження відповідної двоїстої задачі показано, що достатніми умовами існування нетривіального розв'язку задачі (4), (1) є умови

$$c_1(I_1 - A_{11}) \geq c_2 A_{21}, \quad c_1 A_{12} \leq c_2(I_2 - A_{22}). \quad (5)$$

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМАТИЧНИХ ОБЛАСТЕЙ З МЕТОЮ ВИЯВЛЕННЯ ОЗНАК ПРО НИХ

Ляшкевич В.Я.

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича

На сьогодні накопичені величезні об'єми інформації, що містять знання про кожну тематичну область (ТО) діяльності людини і темпи їх зростання постійно збільшуються. Для їх аналізу з метою застосування розроблено математичний апарат, який разом із знаннями складають експертну систему. Відомий ряд рішень та перспективних напрямків досліджень в галузі інформаційного пошуку, котрий є невід'ємною частиною таких систем. Серед них - не тільки такі, як побудова глобальних розподілених інформаційно-пошукових систем (ІПС), а й такі, як аналіз документів, котрий, на перший погляд, є елементарним. [1]

В роботі [2] розглянуті проблеми розроблення ІПС діагностування комп'ютерних систем (КС). Процес діагностування є завершеним, результат якого дає можливість нам визначити технічний стан КС або виявити місце прояву несправності. При подальшому дослідженні пошуку діагностичної інформації (ДІ) були введені критерії корисності й достатності інформації для проведення тестування КС. Також була удосконалена архітектура ІПС, за допомогою модуля штучних нейронних мереж (ШНМ), апробованого у системі Simulink. [3]

Дослідження інших ТО: медицина, фізика, хімія - показали, що розроблену модель пошуку [3] можна реалізувати і для них. З метою досягнення технічного результату пропонується: уточнити зміст інформації для кожної ТО; розробити концептуальну модель пошуку інформації; залучити експертів з відповідних ТО; удосконалити архітектуру ПС.

Наприклад, для проведення процесу тестування (діагностування) КС, розгляд поняття ДІ має ґрунтуватися на понятті інформації взагалі, тому що ДІ є однією з її форм, а слово “діагностична” є частковою ознакою саме цієї форми інформації. Тому під ДІ для тестування КС розуміємо таку інформацію, котра дає можливість розпізнавати технічний стан КС як об’єктів діагностування. [2] В цей же час, слово “діагностична” описує процес встановлення діагнозу лікарем хворій людині, та ґрунтується на дослідженні стану людини.

Процес проведення досліджень у галузі фізики, хімії та ін. може бути охарактеризований певними умовами, які можна описати кількісно та якісно. Для успішного проведення досліджень необхідна наявність об’єктів досліджень, знання дослідником умов, методів та засобів проведення дослідження. Сама ж інформаційна складова дослідження відіграє важливу роль, оскільки не виключно, що дослідження такого типу уже проводилися. Тому, під дослідницькою інформацією будемо вважати таку, котра забезпечує знання щодо успішного проведення дослідження.

У галузі медицини можна розглянути два типи інформаційної складової, а саме: інформація, що дозволяє встановити діагноз людини та інформація, що надає знання для проведення досліджень дії різних лікарських препаратів, оцінити їхній вплив на організми людини, тварин, рослин.

Для того, щоб виявити належність інформації для певної ТО пропонується встановити ознаки процесу дослідження саме для даної ТО. Далі, експертним шляхом, можна визначити належність вмісту документу до конкретної ТО, а опорним точкам документу, котрі описують ознаки процесу дослідження - експертні оцінки. Значення цих оцінок буде використане при навчанні пошукового агента відповідної ТО.

Таким чином, опрацювавши різні ТО, можна реалізувати на базі текстологічно - нейромережного методу пошуку ДІ [2, 3] пошук дослідницької інформації для успішного проведення

Рис. 1.

процесу дослідження чи проведення експериментів. Використання даного підходу забезпечить скорочення часу пошуку необхідної інформації за рахунок не повного аналізу знайдених джерел.

Література:

1. Ермаков А. Е. Полнотекстовый поиск: проблемы и их решение // Мир ПК. – 2000. – №5.
2. Локазюк В. М., Ляшкевич В. Я. Проблемы розроблення інформаційно-пошукової системи діагностування комп'ютерних пристроїв // Вісник Хмельницького національного університету. – Хмельницький: ХНУ. - 2005. - №.4, Ч1,Т2 – С.169 - 175.
3. Ляшкевич В. Я. Оцінка корисності та достатності діагностичної інформації для тестування комп'ютерних засобів у системі Simulink // Вісник Хмельницького національного університету. – Хмельницький: ХНУ. - 2006. - №.6(87). – С.77 - 85.

АНАЛОГ ЗАДАЧІ МАРКОВІЦА ДЛЯ БАГАТОКАНАЛЬНИХ СТОХАСТИЧНИХ МЕРЕЖ

Макушенко І.А., Усар І.Я.

Київський національний університет ім.Тараса Шевченка
iamak@ukr.net

Розглянемо стохастичну мережу типу $[SM|GI|_{\infty}]^r$, яка функціонує наступним чином. На “r” вузлів іззовні надходить один загальний потік пакетів, який керується напівмарковським процесом $x(t) \in \{1, 2, \dots, N\}$. Це означає, що моменти надходження пакетів співпадають з моментами ϕ_n , $n = 1, 2, \dots$ змін станів $x(t)$. Якщо у моменти ϕ_n процес $x(t)$ переходить у стан “i”, то пакет з номером “n” з імовірністю h_{ij} надходить для обробки у вузол “j”,

$\sum_{j=1}^r h_{ij} = 1$, $H = \|h_{ij}\|$ – прямокутна матриця розміром $N \times r$. Через $F(t) = \|F_{ij}(t)\|_1^N$ будемо позначати напівмарковську матрицю процесу $x(t)$.

Кожен з “ r ” вузлів представляє собою багатоканальну стохастичну систему. При надходженні пакету у таку систему зразу починається його обробка. Розподіл часу обробки залежить від номера вузла, через $G_j(t)$, $j=1,2,\dots,r$, будемо позначати його функцію розподілу. Після обробки у j -ому вузлі пакет з імовірністю p_{jk} надходить у вузол k і з імовірністю $p_{jr+1} = 1 - \sum_{k=1}^r p_{jk}$ залишає мережу, $P = \|p_{jk}\|_1^r$ - матриця маршрутизації мережі.

Для мереж типу $[SM|GI|^\infty]^r$ багатовимірним процесом обробки інформації будемо називати вектор $Q'(t) = (Q_1(t), \dots, Q_r(t))$, де $Q_j(t)$, $j=1,2,\dots,r$ - число пакетів у j -ому вузлі в момент часу $t \geq 0$. Якщо у початковий момент мережа порожня, $x(0) = i$, і момент надходження першого пакету в мережу співпадає з моментом виходу з “ i ”, то процес обробки інформації будемо позначати через $Q^i(t) = (Q_1^i(t), \dots, Q_r^i(t))$.

На процесі обробки пакетів $Q^i(t)$, $i=1,2,\dots,N$ у $[SM|GI|^\infty]^r$ - мережі визначимо адитивний функціонал $S^i(t) = (S_1^i(t), S_2^i(t), \dots, S_r^i(t))$, де $S_j^i(t)$, $j=1,2,\dots,r$ - число пакетів, обробка яких завершилася в j -ому вузлі за час t при умові, що у початковий момент $t=0$ мережа порожня і $x(0) = i$.

При умові, що існують границі $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} MS_j^i(t)$, будемо позначати їх через m_j , $j=1,2,\dots,r$. Очевидно, що m_j , $j=1,2,\dots,r$ залежать від параметрів $[SM|GI|^\infty]^r$ - мережі: $H = \|h_{ij}\|$, $F(t) = \|F_{ij}(t)\|_1^N$, $G_j(t)$, $j=1,2,\dots,r$, $P = \|p_{ij}\|_1^r$. У подальшому будемо вважати, що $F(t)$, $G_j(t)$, $j=1,2,\dots,r$, P є заданими, а вибір матриці H знаходиться у нашому розпорядженні. Таким чином $m_j = m_j(H)$, $j=1,2,\dots,r$. Аналогічно, якщо існують

границі $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \text{cov}(S_k^i(t), S_p^i(t))$, будемо позначати їх через $V_{kp}(H)$, $k, p = 1, 2, \dots, r$.

Перейдемо до постановки оптимізаційної задачі.

Нехай C_j , $j = 1, 2, \dots, r$ – прибуток від обробки одного інформаційного пакету в j -ому вузлі. Тоді $V(H) = \sum_{k,p=1}^r C_k V_{kp}(H) C_p$ є величиною ризику, мірою відхилення прибутку від очікуваного значення $M(H) = \sum_{j=1}^r C_j m_j(H)$. Враховуючи це, ми приходимо до оптимізаційної задачі виду

$$V(H) = \sum_{k,p=1}^r C_k V_{kp}(H) C_p \rightarrow \min, \quad (1)$$

При умові

$$M(H) = \sum_{j=1}^r C_j m_j(H) = M_0, \quad (2)$$

$$h_{i1} + h_{i2} + \dots + h_{ir} = 1, \quad h_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, r, \quad (3)$$

де $M^- \leq M_0 \leq M^+$, M^+ , M^- – максимальне і мінімальне значення відповідно лінійного функціоналу $M(H)$ при обмеженнях (3).

Подібні постановки часто виникають при оцінюванні ризику у фінансових операціях. Для того, щоб розв'язати поставлену задачу, необхідно подати функціонали $M(H)$, $V(H)$ через параметри $[SM|GI]^\infty$ – мережі.

Література:

1. Markowitz H.M. Portfolio selection // J. of Finances. – 1952. – Vol. 7, № 1. – P. 77-91.
2. Лебедев Є.О. Стационарный режим та біномні моменти для мереж типу $[SM|GI]^\infty$ // Украинский математический журнал. – 2002. – Т. 54, № 10. – С. 1371-1380.

АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ ДВОХ ВЗАЄМОДІЮЧИХ ВИДІВ З ВІКОВОЮ СТРУКТУРОЮ

Маценко В.Г.

Чернівецький національний університет

vgm2006@mail.ru

Більш адекватно описувати динаміку чисельностей біологічних популяцій можна, якщо враховувати розподіл особин за віком. Це пояснюється тим, що співвідношення між різними віковими групами в популяції суттєво впливають на її динаміку в майбутньому і, крім цього, питання раціонального використання природних ресурсів теж вимагають врахування вікової структури.

Класична модель динаміки вікового складу популяції (модель Мак-Кендріка, фон Фоерстера) має вигляд [1]

$$\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial \tau} = -d(\tau)x(\tau, t), \quad t, \tau > 0,$$
$$x(0, t) = \int_0^{\infty} b(\tau)x(\tau, t)d\tau, \quad t > 0, \quad x(\tau, 0) = \varphi(\tau), \quad \tau \geq 0, \quad (1)$$

де $x(\tau, t)$ – вікова густина особин віку τ в момент часу t ; $d(\tau)$, $b(\tau)$ – функції, що описують процеси виживання та народжуваності відповідно, $\varphi(\tau)$ – початковий розподіл вікової структури.

Важливий вплив на динаміку чисельності популяції мають міжвидові взаємодії. Зокрема, найчастіше в прикладних задачах зустрічаються двовидові системи. Серед них важливу роль відіграють системи двох конкурентів та “хижак-жертва”.

Огляд різноманітних узагальнень цієї системи наведений в [2].

В даній праці системи, що описують двовидові взаємодії узагальнюються на випадок урахування вікової структури. Дана модель за аналогією з (1) має вигляд

$$\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial \tau} = -\mu_1(\tau, X, Y)x, \quad \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial \tau} = -\mu_2(\tau, X, Y)y, \quad \tau, t > 0,$$
$$x(0, t) = \int_0^{\infty} b_1(\tau, X, Y)x(\tau, t)d\tau, \quad y(0, t) = \int_0^{\infty} b_2(\tau, X, Y)y(\tau, t)d\tau, \quad t > 0,$$
$$x(\tau, 0) = \varphi_1(\tau), \quad y(\tau, 0) = \varphi_2(\tau), \quad \tau \geq 0, \quad (2)$$

де $x(\tau, t)$, $y(\tau, t)$ – вікові густини чисельностей двох популяцій. Оскільки на процеси народжування та виживання можуть впливати лише деякі вікові групи, причому з різною інтенсивністю, то в

моделі (2) в якості X, Y розглядаємо деяку зважену чисельність, тобто

$$X(t) = \int_0^{\infty} \gamma_1(\tau) x(\tau, t) d\tau, \quad Y(t) = \int_0^{\infty} \gamma_2(\tau) y(\tau, t) d\tau.$$

Для дослідження системи (2) використовуємо метод інтегрування вздовж характеристик і аналогічно [3] система (2) зводиться до системи інтегральних рівнянь, для якої при певних умовах на параметри доведена теорема існування та єдиності додатного розв'язку.

Частинним випадком системи (2) є система „хижак-жертва” з віковою структурою вигляду

$$\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial \tau} = -(d_1(\tau) + \mu_1(\tau)Y)x, \quad \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial \tau} = -(d_2(\tau) - \mu_2(\tau)X)y,$$

$$x(0, t) = \int_0^{\infty} b_1(\tau) x(\tau, t) d\tau, \quad y(0, t) = \int_0^{\infty} b_2(\tau) y(\tau, t) d\tau. \quad (3)$$

Для системи (3) знайдено умови існування стаціонарних розв'язків. Вони мають вигляд

$$\int_0^{\infty} b_1(\tau) \exp\left(-\int_0^{\tau} d_1(\xi) d\xi\right) d\tau > 1,$$

$$\int_0^{\infty} b_2(\tau) \exp\left(-\int_0^{\tau} d_2(\xi) d\xi\right) d\tau < 1.$$

Оскільки стійкість стаціонарних процесів гарантує реалізацію таких процесів в реальних біологічних системах, то в роботі проведено дослідження стійкості стаціонарних розв'язків системи (3).

Література:

- [1] Von Foerster H. Some remarks on changing populations // *Kinetics of Cellular Proliferation*. – New-York: Grune and Stratton, 1959. – P. 382 – 407.
- [2] Базыкин А.Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. – М.: ИКИ, 2003. – 368 с.
- [3] Маценко В.Г. Нелінійна модель динаміки вікової структури популяцій // *Нелінійні коливання*. – 2003. – т. 6, № 3. – С. 357 – 367.

РІВНОВАГИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Машенко С.О.

Київський університет ім. Т.Шевченка

msomail@yandex.ru

У доповіді розглянуте застосування багатокритеріального підходу [1,2] до одного з найпривабливіших принципів оптимальності теорії ігор - рівноваги Неша для гри в умовах невизначеності $UG = (Y; X_i, u_i; i \in N)$, де $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ - скінчена множина, що складається з m станів природи; $N = \{1, 2, \dots, n\}$ - множина з n гравців; X_i - множина стратегій гравця $i \in N$; $u_i(x, y)$ функція виграшу гравця, яка визначена на прямому добутку множини станів природи і множини ситуацій гри $X = \prod_{i \in N} X_i$.

В умовах повної інформованості гравців, щодо функцій виграшу, та повної невизначеності, щодо реалізації того чи іншого з станів природи, розглядається концепція віртуальної рівноваги. Для її формалізації вводяться поняття сильного та слабого відношення домінування за Нешем на множині ситуацій гри. Наведені необхідні та достатні умови слабкої та сильної віртуальної рівноваги.

Як рівноваги Неша в класичних іграх, так і віртуальні рівноваги в іграх в умовах невизначеності, на жаль, не завжди існують навіть у випадку скінчених множин стратегій гравців. Тому у доповіді розглядається змішане розширення гри в умовах невизначеності та наведені теореми про необхідні й достатні умови слабкої та сильної змішаної віртуальної рівноваги. Як наслідок, пропонується теорема про існування слабких та сильних віртуальних рівноваг у змішаних стратегіях.

Література:

- [1] Машенко С.О., Павлюченко О.Г. Загальні умови векторної рівноваги за Нешем. Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки. –2004. –4. -с.162-167.
- [2] Машенко С.О. Векторні рівноваги у змішаних стратегіях. Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки. –2006. –1. -с.189-197.

МОНІТОРИНГ, МОДЕЛЮВАННЯ ТА КЕРУВАННЯ ВОДНО-ХІМІЧНИМ РЕЖИМОМ У РЕКТОРАХ ТИПУ ВВЕР-1000

Медведєв Р.Б., Сангінова О.В., Зав'ялов О.Д.

Національний технічний університет України «КПІ»

medvedev@xtf.ntu-kpi.kiev.ua

Проблема утилізації та очищення рідких відходів АЕС і очищення води безумовно є одною з основних екологічних проблем в Україні. Кількість рідких радіоактивних та токсичних відходів, витрати корекційних домішок залежать від способів ведення водно-хімічного режиму (ВХР).

Порушення ВХР контуру прискорює корозійний знос устаткування, в першу чергу парогенераторів та турбіни, тому створення математичної моделі та оптимізація водно-хімічного режиму дозволить мінімізувати використання води на потреби атомної енергетики та зменшити обсяги водозабору.

Відповідно до блочного принципу аналізу хіміко-технологічних схем та прийнятими припущеннями [1,2] у принциповій тепловій схемі ВВЕР-1000 виділено такі блоки: «Турбіна», «Деаератор», «Конденсатор», «Парогенератор», «Підігрівач високого тиску», «Підігрівач низького тиску», «Конденсатний насос», «Змішувач», «Фільтр», «Турбоживильний насос». Моделі кожного блоку отримана у вигляді системи диференціальних рівнянь першого порядку, крім моделі змішувача, яка складена на основі балансових рівнянь. Розрахунок теплового режиму турбінної установки винесено до окремої програми (програма MARGO розроблена у Одеському національному політехнічному університеті під керівництвом Кірова В.С.). Математична модель другого контуру ВВЕР-1000 складається з математичних моделей окремих блоків і системи рівнянь структури технологічних зв'язків [2].

Розв'язання рівнянь, які входять до складу моделі, здійснювалося у середовищі MatLab Simulink. У цьому пакеті передбачено можливість візуального редагування моделі і вибору алгоритму розв'язання, а у дистрибутиві MatLab є велика бібліотека алгоритмів та математичних функцій при застосуванні Simulink.

Розрахункова схема другого контуру у блоках Simulink подана на рис. 1.

Стрілки на рисунку позначають матеріальні потоки. Кожний потік описується структурою, яка у поданому порядку складається з: масових витрат, т/год; температури, °C; тиску, МПа; концентрації домішок (Na^+ , Cl^- , SiO_2 , SO_4^{2-} , Fe^{3+} , Cu^{2+} , O_2), мкг/кг; питомої електропровідності χ , мкСм/см.

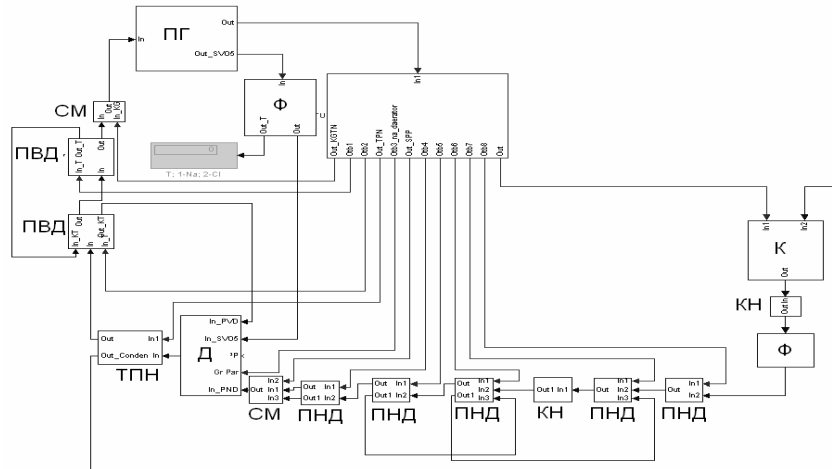


Рис. 1. Розрахункова схема 2 контуру ВВЕР-1000 у блоках Simulink.

Розрахункові дані порівнювалися із даними нормальної експлуатації для вказаних у нормативних документах показників якості. Проведений аналіз показав, що математична модель другого контуру ВВЕР-1000 описує об'єкт згідно прийнятим припущенням. Кількісна оцінка адекватності моделі може бути виконана тільки за умови адаптації моделі до конкретного об'єкту.

Розглянуту модель можна застосовувати не тільки з метою моніторингу водно-хімічного режиму, але й для розробки алгоритмів оптимального керування, короткотривалого прогнозування та аналізу можливих порушень.

Література:

- [1] Medvedev R., Sanginova O. Optimization of the water chemistry mode at the secondary coolant circuit of a nuclear power plant equipped with VVER-1000 reactor, 33rd International conference of the Slovak Society of Chemical Engineering (SSCHE), Bratislava, 2006. - p. 45.
- [2] Моделирование и мониторинг водно-химического режима второго контура водо-водяных реакторов Медведев Р.Б., Сангинова

ЛІНГВІСТИЧНИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ КЕРУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИМИ РИЗИКАМИ

Мельник Г.

Чернівецький національний університет ім. Юрія Федьковича
mehalyna@rambler.ru

Інформаційні ризики — це небезпека виникнення збитків або збитку в результаті застосування компанією інформаційних технологій. Іншими словами, інформаційні ризики пов'язані із створенням, передачею, зберіганням і використанням інформації за допомогою електронних носіїв та інших засобів зв'язку [1].

Процес керування інформаційними ризиками ототожнюється здебільшого з інформаційною безпекою, для організації якої в інформаційних системах (ІС) використовується декілька методів та механізмів. Вибір способів захисту – складна оптимізаційна задача, для знаходження оптимального розв'язку якої застосовують теорію біматричної гри з ненульовою сумою [4]. Етапу побудови моделі процесу керування інформаційними ризиками передуює збір експертних думок, складання карти ризиків для вже спроектованої та впровадженої ІС [1].

Автор пропонує поглянути на задачу аналізу інформаційних ризиків з моменту створення ІС. Інформаційний ризик в процесі проектування розглядається як вірогідна частота і вірогідна величина майбутньої втрати, що виникає внаслідок комбінації загрози, вразливості і особливості інформаційного активу [2]. Саме така позиція дозволяє аналізувати інформаційний ризик за наступними факторами: частота подій загроз, здатність загрози, контролююча сила, вразливість, частота подій втрати.

Оцінка кожного з цих факторів відбувається за відповідною шкалою. На зразок: здатність загрози «дуже висока» - 98-100% від загальної загрози, «висока» - 84-98% і т.д. [2].

Пропонується застосувати лінгвістичний підхід до моделювання процесу керування інформаційними ризиками. Такий

підхід забезпечує кількісний опис окремих елементів моделі за умов нечіткої інформації про критерії, альтернативні шляхи та їх наслідки в умовах дії агенту загрози. В рамках даного підходу формалізація словесних оцінок вірогідності результатів їх настання забезпечується введенням таких понять, як лінгвістична імовірність, лінгвістичне відношення переваги і т.д.

Формальний опис лінгвістичного критерію матиме вигляд

$$\langle K, T(K), U_K, G_K, M_K \rangle, \quad (1)$$

де K – назва лінгвістичного критерію; $T(K)$ – терм-множина K , тобто сукупність лінгвістичних значень, кожне з яких є нечіткою змінною із значенням з універсальної множини критерію U_K з базовою змінною u_K ; G_K – синтаксичне правило, яке породжує назву лінгвістичних значень критерію K , M_K – семантичне правило, яке кожному лінгвістичному значенню T_i в конкретному контексті ставить у відповідність його зміст $M(T_i)$. При цьому $M(T_i)$ є нечіткою підмножиною універсальної множини U_K , тобто

$$\mu(T_i) = \bigcup_{u_K \in U_K} \mu_{T_i}(u_K) / u_K, \quad (2)$$

тим самим забезпечується перехід від словесного до кількісного опису. У виразі (2) $\mu_{T_i}(u_K)$ – ступінь належності значення u_K до нечіткого обмеження $R(T_i, u_K)$ на значення базової змінної T . Пропонується процедура побудови функції належності $\mu_A(x)$ елементів $x \in X$ на основі кількісного парного порівняння ступенів належності індивідуальним експертним оцінкам [2]. Результатом є матриця $M = \|m_{ij}\|$, $i, j = \overline{1, n}$, де n – число точок, в яких порівнюються значення функції.

Значення функції належності $\mu_A(x_1), \mu_A(x_2), \dots, \mu_A(x_n)$ в точках $x_1, x_2, \dots, x_n$ визначаються на основі розв'язку задачі

$$M\Phi^T = \nu_{\max} \Phi, \quad (3)$$

де $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n]$ – вектор, що складений із $\mu_A(x_i)$; $\nu_{\max}$ – максимальне власне число матриці M .

Література:

1. Мишель Мур. Управление информационными рисками. - Журнал «Финансовый директор», № 9 2003.

2. Jack A. Jones. An Introduction to FAIR. - Trustees of Norwich University, 2005.
3. Л. Заде. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976.
4. Смирнова Г.Н. Проектирование экономических информационных систем. – М.: Финансы и статистика, 2003.

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ СПІЛЬНИМ ПОТОКОМ НА ОСНОВІ ПОРОГОВИХ СТРАТЕГІЙ

Мензатов Л., Лебедєв Є.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

m_lenur@mail.ru ; leb@unicyb.kiev.ua

При роботі стільникових мереж зв'язку часто виникає задача оптимального керування спільним потоком вимог на зв'язок. Розглянемо дві зони обслуговування абонентів O_1 та O_2 , які мають не порожній перетин: $O_1 \cap O_2 \neq \emptyset$. Абоненти, які потрапили в область O_1/O_2 генерують пуассонівський потік вимог інтенсивності λ_1 . Цих абонентів обслуговують "m" каналів зв'язку зони O_1 . Аналогічно, абоненти, які потрапили в область O_2/O_1 , генерують пуассонівський потік вимог інтенсивності λ_2 . Цей потік надходить на "m" каналів зв'язку зони O_2 . Нарешті абоненти, які потрапили в область $O_1 \cap O_2$ утворюють потік вимог інтенсивності λ . Вимоги цього потоку мають доступ до каналів зв'язку першої і другої зони. Практичний інтерес представляє задача оптимального керування напрямком спільного потоку. Основним критерієм при її розв'язку є мінімізація загальних втрат вимог в обох зонах $O_1 \cup O_2$. Перенесемо описану вище ситуацію на математичну основу. Нехай μ_1 і μ_2 – інтенсивності обслуговування вимог відповідно в першій і другій зонах. Тоді процес обслуговування вимог будемо моделювати двома взаємодіючими системами Ерланга типу $M/M/m$ ([1], стор.49). Для того, щоб завершити побудову моделі і строго сформулювати оптимізаційну задачу, необхідно для кожного моменту часу $t \geq 0$ визначити напрямок спільного потоку. Такий алгоритм вибору напрямку будемо у подальшому називати стратегією.

Нехай $Q_1(t)$ число зайнятих ліній у момент часу t в першій зоні, а $Q_2(t)$ – у другій зоні. Фазовий простір S процесу обслуговування

$Q'(t) = (Q_1(t), Q_2(t))$ представляє собою скінченну множину $\{0, 1, \dots, m\} \times \{0, 1, \dots, m\}$, тобто є множиною точок з цілими координатами квадрату $[0, m] \times [0, m]$. Якщо $Q'(t) = (Q_1(t), Q_2(t)) = (i, j)$, то це означає, що в першій системі зайнято "i" ліній, а в другій системі "j" ліній зв'язку.

Порогова стратегія керування спільним потоком визначається розбиттям фазового простору S на дві підмножини S_1 і S_2 , що не перетинаються.

Якщо в момент приходу вимоги спільного потоку $Q(t) \in S_1$, то вона надходить для обслуговування в систему "1". В протилежному випадку – в систему "2".

Вибір порогової стратегії φ повністю визначає процес обслуговування

$Q(t) = Q^{(\varphi)}(t)$. До його характеристик будемо додавати індекс φ . У відповідності до зроблених припущень процес $Q^{(\varphi)}(t)$, $t \geq 0$ представляє собою двовимірний ланцюг Маркова з неперервним часом у фазовому просторі S , що має наступні інфінітезимальні характеристики $a_{\alpha\beta}^{(\varphi)}(\alpha, \beta \in S, \alpha \neq \beta)$

$$a_{\alpha\beta}^{(\varphi)} = \begin{cases} \lambda_1^{(\varphi)}(\alpha), & \beta = (\alpha_1 + 1, \alpha_2), \\ \lambda_2^{(\varphi)}(\alpha), & \beta = (\alpha_1, \alpha_2 + 1), \\ \mu_1^{(\varphi)}(\alpha), & \beta = (\alpha_1 - 1, \alpha_2), \\ \mu_2^{(\varphi)}(\alpha), & \beta = (\alpha, \alpha_2 - 1), \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

Залежність від обраної стратегії представлена співвідношеннями

$$\begin{aligned} \lambda_1^{(\varphi)}(\alpha) &= \lambda_1 + \nu, & \alpha \in S_1, & \quad \lambda_1^{(\varphi)}(\alpha) = \lambda_1, & \alpha \in S_2, \\ \lambda_2^{(\varphi)}(\alpha) &= \lambda_2, & \alpha \in S_1, & \quad \lambda_2^{(\varphi)}(\alpha) = \lambda_1 + \nu, & \alpha \in S_2, \\ \mu_1^{(\varphi)}(\alpha) &= \alpha_1 \mu_1, & \mu_2^{(\varphi)}(\alpha) &= \alpha_2 \mu_2, & \alpha \in S. \end{aligned}$$

У роботі, що пропонується, сумарні втрати $H(\varphi)$ у двох зонах обслуговування абонентів у стаціонарному режимі подаються через стаціонарний розподіл ланцюга $Q^{(\varphi)}(t)$ і розглядається оптимізаційна задача виду

$$H^{(\varphi)} \rightarrow \min, \quad \varphi \in \Phi, \quad \text{де } \Phi\text{-множина усіх порогових стратегій.} \\ (1)$$

Хоча кількість елементів Φ -скінченна ($|\Phi| = 2^{(m+1)^2}$), для реальних "m" вона може бути дуже великою. У зв'язку з цим пропонується зменшити множину допустимих стратегій. Розглядаються ті порогові стратегії, у яких границя поділу областей S_1 і S_2 паралельна діагоналі квадрату S , що проходить через точки $(0,0)$ та (m, m) . Якщо Φ_0 множина таких стратегій, то $|\Phi_0| = 2m + 2$ і задачу (1) можна розв'язати перебором по множині Φ_0 .

При розв'язуванні (1) певні труднощі виникають із стаціонарними ймовірностями $\pi(\alpha)$, $\alpha \in S$. Аналіз робіт в цій області (див., наприклад, [2]) показує, що неварто очікувати явних формул, подібних до формул Ерланга. У роботі для пошуку $\pi(\alpha)$ запропоновано ефективний алгоритм, який є модифікацією методу матричного прогону ([3], стор.522)б

Література:

- [1] Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. введение в теорию массового обслуживания.- М.:Ком книга, 2005.-400с.
- [2]Козн Дж., Боксма О. Граничные задачи в теории массового обслуживания.-М.:Мир, 1987.-272с.
- [3] Самарский А.А. Теория разностных схем.-М.: Наука, 1983-616с.

ПОКРОКОВИЙ АЛГОРИТМ ПРОГНОЗУ З ПОПЕРЕДНІМ УПОРЯДКУВАННЯМ ПРИ МІНІМУМІ ПОЧАТКОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Меньшиков Ю.Л.

Дніпропетровський національний університет
du-mmf@ff.dsu.dp.ua

Розглядається задача прогнозу для деякого стаціонарного процесу при мінімумі попередньої експериментальної інформації.

Нехай експериментально отримано n вимірів кожної з n характеристик $q_1, q_2, \dots, q_n$ деякого стаціонарного процесу, наприклад, економетричні виміри (вибірки). Така початкова

інформація є мінімально можливою для побудови математичної моделі зв'язку між характеристиками $q_1, q_2, \dots, q_n$ [1,2].

Позначимо $q_i = (q_{1i}, q_{2i}, \dots, q_{ni})^T$, $i = 1, 2, \dots, n$; $A = \{q_{ik}\}_{i,k=1}^{i,k=n}$,

q_{ik} – i -е вимірювання характеристики q_k , $2 < n$. Припускаємо, що відомі максимальні похибки вимірювання кожної характеристики q_k :

$$\|q_{ik} - q_{ik}^{ex}\| \leq \delta_k, \delta_k > 0, i = 1, 2, \dots, n,$$

де q_{ik}^{ex} – точні виміри (вибірки), δ_k – задані величини.

Серед характеристик q_k ($k = 1, 2, \dots, n$) виберемо характеристику, наприклад q_1 , яка має найменшу похибку $\delta_1 = \min_k \delta_k$. Такі

характеристики є найбільш стійкими при вимірах. Часто їх називають „важкими” або „інерційними”. Серед решти характеристик знову проведемо упорядкування. В результаті отримаємо нову матрицю $A = \{a_{ik}\}$, в якій характеристики, упорядковані за величиною δ_k : $\delta_1 \leq \delta_2 \leq \delta_3 \leq \dots, \leq \delta_n$.

Розглянемо алгоритм прогнозу усіх характеристик процесу при новому значенні характеристики $q_{n+1,1}$.

На першому кроці з використанням будь-яких двох відомих вимірів (вибірок) двох перших характеристик q_1, q_2 з матриці A , будуються всі можливі математичні моделі зв'язку між двома характеристиками [2]. З використанням перших двох рядків матриці A виконується вибір оптимальної математичної моделі для прогнозу характеристики q_2 [3,4]. На цій моделі проводиться розрахунок прогнозу характеристики q_2 за новим значенням $q_{n+1,1}$.

Нехай це значення дорівнює $q_{n+1,2}$. Далі з використанням будь-яких трьох відомих вимірів (вибірок) трьох перших характеристик q_1, q_2, q_3 з матриці A , будуються всі можливі математичні моделі зв'язку між трьома характеристиками [2]. З використанням перших трьох рядків матриці A виконується вибір оптимальної математичної моделі для прогнозу характеристики q_3 [3,4]. Нехай це значення дорівнює $q_{n+1,3}$. Таким чином, процес можливо

продовжувати до характеристики q_n та отримати прогноз для всіх характеристик.

Слід визначити, що оптимальні математичні моделі, як правило, є різними для різних етапів зазначеного алгоритму.

Розглянемо випадок, коли прогноз виконується при нових значеннях деяких характеристик, наприклад, $q_{n+1,k}, q_{n+1,l}, q_{n+1,m}$. Ці характеристики q_k, q_l, q_m перезначимо як q_1, q_2, q_3 в довільному порядку. Залишившись характеристики упорядковуємо за величинами δ_i $i \neq k, i \neq l, i \neq m, 1 \leq i \leq n$ і виконується прогноз за вказаному алгоритму.

Використання вказаного підходу оправдано тільки в умовах стаціонарності процесу, який досліджується.

Література:

- [1] Меньшиков Ю.Л. Об одном варианте задачи эконометрики. – Problems of Solution making under Uncertainties (PDMU-2004). Міжнар. Конф, квітень 25-30, 2004, Тернопіль, Україна, 2004, с. 164-165.
- [2] Меньшиков Ю.Л. Эконометрические модели специального назначения. – Problems of Solution making under Uncertainties (PDMU-2005), Berdyansk, Ukraine, 2005, с.192-193.
- [3] Меньшиков Ю.Л. Экспресс идентификация параметров в условиях неопределенности.– Автоматика 2005: Мат-ли 12-ї Міжнар. Конф. з автоматичного управління, Харків, т.1, НТУ ХПІ, 2005, с.116.
- [4] Меньшиков Ю.Л. Прогнозування в умовах відсутності деяких даних. – Всеукр. конф. "Сучасні моделі і методи прогнозування соціально-економічних процесів" (ПСЕП-2006), 13-14 квітня 2006, Київ, Україна, с. 114-116.

КРИТЕРИИ ПОЛНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ И ДОСТИЖИМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ РЕГУЛЯРНЫХ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Минюк С.А., Панасик О.А.

Гродненский государственный университет имени Я. Купалы,

Гродно, Беларусь

zhuk@grsu.by

Объект изучения – линейная стационарная алгебро-дифференциальная система

$$\frac{dA_0x(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t), t \in T = [0, t_1], \quad (1)$$

$$x(0) = q, q \in R^n, \quad (2)$$

где $A_0, A(B)$ – матрицы размерности $n \times n(n \times r)$, пара матриц (A_0, A) – регулярная (существует комплексное λ , при котором $\det[\lambda A_0 - A] \neq 0$); $t_1 > 0$ – заданный момент времени, x – n -вектор фазовых переменных, u – r -вектор управления из множества допустимых управлений U_{A_0} , которое состоит из согласованных с начальным условием (2) кусочно-непрерывных функций $u(t), t \in T$, таких, что решение $x(t), t \in T$, задачи (1)-(2) – непрерывно, а функция $A_0x(t), t \in T$, – непрерывно дифференцируема. В случае регулярной пары матриц (A_0, A) множество U_{A_0} может включать только достаточно гладкие управления, и тогда условие согласования принимает вид

$$[E - C_0 A_0]q = \sum_{i=1}^k \left(\frac{d}{dt} \right)^{i-1} [C_i B u(t)] \Big|_{t=0}, \quad (3)$$

где $k = \text{index}(A_0, A), C_i, i = \overline{0, k}$ – базовые матрицы [1, с. 26-29].

Отметим, что в случае невырожденной матрицы при производных ($\det A_0 \neq 0$), соотношение (3) выполняется автоматически ($k = 0, C_0 = A_0^{-1}$), и U_{A_0} совпадает с множеством всех кусочно-непрерывных функций $u(t), t \in T$.

Следуя Р. Калману, под состоянием системы в момент времени $t = t_1$ удобно понимать вектор $A_0x(t_1)$ (необходимая и достаточная

информация для определения поведения системы (1)-(2) при $t > t_1$ при заданном управлении $u(t), t \geq t_1$). В связи с этим целесообразно, по аналогии с [2, с. 42-43], ввести понятия полной достижимости и полной управляемости системы (1)-(2).

Определение 1. Начальное положение (2), удовлетворяющее (3), назовем управляемым, если существует допустимое управление $u(t), t \in T$, такое, что траектория $x(t), t \in T$, системы (1)-(2) удовлетворяет условию $A_0 x(t_1) = 0$. Если все указанные начальные положения управляемы, то систему (1)-(2) назовем полностью управляемой.

Теорема 1. Для полной управляемости системы (1)-(2) необходимо и достаточно, чтобы

$$\text{rank}[\lambda A_0 - A, B] = n$$

при всех комплексных λ .

Пусть $L = \{l : l = A_0 c, c \in R^n\}$ – линейное подпространство из R^n , базисом которого являются линейно независимые столбцы матрицы A_0 (множество состояний системы (1)).

Определение 2. Систему (1)-(2) назовем полностью достижимой, если для любого начального положения (2), удовлетворяющего (3), достижимы все конечные состояния $l \in L$ системы (1), т.е. $A_0 x(t_1) = l$.

Теорема 2. Система (1)-(2) полностью достижима, если и только если

$$1) \text{rank}[C_2 B, C_3 B, \dots, C_n B] = \text{rank } C_2,$$

$$2) \text{rank}[\lambda A_0 - A, B] = n \text{ для всех комплексных } \lambda.$$

Пример. Рассмотрим систему управления:

$$\begin{cases} 0 = x_1 - x_2, \\ \dot{x}_2 = u(t), t \in T = [0, 1], \end{cases} \quad x(0) = q = \text{col}[q_1; q_2] \in R^2. \quad (4)$$

Условие (3) принимает вид: $q_1 - q_2 = 0$, а пространство $L = \{l : l = \text{col}[0; l_2], l_2 \in R\}$. Можно показать, что для успокоения системы надо выбрать управление $u(t) \equiv -q_2, t \in T$, а если управление $u(t) = l_2 - q_2, t \in T$, то состояние $l = \text{col}[0; l_2]$ достижимо системой (4).

Литература:

- [1] Бояринцев Ю.Е. Линейные и нелинейные алгебро-дифференциальные системы. – Новосибирск: Наука, 2000.
[2] Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971.

ОДИН КРИТЕРІЙ ВИБОРУ АКТИВУ

Андрій Музичук

Львівський національний університет імені Івана Франка

Припустимо, що для інвестора з відомим відношенням до ризику $\alpha \in [0,1]$ є досяжними активи, множину яких позначимо A , для інвестування в момент часу $t = 0$. Для оцінки активу будемо використовувати показник ефективності фінансового потоку та показник ризикованості активу. Нехай виконуються припущення:

(П1) Актив $a \in A$ утворює фінансовий потік $FF = (f_0, f_1, \dots, f_L)$

в дискретні моменти часу $t = \overline{0, L}$ і зовнішнє середовище задається множиною станів $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, причому $s_1 \succ s_2 \succ \dots \succ s_n$.

Будемо казати, що $s_1 \succ s_2$, якщо виконується $r_1 < r_2$, де r_1, r_2 відсоткові ставки що визначають стани s_1 та s_2 відповідно.

Траєкторію зовнішнього середовища довжиною L назвемо L -вимірний вектор tr^L , координати якого є елементами множини S , тобто $tr^L = (tr(1), \dots, tr(L))$, де $tr(k) \in S$, $k = \overline{1, L}$. Множину всіх траєкторій позначимо через S_L .

Ефективність фінансового потоку FF при умові траєкторії зовнішнього середовища $tr^L = tr$ будемо визначати як відношення чистої приведеної вартості до вартості активу і позначати $E(FF / tr)$. Для визначення ризикованості активу $R(FF / tr)$ при умові траєкторії $tr \in S_L$ будемо використовувати показник швидкості повернення капіталу $\nu(FF / tr)$, визначений в [3].

Зауважимо, що $\nu(FF / tr) \in [0,1]$, якщо фінансовий потік, утворений активом, є пронормований, тобто якщо $f_0 = 1$, а $0 \leq f_i \leq 1$, $i = \overline{1, L}$.

Тоді ризикованість інвестиційного проекту можна визначити як $R(FF / tr) = 1 - \nu(FF / tr)$. Такий показник добре описує ризикованість

активу, оскільки чим більша швидкість повернення капіталовкладень, тим менш ризиковий є актив.

Для побудови функціоналу оцінювання активу спершу розглянемо три класичні випадки відношення інвестора до ризику. Інвестор є оптимістом, тобто $\alpha = 1$, песимістом, для якого $\alpha = 0$ і нейтрального до ризику, тобто $\alpha = 0.5$. Інвестор-оптиміст вірить, що траєкторія зовнішнього середовища є такою, при якій ефективність активу буде найбільшою, а ризикованість – найменшою. Інвестор-песиміст вірить, що зовнішнє середовище є таким, при якому ефективність активу буде мінімальною, а ризикованість – максимальною. Тоді відповідні функціонали оцінювання мають вигляд:

$$G_a^1 = \max_{tr \in S_L} \left(\frac{e(FF|tr)}{R(FF|tr)} \right), G_a^0 = \min_{tr \in S_L} \left(\frac{e(FF|tr)}{R(FF|tr)} \right), G_a^{0.5} = \frac{1}{n^L} \sum_{tr \in S_L} \left(\frac{e(FF|tr)}{R(FF|tr)} \right) \quad (1)$$

Теорема. Нехай виконуються припущення (П1) і фінансові потоки утворені активами є пронормовані. Тоді функціонали (1) задовільняють умові оптимальності за Паретто, тобто, для довільних активів $a_1, a_2 \in A$ таких, що $a_1 \succ a_2$, виконуються нерівності $G_{a_1}^\alpha > G_{a_2}^\alpha$ для $\alpha = \{0, 0.5, 1\}$.

Для побудови функції оцінки активу в загальному випадку, тобто коли відношення інвестора до ризику $\alpha \in [0, 1]$, скористаємось означенням оператора впорядкованого зваженого середнього, визначеного в [1]. Сформулюємо наступний критерій.

Критерій Нехай виконується припущення (П1) і відповідні фінансові потоки, утворені активами, є пронормовані. Нехай відомим є $\alpha \in [0, 1]$. Тоді оптимальним вибором для інвестора буде актив $a_i \in A$ для якого значення функціоналу оцінювання

$$G_{a_i}^\alpha = \sum_{tr_k \in S_L} \frac{e(FF_i|tr_k)}{R(FF_i|tr_k)} \cdot w_k, \text{ де } W = (w_k)_{k=1..L} - \text{вектор вагових}$$

коефіцієнтів які обчислюються відповідно до значення α як, наприклад, в [2], $e(FF_i|tr_k)$ і $R(FF_i|tr_k)$ - ефективність і ризикованість фінансового потоку утвореного активом a_i при умові траєкторії tr_k відповідно.

Література:

1. Ronald R.Yager Including decision attitude in probabilistic decision making. – International Journal of Approximate Reasoning. – 1999. – №21. – pp.1-21;
2. M. O'Hagan, Fuzzy decision aids, in: The 21st Asilomar Conference on Signal, Systems and Computers, IEEE and Maple Press, Pacific Grove, CA, volume II, 1987, pp. 624- 628;

**ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ
В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

Наконечный О.Г.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
nakonechniy@unicyb.kiev.ua

Нехай U, Ω, Θ – деякі множини, які відповідно будемо називати множиною рішень та множинами невизначеностей. Позначимо через $\vartheta(u, \omega)$ та $\Phi(x, \theta)$ відображення множини $U \times \Omega$ в множину X та множини $X \times \Theta$ в R^1 – відповідно. Будемо називати функцію $\Phi(\vartheta(u, \omega), \theta)$ оцінкою рішення u при невизначеностях x, ω, θ . Оптимальним називають рішення u^* – яке не залежить від невизначеностей ω, θ і на якому в певному сенсі досягається екстремум функції $\Phi(\vartheta(u, \omega), \theta)$.

Конструктивний розв'язок цих проблем залежить від методу зняття невизначеностей, вигляду відображень ϑ та Φ .

В доповіді приводяться постановки та розв'язок ряду подібних задач, які досліджувалися як автором так і співробітниками кафедри САТР факультету кібернетики КНУ імені Тараса Шевченка.

Література:

1. Акименко В.В., Наконечный А.Г. Модели оптимального управления процессами межрегиональной миграции в условиях рисков // Кибернетика и системный анализ, 2006, №3
2. Nakonechny A.G., Marzeniuk V.P. System analysis methods of medical and biological processes. Ternopil, Ukrmedknyga, 2003.- 244 с.
3. Nakonechny A.G., Marzeniuk V.P. Uncertainties in Medical Processes Control // J. "Lecture Notes in Economics and Mathematical

- Systems", vol.581 "Coping with Uncertainty. Modeling and Policy Issues" Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006, pp.185-192
4. Наконечний О.Г. Оцінювання параметрів в умовах невизначеності // Наукові записки Київського національного університету, том VII, ф-т кібернетики. Київ, 2004, с.102-111
5. Наконечний О.Г., Трофімчук О.М., Трофімова І.В., Черній Д.І. Учебний посібник "Моделювання та аналіз глобальних біосферних процесів". ВПЦ "Київський університет", Київ, 2002. 94 с.

СПОСТЕРЕЖУВАНІСТЬ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ СИСТЕМ ЗІ ЗМІНОЮ ВИМІРНОСТІ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ

Негадайлов М.А., Сопронюк Ф.О.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
fosopr@chnu.cv.ua

Нехай на відрізку $[T_0, T_1]$ з розбиттям $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ ($\tau_j = [t_{j-1}, t_j]$, $j = \overline{1, N-1}$, $\tau_N = [t_{N-1}, t_N]$), математична модель системи має вигляд

$$\frac{dx_1^{(j)}(t)}{dt} = A_{11j}(t)x_1^{(j)}(t) + A_{12j}(t)x_2^{(j)}(t), \quad (1)$$

$$\varepsilon \frac{dx_2^{(j)}(t)}{dt} = A_{21j}(t)x_1^{(j)}(t) + A_{22j}(t)x_2^{(j)}(t)$$

за умов зміни вимірності фазового простору

$$x_1^{(j)}(t_{j-1}) = C_{11j}x_1^{(j-1)}(t_{j-1}) + C_{12j}x_2^{(j-1)}(t_{j-1})$$

$$x_2^{(j)}(t_{j-1}) = C_{21j}x_1^{(j-1)}(t_{j-1}) + C_{22j}x_2^{(j-1)}(t_{j-1}), \quad (2)$$

де $x_1^{(j)}(t)$, $x_2^{(j)}(t)$ – вектори фазового стану системи (1) відповідно розмірностей n_{1j} , n_{2j} ; $A_{11j}(t)$, $A_{12j}(t)$, $A_{21j}(t)$, $A_{22j}(t)$ – відомі матриці розмірностей $n_{1j} \times n_{1j}$, $n_{1j} \times n_{2j}$, $n_{2j} \times n_{1j}$, $n_{2j} \times n_{2j}$ відповідно; $t \in \tau_j$; $\varepsilon > 0$ – досить малий параметр; C_{11j} , C_{12j} , C_{21j} ,

C_{22j} – сталі відомі матриці відповідно розмірностей $n_{1j} \times n_{1j-1}$, $n_{1j} \times n_{2j-1}$, $n_{2j} \times n_{1j-1}$, $n_{2j} \times n_{2j-1}$, причому C_{111} , C_{211} – одиничні матриці; C_{121} , C_{211} – нульові матриці. Припустимо, що спостерігаються, тобто доступні для вимірювання, наступні вектори:

$$\begin{aligned} y^{(j)}(t) &= G_{1j}(t)x_1^{(j)}(t) + G_{2j}(t)x_2^{(j)}(t), \quad t \in \tau_j, \\ z_j &= D_{1j}x_1^{(j)}(t_j -) + D_{2j}x_2^{(j)}(t_j -), \end{aligned} \quad (3)$$

де $G_{1j}(t)$, $G_{2j}(t)$ – відомі матриці розмірностей $m_{1j} \times n_{1j}$, $m_{1j} \times n_{2j}$ відповідно, D_{1j} , D_{2j} – сталі матриці відповідно розмірностей $m_{2j} \times n_{1j}$, $m_{2j} \times n_{2j}$.

Показано, що дослідження спостережуваності системи (1) можна звести до визначення цієї властивості для системи

$$\frac{d\varphi_1^{(j)}(t)}{dt} = (A_{11j}(t) + A_{12j}(t)P_{2j}(t))\varphi_1^{(j)}(t), \quad (4)$$

$$\varepsilon \frac{d\varphi_2^{(j)}(t)}{dt} = (A_{22j}(t) - \varepsilon P_{2j}(t)A_{12j}(t))\varphi_2^{(j)}(t),$$

за умов зміни вимірності фазового простору

$$\begin{aligned} \varphi_1^{(j)}(t_{j-1}) &= F_{11j}\varphi_1^{(j-1)}(t_{j-1}-) + F_{12j}\varphi_2^{(j-1)}(t_{j-1}-), \\ \varphi_2^{(j)}(t_{j-1}) &= F_{21j}\varphi_1^{(j-1)}(t_{j-1}-) + F_{22j}\varphi_2^{(j-1)}(t_{j-1}-), \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} F_{11j} &= (E_{1j} + \varepsilon P_{1j}(t_{j-1})P_{2j}(t_{j-1})) \times \\ &\times (C_{11j} + C_{12j}P_{2j}(t_{j-1}-)) - \varepsilon P_{1j}(t_{j-1})(C_{21j} + C_{22j}P_{2j}(t_{j-1}-)), \\ F_{12j} &= (E_{1j} + \varepsilon P_{1j}(t_{j-1})P_{2j}(t_{j-1}))(\varepsilon C_{11j}P_{1j}(t_{j-1}-) + \\ &+ C_{12j}(E_{1j} + \varepsilon P_{2j}(t_{j-1}-)P_{1j}(t_{j-1}-)) - \varepsilon P_{1j}(t_{j-1}) \times \\ &\times (\varepsilon C_{21j}P_{1j}(t_{j-1}-) + C_{22j}(E_{1j} + \varepsilon P_{2j}(t_{j-1}-)P_{1j}(t_{j-1}-))), \\ F_{21j} &= (C_{21j} - P_{2j}(t_{j-1}))C_{11j} + (C_{22j} - P_{2j}(t_{j-1})C_{12j})P_{2j}(t_{j-1}-), \\ F_{22j} &= \varepsilon(C_{21j} - P_{2j}(t_{j-1})C_{11j})P_{1j}(t_{j-1}-) + \\ &+ (C_{22j} - P_{2j}(t_{j-1})C_{12j})(E_{2j} + \varepsilon P_{2j}(t_{j-1}-)P_{1j}(t_{j-1}-)). \end{aligned}$$

Для спостережуваних векторів справджуються співвідношення:

$$\begin{aligned} y_j(t) &= (G_{1j}(t) + G_{2j}(t)P_{2j}(t))(\varphi_1^{(j)}(t) + \varepsilon P_{1j}(t)\varphi_2^{(j)}(t)) + G_{2j}(t)\varphi_2^{(j)}(t), \\ z_j &= (D_{1j} + D_{2j}P_{2j}(t_j - 0)) \times \\ &\times (\varphi_1^{(j)}(t_j -) + \varepsilon P_{1j}(t_j -)\varphi_2^{(j)}(t_j -)) + D_{2j}\varphi_2^{(j)}(t_j -). \end{aligned}$$

Як бачимо, система (4) складається з двох незалежних підсистем, спостережуваність яких можна досліджувати незалежно.

СТІЙКІСТЬ У СЕРЕДНЬОМУ КВАДРАТИЧНОМУ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІТО- СКОРОХОДА ЗІ СТАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

А.В.Нікітін

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
nik_tol@rambler.ru

Нехай X – сепарабельний гільбертів простір зі скалярним добутком (x, y) і нормою $|x|$. На імовірнісному просторі (Ω, F, P) з потоком σ -алгебр $\{F_t, t \geq 0\} \subset F$ розглянемо стохастичне диференціальне рівняння

$$dX_t = X_t A dt + \sum_{k=1}^{\infty} (X_t B_k dW_k(t) + \int_U C_k(u) X_t \tilde{V}_k(dt, du)), \quad (1)$$

де $A, B_k, C_k(u)$ – необмежені лінійні оператори, які визначені на деякій щільній в X множині D , $W_k(t)$ – незалежні між собою вінерівські процеси, $\tilde{V}_k(dt, du)$ – незалежні між собою центровані пуассонівські міри (вінерівські процеси і пуассонівські міри узгоджені з потоком F_t).

Рівняння (1) розв'язується при заданій початковій умові X_0 , незалежній від $\{W_k, k = 1, 2, \dots\}$ і $\{\tilde{V}_i, i = 1, 2, \dots\}$. Нас цікавитиме випадок, коли рівняння (1) має розв'язок, що володіє другим моментом. Зауважимо, що розв'язком цього рівняння вважається такий сильний операторний процес X_t , для якого при

$x \in D$ функція $X_t x$ має стохастичний диференціал, що співпадає з результатом дії на x правої частини (1).

Розглянемо сильні однорідні стохастичні півгрупи U_t^s з другими моментами. Введемо позначення для півгруп перших та других моментів:

$$M_t = MU_t^0, V_t(C) = MU_t^{0*} C U_t^0.$$

Відносно стохастичної півгрупи покладемо виконаною одну з властивостей неперервності:

а) півгрупа U_t^0 сильно неперервна в середньому квадратичному, тобто

$$\lim_{t \rightarrow \infty} M |U_t^0 x - x|^2 = 0;$$

б) півгрупа U_t^0 рівномірно неперервна в середньому квадратичному, тобто

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} M |U_t^0 x - x|^2 = 0.$$

Умові а) задовольняють розв'язки рівняння (1). Умова б) еквівалентна умові $\lim_{t \rightarrow 0} M \|V_t(I) - I\| = 0$.

Через $Q(H)$ позначатимемо твірний оператор півгрупи $V_t(H)$:

$$Q(H) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} [V_t(H) - H],$$

де границя операторів вважається слабкою. Зокрема, якщо стохастична півгрупа породжується рівнянням (1), то $Q(H)$ задається формулою

$$Q(H) = A^* H + H A + \sum_{k=1}^{\infty} (B_k^* H B_k + \int_U C_k^*(u) H C_k(u) \Pi(du)). \quad (2)$$

Якщо H входить в область визначення твірного оператора Q , то справедливі рівняння:

$$\frac{d}{dt} V_t(H) = Q(V_t(H)) = V_t(Q(H)). \quad (3)$$

Теорема 1. Нехай стохастична півгрупа задовольняє умові б). Наступні твердження еквівалентні:

$$1) \lim_{t \rightarrow \infty} \|V_t(I)\| = 0;$$

2) існує додатний оператор H , який має обмежений обернений, для якого $Q(H) \leq \alpha H, \alpha > 0$;

$$3) \text{ для всіх } x \in X \int_0^{\infty} (V_t(I)x, x) dt < \infty.$$

Якщо виконаною є одна з цих умов, то $P_x \{ \lim_{t \rightarrow \infty} \|U_t^0 x\| = 0 \} = 1$.

Література:

[1] Х.Гаевский, К.Греггер, К.Захариас. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1978. – 336 с.

[2] А.В. Скороход. Асимптотические методы в теории дифференциальных уравнений. – Киев: Наук. думка, 1987. – 328 с.

МІНІМАЛЬНА ЗАРОБІТНА ПЛАТА ТА РІВЕНЬ РІДНОСТІ¹

В.М. Новіков, В.В. Семенов

Інститут демографії та соціальних досліджень НАНУ
demographe@idss.org.ua

Розглянуто зв'язок між мінімальною заробітною платою та рівнем бідності, вимірним за індексами Фостера-Гріра-Торбека (ФГТ) [1,2] і отримані необхідні та достатні умови, за яких зростання мінімальної заробітної плати (МЗП) зменшує рівень бідності. Нехай $D(w)$, $D'(w) < 0$, - попит на трудові сили, w - заробітна плата, усі працюючі нормовані до 1. МЗП позначимо через w , рівень зайнятості $x = D(w)$, а рівень безробіття $1 - x$. Нехай працюючі сплачують податок $100\gamma\%$ за рахунок якого усі працездатні отримують готівковий грант g . Зайняті отримують доход $y^* = g + (1 - \gamma)w$ а безробітні отримують грант $y^* = g$. Необхідною умовою є: $xw = (1 - x)g + x[g + (1 - \gamma)w]$. Із рівняння

¹ Робота виконана за підтримки МОН України, договір №ДП/168-2003.

балансу отримуємо $g = \gamma x w$, $y^* = w[1 - \gamma(1 - x)]$. Якщо межа бідності нижча g , бідних немає і малі зміни в МЗП не впливають на рівень бідності. При зростанні межі рівень бідності має вигляд:

$$P_\alpha = (1 - x)(1 - \frac{\gamma x w}{z})^\alpha. \text{ При } \alpha = 0 \text{ перерозподіл не впливає на}$$

поширення бідності. При зростанні МЗП маємо: $\frac{dP_0}{dw} = -\frac{dx}{dw} > 0$,

поширення бідності зростає. При $\alpha \geq 1$ зростання МЗП впливає на рівень бідності наступним чином:

$$\frac{dP_\alpha}{dw} = \frac{x}{w} \left\{ \eta \left(1 - \frac{\gamma x w}{z}\right)^{\alpha-1} \left[\frac{\gamma x w - (1-x)\alpha \gamma w - z}{z} \right] - (1-x) \frac{\alpha \gamma w}{z} \left(1 - \frac{\gamma x w}{z}\right)^{\alpha-1} \right\}$$

Твердження 1. Зростання МЗП приводить до зменшення рівня бідності, виміряного за допомогою індексів бідності ФГТ

$$\left(\frac{dP^\alpha}{dw} < 0\right), \text{ тоді і тільки тоді, коли } \eta < \frac{(1-x)\alpha \gamma w}{\gamma x w - (1-x)\alpha \gamma w - z}.$$

Наведена умова дає значення еластичності попиту на трудові сили по зростанню МЗП, нижче яких бідність буде зменшуватись. Оскільки еластичність завжди менша нуля, на початку ринкових перетворень зростання МЗП буде завжди збільшувати рівень бідності при нееластичному попиті ($-1 < \eta \leq 0$). При $\eta \leq -1$ наведена умова не може виконуватись: зростання МЗП завжди збільшує рівень бідності. Зменшення рівня бідності може відбуватись лише за умови достатньо низької еластичності попиту на трудові сили по МЗП. Можуть бути обчислені критичні значення еластичності вище яких зростання МЗП приводить до зменшення рівня бідності. Наприклад, при 10% перерозподільчого податку, МЗП рівній 125% межі бідності та при 5% безробіття ($\gamma = 0.1, w = 1.25z, (1-x) = 0.05$) для $\alpha = 1, 2, 3$ критичні значення еластичності становлять -0.006, -0.01 та -0.018, відповідно. Коли межа бідності є настільки високою, що зайняті і безробітні є бідними, наведені міркування залишаються справедливими. Можуть бути побудовані критичні значення еластичності для індексів ФГТ при різних значеннях α . Якщо еластичність попиту на трудові сили менша -1, рівень бідності повинен зростати при будь-яких значеннях α . Коли $\eta > -1$ усі доходи зростають (в тому числі і трансферний дохід безробітних), проте частка безробітних

також зростає. У цьому випадку глибина бідності ($\alpha = 1$) зменшується незалежно від того як розподілений дефіцит доходів між зайнятими та безробітними. При $\alpha > 1$ зміни в рівні бідності залежать від критичного значення еластичності. Отже заміна рівня безробіття на індекси бідності ФГТ в моделі з односекторним ринком праці та гомогенними трудовими силами дає змогу більш глибокого розуміння соціально-економічних наслідків зростання МЗП: вплив зростання МЗП на рівень бідності залежить від чотирьох параметрів: відношення МЗП до межі бідності; еластичності попиту на трудові сили по МЗП; рівня перерозподілу; значення параметру α індексів бідності ФГТ. Суспільно-політичні імплікації цих результатів полягають у тому, що аналітик повинен знати значення цих параметрів для того щоб обґрунтовано оцінити вплив на рівень бідності зростання МЗП. Наведена модель може бути узагальнена на випадок гетерогенності трудових сил та багатосекторного ринку праці.

[1] Fields G. and R. Kanbur Minimum Wages and Poverty/Cornell University, WP2005-18, 2005.

[2]Novikov V.N., Semenov V.V. About the axiomatic description of measures of poverty// Theory of Stochastic Process, vol. 10, №3-4, 2004, p. 102-106.

ПРОБЛЕМИ ФОРМУВАННЯ ПОШУКОВИХ ВЕКТОРІВ ДЛЯ НЕЙРОМЕРЕЖНИХ МОДЕЛЕЙ ПОШУКУ ІНФОРМАЦІЇ

Олар О.Я.

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича,

В різних галузях науки і техніки накопичені величезні об'єми інформації, і темпи їх зростання постійно збільшуються. Класичним прикладом цього є мережа Internet, де пошук документів здійснюється у великих і динамічних інформаційних колекціях. До найбільш поширених методів пошуку інформації відносять бібліографічний і тематичний пошук. Серед них можна виділити методи тематичного аналізу: лінгвістичний і статистичний аналізи.

В основі методу аналізу текстової інформації і реалізації варіантів її пошуку лежать моделі пошуку. Одним з визначень

моделі пошуку є таке. *Модель пошуку* - це поєднання способу представлення документів, пошукових запитів та виду критерію релевантності документів [1, 2]. Саме різні варіації цих складових і визначають численну кількість реалізацій систем текстового пошуку. Серед моделей пошуку інформації розрізняють: модель Дублінського ядра; модель дескрипторного типу; булева модель; імовірна модель.

Багаточисленні дослідження в галузі штучного інтелекту, зокрема властивостей апарату штучних нейронних мереж (ШНМ), дали змогу розробити нейромережні моделі пошуку інформації. [2, 3] Взагалі, ШНМ у технічних системах можуть виконувати різні функції. Що ж стосується основних типів ШНМ, котрі можна застосовувати для пошуку інформації, то ними є: а) одношарові та багатошарові ШНМ прямого поширення; б) рекурентні мережі (мережі Хопфілда, Хемінга, ДАП), що ґрунтуються на методі зворотного поширення помилки та навчаються за парадигмою „за вчителем”.

Застосування нейромережних моделей пошуку інформації в сукупності з текстологічними методами пошуку інформації, котрі ґрунтуються на пошуку спеціальних текстів з підручників, монографій, статей та інших джерел знань з відповідної предметної галузі, надає змогу покращити результат пошуку за рахунок глибшого виявлення змісту тексту. Головними моментами процесу розуміння тексту є формування смислової структури виділення ключових слів чи “смилових віх” та прикінцеве зв’язування “смилових віх” в єдину семантичну структуру [4]. Це, по суті, відшукування набору ключових слів (опорних точок), за якими розгортається текст при кодуванні і усвідомлюється при декодуванні. Відомо, що ШНМ не може працювати зі словами чи словосполученнями, тому виникає потреба вибрати та представити необхідні їй знання, тобто представити слова та словосполучення у числовій формі, зрозумілій ШНМ.

На сьогодні, важко виділити конкретну методику формування навчальних векторів для нейромережних моделей пошуку інформації. Відомі базуються на розбитті тексту на складові, далі виявляються ключові слова чи словосполучення, на базі яких формуються частотні показники, що кодуються у вхідні вектори ШНМ. На далі, нас цікавить саме процес кодування ключових слів чи словосполучень у вхідні вектори ШНМ.

Для вирішення даного типу проблем пропонується удосконалити відомі методики формування пошукових векторів, а саме: дослідити різні тематичні області й розробити тематичні словники; експертним шляхом встановити критерії ваги слова чи словосполучення в залежності від частини мови (іменник, і т.д.); розробити критерії оцінки змісту тексту в залежності від взаємозв'язку ключових слів; удосконалити відомі методи кодування ключових слів у вхідні вектори нейромережних моделей пошуку інформації.

Література:

1. Сэлтон Г. Автоматическая обработка, хранение и поиск информации: Пер. с англ. / Под ред. А. И. Китова. – М.: Советское радио, 1973. – 560 с.
2. Singhal A. Modern Information Retrieval: A Brief Overview. Data Engineering Bulletin, IEEE Computer Society, Vol. 24, No. 4, December 2001, pp. 35-43.
3. Люгер Д. Ф. Искусственный интеллект. Стратегии и методы решения сложных проблем, 4-е изд.: пер. с англ. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. - 864 с.
4. Ермаков А. Е. Полнотекстовый поиск: проблемы и их решение // Мир ПК. – 2000. ц– №5.
5. Терехов В. А., Ефимов Д. В., Тюкин И. Ю. Нейросетевые системы управления: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2002. – 183 с.

СППР КЕРУЮЧОГО ІНВЕСТИЦІЙНИМИ ФОНДАМИ

Омардибірова В.Н.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

Vika1301@gmail.com

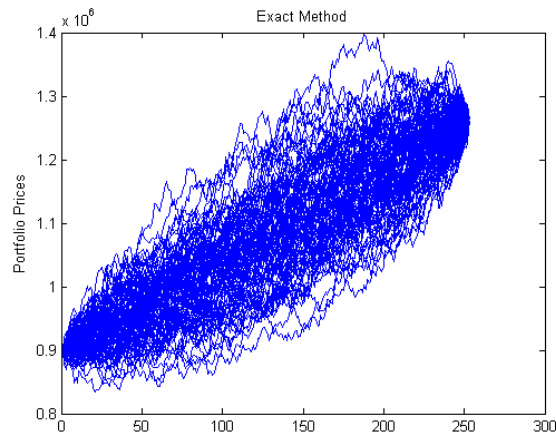
Зважаючи на бурхливий розвиток в останні роки вітчизняного фондового ринку, а з ним появу і стабільне зростання як в кількісному так і в сенсі обсягів залучених інвестиційних коштів все більшої кількості так званих інститутів спільного інвестування, які є прототипом американських mutual funds, існує потреба в створенні ефективних систем підтримки прийняття інвестиційних рішень, які б дозволяли керуючим інвестиційними фондами швидко аналізувати великі обсяги інформації, що стосуються

фінансових інструментів присутніх на ринку, з метою виявлення найбільш привабливих інвестиційних можливостей за співвідношенням дохідність-ризик.

У пропонованій доповіді розглядається система підтримки прийняття рішень керуючого інвестиційними фондами, яка призначена для виявлення на ринку тих акцій які, мають потенціал до зростання, побудови моделі їх поведінки, формування декількох варіантів можливих інвестиційних портфелів та моделювання їх поведінки з подальшим розрахунком очікуваної дохідності та показників ризику інвестування у той чи інший портфель.

Розроблена СППР складається з чотирьох модулів. Перший модуль реалізує підсистему класифікації існуючих на ринку акцій за потенціалом зростання. Математичним апаратом, який використовується для побудови класифікатора, є теорія збурення псевдообернених матриць [1,2], а в якості ознак використовуються такі види факторів, як показники фінансової діяльності компанії-емітента, елементи технічного аналізу, елементи статистичної моделі оцінки вартості акцій САРМ Вільяма Шарпа. Другий модуль реалізує підсистему побудови моделі поведінки відібраних акцій, оцінки її параметрів та перевірку статистичних гіпотез відносно адекватності моделі. Третій модуль реалізує підсистему формування декількох варіантів можливих інвестиційних портфелів та моделювання їх поведінки методом Монте-Карло з подальшим розрахунком очікуваної дохідності та показників ризику (дисперсія, VaR) для кожного з них. Четвертий модуль відповідає за прийняття рішень керуючим інвестиційним фондом для вибору одного з варіантів інвестиційних портфелів, який найбільш точно відповідає його інвестиційній стратегії на основі результатів роботи вище описаних підсистем.

На малюнку 1 представлений результат моделювання вартості одного із сформованих інвестиційних портфелів методом Монте-Карло на один рік вперед, кількість симуляцій, яких дорівнює 100.



Малюнок 1. Моделювання вартості інвестиційного портфелю методом Монте-Карло

Розроблена СППР продемонструвала високу ефективність при перевірці на реальних даних фондового ринку та довела, що може бути застосована в професійній діяльності керуючого інвестиційними фондами.

Література:

- [1] Кириченко Н.Ф. Аналитическое представление возмущений псевдообратных матриц // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – № 2. – С. 98-107.
- [2] Донченко В.С., Кириченко М.Ф., Омардибірова В.Н. Класифікація акцій за критерієм інвестиційної привабливості з використанням теорії збурення псевдообернених матриць // Вісник Київського університету . – 2006. – № 3.
- [3] Омардибірова В.Н. Моделювання процесів ціноутворення на основі фінансових інструментів: оцінювання параметрів та прогноз // Вісник Київського університету . – 2005. – № 1.

СИСТЕМНАЯ СТРУКТУРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Н.Д. Панкратова

Института прикладного системного анализа НТУУ «КПИ»

Предлагается подход к решению задачи структурной оптимизации сложных объектов. Сложность объектов, которые представляются в виде многоуровневой иерархической системы (МИС), характеризуется не просто увеличением размерности, но и многофункциональностью, многокритериальностью, иерархичностью ее структуры, наличием большого количества возможных альтернативных решений на каждом иерархическом уровне, значительным уровнем неопределенности и неполноты исходной информации, наличием подсистем различного назначения и разной физической природы. Несмотря на то, что сложная система состоит из совокупности отдельных подсистем со своими локальными средствами управления, их функционирование должно быть подчинено достижению единой цели, поставленной перед системой в целом. Все это приводит к необходимости применения системного подхода при проектировании и исследовании МИС с учетом структурной, функциональной и информационной составляющих. Применение системного подхода обуславливает гарантированность рассмотрения всех возможных альтернативных вариантов построения системы и принятия такого обоснованного решения, которое в наибольшей степени удовлетворяло бы предъявленным к объекту требованиям.

Исследования выполняются на этапе проектирования МИС. На этом этапе выполняется наиболее ответственная и сложная системная задача формализованного представления разрабатываемого изделия в виде МИС. Степень детализации этого представления должна позволять рационально организовать последовательно-параллельную разработку функциональных элементов каждого иерархического уровня. Это ставит ряд новых системных задач проектирования, экспериментальной отработки, испытаний и технической диагностики конструкций. К числу таких задач относятся различные оптимизационные задачи, в том числе, задача поиска рационального компромисса противоречивых требований к качественным характеристикам конструкций с учетом штатных условий эксплуатации и факторов риска

возможных нештатных ситуаций. Поэтому разработка и совершенствование приемов и методов, которые позволяют существенно уменьшить объем вычислений и найти рациональную структуру объекта, исключая прямой перебор всех возможных альтернативных вариантов структуры, является практически важной задачей.

Решение задачи структурной оптимизации сложных объектов выполняется на основе метода целенаправленного выбора рациональной иерархической структуры по заданным требованиям

$$Q_0 = \left\{ K_r^0 \mid K_r^- \leq K_r^0 \leq K_r^+; r = \overline{1, R_0} \right\} \text{ к объекту в целом, где } K_r^0$$

— r -й показатель качества объекта. Исходная задача представляется в виде последовательности следующих задач: выбор рационального количества иерархических уровней; формирование рациональных требований к функциональным элементам каждого иерархического уровня по заданным требованиям к объекту; рациональный выбор функциональных элементов каждого иерархического уровня.

Приводятся примеры решения задач структурной оптимизации сложных конструктивных элементов современной техники. Приведенные примеры показывают, что предлагаемый метод целенаправленного выбора функциональных элементов позволяет существенно сократить объем выборки для гарантированного нахождения требуемой структуры и дает возможность построения множества Парето допустимых структур, которые удовлетворяют заданным требованиям ко всем функциональным элементам и к объекту в целом.

ОПТИМАЛЬНЕ РЕГУЛЮВАННЯ В ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМАХ КЕРУВАННЯ ЗІ ЗМІНОЮ ВИМІРНОСТІ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ

Паращук Х.Ф.,

Чернівецький торговельно-економічний інститут КНТУ

mpcc@chnu.cv.ua

Розглянемо динамічну систему з дискретним аргументом

$$x^{(j)}(k_{j-1} + k + 1) = A_j(k_{j-1} + k)x^{(j)}(k_{j-1} + k) +$$

$$+ B_j(k_{j-1} + k)u^{(j)}(k_{j-1} + k) \quad (1)$$

за умов зміни вимірності фазового простору

$$x^{(j)}(k_{j-1}) = C_j x^{(j-1)}(k_{j-1}) + D_j v^{(j)}, \quad (2)$$

де $A_j(k_{j-1} + k)$, $B_j(k_{j-1} + k)$, C_j , D_j – відомі матриці відповідно розмірностей $n_j \times n_j$, $n_j \times m_j$, $n_j \times n_{j-1}$, $n_j \times r_j$, $x^{(j)}(k_{j-1} + k)$ – вектори фазового стану системи (1) розмірності n_j при $k = 0, 1, \dots, k_j - k_{j-1} - 1$, $u^{(j)}(k_{j-1} + k)$ – вектори параметрів керувань системи (1) розмірності m_j при $k = 0, 1, \dots, k_j - k_{j-1} - 1$, $v^{(j)}$ – вектори параметрів керувань розмірності r_j в умовах зміни вимірності фазового простору (2), $j = \overline{1, N-1}$, $C_1 = E_1$ – одинична матриця порядку n_1 , D_1 – нульова квадратна матриця порядку r_1 і $v^{(1)}$ – нульовий вектор.

Співвідношення (2) задають зміну вимірності фазового стану системи (1) в моменти $k_1, k_2, \dots, k_{N-1}$, $k_1 < k_2 < \dots < k_{N-1}$, k_0 і k_{N-1} – початковий і останній моменти, в які система (1) змінює вимірність фазового стану. Отже, функціонування системи (1) за умов (2) вивчається на інтервалі $[k_0, k_N]$, причому $x^{(1)}(k_0 + k) \in X_1$, $k = 0, 1, \dots, k_1 - k_0 - 1$, $x^{(2)}(k_1 + k) \in X_2$, $k = 0, 1, \dots, k_2 - k_1 - 1, \dots$, $x^{(N)}(k_{N-1} + k) \in X_N$, $k = 0, 1, \dots, k_N - k_{N-1}$, де $X_1, X_2, \dots, X_N$ – фазові простори відповідно розмірностей $n_1, n_2, \dots, n_N$.

Задамо якість функціонування системи (1) за умов (2):

$$\begin{aligned} & J(u^{(1)}(k_0), \dots, u^{(N)}(k_{N-1}), v^{(1)}, \dots, v^{(N)}) = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=0}^{k_j - k_{j-1} - 1} (x^{(j)T}(k_{j-1} + k) G_{1j}(k_{j-1} + k) x^{(j)}(k_{j-1} + k) + \\ & \quad + u^{(j)T}(k_{j-1} + k) G_{2j}(k_{j-1} + k) u^{(j)}(k_{j-1} + k)) + \\ & \quad + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N-1} (x^{(j)T}(k_{j-1}) Q_{1j} x^{(j)}(k_{j-1}) + v^{(j)T} Q_{2j} v^{(j)}) + \\ & \quad + \frac{1}{2} x^{(N)T}(k_N) Q_N x^{(N)}(k_N). \end{aligned} \quad (3)$$

Розглянемо наступну задачу оптимального керування: знайти вектори керувань $u^{(j)}(k_{j-1} + k)$, $k = 0, 1, \dots, k_j - k_{j-1}$, та вектори параметрів керувань $v^{(j)}$ в умовах зміни вимірності фазового простору (2), $j = \overline{1, N}$ так, щоб на траєкторіях системи (1) за умов (2) критерій якості (3) набував мінімального значення.

Використовуючи співвідношення (1) та умови (2) легко знайти розв'язок (1), який задовольняє початкову умову $x^{(1)}(k_0) = x_0^{(1)}$.

$$\begin{aligned} x^{(j)}(k_{j-1} + k) = & \Phi_j(k_{j-1} + k, k_0) x_0^{(1)} + \\ & + \sum_{s=0}^{k-1} W_j(k_{j-1} + k, k_{j-1} + s) u^{(j)}(k_{j-1} + s) + \\ & \sum_{p=0}^{j-1} \Phi_j(k_{j-1} + k, k_p) \left(\sum_{s=0}^{k_p - k_{p-1} - 1} W_p(k_p, k_{p-1} + s) u^{(p)}(k_{p-1} + s) + \right. \\ & \left. + F_p(k_p, k_{p-1}) D_p v^{(p)} \right) + \\ & + F_j(k_{j-1} + k, k_{j-1}) D_j v^{(j)}, \quad k = 0, 1, \dots, k_j - k_{j-1} - 1, \quad j = \overline{1, N}. \end{aligned}$$

Тепер можна записати функції Гамільтона для системи (1), враховуючи умови зміни вимірності фазового простору (2). Далі використовуючи принцип максимуму, знайдено оптимальні керування системи (1) і оптимальні параметри керування в умовах зміни вимірності фазового простору (2), які залежатимуть від спряжених змінних – вектор-функцій $\psi^{(j)T}(k_{j-1} + k)$, $k = 0, 1, \dots, k_j - k_{j-1}$, $j = \overline{1, N}$. Для визначення спряжених функцій одержані лінійні системи рівнянь, а також відповідні умови зміни розмірності спряжених функцій.

ЗАДАЧА КОШІ ДЛЯ СТОХАСТИЧНИХ СИНГУЛЯРНИХ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯЬ

Перун Г.М.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Нехай (Ω, F, P) - імовірнісний простір з неспадним потоком σ -алгебр, $\{F_t, t \geq 0\}$, $F_t \subset F$. Випадкова функція $u(t, x, \omega)$

визначена в області $\Pi = (0, T) \times E_n^+ \times \Omega$, $E_n^+ = E_{n-1} \times (0, +\infty)$, F_t -вимірною відносно σ -алгебри борелівських множин при всіх (t, x) та з імовірністю 1 є розв'язком задачі Коші

$$d_t u(t, x, \omega) = \left[\sum_{|k|+2j \leq 2b} A_{kj}(t) D_{x'}^k B_{x_n}^j u(t, x, \omega) \right] dt + \sum_{|k|+2j \leq 2m} b_{kj}(t) D_{x'}^k B_{x_n}^j u(t, x, \omega) dw(t, \omega), \quad (1)$$

$$u(0, x, \omega) = \varphi(x), \quad x \in E_n^+; \quad \left. \frac{\partial u(t, x, \omega)}{\partial x_n} \right|_{x_n=0} = 0. \quad (2)$$

Тут $x' = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$,

$$B_{x_n} = \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} + \frac{2\nu+1}{x_n} \frac{\partial}{\partial x_n}, \quad \nu > -\frac{1}{2},$$

A_{kj} та b_{kj} - неперервні функції на $(0, T)$, $\varphi(x, 0)$ -обмежена, не залежна від потоку F_t функція, $w(t, \omega)$ - стандартний скалярний вінерівський процес, крім того,

$$\int_0^t \sum_{|k|+2j \leq 2m} b_{kj}^2(s) ds < +\infty.$$

Розв'язок задачі (1)-(2) будемо шукати у вигляді оберненого перетворення Фур'є-Бесселя [1] невідомої функції $v(t, \sigma, \omega)$

$$u(t, x, \omega) = C_\nu \int_{E_n^+} e^{ix'x'} v(t, \sigma, \omega) \sigma_n^{2\nu+1} j_\nu(\sigma_n x_n) d\sigma. \quad (3)$$

Функція $v(t, \sigma, \omega)$ з імовірністю 1 є розв'язком звичайного стохастичного диференціального рівняння

$$d_t v = [P(t, \sigma)v] dt + Q(t, \sigma)v dw(t, \omega) \quad (4)$$

і задовольняє початкову умову $v|_{t=0} = v_0(\sigma) = \tilde{\varphi}(\sigma)$.

Її розв'язок має вигляд [2]

$$v(t, \sigma, \omega) = v_0(\sigma) \exp \left\{ \int_0^t \left[P(s, \sigma) ds - \frac{1}{2} Q^2(s, \sigma) \right] ds + \right.$$

$$\left. + \int_0^t Q(s, \sigma) dw(s, \omega) \right\}. \quad (5)$$

Умова параболічності забезпечує існування перетворення (3) функції $v(t, \sigma, \omega)$.

Встановлена теорема про коректну розв'язність задачі (1)-(2) з оцінкою розв'язку за нормою простору L_2 з операцією математичного сподівання.

Література:

1. Матійчук М.І. Параболічні сингулярні крайові задачі Київ: Ін-т математики НАН України, 1999. – 176 с.
2. Свердан М.Л., Царков Є.Ф., Ясинський В.К. Стохастичні динамічні системи з скінченною післядією. – Чернівці: Зелена Буковина. – 2000. – 556 с.

НЕЛОКАЛЬНА ЗАДАЧА ДІРІХЛЕ ТА ЗАДАЧА ОПТИМІЗАЦІЇ ДЛЯ СИНГУЛЯРНИХ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ

Пукальський І.Д.

Чернівецький національний університет ім.Ю.Федьковича

Нехай t_0, T фіксовані додатні числа $t_0 < T$, Ω – деяка обмежена область простору R^n , D – обмежена область простору R^n з межею ∂D , $\bar{\Omega} \subset D$. В області $Q = (0, T] \times D$ вивчається задача знаходження функцій (u, p) , на яких функціонал

$$I(p) = \int_0^T dt \int_D F_1(t, x, u) dx + \int_D F_2(t, \vec{\omega}) dx + \int_0^T dt \int_{\partial D} F_3(t, x, u) dx S \quad (1)$$

досягає мінімуму у класі функцій $p \in V = \{p(t, x) | p \in C^{2+\alpha}(D), \psi_1 \leq p \leq \psi_2\}$ із яких $u(t, x, p)$ є розв'язком крайової задачі

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{ij=1}^n a_{ij}(t, x) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} - \sum_{i=1}^n a_i(t, x) \frac{\partial u}{\partial x_i} - a_0(t, x)u = f(t, x) \quad (2)$$

$$u(0, x, p) + \sum_{j=1}^N g_j(x)u(t_j, x, p) = \varphi(x, p), \quad (3)$$

$$u|_{\Gamma} = 0 \quad (4)$$

де $\vec{\omega} = (\omega_1, \dots, \omega_{N+1}) = (u(t, x, p), \dots, u(t_N, x, p), p)$, $\Gamma = (0, T] \times \partial D$.
Задачу досліджено за таких обмежень на ріст коефіцієнтів при $t \rightarrow t_0$, $\rho(x, \partial\Omega) \rightarrow 0$, $\rho(x, \partial\Omega)$ – відстань точки $x \in D \setminus \bar{\Omega}$ до $\partial\Omega$

$$a_{ij}(t, x) = O(|t - t_0|^{k_i + k_j} \rho^{\beta_i + \beta_j}(x, \partial\Omega));$$

$$a_i(t, x) = O(|t - t_0|^{\delta_i} \rho^{\mu_i}(x, \partial\Omega));$$

$$k_j \in (-\infty, \infty), \beta_j \in (-\infty, \infty), \delta_i \leq 0, \mu_i \leq 0.$$

Функції $\varphi(x, p(x))$, $F_1(t, x, u)$, $F_2(x, \vec{\omega})$, $F_3(t, x, u)$, як функції (t, x) належать до простору $C^{2+\alpha}(A)$, $C^\alpha(Q)$, $C(\Gamma)$ відповідно і мають гельдерові похідні другого порядку за u , p і $u(t_j, x, p)$ неперервні, як функції від (t, x) , $\psi_1 \in C^{2+\alpha}(D)$, $\psi_2 \in C^{2+\alpha}(D)$,

$$\sum_{j=1}^N |q_j(x)| \geq \lambda_0 > 0, \quad a_0 < 0.$$

При визначених умовах гладкості на коефіцієнти рівняння (2), нелокальної умови (3) і поверхню $\partial\Omega$ встановлено необхідні і достатні умови існування розв'язку задачі (1) – (4). Розв'язок досліджено у гельдерових просторах зі степеневою вагою, порядок якої залежить від порядку виродження коефіцієнтів рівняння.

Література:

1. Пукальський І.Д. Функція Гріна нелокальної крайової задачі та задача оптимального керування //Мат.методи і фіз.-мех.поля. – 2001. – Т.44, №1. – С. 26-33.
2. Пукальський І.Д. Задача Діріхле та задача оптимального керування для лінійних параболічних рівнянь з виродженням //Математичні студії. – Т. 23, №2, – 2005. – С. 179-190.

ДО ПИТАННЯ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ОДНІЇ СИСТЕМИ КАСКАДНОГО ТИПУ

Романчук К. Г., Стефанишин Д. В.

Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. С. Дем'янчука, м. Рівне
dvstefanyshyn@yahoo.com

Розглядається система S_n каскадного типу, сформована на скінченній множині незалежних до першої відмови в системі підсистем $\{s_i\}, i = 1, \dots, n, P(s_i, s_j) = P(s_i)P(s_j), i \neq j$, де n – їх кількість, $P(s_i, s_j)$ – ймовірність одночасної відмови i -ї і j -ї підсистем ймовірностями відмови $P(s_i), P(s_j)$, відповідно.

Покладемо, що перша відмова системи $S_n = \{s_i\}$ визначається відмовами підсистем s_i згідно з логічною схемою послідовного за надійністю з'єднання. Її ймовірність буде:

$$P(S_n) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P(s_i)]. \quad (1)$$

Нехай після першої відмови в системі проявляється залежність відмов підсистем у напрямку їх каскадного розташування, так що відмова i -ї підсистеми може провокувати відмови наступних у каскаді підсистем, починаючи з s_{i+1} , згідно з ефектом «доміно».

Розглянемо умовну ймовірність $P(A_i | S_n)$ реалізації деякої аварії A_i в системі S_n за умови, що ця аварія відбулася в результаті відмови підсистеми s_i . Безумовна ймовірність аварії A_i буде:

$$P(A_i) = P(A_i | S_n)P(S_n). \quad (2)$$

Для оцінки $P(A_i | S_n)$ використаємо рішення [1], поклавши апіорну ймовірність реалізації аварії A_i рівною $P(s_i)$. Тоді

$$P(A_i | S_n) = \frac{P(s_i)P(S_n | A_i)}{\sum_{i=1}^n P(s_i)P(S_n | A_i)}, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n (S_n | A_i) = \Omega, P(\Omega) = 1; (S_n | A_i) \wedge (S_n | A_j) = \emptyset, \\ i \neq j; P(S_n | A_i) = \frac{P(s_i)}{\sum_{i=1}^n P(s_i)} \quad . \quad (4)$$

Задамо множину умов $\{C_i^*\}$, $i = 2, \dots, n$, ймовірностями реалізації цих умов $P(C_i^*)$, виникнення «наведених» (вторинних, залежних) відмов підсистем в каскадній системі S_n у напрямку розвитку каскадної аварії від підсистеми s_i до s_n .

Верхні граничні оцінки (sup) безумовних ймовірностей потенційно можливих сценаріїв розвитку каскадної аварії в системі $S_n = \{s_i\}$, $i = 1, \dots, k, \dots, n$, будуть:

при відмові підсистеми s_1 (першої «сходинки» каскаду)

$$P(S_n, A_1)^{\sup} = P(A_1) \left[1 - \prod_{i=2}^n (1 - P(C_i^*)) \right]; \quad (5)$$

при відмові i -ї підсистеми в каскаді

$$P(S_n, A_i)^{\sup} = P(A_i) \left[1 - \prod_{j=i+1}^n (1 - P(C_j^*)) \right]; \quad (6)$$

й т. д., включно підсистему s_{n-1} :

$$P(S_n, A_{n-1})^{\sup} = P(A_{n-1}) P(C_n^*). \quad (7)$$

Можна показати, що верхня гранична оцінка (sup) ймовірності виникнення будь-якого з потенційно можливих сценаріїв розвитку каскадної аварії в системі S_n буде:

$$P(S_n, A)^{\sup} = 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^{n-1} (1 - P(S_n, A_i)^{\sup}) \right). \quad (8)$$

Література:

[1] Стефанишин Д.В. Метод оцінки узагальненого ризику системних аварій (байєсівський підхід)// Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2006). Abstracts of Int. Conference. Alushta, Ukraine, September 18-23, 2006. P.P. 175-177.

БІЗНЕС-МОДЕЛІ ДЛЯ ІНФОРМАЦІЙНО- ПІДСИСТЕМ КЕРУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВОМ

Роменц Н..

Институт кибернетики НАНУ
dept260@insyg.kiev.ua

Відмітні риси сучасних українських підприємств: зовнішні умови, що постійно змінюються; сполучення "радянських" принципів керування на заводах і "західних" - у центральних офісах; процес керування не пов'язаний із процесом розробки місії й стратегії підприємства; паралельне застосування різних методик різними функціональними підрозділами.

Бізнес-Модель - це подання набору зв'язаних модельних елементів, що визначають внутрішнє й зовнішнє середовище компанії в рамках єдиної системи.

Бізнес- моделі застосовуються в планування діяльності, розробці стратегії, здійсненні змін, керування підприємством. При побудові бізнес-моделей використовуються в основному два підходи: формальний і вербальний.

У першому бізнес-модель описується як сукупність безлічі взаємозалежних процесів, що утворюють єдину ієрархію. Перевагою даного підходу є наявність різноманітних формальних методів і інструментів опису процесів, великий вибір інструментарію для створення моделей при відносній стабільності процесів. Важливо відзначити, що ряд напрямків діяльності підприємства легше представити в процесному виді. До недоліків даного підходу можна віднести складність опису процесів середньострокового й стратегічного рівнів і наявність двох ієрархій - функціональної і процесної, що утрудняє побудову моделей.

При другому, вербальному підході, бізнес-модель - це перерахування ряду аспектів діяльності підприємства, що визначають його ефективність. Як правило, між ними не будується чітких зв'язків. Акцент робиться на повноті й оригінальності визначення даних аспектів. Основні компоненти, цих моделей: мети; організаційна структура; структура участі в бізнесі; можливості; контрагенти; корпоративна культура (подання в зовнішньому світі й усередині підприємства).

При цьому трудові й фінансові витрати істотно нижче, ніж при реалізації формальній бізнес - моделі. Відсутність формальної

методології робить даний напрямок зрозумілим як для керівництва компанії, так і для рядових працівників. Зміни можуть здійснюватися досить швидко. Однак відсутність методології підвищує невизначеність кінцевого ефекту й зміни, як правило, будуть носити косметичний характер. Тому вони не можуть використовуватися для істотного поліпшення сформованої ситуації.

Як розвиток зазначених підходів пропонується концепція онтологічної моделі (ОМ) тобто подання всієї понятійної області в рамках єдиної системи взаємозалежних компонентів. При цьому вводиться таке поняття як роль, що являє собою інтерфейс певного сегмента онтології до персони або групи персон.

Процес в ОМ - це послідовність дій, пов'язаних з поданням персоні за допомогою ролі когось сегмента ОМ і його перетворення відповідно до дій персони. Функції в процесі представляються у вигляді методів поведінкової моделі елементів ОМ і дій персон у рамках зміни стану ОМ.

Існуючі підходи до побудови інформаційно-аналітичних систем виходять із того, що на початку проекту складно сказати, що повинне бути поміщене в сховище даних і яких аналітичних завдань будуть вирішуватися кінцевими користувачами.

Проектування інформаційно-аналітичних систем починається із проектування карти стратегії - її графічного опису у вигляді набору причинно-наслідкових зв'язків. Для кожного напрямку (фінанси, маркетинг, технології, інновації) повинні бути визначені стратегічні цілі й побудовано дерево цілей.

Наступний етап проектування інформаційно-аналітичної системи - визначення ключових показників ефективності (КПЕ), чисельних характеристик обраних цілей (метрик, які необхідно збирати в сховище даних). По суті, ці метрики задають склад даних у сховище.

Варто розрізняти КПЕ верхнього й нижнього рівня. У сховище даних повинна втримуватися як інформація для стратегічного керування, так і детальні дані, на основі яких ця інформація була отримана, щоб забезпечити можливість переходу від стратегічних цілей до фактичних даних, які коштують за цими цілями. Такий перехід, так званий спуск за даними, в інформаційно-аналітичній системі повинен реалізуватися, за допомогою OLAP-інструментів,

що реалізують багатомірне (і одночасно багаторівневе) подання даних.

Література:

1. CALS. Поддержка жизненного цикла продукции. Руководство по применению. Минэкономики РФ, Москва, 1999 г.
2. Барабанов В, Херсонский Н, Карасев С, Рожков В «Применение CALS технологий для описания систем качества предприятия», ж. «Стандарты и качество», № 3, 2001 г.

**ТАЙМЕРНА ВІК-ВАК ТЕХНОЛОГІЯ У ПОБУДОВІ
СИСТЕМ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ**

Рощупкін О.Ю., Рощупкіна Н.В.

Чернівецький національний університет.

alrosh@chnu.cv.ua

У системах захисту інформації постає проблема прийняття рішення при аутентифікації та персоналізації користувачів. Актуальність систем захисту полягає у тому що кількість успішних атак зловмисників на комп'ютерні системи, з метою доступу до конфіденційної інформації, вказує на необхідність розробки нових підходів для вирішення проблем інформаційної безпеки. Вони характеризуються оперативністю авторизації користувача, простотою експлуатації, низькою ціною. Значного розповсюдження досягли різні системи аутентифікації користувачів та захисту інформації: контактні смарт-карти, USB-токени, ідентифікатори Touch-Memory iButton. З кожним роком зростає необхідність якісного збереження та надійної передачі конфіденційної інформації. Для великих корпорацій та державних підприємств це ніколи не було великою проблемою, оскільки якість захисту інформації напряму залежала від виділених коштів та рівня професіоналізму працівників. Але для пересічного громадянина, малого та середнього підприємства організаційні засоби захисту (висока огорожа, колючий дріт, контрольно-перепускні пункти), сканери рогівки ока та відбитків пальців, детектори руху, камери спостереження та інше, не доступні, оскільки мають високу ціну, засекречені, складні у встановленні або вартість інформації не потребує таких масштабних заходів. Для цілей передачі незахищеними каналами зв'язку використовуються програми шифрування даних з використанням криптографічних алгоритмів. Од-

ним з видів криптографії є стеганографія. Це передача повідомлень замаскованих у зображеннях, звукових файлах, тощо. Описана у даній статті технологія захисту інформації базується на використанні таймерної ВІК-ВАК (Bardachenko Identification Key – Bardachenko Authentication Key) технології. Це нова інформаційна технологія аутентифікації користувача, персоналізації обчислювальних засобів захисту інформації від несанкціонованого доступу, що ґрунтується на використанні ключа ідентифікатора Бардаченко (ВІК) [3] і пристрою читання ключової послідовності (рідера), а також таймерних принципах обробки інформації [1]. Власне ключ ідентифікатора ВІК являє собою поворотний механізм, який складається з 14-ти сегментів, кожен з яких може перебувати в одному з двох положень 0 або 1. Рідер це система з двох оптичних пар, яка дозволяє зчитати положення кожного сегменту ключа ідентифікатора ВІК, визначаючи тим самим кодову послідовність. Ця бітова послідовність зчитується рідером і надходить до програми шифрування. Якщо кодова послідовність правильна, то користувач отримує доступ до даних. Передбачено можливість реакції системи на введення неправильного коду (аудит, подача звукового сигналу). При використанні криптографічних алгоритмів [2] для отримання на 28-ми розрядній двійковій сітці значення від 0 до 2^{255} , використовується принцип представлення чисел у вигляді мантиси і показника степеня (аналогічний представленню дійсних чисел в обчислювальній техніці). При цьому 8 біт з 28-ми виділяються для показника степеня: $2^8 = 256$, а решта 20 біт, що залишилися, використовуються для мантиси, рис 1.

Отриману 256 бітову послідовність можна використувати для шифрування. Результат роботи (зашифрована інформація) зберігається у



Рис.1

вибраному користувачем зображенні. Це відбувається за рахунок зміни останнього біта в RGB-складових кольору точки. Зашифрований файл можна надіслати відкритим каналом зв'язку (Internet, E-Mail). Основні переваги ВІК у тому, що це простий механічний пристрій, виготовлення якого не вимагає використання спеціальних

матеріалів, і у відмінності від інших засобів дозволяє працювати в різних системах числення, що значно збільшує комбінаторику. Собівартість ключа ідентифікатора ВІК та рідера складе 6-8\$.

Література:

- [1] Пухов Г. Е., Бардаченко В. Ф. Вычислительные устройства на таймерных скаляторах - К.: Техника, 1991. — 213 с.
- [2] Фергюсон Н., Шнайер Б. Практическая криптография. - М: Вильямс, 2005. — 424 с.
- [3] Патент України UA № 54597, С2. Спосіб Бардаченка ідентифікації права доступу до об'єктів та введення інформації за змінним маркером. Автори: Бардаченко В. Ф., Абубекеров Р.А., Ковальчук Л.В. 13.03.2003 р., Бюл. № 3.

**НАДІЙНІСТЬ РЕЗУЛЬТАТІВ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ
У ПРИЙНЯТТІ РІШЕНЬ ЩОДО ЕКСПЛУАТАЦІЇ
ОБЛАДНАННЯ АЕС**

Сахно Н.В., Каденко І.М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ndef@uninet.kiev.ua

Складні системи є невід'ємною частиною розвиненого суспільства та відіграють значну роль саме у стратегічно важливих галузях. Для України такою галуззю є енергетика, бо половина електроенергії виробляється саме на атомних електростанціях з однотипними реакторами ВВЕР.

Після декількох аварій у світі, та особливо після аварії на 4-тому блоці ЧАЕС, роль та місце методів неруйнівного контролю для забезпечення безпечної та надійної роботи ядерних енергоблоків постійно зростає. Особливо яскравим прикладом є застосування вихрострумового контролю (ВСК) для забезпечення структурної цілісності теплообмінних труб (ТОТ) парогенераторів АЕС – однієї з найбільш важливих та критичних систем обладнання, внаслідок чого значно зменшилась кількість позапланових зупинок енергоблоків, зумовлених протіканням ТОТ. За результатами ВСК приймається рішення щодо подальшої експлуатації чи виведення з експлуатації дефектних ТОТ.

Якщо ТОТ з дефектом залишається в експлуатації, то у випадку її розриву має місце надходження радіоактивного

теплоносія з першого контуру у другий, що, згідно нормативних документів, веде до позапланової зупинки енергоблоку. З іншого боку, виведена з експлуатації ТОТ із незначним дефектом, що ще могла експлуатуватися, збільшить число заглушених ТОТ, і при досягненні певної кількості заглушених ТОТ парогенератор, також згідно нормативних документів, має бути замінено. А це є дуже коштовною та складною технічно операцією. Тому прийняття рішення за результатами ВСК щодо подальшої експлуатації ТОТ з дефектом є важливою задачею.

Надійність результатів ВСК, на підставі яких приймається рішення щодо можливості залишати / не залишати проблемну (дефектну) трубу парогенератору, можна представити наступним чином [1]:

$$R = f(IC) - g(AP) - h(HF),$$

де R – загальна надійність системи, що використовується для проведення НК;

$f(IC)$ – характеризує вплив внутрішньо властивих можливостей ідеальної системи ВСК, що задаються фізичними законами та їх технічною реалізацією;

$g(AP)$ – характеризує вплив основних параметрів та специфічних умов місця проведення ВСК;

$h(HF)$ – вплив людського фактору, тобто, наскільки надійно була проведена обробка даних експертами-аналітиками.

В роботі розглянуто всі члени з (1) з урахуванням специфіки ВСК ТОТ парогенераторів АЕС для прийняття рішення щодо виводу з експлуатації ТОТ ПГ, та сформульовано задачу оптимізації функціоналу надійності, що впливає з (1), з урахуванням обмежень по ресурсам (час, матеріали, тощо).

Література:

- [1] C.Muller, U.Ewert, M. Scharmach, J.Volker, L.Schaefer, P.-T. Wilrich. Concepts in Reliability Measurements// Proceedings of 3rd European-American Workshop on Reliability of NDE and Demining. - Berlin. - September 13, 2002. – CD.
- [2] H. Stephens. Long Term Experience With Evaluation and Improvement of the Human factor in NDE Reliability// Proceedings of 3rd European-American Workshop on Reliability of NDE and Demining. – Berlin. - September 13, 2002. – CD.

- [3] I.Kadenko, N.Sakhno, R.Yermolenko, M.Anderson, T.Taylor. Evaluation and Reliability Enhancement for ET Data of VVER Steam Generator Tubes. // Proceedings of 22nd Annual EPRI Steam Generator NDE Workshop. Hilton Head, SC. – June 30 – July 2, 2003. – 15 p. – CD.

ДЕКОМПОЗИЦІЯ ЗМІН В НЕРІВНОСТІ ФІНАНСУВАННЯ СОЦІАЛЬНОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ ЗА МЕТОДОМ ШЕПЛІ

Семенов В.В.

Інститут демографії та соціальних досліджень НАНУ
demographe@idss.org.ua

При аналізі змін в розподілах в часі та просторі виникає задача компонентного аналізу: декомпозиція змін в розподілі за факторами та оцінки величини внеску кожного фактору. В роботі розглядається вплив зростання та демографічних змін на міжрегіональну нерівність фінансування соціальної інфраструктури. При оцінюванні внеску факторів обчислюємо значення вектору Шеплі для індексів міжрегіональної нерівності [1,2], припускаючи, що на зміни в нерівності впливають два фактори: зростання видатків та демографічні зміни і отримуємо внесок кожного фактору у зміни в міжрегіональній нерівності:

$$\Delta I(Y, P) = I(Y_T, P_T) - I(Y_1, P_1) =$$

$$= \frac{1}{2}[I(Y_T, P_1) - I(Y_1, P_1)] + \frac{1}{2}[I(Y_T, P_T) - I(Y_1, P_T)] +$$
(1)

$$+ \frac{1}{2}[I(Y_1, P_T) - I(Y_1, P_1)] + \frac{1}{2}[I(Y_T, P_T) - I(Y_T, P_1)] .$$
(2)

(1) є компонентою зростання, в той час як (2) оцінює величину зміни в нерівності, яка є наслідком демографічних змін. Результати декомпозиції індексів узагальненої ентропії (значення параметру $\alpha = -1, 0, 1, 2$) та індексу Джині видатків місцевих бюджетів наведені в Табл.1. Зазначимо, що формула (2) дає можливість обчислити значення параметру α , при якому індекс узагальненої ентропії є дистрибутивно нейтральним до демографічних змін. Запропонований підхід може бути використаний для факторної декомпозиції будь-якого індексу.

Декомпозиція індексів нерівності за методом Шеплі. Таблиця 1

Індекс	(Y_{2004}, P_{1999})	(Y_{2004}, P_{2004})	(Y_{1999}, P_{2004})	(Y_{1999}, P_{1999})	ΔI_Y	ΔI_P	ΔI
1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha = -1$	0.0264	0.0254	0.0236	0.0245	0.0017 (6.94%)	-0.0008 (-3.14)	0.0009 (3.8)
$\alpha = 0$	0.0331	0.0305	0.0234	0.0255	0.0074 (28.95)	-0.0024 (-9.22)	0.0050 (19.73)
$\alpha = 1$	0.0337	0.0381	0.0302	0.0271	0.0067 (24.75)	0.0042 (15.61)	0.0109 (40.36)
$\alpha = 2$	0.0439	0.0498	0.0327	0.0327	0.0158 (53.49)	0.0047 (15.76)	0.0203 (69.25)
Джині	0.0998	0.1028	0.1254	0.1239	-0.0233 (-18.84)	0.0029 (1.84)	-0.0211 (-17.0)

Література:

1. Волошин О.Ф., Машенко С.О. Теорія прийняття рішень. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2006. – 304 с.
2. Новіков В.М., Семенов В.В. Декомпозиція змін в рівні бідності за методом Шеплі // Проблеми прийняття рішень в умовах невизначеності. Матеріали міжнародної конференції.-Алушта.-2006.-С.150-151.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПСЕВДОПАРАБОЛІЧНИХ МОДЕЛЕЙ В НЕЦИЛІНДРИЧНИХ ОБЛАСТЯХ

Семенов В.В.¹, Рубльов Б.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

snakkar@univ.kiev.ua

У повідомленні розглядаються лінійні псевдопараболічні граничні задачі в нециліндричних просторово-часових областях і пов'язані з ними задачі оптимального керування та керованості.

Нехай O – область в R^{n+1} . Домовимось позначати $n+1$ -шу координату точки $(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}) \in R^{n+1}$ літерою t , тобто

¹ Роботу виконано при фінансовій підтримці ДФФД України.

$(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}) = (x, t)$, де $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$. Зафіксуємо $T > 0$.

Позначимо $\Omega_\tau = O \cap \{t = \tau\}$ для $t \in [0, T]$. Припустимо, що Ω_τ непорожня відкрита та обмежена підмножина R^n з межею Γ_τ . Розглянемо нециліндричну область

$$Q = \bigcup_{0 < \tau < T} \Omega_\tau \times \{t = \tau\} \subseteq R^{n+1}$$

з бічною поверхнею

$$\Sigma = \bigcup_{0 < \tau < T} \Gamma_\tau \times \{t = \tau\}.$$

Ясно, що межа множини Q має структуру

$$\partial Q = \bar{\Omega}_0 \cup \Sigma \cup \bar{\Omega}_T,$$

де Ω_0, Ω_T – непорожні відкриті множини.

Припустимо, що сім'я областей Ω_τ неспадна, тобто $\Omega_{\tau_1} \subseteq \Omega_{\tau_2}$, як тільки $\tau_1 < \tau_2$.

В області Q розглянемо псевдопараболічну систему

$$Lu = Au_t + Bu = f, \quad (1)$$

де $u = u(x, t)$ – функція, що задовольняє граничні умови

$$u|_\Sigma = 0, \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = g \text{ на } \Omega_0. \quad (3)$$

Оператори A і B задаються диференціальними виразами другого порядку

$$Au = - \sum_{i,j=1}^n (a_{ij}(x) u_{x_j})_{x_i} + \sum_{i=1}^n a_i(x) u_{x_i} + a(x) u,$$

$$Bu = - \sum_{i,j=1}^n \left(b_{ij}(x) u_{x_j} \right)_{x_i} + \sum_{i=1}^n b_i(x) u_{x_i} + b(x) u.$$

Відносно коефіцієнтів диференціальних операторів A і B припускаємо вимірність та суттєву обмеженість. Головні частини операторів A і B рівномірно еліптичні.

Для задачі (1)-(3) доведено існування та єдиність узагальненого розв'язку з енергетичного класу. Метод доведення існування наступний:

- 1) використання методу штрафу [1] – апроксимація задачі (1)-(3) сім'єю задач в циліндричних областях;
- 2) коректність задачі методу штрафу встановлюється за допомогою результатів [2, 3];
- 3) отримання рівномірних по параметру штрафу апріорних оцінок, граничний перехід у відповідному функціональному просторі.

Для ряду задач оптимального керування системою, що описується (1)-(3), отримано теореми існування та умови оптимальності.

Відмітимо, що частина результатів справедлива для задач із нелінійним псевдопараболічним оператором виду $u \mapsto Lu + C(u)$, де C – ліпшицева функція $R \rightarrow R$, та граничними умовами типу Неймана.

Література:

- [1] Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 587 с.
- [2] Ляшко С.І., Семенов В.В. Про розв'язність псевдопараболічних рівнянь // Вісник Київського університету. С.: фіз.-мат. науки. – вип. 1. – 2001. – с. 245-254.
- [3] Lyashko S.I. Generalized optimal control of linear systems with distributed parameters. – Kluwer Academic Publ., 2002. – 466 p.

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ІЗ ПІСЛЯДІЄЮ ІЗ УРАХУВАННЯМ МАРКІВСЬКИХ ЗБУРЕНЬ

Королюк В.С., Мусурівський В.І.

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича

victor_musa@ukr.net

Нехай $(\Omega, F, P, F \equiv \{F_t \subset F, t \geq 0\})$ —ймовірнісний базис [2]; $\{\xi(t), t \geq 0\}$ —феллерівський марківський процес із значеннями в метричному просторі Y з перехідною ймовірністю $P(s, y, t, \Gamma)$; $\eta_k, k \geq 0$ —феллерівський ланцюг Маркова із значеннями в метричному просторі H з перехідною ймовірністю на k -ому кроці $P_k(h, G)$ [1].

Розглянемо диференціально-функціональне рівняння збуреного руху, котре будемо трактувати як динамічну систему випадкової структури [3]

$$dx(t) = a(t, \xi(t), x_t) dt \quad (1.1)$$

з імпульсною дією

$$\Delta x(t)|_{t=t_k} = g(t_k, \xi(t_k), \eta_k, x(t_k)), \quad (1.2)$$

$t_k \in S \equiv \{t_n, n \in N\}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = +\infty$ та з початковими умовами

$$\xi(t_0) = y \in Y, \quad \eta_{k_0} = h; \quad x_{t_0} = \varphi_0(\theta) \in C([- \tau, 0]) \equiv C, \quad (1.3)$$

де $x \equiv x(t) \in R^m \in C([- \tau, 0])$, $x_t \equiv \{x(t + \theta)\}$, $- \tau \leq \theta \leq 0$, $\tau > 0$.

Нехай вимірні по сокупності змінних відображення $a: R_+ \times Y \times C \rightarrow R^m$; $g: R_+ \times Y \times H \times C \rightarrow R^m$ задовольняють по останньому аргументу умові Ліпшиця рівномірно по всіх інших аргументах $\forall \varphi, \psi \in C([- \tau, 0])$, $\forall t \geq t_0 \geq 0$, $y \in Y$, $h \in H$

$$|a(t, y, \varphi) - a(t, y, \psi)| + |g(t, y, h, \varphi) - g(t, y, h, \psi)| \leq \Lambda P \varphi - \psi P, \quad (1.4)$$

і умові при всіх $t \geq t_0 \geq 0$, $y \in Y$, $h \in H$

$$\sup_{t \geq t_0 \geq 0, y \in Y, h \in H} (|a(t, y, 0)| + |g(t, y, h, 0)|) = l < \infty. \quad (1.5)$$

Тут $\forall \varphi \in C([- \tau, 0])$ задана норма $P \varphi P \equiv \sup_{- \tau \leq \theta \leq 0} P \varphi(\theta) P$.

Для дослідження асимптотичної стохастичної стійкості в

цілому, асимптотичної р-стійкості в цілому таких динамічних систем використаний апарат функціоналів Ляпунова-Красовського і поняття інфінітезимального оператора в силу системи.

Література:

1. *Дынкин Е.Б.* Марковские процессы.—М.: Физматгиз, 1969. —859 с.
2. *Жакоб Ж., Ширяев А.Н.* Предельные теоремы для случайных процессов: В 2-х т.—М.: Физматгиз, 1994. — Т.1, Т.2. —544 с., 473 с.
3. *Кац И.Я.* Метод функций Ляпунова в задачах устойчивости и стабилизации систем случайной структуры.—Екатеринбург: Изд-во Уральской государственной академии путей сообщения, 1998. —222 с.
4. *Ляпунов А.М.* Общая задача устойчивости движения. — М.: Гостехиздат, 1950. — 472 с.
5. *Скороход А.В.* Асимптотические методы теории стохастических дифференциальных уравнений. — К.: Наук, думка, 1987. — 328 с.

**ЕКОНОМІКО – МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
НА ОСНОВІ ГРАВІТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ**

Кінаш О.М., Хомич С.В.

Львівський національний університет імені Івана Франка

email@hotbox.ru, Okinasch@yahoo.com

Розглянуто задачі моделювання економічних процесів на основі так званих гравітаційних моделей. Серед них ряд застосувань до таких задач:

- застосування міжрегіональних потоків продуктів;
- моделювання грошових потоків;
- прогнозування бюджетних показників.

Зауважимо, що такі моделі можна використовувати для задач економічного прогнозування, що знаходить своє використання при складанні бізнес – планів великих економічних проектів.

Розроблено пакет програм для реалізації поставлених задач.

Література:

- [1] Кінаш О.М., Єлейко О.І. Економіко-математичне моделювання міжрегіональних потоків сільськогосподарської продукції. //Науковий вісник ЛДАВМ ім. С.З.Гжицького.- 2002.-4, №1.- С. 171-175
- [2] Кінаш О.М., Єлейко О.І., Єлейко В.І., Сажинець С.Й. Про одну модель потоків сільськогосподарської продукції. Науковий вісник ЛДАВМ ім. С.З.Гжицького.- 2003.-5, №1.- С. 118-120

- [3] Кінаш О.М., Слейко О.І., Слейко В.І., Резніченко Т.Б. Моделювання міжрегіональних потоків продукції. Соціально-економічна ефективність державного управління: Матеріали науково-практичної конференції 23 січня 2003р./ За заг.ред.А.Чемериса.-Львів:ЛІДУ УАДУ, 2003.-Ч.2.- С.133-135
- [4] Кінаш О., Попадик А. Економіко – Математичне моделювання руху грошових коштів //Трансформація економічної системи в Україні. Науковий збірник/ За ред. З.Г. Ватаманюка. – Львів: Інтереко, 2000.– 516с.– (Формування ринкової економіки в Україні. Виип.6.).с.471–475.
- [5] Кінаш О.М., Лапішко М.Л., Кожан Р.В. Економіко математичне моделювання грошових потоків //Соціально економічні дослідження в перехідний період. Економічні проблеми ринкової трансформації України. (Збірник наукових праць). Вип. 1(XXXIX)/ НАН України. Інститут регіональних досліджень. – Львів, 2003. – с. 256 – 263.
- [6]О.М. Кінаш, М.Л. Лапішко. Одна модель обігу коштів. //Sixth international school on mathematical and statistical methods in economics, finance and insurance. abstracts. 9 – 14 September 2002, Laspi (Crimea, Ukraine), Kyiv, 2002. –р. 16.
- [7] Кінаш О.М., Хомич С.В. Гравітаційні моделі грошових потоків// International conference problems of decision making under uncertainties (PDMU- 2006)/- September 18-23, 2006, Alushta, Ukraine (Abstracts).- P. 112-114.
- [8] Kinash O.M., Khomych S.V. Modelling of the Money Flow// Fourth Summer School “Algebra, Topology, Functional and Stochastic Analysis”. – Lviv-Kozyova, July 17-29, 2006(Invited Lectures). – P.143-144.
- [9] Кінаш О.М., Яструбський М.І. Вибір механізму оптимізації розподілу фінансових ресурсів у вищих навчальних закладах// Науковий вісник: Збірник наукових праць.- Львів: НЛТУ України.- 2005, вип 15.3.- С.301-309.

ПІДХІД ДО ФОРМУВАННЯ УЗГОДЖЕНИХ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК

Коршевніук Л.О., Бідюк П.І.

Інститут прикладного системного аналізу НТУУ „КПІ”

lev@cabinet.kiev.ua, peterb@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua

В багатьох практичних задачах для врахування і розкриття інформаційної невизначеності вдаються до застосування методів експертних оцінок. Проте, актуальним залишається питання узгодженості експертних оцінок.

Постановка задачі. Є набір об’єктів $O = \{O_i\}$, експертна група

$D = \{D_t\}$, $t = \overline{1, k}$, кожному експерту заданий його ваговий коефіцієнт V_t , $\sum_{t=1}^k V_t = 1$. Кожному експерту D_t відповідає вектор $A_t^D = \{A_{it}^D\}$, $i = \overline{1, n}$ його оцінок об'єктів O . Необхідно проаналізувати узгодженість експертних оцінок $A^D = \{A_t^D\}$, $t = \overline{1, k}$.

Розв'язання задачі. Пропонується підхід до аналізу і формування узгоджених експертних оцінок, який полягає у виявленні груп експертів зі схожими узгодженими думками (коаліцій) та у подальшому врахуванні лише оцінок експертів із суттєвих коаліцій.

1. На множині оцінок $A^D = \{A_t^D\}$ визначається нечітке відношення близькості $R(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D) = 1 - \sqrt{\sum_{i=1}^n (A_{it_1}^D - A_{it_2}^D)^2} / \delta$, де $\delta = \sum_{t=1}^k \sqrt{\sum_{i=1}^n (A_{it}^D - \max_t \{A_{it}^D\})^2} / (k-1)$, при цьому $\max_t \{A_{it}^D\}$ є максимальне значення оцінки об'єкту O_i серед оцінок усіх експертів D_t , $t = \overline{1, k}$.

2. На A^D визначається нечітке відношення еквівалентності $R^T(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D)$, $\forall A_{t_1}^D, A_{t_2}^D \in A^D$ за як max-min транзитивне замикання нечіткого відношення близькості:

$$R^T(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D) = R^k, R^k = R^{k-1} \circ R, R^{k+1} = R^k, k \geq 2, \text{ де «} \circ \text{» –}$$

операція композиції, яка для $A_{t_1}^D, A_{t_2}^D, A_{t_3}^D \in A^D$:

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(A_{t_1}^D, A_{t_3}^D) = \max_{A_{t_2}^D \in A^D} \min[\mu_{R_1}(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D), \mu_{R_2}(A_{t_2}^D, A_{t_3}^D)].$$

3. За заданим значенням граничного коефіцієнту α відношення еквівалентності $R^T(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D)$ множина експертних оцінок A^D поділяється на r кластерів G_j , $j = \overline{1, r}$, тобто визначаються r коаліцій G_j , $j = \overline{1, r}$ експертів за погодженістю їх оцінок:

$$G_j = \left\{ A_t^D \mid R^T(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D) \geq \alpha; \alpha \in [0, 1]; A_t^D, A_{t_1}^D, A_{t_2}^D \in A^D \right\}.$$

4. Для кожної коаліції G_j , $j = \overline{1, r}$ визначається її вага W_j^G як сума вагових коефіцієнтів V_t експертів, які входять до складу коаліції: $W_j^G = \sum_{t, D_t \in G_j} V_t$.

5. За заданим значенням коефіцієнту β коаліції кмовно поділяються на суттєві G^{Ess} і несуттєві G^{NonEss} :

$$G^{Ess} = \{G_j \mid W_j^G \geq \beta, j = \overline{1, r}\}, G^{NonEss} = \{G_j \mid W_j^G < \beta, j = \overline{1, r}\}.$$

$$G^{Ess} \cup G^{NonEss} = G, \quad G^{Ess} \cap G^{NonEss} = \emptyset.$$

6. Утворюється нова група суттєвих експертів $D^E = \{D_t\}$, $t = \overline{1, d}$ за новий набір суттєвих оцінок A_{it}^D об'єктів O_i відповідний до цих експертів D_t . Здійснюється перенормування відносних вагових коефіцієнтів V_t експертів з нової групи $D^E = \{D_t\}$, $t = \overline{1, d}$.

У подальшому розв'язанні задачі розглядаються лише такі узгоджені суттєві експертні оцінки.

Висновки. Переваги запропонованого підходу формування узгоджених експертних оцінок в тому, що він не передбачає повної узгодженості всіх експертних оцінок та відрізняється невисокою складністю обчислювальної процедури.

АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ЕФЕКТИВНОСТІ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ІМОВІРНІСНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Анатолій Семенюк

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

mpcc@chnu.cv.ua

Основною рисою сучасних методів надійнісного проектування технічних систем керування є прагнення до оптимальності розв'язків в певних економічних, технічних і експлуатаційних умовах. В якості шляхів забезпечення ефективності таких систем може використовуватися резервування,

заміна менш надійних елементів більш надійними (і, можливо, більш дорогими), технічне обслуговування, використання засобів діагностики, поліпшення умов експлуатації і т. і. Враховуючи, що технічні системи керування є багатофункціональними то вимоги до їх ефективності визначаються для кожної з виконуваних функцій.

У випадку класу систем, для яких кожна із виконуваних функцій володіє деякою питомою ефективністю і відмова функції не приводить до відмови системи, а знижує рівень її питомої ефективності, можна використати в якості показника функціонування середню питому ефективність і поставити таку оптимізаційну задачу.

Знайти оптимальний вектор керованих змінних

$$(x_{11}, \dots, x_{1k}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{n1}, \dots, x_{nk})_{opt}, \quad (1)$$

який забезпечує

$$W(x_{11}, \dots, x_{1k}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{n1}, \dots, x_{nh}, y_1, \dots, y_s, \dots, y_l) \rightarrow extr, \quad (2)$$

при умові

$$E(x_{11}, \dots, x_{1k}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{n1}, \dots, x_{nh}, y_1, \dots, y_s, \dots, y_l) \geq E_{TP}, \quad (3)$$

і обмеженнях

$$x_{ij} \in R, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (4)$$

де n – кількість елементів системи; m – кількість функцій, які виконуються системою; k – кількість шляхів підвищення ефективності; x_{ij} – керовані змінні (j - ий шлях підвищення ефективності i - го елемента); y_s – некеровані параметри; (2) – цільова функція; (3) – середня питома ефективність функціонування системи; E_{TP} – необхідне значення середньої питомої ефективності функціонування системи; R – область зміни керованих параметрів системи.

В якості критеріїв оптимізації (2) можуть бути економічні критерії (вартість системи, прибуток і т. і.) [1] і інші характеристики системи (вага, розмір і т. і.).

Для розв'язання задачі (1)-(4) пропонується алгоритм направленного перебору варіантів розв'язування оптимізаційних

задач надійності як багатокроковий процес оптимізації, на кожному кроці якого оцінюється та аналізується поточний варіант з допомогою імовірнісного моделювання [2] і генерується черговий поліпшений варіант досліджуваної системи.

Для генерації чергового варіанту системи використовується показник значимості елемента системи по ефективності

$$K_E = \frac{E_B}{E}, \quad (5)$$

де E_B – значення середньої втрати питомої ефективності функціонування системи із-за відмови даного елемента; E – середня питома ефективність функціонування системи.

На кожному кроці розв'язку задачі (1)-(4) визначається один критичний елемент і шлях підвищення його надійності. На основі накоплених статистичних даних обчислюється вектор показників значимості елементів системи по ефективності

$$(K_{E1}, K_{E2}, \dots, K_{En}). \quad (6)$$

Критичний елемент визначається як індекс масимального елемента вектора (6), а шлях підвищення його надійності прямим перебором. Розв'язування задачі (1)-(4) завершується при виконанні умови (3).

Література:

1. Ушаков И.А. Оптимальные задачи надежности.— Москва: Знание, 1972.—53 с.
2. Заренин Ю.Г. Надежность и эффективность АСУ. — Киев: Техніка, 1975. — 368 с.

СППР НА ФІНАНСОВОМУ РИНКУКУ

Сербасєв Д.П.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

sdp2000@yandex.ru

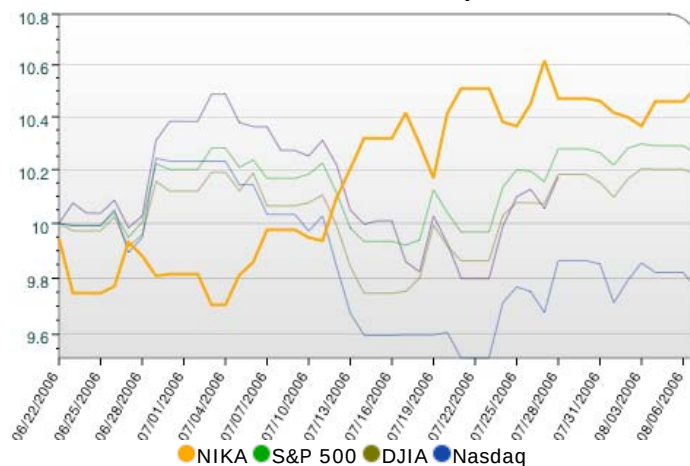
У пропонованій доповіді розглядається система підтримки прийняття рішень на фінансовому ринку. В основі розробленої СППР лежить теорія збурення псевдообернених матриць [1] та потужний апарат так званих RFT-перетворювачів [2,3], використання яких дозволяє ефективно апроксимувати, а отже і

прогнозувати функції представлені своїми значеннями за допомогою багатокрокової комбінації суперпозиції і МНК з нелінійним покоординатним перетворенням вхідних та проміжних фазових змінних.

Розроблена СППР призначена для прогнозування майбутньої поведінки цін різноманітних фінансових інструментів таких як акції, валюти, ф'ючерси на індекси, товари, валюти.

СППР складається з декількох основних підсистем, які в своїй послідовності логічно реалізують основні її функціональні можливості. Перша підсистема призначена для завантаження історичних даних по фінансовому інструменту, що буде аналізуватися, їх фільтрацію та препроцесінг. Друга підсистема призначена для створення на основі RFT-перетворювача прогнозатору, та реалізації процесу його навчання з попереднім формуванням навчальних вибірок. Третя підсистема власне здійснює генерацію прогнозів поведінки ціни досліджуваного фінансового інструменту в залежності від набору вхідних параметрів обраних користувачем. Четверта підсистема проводить аналіз згенерованих прогнозів та формує рекомендації для прийняття інвестиційних рішень.

На малюнку 1 наведено порівняння динаміки зростання вартості віртуального фонду NIKА, сформованого на основі прогнозів розробленої СППР, з провідними американськими індексами такими як S&P500, DJIA, Nasdaq.



Малюнок 1. Порівняння динаміки зростання вартості віртуального фонду NIKА з провідними фондовими індексами

В наведеному на малюнку прикладу дохідність віртуального фонду NIKA в перерахунку на річну дохідність перевищує дохідність індексу S&P500 на 32.22%. Загалом за 34 дні вартість фонду NIKA зросла з 1 000 000 доларів до 1 050 464.60 доларів, тобто на 5%. Отже можна зробити висновок, що застосування RFT-перетворювачів як засобів прогнозу продемонструвало їх високу ефективність.

Література:

- [1] Кириченко Н.Ф. Аналитическое представление возмущений псевдообратных матриц // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – № 2. – С. 98-107.
- [2] Кириченко Н. Ф., Крак Ю. В., Полищук А.А. Псевдообратные и проекционные матрицы в задачах синтеза функциональных преобразователей. //Кибернетика и вычислительная техника .– 2004.–№1.
- [3] Кириченко Н.Ф., Донченко В.С., Сербаєв Д.П. Нелінійні регресійні рекурсивні перетворювачі: динамічні системи та оптимізація.// Кибернетика и системный анализ.–2005.–№ .– 2.

ДОСЛІДЖЕННЯ ГЛОБАЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПУ

Сергєєва Л.М., Бігун Я.Й.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
ya_bigun@mail.ru

Диференціальні рівняння нейтрального типу описують процеси, швидкість яких в даний момент часу залежить від стану і швидкості в попередні моменти. Наприклад, при моделюванні передачі струму без втрат, деяких задач в теорії керування [1] та ін.

В даній роботі для системи диференціальних рівнянь нейтрального типу з відхиленням аргументу $\lambda \in R$

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)x(t + \lambda) + D(t)\dot{x}(t + \lambda) + f(t) \quad (1)$$

розв'язується проблема глобальних розв'язків шляхом побудови системи рівнянь без відхилення аргументу

$$\frac{dx}{dt} = C(t)x + g(t). \quad (2)$$

Задача полягає в знаходженні матриці $C = C(t)$ і вектор-функції $g = g(t)$ так, щоб розв'язки системи (2) були б глобальними розв'язками системи рівнянь (1). Такий підхід для рівнянь з відхиленням аргументу запропоновано в [2].

Припустимо, що $x \in R^n$, $t \in R$; A, B, C – n -вимірні матричні, f, g – векторні функції, при чому норми матриць A, B, C, D – обмежені. Для матриці $C = C(t)$ і вектор-функції $g = g(t)$ одержано рівняння вигляду:

$$C(t) = P(t, t + \lambda) \left[A(t) + B(t) \Omega_t^{t+\lambda}(C) + D(t) \frac{d}{dt} (\Omega_t^{t+\lambda}(C)) \right],$$

$$g(t) = [I - P(t, t + \lambda)] \Phi(t, s) A(t) + [\Psi(t + \lambda, s) - \Omega_t^{t+\lambda}(C) \times$$

$$\times P(t, t + \lambda) \Phi(t, s)] B(t) + \left[\frac{d}{dt} \Psi(t + \lambda, s) - \frac{d}{dt} (\Omega_t^{t+\lambda}(C)) \times \right.$$

$$\left. \times P(t, t + \lambda) \Phi(t, s) \right] D(t) + f(t),$$

$$\text{де } \Phi(t, s) = \int_{\tau}^t \Omega_s^t(C) g(s) ds, \quad \Psi(t + \lambda, s) = \int_{\tau}^{t+\lambda} \Omega_s^{t+\lambda}(C) g(s) ds,$$

$$P(t, t + \lambda) = (I - D(t) \Omega_t^{t+\lambda}(C))^{-1}.$$

Тут $\Omega_t^t(C)$ – матрицант системи (2) такий, що $\|D(t) \Omega_t^{t+\lambda}(C)\| < 1$, і задовольняє рівняння:

$$\Omega_{\tau}^t(C) = I + \int_{\tau}^t C(s) ds + \int_{\tau}^t C(s) \int_{\tau}^s C(s_1) ds_1 ds + \dots$$

$$+ \int_{\tau}^t C(s) \int_{\tau}^s C(s_1) \dots \int_{\tau}^{s_{n-2}} C(s_{n-1}) ds_{n-1} \dots ds_1 ds + \dots$$

Розглянемо частковий випадок системи (1), коли A, B, C і D – сталі матриці. Тоді розв'язок рівняння (2) записується у вигляді:

$$x(t) = e^{Ct} x_0 + \int_{\tau}^t e^{C(t-s)} g(s) ds.$$

В цьому випадку за умови $\|De^{C\lambda}\| < 1$ маємо:

$$C = (I - De^{C\lambda})^{-1}(A + Be^{C\lambda}),$$

$$g(t) = \left[A - (I - De^{C\lambda})^{-1}(A + Be^{C\lambda}) \right] \int_{\tau}^t e^{C(t-s)} g(s) ds + \\ + (B + D) \int_{\tau}^{t+\lambda} Ce^{C(t+\lambda-s)} g(s) ds + Dg(t + \lambda) + f(t).$$

Література:

- [1] Хейл Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1984. – 421 с.
[2] Самойленко А.М. Об одной задаче исследования глобальных решений дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом // Укр. мат. журн. – 2003. – т. 55., №5. – с. 631–640.

ПОБУДОВА ФУНКЦІЇ НАЛЕЖНОСТІ НЕЧІТКОЇ МНОЖИНИ ПРИ ЕКСПЕРТНОМУ ОЦІНЮВАННІ ПАРАМЕТРІВ НА ОСНОВІ ЕКСТРАПОЛЯЦІЙ

Стефанишин Д. В., Стефанишина Ю. Д.

Національний університет водного господарства
та природокористування, м. Рівне
dvstefanyshyn@yahoo.com

Для подолання невизначеності «м'якого» експертного оцінювання використовується математичний апарат теорії нечітких множин [1]. Розглядається варіант побудови функцій належності нечітких множин при експертному оцінюванні параметрів на основі екстраполяцій. Різні екстраполяційні моделі при цьому трактуються як експертні оцінки, «достовірність» яких встановлюється за значеннями коефіцієнтів детермінації трендів (рис. 1).

Використання екстраполяцій ґрунтується на припущенні, що процес зміни параметра поєднує регулярну і випадкову складові. «Вилучення» сезонної складової (рис. 1) дозволяє у більшості випадків звести екстраполяційну модель до поєднання тренда і складової випадкових відхилень від тренда.

Значення $z_{T,t}$ (рис. 1), які дають тренди, можуть трактуватися як нечіткі оцінки типу «середнє значення» (рис. 2); значення випадкової складової $\Delta z_{T,t} = z_t - z_{T,t}$ – як нечіткі оцінки

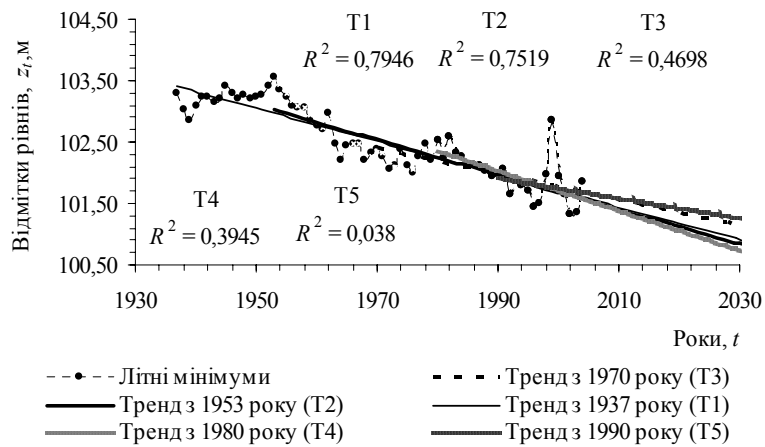


Рис. 1. Варіанти екстраполяційних трендів при перспективному прогнозуванні сезонної поведінки річних мінімальних рівнів води z_t (літній сезон, р. Ока, м. Кашира)

типу «не менше за ...», «не більше за ...» (приклад на рис. 3). Функція належності $z_{T,t}$ для субнормальної нечіткої множини буде:

$$\mu_{A,0}(z_{T,t}) = \frac{R^2 \langle T_k(z_{T,t}) \rangle}{\sup R^2 \langle T_k(z_{T,t}) \rangle},$$

де $R^2 \langle T_k(z_{T,t}) \rangle$ – коефіцієнт детермінації k -го тренда $z_{T,t}$; $\sup R^2 \langle T_k(z_{T,t}) \rangle$ – найбільше значення $R^2 \langle T_k(z_{T,t}) \rangle$.

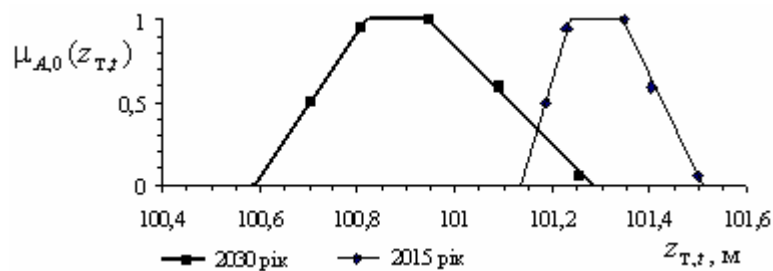


Рис. 2. Функції належності нечітких значень $z_{T,t}$ як змінних типу «середнє значення», отриманих екстраполяціями (рис. 1)

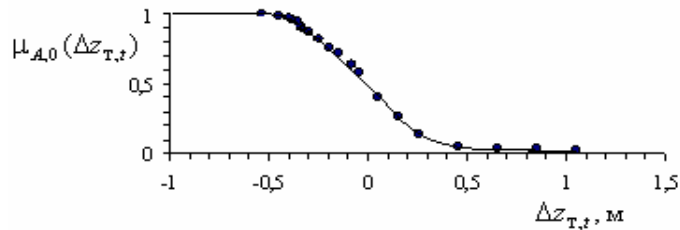


Рис. 3. Зважена на множині трендів (рис. 1) функція належності нечітких значень $\Delta z_{T,t}$ як змінної типу «не менше за ...»

Література:

[1] Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: Пер. с польского И.Д. Рудинского. –М.: Горячая линия – Телеком, 2006.

ПРИСТРІЙ ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ І ЛІКУВАННЯ НА БАЗІ МЕТОДІВ АКУПУНКТУРИ

Тимашов Е.

Институт кибернетики НАНУ

busurmanin@bk.ru

У основі пристрою лежить засіб аналізу і використання складових хаотичних інформаційно-енергетичних спектрів хвилястих характеристик (нозод) органічних і неорганічних речовин, біологічних і небіологічних об'єктів. Запропонованим засобом вирішується задача збільшення точності досліджень у якісному і кількісному відношенні без стороннього впливу на досліджуваний об'єкт, візуалізація досліджуваних характеристик, виключення залежності від оператора, підвищення перешкодозахищеності. Програмно-апаратні компоненти, запропоновані для реалізації засобу, використовує і досліджує хвилясті характеристики (нозоди) об'єктів у вигляді запису нозод реальних процесів і об'єктів на речовину-носії або його електронні копії, тобто в явному, аналоговому вигляді. Прилад аналізує і використовує складові спектрів хвилястих характеристик (нозод) у цифровому вигляді, що дозволяє досліджувати і використовувати ідеальні (очищені) нозоди процесів і об'єктів, як виділені з загального енергетичного комплексу об'єкта, так і в сукупності з ним (використовуючи „аутонозоду”) на всіх енергетичних рівнях.

Основна ідея програмно-апаратною комплексу для досліджень на базі запропонованого методу -- універсальність, системність, комплексність, портативність, простота роботи користувача. Об'єднує інформаційно-енергетичні, біологічні і фізичні методи діагностики, профілактики і лікування людини з урахуванням факторів навколишнього середовища. Одночасно нормалізує функції порушених тканин, органів і систем людини шляхом використання складових спектрів хвилястих характеристик патологічних процесів і їхніх причин, усіх видів терапевтичних впливів (гомеопатичних, фіто-, алопатичних препаратів, КВЧ-, лазеро-, магніто-, водо-, грязь-, мінерале-, кольоро-, звуко-, іглорефлексотерапії та ін.) з урахуванням індивідуального добору сумісності.

Основними можливостями приладу для досліджень на базі запропонованого методу є:

- оптимізація профілактики і лікування під контролем зворотного зв'язку;

- максимальне підвищення точності встановлення діагнозу;

- розширення можливостей діагностики і лікування;

- суттєве скорочення часу обстеження і лікування, що забезпечує високу пропускну спроможність лікувальної установи;

- виявлення широкого спектра причин захворювань без існуючих лабораторних досліджень;

- одночасна діагностика всіх органів і систем людини, що виявляє не тільки їхні загальні порушення, але і конкретну зону локалізації без уведення зондів, контрастних речовин, УЗО, рентгена;

- скресання механізмів етіопатогенеза захворювань і проведення цілеспрямованого лікування;

- виявлення захворювань до їхнього клінічного прояву;

- ідентифікацію гістологічних структур різноманітних тканин, збудників захворювань, їхніх токсинів, а також комбінованих епідеміологічних ситуацій;

- визначення чутливості виявленої мікрофлори до медикаментів;

- добір медикаментів (гомеопатичних, алопатичних, фітопрепаратів і т.д.) з урахуванням індивідуальної переносимості і їхнього дозування (розв'язання проблеми післямедикаментозних ускладнень);

визначення сумісності на прищеплювальний матеріал (розв'язання проблеми післяприщеплювальних ускладнень);

визначення сумісності різноманітних засобів між собою й іншими терапевтичними методами;

добір індивідуальної дієти;

визначення обтяжливої дії медикаментів, трансплантатів, шовного матеріалу, ортопедичних металоконструкцій, анестезійних засобів, впливи навколишніх живих організмів; засобів побутової хімії, агрохімії, косметики, біжутерії, харчових продуктів і добавок, барвників, будматеріалів і т.д.;

здійснення контролю за усіма видами терапевтичного впливу: фітопрепаратів, гомео-, алопатичних, КВЧ -, лазеро-, магніто-, водо-, грязе-, міне-рало-, кольоре-, звуко-, іглорефлексотерапії та ін.;

безконтактний вплив медикаментозними й іншими засобами;

корекція впливу геомагнітних зон і обурень;

сприяє усуненню залежності від алкоголю, та-бакокуріння, наркотиків, токсичних речовин;

можливість вивчення ієрархії систем польової організації людини і їхніх взаємозв'язків із клітинними структурами організму і навколишнього світу.

**ВИКОРИСТАННЯ АЛГОРИТМУ ОПТИМАЛЬНОЇ
СЕГМЕНТАЦІЇ МОВНОГО СИГНАЛУ ДЛЯ
МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАМ
Тимофієва Н.К.**

Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних
технологій та систем НАН та МОН України
Nadija_Tymofijeva@uasoiro.org.ua

Для сегментації мовного сигналу (електрокардіограм) на майже періодичні ділянки розроблено багато методів та алгоритмів, що ґрунтуються: а) на кореляційних підходах, б) на аналізі конфігурації вхідного сигналу. Для математичного аналізу електрокардіограм з метою установлення частоти скорочень серця, тривалості періоду систоли і діастоли, значень амплітуд зубців P ,

Q, R, S, T, U варто використовувати підходи, що ґрунтуються на аналізі вхідної інформації.

Саме такий підхід реалізовано в алгоритмі сегментації мовного сигналу на майже періодичні та неперіодичні ділянки, що описаний в [1]. При розробці математичної моделі цієї задачі використано теорію комбінаторної оптимізації, аргументом цільової функції в якій є розміщення без повторень (кортеж). Для установлення майже періодичності відрізків сигналу використовуються міри подібності, в яких ураховано залежність довжини майже періоду від найбільшого і найменшого значень амплітуд сигналу.

При роботі алгоритму проводиться кілька ітерацій, на кожній з яких відрізок сигналу, що досліджується, розбивається на ділянки довжиною $L \in \{L_{\min}, L_{\min} + \Delta, L_{\min} + 2\Delta, \dots, L_{\max}\}$ з наступним визначенням майже періодичності сусідніх ділянок; $L_{\min}$ – мінімально можлива довжина майже періоду, $L_{\max}$ – максимально можлива довжина майже періоду, Δ – значення приросту майже періоду (визначається експериментально). У процесі розв'язання задачі формується комбінаторна конфігурація (кортеж)

$\tau^k = (\tau_1^k, \dots, \tau_{\eta^k}^k)$, де $\tau_j^k < \tau_{j+1}^k$, а елемент $\tau_j^k \in \{1, \dots, n\}$ є відліком сигналу, що вказує на кінець j -го або на початок $(j+1)$ -го майже періоду, η^k – кількість майже періодів у k -му кортежі. Знаходження кортежу із усіх побудованих, для якого цільова функція набуває оптимального значення, проводиться з урахуванням кількох критеріїв.

Для визначення майже періодичності відрізків сигналу уведено такі елементарні міри подібності: $p_l = \frac{\min(a_i - a_{i-1}, a_{i-1} - a_{i-2})}{\max(a_i - a_{i-1}, a_{i-1} - a_{i-2})} > \varepsilon$,

$$s_l = \frac{\min(b_i - b_{i-1}, b_{i-1} - b_{i-2})}{\max(b_i - b_{i-1}, b_{i-1} - b_{i-2})} > \varepsilon, \quad \pi_l = |p_l - s_l| < \varepsilon', \quad \text{де}$$

$i \in \{3, \dots, m+1\}$, $l \in \{1, \dots, m\}$, p_l, s_l – елементарні міри подібності, за допомогою яких визначається майже періодичність i -ї та $(i+1)$ -ї ділянок, a_i – відлік, для якого значення сигналу на ділянці довжиною L найбільше, b_i – відлік, для якого значення сигналу на цій же ділянці найменше, m – кількість відрізків, на які

розобивається сигнал, $\varepsilon, \varepsilon'$ – коефіцієнти міри подібності, що визначаються експериментально.

Проведення сегментації сигналу кількома ітераціями дозволяє досягати високої точності розв'язку задачі при невеликих затратах машинного часу. В результаті, по виділених майже періодичних ділянках електрокардіограми визначається довжина поточного майже періоду, що відповідає сумарній тривалості систоли і діастолі, та частота скорочень серця. Розробленими процедурами поточний майже період розбивається на два відрізки, один з яких відповідає паузі (діастолі), а другий – систолі і містить зубці. У другому відрізку виділяються інтервали, в кожному з яких по значеннях сигналу відтворюється унімодальна функція (вгнута або опукла). Послідовність цих функцій визначає зубці P, Q, R, S, T, U . По найбільших і найменших їх значеннях знаходяться величини інтервалів (тривалість періодів $P-Q, Q-R, R-S, S-T, T-U$). Відповідно визначається тривалість як систоли так і діастолі.

Література:

[1] Тимофієва Надія. Ітераційний алгоритм автоматичного визначення квазіперіодичних і неперіодичних ділянок мовного сигналу // Оброблення сигналів і зображень та розпізнавання образів. Праці третьої всеукр. міжнародн. конференції (Київ, 1996 р.).– К.: Ін-т кібернетики ім.В.М.Глушкова АН України, 1996. – С. 132-134.

ОГЛЯД ТА ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

Н.М.Товмаченко, В. М. Жирицький, О.О. Курбатов

Державна академія статистики, обліку та аудиту Держкомстату
України,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

distance@voliacable.com

Технічна реалізація системи дистанційного навчання є достатньо складним програмно-апаратним комплексом. З програмним забезпеченням працює декілька категорій користувачів зокрема: викладачі, студенти, автори навчальних курсів, адміністратори, менеджери. Для кожної з категорій

користувачів системи повинен бути реалізований свій інтерфейс користувача. Основними компонентами програмного продукту для дистанційного навчання є: засіб розробки учбового контенту (Authoring tools), система управління навчанням (CMI або LMS - Learning Management System), система обміну інформацією між учасниками учбового процесу, система доставки учбового контенту (як правило веб-сайт). Компоненти системи можуть взаємодіяти із зовнішніми інформаційними системами корпорації або університету. Як об'єкти взаємодії можуть виступати ERP система, система обліку студентів, система кадрового обліку. Найбільш поширені технологічні платформи для систем дистанційного навчання: Microsoft SQL Server, IIS (ASP, MTS), JSP (Java), SQL, Lotus Domino, Perl (PHP), MYSQL. В результаті розвитку ринку електронної освіти на Заході, зокрема появи компаній-постачальників учбового контенту, а також широкого впровадження систем дистанційного навчання виникла потреба в стандартизації обміну навчальними матеріалами. Відсутність стандартів приводила до високої вартості їх перенесення в кожен конкретну систему дистанційного навчання, що звужувало ринок і уповільнювало його розвиток. Використання стандарту обміну припускає, що взаємодія між системою управління навчанням (CMI) і учбовим модулем здійснюється на основі механізму, в якому учбовий модуль (courseware) з погляду системи управління навчанням є "чорною скринькою", на вхід якої подаються дані студента, а на виході отримують результати навчання. В результаті скоординованих дій споживачів і постачальників була сформована комісія – AICC (Aviation Industry CBT Commission), що розробила однойменний стандарт. Для створення нового стандарту був організований консорціум IMS Global Learning Consortium, до якого увійшли Apple, IBM, Oracle, Sun Microsystems, Microsoft, University of California – Berkley. Основним завданням консорціуму стала розробка сучасного стандарту обміну учбовими матеріалами на основі XML, на основі стандарту IMS був розроблений стандарт SCORM - стандарт для електронного навчання через веб.

Дистанційна освіта набуває сьогодні все більшої популярності, завойовує чільне місце поряд із стаціонарною формою навчання, створює конкуренцію заочній і наразі багато університетів пропонує її своїм потенційним студентам. Для дистанційного навчання з використанням комп'ютерних технологій

існує багато систем-оболонки. В основному, вони є закордонними розробками, і принцип їхнього функціонування стандартний - розподіл навчальної програми на курси. Серед найпопулярніших систем дистанційного навчання (СДН) можна назвати такі: Pias, Moodle, Lotus (<http://udec.ntu-kpi.kiev.ua>). Перші дві - системи з відкритим кодом (Open Source), тобто вони розповсюджуються безкоштовно та дозволяють редагувати й змінювати програмний код відповідно до потреб. Остання, Лотус, вимагає сплати за ліцензію на встановлення, та не є системою Open Source.

Прикладом використання системи „ІЛІАС ” є Київський національний університет імені Тараса Шевченка. Запровадження дистанційної освіти в цьому університеті розпочали з системи LearningSpace, але згодом, зваживши вади LS (платний ресурс, закритий код, залежність від розробників тощо), було проведено пошук нової системи для ДСН. Університет обрав ІЛІАС, систему з відкритим кодом, що написана на php, і дозволяє вносити необхідні зміни. Група розробників переклала ІЛІАС-2 українською мовою, і він став офіційним українським перекладом ІЛІАСу. Після цього до системи було внесено деякі зміни відповідно до потреб університету: в базу даних внесена інформація про всіх студентів, викладачів та їхніх навчальних навантажень. Крім того, для розробки дистанційних курсів з прикладної статистики була створена СДН “VITAVA” (<http://www.sdn.vitava.com.ua/>). Щодо системних вимог, то система “Vitava” може бути встановлена на будь-який комп'ютер, який підтримує PHP, а також базу даних MySQL, може працювати як на операційній системі Windows, так і на різновидах Linux, а тому дає змогу заощадити кошти на ліцензійне програмне забезпечення. Водночас в системі є модулі створення лекційного матеріалу, тестування слухачів, управління слухачами, забезпечення комунікації засобами чату чи форуму. Створення лекційного матеріалу відбувається в середовищі системи “Vitava”, що дозволяє створювати HTML сторінки за допомогою вбудованого редактора. Наразі проекти дистанційної освіти в КНУ знаходяться у стадії активної розробки.

Система Moodle (<http://moodle.org/>) є програмним комплексом для організації дистанційного навчання в мережі Internet, розповсюджується як Open Source-проект, за ліцензією GNU GPL, яка дозволяє копіювати, використовувати й змінювати програмний код. Наприклад, сайт дистанційної освіти ‘Києво-

Могилянської Академії” використовує систему MOODLE. На основі системи MOODLE створені курси з менеджменту, бухгалтерії, логістики, основ підприємництва та ін. для потреб малого бізнесу та навчання своїх співробітників.

СДН “ПРОМЕТЕЙ” (<http://www.prometeus.ru>) дозволяє створювати мультимедійні дистанційні курси, що можуть розповсюджуватись і на компакт- дисках, забезпечує можливості дистанційного навчання та тестування слухачів, а також має необхідні засоби для керування віртуальною діяльністю навчального закладу та складається із наступних модулів. Типовий Web-вузол - набір HTML-сторінок, що надають інформацію про навчальний центр, перелік курсів та дисциплін, список тьюторів в Інтернет чи Інтранет організації. АРМ "Адміністратор"- забезпечує керування системою , розмежовує права доступу до її компонентів, реєструє нових тьюторів та організаторів. АРМ "Організатор" – формує групи, реєструє слухачів, здійснює контроль за оплатою навчання та розсилкою навчальних матеріалів. АРМ "Тьютор" – забезпечує консультацію слухачів, контролює їх успішність, тестування, проставляє оцінки в записову книжку, формує звіти керівництву. АРМ "Слухач" – забезпечує слухача всіма необхідними засобами для успішного вивчення курсу, а слухач може спілкуватися з тьютором та колегами, вивчати електронні версії курсів, виконувати лабораторні роботи, здавати тести, працювати над помилками; модуль "Трекінг"- фіксує в базі даних всі звернення до інформаційних матеріалів, розміщених на Web-сервері навчального центру та звіт про те, хто , коли та що читав або передивлявся. Модуль "Курс" – забезпечує доступ до курсів з боку слухачів, тьюторів, організаторів та адміністратора. Модуль "Реєстрація" - реєструє нових слухачів в системі та вносить інформацію про них в базу даних. Модуль "Тест" - формує для кожного слухача унікальне тестове завдання, зберігає відповіді на питання в базі даних, аналізує їх та підраховує набраний бал, генерує детальний звіт про проходження тесту та зберігає його на сервері для наступного аналізу. Модуль "Дизайнер тестів" – дозволяє в інтерактивному режимі створювати нові тести, розширювати та змінювати існуючі та імпортувати тест із текстового файлу. Модуль "Облік" – забезпечує контроль над надходженням платежів та розсилкою навчальних матеріалів; модуль "Звіти " - формує різного типу звіти про діяльність

навчального закладу. Модуль "Дизайнер курсів" – дозволяє в автономному режимі створювати мультимедійні дистанційні навчальні курси підтримуючи імпортування електронних курсів в форматах IMS та SCORM з їх наступним розміщенням на сервері навчального центру, цей модуль ставиться на локальний комп'ютер, який не обов'язково підключається до мережі. СДН "ПРОМЕТЕЙ" використовується в багатьох ВНЗ як за кордоном, так і на Україні, зокрема, в Національній академії державної податкової служби України, Державній академії статистики, обліку та аудиту Держкомстату України та інших ВНЗ.

Досвід використання засобів дистанційного навчання в умовах переходу ВНЗ на умови, що відповідають вимогам Болонського процесу доводить, що сучасний студент, у більшій своїй масі, не встигає засвоїти навчальний курс протягом відведених для цього лекційних і семінарських годин. Зміст і побудова навчальних дистанційних курсів дозволяє уніфікувати матеріал, що викладається і надавати його слухачеві без безпосереднього контакту, а навчання відбувається у вільний час, у комфортних для студента умовах - вдома чи на роботі та постійною підтримкою зв'язку з викладачем. Наразі актуальною є також проблема використання дистанційного навчання для підвищення кваліфікації кадрів підприємств без відриву від виробництва.

ПСП SPSS ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ В НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ ДЛЯ ДИСТАНЦІЙНИХ КУРСІВ З ПРИКЛАДНОЇ СТАТИСТИКИ.

Н.М.Товмаченко, О.В.Лукович, І.М.Січкарь

Державна академія статистики, обліку та аудиту Держкомстату
України,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
distance@voliacable.com

Для створення системи дистанційного навчання і її наповнення можна використовувати безліч різних технологій і продуктів. У світовій та вітчизняній практиці існує ціла низка систем дистанційного навчання [1,2].

Технологія, методи побудови системи дистанційного навчання і матеріалів для її наповнення, яка використовується нами для розробки дистанційних курсів з прикладної статистики

базується на використанні ПСП SPSS (Statistical Package for Social Science) [3].

Найбільш відомий, популярний і розповсюджений закордонний ПСП SPSS класифікований за результатами експертного обстеження як інтегрована статистична програмна система. Функціональні можливості пакета зосереджені в основному в області багатовимірного статистичного аналізу. SPSS має більш трьох тисяч користувачів – дослідницьких центрів як економіко-соціологічного, так і природничо-наукового профілю, обчислювальних центрів комерційних організацій, університетів і т.д., у більш ніж 60 країнах. Основними користувачами його “пакетного варіанта” традиційно були вчені, що працюють в академічних інститутах і університетах, а також у різних областях застосування математичної статистики. Як і SAS [4], пакет призначений у першу чергу для статистиків-професіоналів, тому що має досить потужний апарат статистичного аналізу, цілком порівняний по потужності з SAS. Розроблений діалоговий варіант пакету SPSS має розвинуту вхідну мову непроцедурного типу, широкі можливості в області керування і представлення даних, які доповнені гнучким інтерфейсом з СУБД. Існує також спеціалізована підсистема SPSS/Graphics для підтримки графічного виводу даних.

Ціна SPSS (англійська версія 15.0 і російська версія 14.0 для Windows) при впровадженні його в навчальний процес ВНЗ з використанням академічної ліцензії становить \$ 3000. SPSS використовується нами для розробки дистанційних курсів з прикладної та соціальної статистики, аналізу даних, економетрики, вибіркового дослідження, актуарної математики, створення скрипт-програм.

В середовищі пакету статистичного аналізу даних SPSS студенти на прикладах реальних досліджень знайомляться з управлінням даними, обчисленням та інтерпретацією описових статистик, узагальненням первісних експериментальних даних шляхом застосування їх статистичної обробки, побудовою дисперсійних, регресійних, дискримінантних, факторних моделей, статистичним аналізом часових рядів різного типу, формулюванням та перевіркою статистичних гіпотез, методами графічного і табличного подання результатів аналізу при підготовці звітів та презентацій, а практичні заняття дають

можливість отримати навички самостійної роботи. SPSS забезпечує роботу на всіх етапах аналітичного процесу і дає можливість досліднику встановлювати взаємозв'язки і тенденції, отримати результати для прийняття оптимальних рішень.

SPSS є визнаним програмним забезпеченням навчального призначення для навчальних закладів європейської спільноти, а тому придбання ліцензії на його використання є також актуальним у зв'язку з приєднанням України до Болонської угоди. Російський офіс SPSS та його українська філія проводить понад 15 навчальних курсів SPSS. Ціни (без ПДВ) та неповний перелік курсів наведені в табл.1. Слід зауважити, що дистанційні курси проводяться лише для ліцензійних користувачів.

Дистанційні курси з прикладної статистики відпрацьовані за методикою викладання на денній формі навчання та перероблені для проведення занять через Інтернет/Інтранет.

Придбання Київським національним університетом імені Тараса Шевченка і Державною академією статистики, обліку та аудиту Держкомстату України академічної ліцензії на використання англійської версії SPSS дозволяє впровадити в навчальний процес передові методи інформаційних та комунікаційних технологій.

Таблиця 1. Перелік навчальних курсів SPSS (ціни в у.е.)

Навчальний курс SPSS	Ліцензійні користувачі	Незареєстров. користувачі	Дистанційні курси
Вступ в SPSS для Windows	400	800	700
Подання даних в SPSS для Tables	200	400	100
Статистичний аналіз даних в SPSS	600	1200	300
Вступ в SPSS Complex Samples	300	600	100
Вступ в синтаксис SPSS	200	400	100
Сегментація ринку з допомогою SPSS	750	1500	300
Advanced Market Research	750	1500	300
Побудова карт сприйняття	500	100	200
Вступ в SPSS Conjoint	250	500	100
Вступ в Decision Time і What if	500	1000	200
Вступ в Answer Tree	500	1000	200
Вступ в Clementine	800	1600	-
Побудова складних моделей в Clementine	800	1600	-

Використання SPSS професорсько-викладацьким складом, співробітниками, докторантами, аспірантами та студентами дозволяє підняти на якісно новий рівень проведення наукових досліджень за спеціальністю прикладна статистика.

Література:

1. <http://www.uwex.edu/> - Catalog of Distance Learning
2. <http://www.prometeus.ru>
3. “Концепція легалізації програмного забезпечення та боротьби з нелегальним його використанням” (Затверджена розпорядженням Кабінету Міністрів України від 15.05.2002 N 247-р.)
4. <http://www.spss.com>
5. <http://www.sas.com>
6. Товмаченко Н.М., Методологія розроблення дистанційних курсів навчання з прикладної статистики. Система державної статистики в Україні: сучасний стан, проблеми, перспективи. Збірник текстів доповідей на III науково-практичній конференції з нагоди Дня працівників статистики.– Київ, 2005

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ УТИЛІЗАЦІЇ МІГРУЮЧИХ В ФІЛЬТРАЦІЙНОМУ ПОТОЦІ РЕЧОВИН СИСТЕМОЮ ФІЛЬТРІВ-ВЛОВЛЮВАЧІВ

Філатов М.С.

Національний університет водного господарства та
природокористування м. Рівне
mfilatov@gmail.com

Розглядається задача очищення шару родючого ґрунту від радіоактивних забруднень шляхом вимивання і переносу їх фільтраційним потоком підземних вод до фільтрів-вловлювачів, розміщених в шаруватому ґрунтовому масиві (рис.1).

Математичну модель даної задачі в спрощеній постановці, в загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею:

$$\operatorname{div}(D_i^1(x, y, c_i^1) \operatorname{grad} c_i^1) - V(x, y, c) \operatorname{grad} c_i^1 - \gamma_1 c_i^1 + \gamma_2 c_i^2 = \sigma_i \frac{\partial c_i^1}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(D_i^2(x, y, c_i^2) \operatorname{grad} c_i^2) + \gamma_1 c_i^1 - \gamma_2 c_i^2 = \sigma_i \frac{\partial c_i^2}{\partial t}, \quad (2)$$

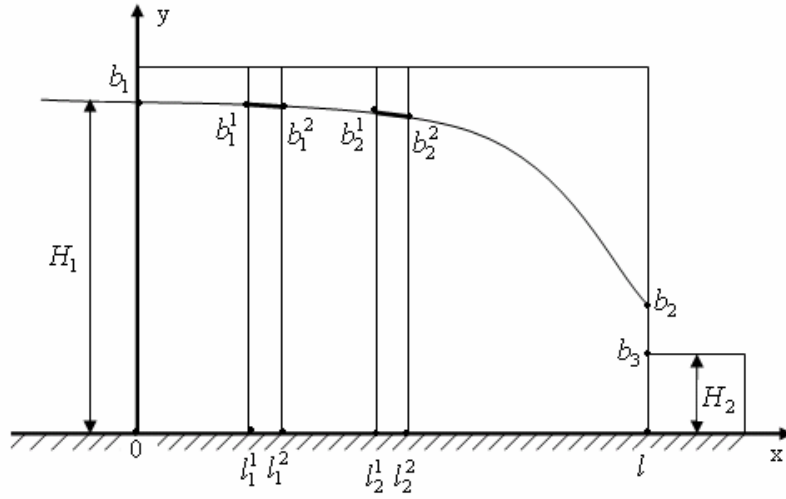


Рис.1.

$$\vec{V} = -k(x, y, c_i^1) \text{grad } h, \quad \text{div} \vec{V} = 0, \quad (3)$$

$$l_1 h|_{\Gamma_i} = H_1(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_i, \quad (4)$$

$$c_i^1(x, y, 0) = \tilde{C}_{0i}^1(x, y), \quad (x, y) \in \Omega_i, \quad (5)$$

$$l_2 c_i^1|_{\Gamma_i} = \tilde{C}_{1i}^1(x, y, t), \quad (x, y) \in \Gamma_i, \quad (6)$$

$$c_i^2(x, y, 0) = \tilde{C}_{0i}^2(x, y), \quad (x, y) \in \Omega_i, \quad (7)$$

$$l_2 c_i^2|_{\Gamma_i} = \tilde{C}_{1i}^2(x, y, t), \quad (x, y) \in \Gamma_i, \quad (8)$$

$$[h]|_{\gamma_i} = [v]|_{\gamma_i} = [c]|_{\gamma_i} = \left[vc - D \frac{\partial c}{\partial n} \right]|_{\gamma_i} = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Тут: $c_i^1(x, y, t)$ – концентрація радіонуклідів в рідкій фазі,
 $c_i^2(x, y, t)$ – відповідно концентрація радіонуклідів, що знаходяться

у воді, яка зв'язана зі скелетом ґрунту. $\vec{V}$ – вектор швидкості фільтраційного потоку, h – п'єзометричний напір. Оператори $l_i, i = \overline{1,3}$ – задають граничні умови для напору та концентрації відповідно на границі області; умови (9) задають неперервність напорів, швидкостей фільтрації, концентрації та потоків забруднень на лініях контакту γ_i підобластей $\Omega_i, i = \overline{1,n}$. На базі розробленого алгоритму триангулювання багатозв'язних та складених областей [1] проведено скінченноелементне покриття складеної області та побудовано числовий розв'язок МСЕ [2]. Як приклад, розглянуто задачу поширення мігруючих речовин в ґрунтовому масиві за наявності в ньому системи фільтрів-вловлювачів.

Література:

- [1] Власюк А.П., Філатов М.С. Автоматизована система триангулювання багатозв'язних та складених областей// Тез. доп. міжнар. школи-семінару „Прогнозування та прийняття рішень в умовах невизначеності”, Тернопіль, 2004. – С. 221-222.
- [2] Ляшко С.И., Ключин Д.А., Тригуб А.С. Моделирование и оптимизация подземного массопереноса. – Киев: Наук. Думка, 1998. – 239 с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ МАСОПЕРЕНОСУ НА НАПРУЖЕНО ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН БАГАТОШАРОВОГО ҐРУНТОВОГО МАСИВУ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ ҐРУНТОВИХ ВОД

Філатова І.

Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

Ifilatova@gmail.com

Досліджується вплив масопереносу сольових розчинів при фільтрації їх з вільної поверхні на напружено-деформований стан (НДС) ґрунтового масиву, що складається з n-горизонтальних шарів, причому в k-му з них присутня вільна поверхня рівня ґрунтових вод. Кожен з шарів ґрунту характеризується

параметрами Ламе $\lambda_i, \mu_i, i = \overline{1, n}$, пористостями $n_i, i = \overline{1, n}$ та питомими вагами $\gamma_i, i = \overline{1, n}$. Вільна поверхня РГВ вважається нерухомою, з якої відбувається вертикальна фільтрація підземних вод. Потрібно розрахувати НДС в кожному з шарів ґрунту, що знаходиться в природному та в зваженому стані (нижче РГВ), при умові, що відсутнє переміщення нижньої межі ґрунту.

Математичну модель розглядуваної задачі в одновимірній постановці в загальноприйнятих позначеннях на основі [1,2] можна описати наступною крайовою задачею:

$$(\lambda_i(c) + 2\mu_i(c)) \frac{d^2 u_i}{dx^2} + \left(\frac{d\lambda_i(c)}{dx} + 2 \frac{d\mu_i(c)}{dx} \right) \frac{du_i}{dx} = X_i, i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

$$L_1(0) = 0, L_2(l) = 0, u_i(l_i) = u_{i+1}(l_i), i = \overline{1, n-1}, \quad (2)$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{du_i(l_i)}{dx} = (\lambda_{i+1} + 2\mu_{i+1}) \frac{du_{i+1}(l_i)}{dx}, i = \overline{1, n-1}, \quad (3)$$

$$l(t) - l_n = \int_0^l \varepsilon(x(t)) dx. \quad (4)$$

$$\frac{\partial \left(D_i(c_i) \frac{\partial c_i}{\partial x} \right)}{\partial x} - V_i(c_i) \frac{\partial c_i}{\partial x} - \gamma_i(c_i - C_*) = \sigma_i \frac{\partial c_i}{\partial t}, i = \overline{1, s} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \left(D_i(c_i) \frac{\partial c_i}{\partial x} \right)}{\partial x} - \gamma_i(c_i - C_*) = \sigma_i \frac{\partial c_i}{\partial t}, i = \overline{s+1, s_0} \quad (6)$$

$$c_i(x, 0) = \tilde{C}_{0_i}(x), x \in \bigcup (l_i, l_{i+1}), i = \overline{1, k}, c_n(l_n, t) = \tilde{C}_2(t) \quad (7)$$

$$c_1(0, t) = \tilde{C}_1(t), c_i(l_i, t) = c_{i+1}(l_i, t), i = \overline{1, k-1} \quad (8)$$

$$D_i \frac{\partial c_i(l_i, t)}{\partial x} = D_{i+1} \frac{\partial c_{i+1}(l_i, t)}{\partial x}, i = \overline{1, k-1} \quad (9)$$

$$V_i = -k(c(x)) \frac{dh_i}{dx}, \frac{dV_i}{dx} = 0, i = \overline{1, k} \quad (10)$$

$$h_1(0) = H_1, h_n(l_n) = H_2, h_i(l_i) = h_{i+1}(l_i), i = \overline{1, k-1}, \quad (11)$$

$$k(c(l_i)) \frac{dh_i(l_i)}{dx} = k(c(l_{i+1})) \frac{dh_{i+1}(l_i)}{dx}, i = \overline{1, k-1}. \quad (12)$$

Тут: $u_i, i = \overline{1, n}$ – переміщення вздовж осі ОХ в шарах ґрунту, що знаходяться відповідно в зваженому ($x \in \bigcup (l_i, l_{i+1}), i = \overline{1, k}$) та в природному ($x \in \bigcup (l_i, l_{i+1}), i = \overline{k, n-1}$) стані; $L_i, i = \overline{1, 2}$ – диференціальні опера-тори,

що задають граничні умови для переміщень на нижній та верхній межах ґрунтового масиву, X - компоненти масової сили.

Спочатку знаходиться числовий розв'язок задачі масопереносу сольових розчинів при їх фільтрації з вільної поверхні (5)-(12) з використанням монотонної та неявної різницьових схем. На основі цього отримано аналітичний розв'язок задачі НДС для переміщень, напружень, деформацій в кожній з підобластей $\Omega_i, i = \overline{1, n}$ та величину осідання верхньої поверхні ґрунту. Зроблені висновки про стан ґрунтового масиву в шарах ґрунту, його несучу здатність та стійкість по його НДС в результаті впливу масопереносу сольових розчинів при їх фільтрації з вільної поверхні (внаслідок зміни гідрогеологічних умов).

Література:

- [1] Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – Киев: Наук. думка, 1991. - 432 с.
- [2] Власюк І.А. Математичне моделювання напружено - деформівного стану ґрунтових масивів у процесі руху вільної поверхні// Тез.доп. Всеукраїнської науково-методичної конференції „Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації”, Кам'янець-Подільський, 2004.- С. 244.
- [3] Філатова І.А. Числове моделювання впливу масопереносу сольових розчинів на НДС ґрунтового масиву за наявності рівня ґрунтових вод// Тез. доп. Міжн. Конф. „Прогнозування та прийняття рішень в умовах невизначеності”, Східниця, 2006.- С. 179-180.

АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА ВИПАДКОВИХ ЕВОЛЮЦІЙ, ПОБУДОВАНИХ НА ОСНОВІ РОЗВ'ЯЗКІВ СИСТЕМ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З РОЗРИВНИМИ ПРАВИМИ ЧАСТИНАМИ.

Цимбал В.

victor_tsymbol@yahoo.com

Вивчення випадкових блукань системи довільної природи, параметри якої змінюються в часі, по скінченній множині станів, перебування в кожному з яких описується розв'язками канонічної системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку з розривною правою частиною, зведено до дослідження випадкової еволюції, побудованої на траєкторії напівмарківського процесу. На

основі ергодичної теореми Скорохода для процесів з марковським втручанням випадку [1,2] знайдено асимптотику при $t \rightarrow \infty$ адитивного функціоналу, що визначає середнє значення випадкової еволюції в часі. Досліджено випадкову еволюцію зі скінченим числом можливостей (підстанів) для кожного стану напівмарковського процесу.

Результат узагальнює [3] на випадок системи з розривною правою частиною. При цьому використовуються результати [4]. Розв'язок розуміється в узагальненому сенсі як неперервна функція, що задовольняє відповідне інтегральне рівняння.

Література:

- [1] Гихман И.И., Скороход А.В. Теория случайных процессов т.2 – Москва: Наука, 1973.
- [2] Шуренков В.М., Эргодические процессы Маркова - Москва: Наука, 1989.
- [3] Слейко Я.І., Жерновий Ю.В. Асимптотична поведінка випадкових еволюцій, побудованих на основі розв'язків звичайних диференціальних рівнянь. Вісник Львівського у-ту. Сер. прикл. матем. та інформатика. – 2003. – Вип.7. – С.41-52.
- [4] Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью - Москва: Наука, 1985.

АСИМПТОТИКА ОПЕРАТОРА СТИБКОВОЇ ПРОЦЕДУРИ З ДИФУЗІЙНИМ ЗБУРЕННЯМ

Чабанюк Я.М., Чернівчан В.Я., Білушак Г.І.

Національний університет "Львівська політехніка"

yaroslav_chab@yahoo.com

Стрибкова процедура стохастичної апроксимації з сингулярним збуренням функції регресії [1] має вигляд

$$u^\varepsilon(t) = u_0 + \varepsilon^4 \sum_{k=0}^{v(t/\varepsilon^4)-1} a_k^\varepsilon C^\varepsilon(u_k^\varepsilon, x_k^\varepsilon), t \geq 0, \quad (1)$$

де послідовність $a_n^\varepsilon, n \geq 0$, визначається значенням функції $a(t), t > 0$, такої, що задовольняє звичайним умовам збіжності ПСА [1] через співвідношення: $a_n^\varepsilon = a(\tau_n^\varepsilon)$, $\tau_n^\varepsilon = \varepsilon^4 \tau_n$, $n \geq 0$, де $\tau_n, n \geq 0$, моменти марковського відновлення рівномірно ергодичного

марковського процесу $x(t)$, $t \geq 0$, з генератором Q в стандартному фазовому просторі (X, X) [2]. Функція $C^\varepsilon(u, x) := C(u, x) + \varepsilon^{-1} C_0(x)$, $u \in R$, $x \in X$, задовольняє умову існування глобального розв'язку супроводжуючих систем $du_x(t)dt = C^\varepsilon(u_x(t), x)$, $x \in X$.

Додаткові умови на функцію регресії $C(u, x)$ такі, як і в роботі [3], а саме $C(u, \cdot) \in C^3(R)$, тобто має місце розклад за формулою Тейлора $C(u, x) = C^0(x) + uC^1(x) + u^2C_2(u, x)$, де $C^0(x) = C(0, x)$, $C^1(x) = C'_u(0, x)$, $C_2(u, x) = \frac{1}{2} C''_u(\theta u, x)$, $0 \leq \theta \leq 1$.

Флуктуації ПСА (1) розглядаються в вигляді:

$$v^\varepsilon(t) = (u^\varepsilon(t)/\varepsilon - C_0^\varepsilon(t))\sqrt{t}, \quad \text{де} \quad C_0^\varepsilon(t) := \varepsilon^2 \sum_{k=0}^{v(t/\varepsilon^4)-1} a_k^\varepsilon C_0(x_k^\varepsilon) -$$

дифузійного збурення ПСА (1). Розглянемо трьохкомпонентний марковський процес

$$v^\varepsilon(t), C_0^\varepsilon(t), x_t^\varepsilon := x(t/\varepsilon^4), t > 0. \quad (2)$$

Лема. Генератор марковського процесу (2) на тест-функціях $\varphi(v, w, \cdot) \in C^{2,3}(R \times R)$ має асимптотичне представлення

$$L_t^\varepsilon \varphi(v, w, x) = [\varepsilon^{-4} Q + \varepsilon^{-2} \frac{1}{t} Q_0 Q_1(x) + \varepsilon^{-1} \frac{1}{\sqrt{t}} Q_0 Q_2(x) + \\ + \frac{1}{t} Q_0 Q_3(x) + \theta_L^\varepsilon Q_0] \varphi(v, w, x),$$

де Q_0 обчислюється за формулою $Q_0 \varphi(x) = q(x) \int_X P(x, dy) \varphi(y)$, $q(x)$

– інтенсивність, така, що $\|q(x)\| := \sup_{x \in X} q(x) < \infty$, а $P(x, B)$, $x \in X$,

$B \in X$, - стохастичне ядро, $Q_1(x) \varphi(w) = a C_0(x) \varphi'(w)$,

$$Q_2(x)\varphi(v) = aC^0(x)\varphi'(v), Q_3(x)\varphi(v, w) = C(v, \sqrt{t}w, x)\varphi'_v(v, w) + \\ + \frac{a^2}{2t}C_0^2(x)\varphi''_w(v, w), C(v, \sqrt{t}w, x) = a(v + \sqrt{t}w)C^1(x) + \frac{v}{2}, a \quad \text{залишко-}$$

вий член $\theta_L^\varepsilon Q_0$ такий, що $\|\theta_L^\varepsilon Q_0 \varphi(v, w, x)\| \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$.

Література:

1. Я.М.Чабанюк. Дискретна процедура стохастичної апроксимації в схемі дифузійного усереднення.//Математичні студії.-Львів:-2000.-т.14,№2.-с.202-212.
2. V. Koroliuk, N. Limnios. Stochastic Systems in Merging Phase Space, World Scientific Publishing, 2005. - 330P.
3. Я.М.Чабанюк. Асимптотична нормальність флуктуацій процедури стохастичної апроксимації з дифузійним збуренням в марковському середовищі. Укр. Мат. Журн., 2006, №12, с.

ДИFUЗІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕСУ ОБСЛУГОВУВАННЯ В СИСТЕМІ З ДВОВИМІРНИМ ПУАССОНІВСЬКИМ ВХІДНИМ ПОТОКОМ

Чечельницький О.А , Кучеренко О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
alex_che@voliacable.com

Розглянемо систему обслуговування з нескінченною кількістю приладів та двовимірним пуассонівським потоком вимог $(\nu_1(t), \nu_2(t))$ [1]. Таким чином, при кожному t генератриса розподілу двовимірної випадкової величини $(\nu_1(t), \nu_2(t))$ має такий вигляд:

$$P(z_1, z_2, t) = \exp\{-\lambda_1(1-z_1) - \lambda_2(1-z_2) - b(1-z_1z_2)\},$$

де $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, b > 0$.

Для системи це означає, що до неї надходить два залежних пуассонівських потоки вимог $\nu_1(t)$ та $\nu_2(t)$.

Припустимо, що час обслуговування вимог з потоку $\nu_1(t)$ є випадкова величина, розподілена за показниковим законом з параметром $\mu_1 > 0$, а час обслуговування вимог з потоку $\nu_2(t)$ є

показникові розподілена випадкова величина з параметром $\mu_2 > 0$. Отже ми маємо два типи вимог в системі обслуговування.

Нехай $X_1(t)$ - число вимог у системі в момент часу t , що прибули з потоку $\nu_1(t)$, а $X_2(t)$ - число вимог у системі, що прибули з потоку $\nu_2(t)$. Припустимо, що

$$P(X_1(0)=i, X_2(0)=j) = \sum_{k=0}^{\min(i,j)} \frac{a_1^{i-k} a_2^{j-k} a_3^k \exp\{-(a_1+a_2+a_3)\}}{k!(i-k)!(j-k)!}, \quad (1)$$

$$\text{де} \quad a_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{b}{\mu_1} \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad \text{а} \quad a_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} + \frac{b}{\mu_2} \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2},$$

$$a_3 = \frac{b}{\mu_1 + \mu_2}, \quad i = 0, 1, \dots; \quad j = 0, 1, \dots, \quad (\text{система працює в}$$

стаціонарному режимі) та параметри μ_1 і μ_2 залежать від n (номера серії) наступним чином:

$$\mu_1^n = \mu_1 / n, \quad \mu_2^n = \mu_2 / n \quad (2)$$

Умова (2) показує на те, що система перебуває в перевантаженому стані.

Розглянемо послідовність випадкових процесів :

$$\xi_n(t) = (\xi_n^1(t), \xi_n^2(t)) \quad , \quad n \geq 1 \quad , \quad t \in [0, T]$$

$$\xi_n^1(t) = \frac{X_1^{(n)}(nt) - n \frac{\lambda_1 + b}{\mu_1}}{\sqrt{n}}, \quad \xi_n^2(t) = \frac{X_2^{(n)}(nt) - n \frac{\lambda_2 + b}{\mu_2}}{\sqrt{n}}$$

Процеси $\xi_n^1(t)$ та $\xi_n^2(t)$ є процесами нормованого числа вимог у системі в момент часу t , що прибули відповідно з потоків $\nu_1(t)$ та $\nu_2(t)$.

Такі процеси для широкого класу систем та мереж обслуговування розглянуті в роботах [2,3].

Теорема 1. Якщо виконані умови (1) та (2), тоді послідовність випадкових процесів $\xi_n(t)$, $n = 1, 2, \dots$ на будь-якому скінченному проміжку $[0, T]$ слабо (у термінах

скінченновимірних розподілів) збігається до дифузійного процесу $\xi(t) = (\xi_1(t), \xi_2(t))$, $t \in [0, T]$ з вектором переносу $(a_1(x), a_2(x))$ та матрицею дифузії $B = (b_{ij})$, $i, j = 1, 2, \dots$, що дорівнюють відповідно $(a_1(x), a_2(x)) = (-\mu_1 x, -\mu_2 x)$

$$B = \begin{pmatrix} 2(\lambda_1 + b) & b \\ b & 2(\lambda_2 + b) \end{pmatrix}.$$

Крім того є цікавим вивчення перехідного режиму для процесів $X_1^{(n)}(t)$ та $X_2^{(n)}(t)$. Припустимо, що

$$X_1^{(n)}(0) = 0, \quad X_2^{(n)}(t) = 0 \quad (4)$$

та розглянемо послідовність процесів :

$$\eta_n^1(t) = \frac{X_1^{(n)}(nt) - n \frac{\lambda_1 + b}{\mu_1} (1 - e^{-\mu_1 t})}{\sqrt{n}},$$

$$\eta_n^2(t) = \frac{X_2^{(n)}(nt) - n \frac{\lambda_2 + b}{\mu_2} (1 - e^{-\mu_2 t})}{\sqrt{n}}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad t \in [0, T].$$

Теорема 2. Нехай виконані умови (2), (4). Тоді послідовність випадкових процесів $\eta_n(t) = (\eta_n^1(t), \eta_n^2(t))$, $n \geq 1$ на будь-якому скінченному проміжку $[0, T]$ збігається в рівномірній топології до дифузійного процесу $\eta(t) = (\eta^1(t), \eta^2(t))$ з вектором переносу $(a_1(x), a_2(x))$ та матрицею дифузії $B = (b_{ij})$, $i, j = 1, 2, \dots$, що дорівнюють відповідно : $(a_1(x), a_2(x)) = (-\mu_1 x, -\mu_2 x)$

$$B = \begin{pmatrix} (\lambda_1 + b)(2 - e^{-\mu_1 t}) & b \\ b & (\lambda_2 + b)(2 - e^{-\mu_2 t}) \end{pmatrix}$$

Література:

1. Griffiths R.C., Milue R.K. A class of bivariate Poisson process, jour. \ "I. Multivar. Anul.", issue 8, N.3, 1978, p.380-396.
2. Анисимов В.В., Лебедев Е.А. Стохастические сети обслуживания. Марковские модели. Київ, "Либідь", 1992, 206р.

3. Chechelnitski A.A, (1999) Asymptotical properties of Erlang queueing systems with dependent Poisson input flow. Top, v.7, 221-229.

ПРО ДВОКРОКОВИЙ ІТЕРАЦІЙНИЙ ПРОЦЕС ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Шахно С.М.

Львівський національний університет імені Івана Франка

shakhno@is.lviv.ua

Нехай F – нелінійний оператор, визначений в опуклій області D банахового простору X зі значеннями в банаховому просторі Y . Для розв'язування рівняння

$$F(x) = 0 \quad (1)$$

широко використовують ітераційно-різницькі методи. Перевагою цих методів є те, що вони використовують у своїх ітераційних формулах тільки значення нелінійного оператора і не вимагають аналітично заданих похідних. Найпростішим методом такого типу є метод хорд

$$x_{n+1} = x_n - [F(x_n, x_{n-1})]^{-1} F(x_n), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (2)$$

де $F(u, v)$ – поділена різниця оператора F за точками u та v , x_0, x_{-1} – початкові значення. Метод хорд збігається до розв'язку зі швидкістю з порядком 1.618....

У працях [1,2,3] досліджено метод з порядком збіжності $1 + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - [F(x_n, y_n)]^{-1} F(x_n), \\ y_{n+1} &= x_{n+1} - [F(x_n, y_n)]^{-1} F(x_{n+1}), \quad n = 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

де x_0 і y_0 – задані початкові значення. Його природно вважати двокроковою модифікацією саме методу хорд (2), у якій замість значення x_{n-1} з попередньої ітерації беруть допоміжну точку y_n , обчислену подібним чином.

У праці [4] при дослідженні методу Ньютона використано узагальнені умови Ліпшиця для оператора похідної, в яких замість константи використано деяку додатну інтегровну функцію.

У цій доповіді ми вводимо узагальнену умову Ліпшиця для оператора поділеної різниці першого порядку і при цій умові

досліджуємо збіжність методу (3). Позначимо кулю радіуса r з центром в точці x_0 через $B(x_0, r) = \{x : \|x - x_0\| < r\}$.

Теорема. Нехай F – нелінійний оператор, визначений у відкритій опуклій області D банахового простору X зі значеннями у банаховому просторі Y . Припустимо, що: 1) $F(x) = 0$ має розв'язок $x^* \in B(x^*, r) \subset D$, у якому існує похідна Фреше $F'(x^*)$ і вона є оборотна; 2) F має поділені різниці в $B(x^*, r)$, які задовольняють узагальнену умову Ліпшиця з усередненим L

$$\|F'(x^*)^{-1}(F(x, x^*) - f(x, y))\| \leq \int_0^{\rho(y)} L(u) du,$$

де $x, y \in B(x^*, r)$, $\rho(y) = \|y - x^*\|$ і L – неспадна функція. Нехай r задовольняє нерівність

$$\int_0^r L(u) du \int_0^{3r} L(u) du \left/ \left(1 - \int_0^{2r} L(u) du \right) \right. \leq 1.$$

Тоді метод (3) збігається для всіх $x_0, y_0 \in B(x^*, r)$ і

$$\begin{aligned} \|x_{n+1} - x^*\| &\leq \int_0^{\rho(y_n)} L(u) du \rho(x_n) \left/ \left(1 - \int_0^{\rho(x_n) + \rho(y_n)} L(u) du \right) \right.; \\ \|y_{n+1} - x^*\| &\leq \int_0^{\|x_{n+1} - x_n\| + \rho(y_n)} L(u) du \rho(x_{n+1}) \left/ \left(1 - \int_0^{\rho(x_n) + \rho(y_n)} L(u) du \right) \right. \end{aligned}$$

При конкретному виборі функції L можна отримати точніші оцінки. Зокрема, при сталій L отримаємо оцінки з [2].

Література:

- [1] Бартіш М. Я., Щербина Ю. М. Про один різницевий метод розв'язування нелінійних операторних рівнянь, Доп. АН УРСР. Сер. А. (1972), №7, с. 579 - 582.
- [2] Shakhno S. M. Method of order $1 + \sqrt{2}$ for the solution of nonlinear equations with Hölder continuous divided differences, PAMM (Proc. Appl. Math. Mech.) (2005), vol. 5, p. 779 - 780.
- [3] Werner W. Über ein Verfahren der Ordnung $1 + \sqrt{2}$ zur Nullstellenbestimmung, Numer. Math. (1979), vol. 32. s. 333 - 342.
- [4] Wang X. Convergence of Newton's mehod and uniqueness of the solution of equations in Banach space, IMA Journal of Numerical Analysis (2000), vol. 20, p. 123 - 134.

СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ З ПОВТОРНИМИ ВИКЛИКАМИ ТА НЕТЕРПЛЯЧИМИ ВИМОГАМИ

Прищеп О.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

oksa_pr@ua.fm

Головною особливістю систем масового обслуговування з повторними викликами (retrial queues) є те, що вимоги, які надійшли до системи при зайнятості всіх каналів обслуговування, можуть повертатися для обслуговування після деякого періоду часу. Сфера можливого застосування даних систем досить широка. Це комп'ютерні мережі (локальні та глобальні), комп'ютерні системи, системи посадки повітряних суден, системи обслуговування клієнтів будь-де і т.п.

Розглядається система масового обслуговування $M | M | 1$ з повторними викликами та нетерплячими вимогами. На вхід системи, що має один прилад, надходить пуассонівський потік вимог з інтенсивністю λ . Час обслуговування має показниковий розподіл із параметром ν . Якщо при надходженні первинної вимоги прилад є вільним, то вона обслуговується та залишає систему, у протилежному випадку – вимога утворює джерело повторного виклику, з якого вона ще раз може опитати систему. З інтенсивністю μ вимоги зі стану повторного виклику можуть ще один раз опитати систему. Тобто, якщо при повторній спробі прилад є вільним, то вимога надходить на обслуговування, в іншому випадку – назавжди залишає систему.

Стан системи в момент часу t описується двовимірним ланцюгом Маркова з неперервним часом $Q(t) = (Q_0(t), Q_1(t))$ із фазовим простором $S = \{0, 1\} \times \{0, 1, \dots, \infty\}$, де $Q_0(t)$ – кількість зайнятих приладів, $Q_1(t)$ – кількість джерел повторних викликів (кількість вимог, що знаходяться на „орбіті” та можуть ще один раз опитати прилад на можливість отримати обслуговування).

Стаціонарний режим для даної системи масового обслуговування існує при будь-яких λ та ν . Стаціонарні ймовірності $\pi_{ij} = P\{Q_0(t) = i, Q_1(t) = j\}$

задовольняють наступній алгебраїчній системі рівнянь:

$$(\lambda + j\mu)\pi_{0j} = \nu\pi_{1j}, \quad (1)$$

$$(\lambda + j\mu + \nu)\pi_{1j} = \lambda\pi_{0j} + (j+1)\mu\pi_{1,j+1} + \lambda\pi_{1,j-1} + (j+1)\mu\pi_{0,j+1}, \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} (\pi_{0j} + \pi_{1j}) = 1. \quad (3)$$

Теорема. Для системи масового обслуговування із повторними викликами та нетерплячими вимогами $M | M | 1$ існує стаціонарний режим і стаціонарні ймовірності визначаються наступним чином:

$$\pi_{0j} = \frac{\lambda^j}{j!\mu^j} \prod_{i=1}^j \frac{\lambda + (i-1)\mu}{\lambda + i\mu + \nu} \pi_{00}, \quad (4)$$

$$\pi_{1j} = \rho \frac{\lambda^j}{j!\mu^j} \prod_{i=1}^j \frac{\lambda + i\mu}{\lambda + i\mu + \nu} \pi_{00}, \quad (5)$$

$$\text{де } \pi_{00}^{-1} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\lambda^j}{\mu^j j!} \prod_{i=1}^j \frac{\lambda + (i-1)\mu}{\lambda + i\mu + \nu} + \rho \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\lambda^j}{j!\mu^j} \prod_{i=1}^j \frac{\lambda + i\mu}{\lambda + i\mu + \nu} \quad (6)$$

При доведенні даної теореми для розв'язку системи рівнянь (1)-(3) використано метод генератрис із подальшим розв'язком гіпергеометричних рівнянь.

За допомогою визначених стаціонарних ймовірностей можна знайти функціональні характеристики ефективності роботи системи:

- 1) ймовірність того, що прилад зайнятий (блокуючу ймовірність);
- 2) ймовірність того, що прилад вільний;
- 3) середню кількість джерел повторних викликів;
- 4) середній час очікування обслуговування для вимог, які перебувають на „орбіті”.

Література:

1. Falin G.I. and Templeton J.G.C. Retrial queues. – London: Chapman & Hall, 1997. – 328 p.
2. Саати Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения: Пер. с англ. / Под. ред. Коваленко И. Н., изд-ие 2. – М., 1971. – 520 с.
3. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах. Навчальний посібник. – К.: Либідь, 2003.-504 с.

**ТЕОРЕМА ІСНУВАННЯ ТА ЄДИНОСТІ РОЗВ'ЯЗКУ
СТОХАСТИЧНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-
ФУНКЦІОНАЛЬНОГО РІВНЯННЯ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПУ
ІТО-ВОЛЬТЕРРИ**

Бережа В.Ю., Малик І.В.

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича

vbereza@mail.ru

Нехай на стохастичному базисі $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \mathcal{F})$ з фільтрацією $\mathcal{F} \equiv \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$ задано для $t \in (0, T]$ скалярний випадковий процес $x(t)$ як сильний розв'язок стохастичного диференціально-функціонального рівняння нейтрального типу

$$\begin{aligned} dD(t, x_t) = & \left[a_1(t, u, x_t) + \int_0^t a_2(t, s, u, x_s) ds + \int_0^t a_3(t, s, u, x_s) dW(s) + \right. \\ & \left. + \int_0^t \int_{Z_1} a_4(t, s, u, x_s, z_1) \tilde{\nu}(ds, dz_1) \right] dt + \left[b_1(t, u, x_t) + \int_0^t b_2(t, s, u, x_s) ds + \right. \\ & \left. + \int_0^t b_3(t, s, u, x_s) dW(s) + \int_0^t \int_{Z_1} b_4(t, s, u, x_s, z_1) \tilde{\nu}(ds, dz_1) \right] dW(t) + \\ & + \int_{Z_2} \left[c_1(t, u, x_t, z_2) + \int_0^t c_2(t, s, u, x_s, z_2) ds + \int_0^t c_3(t, s, u, x_s, z_2) dW(s) + \right. \\ & \left. + \int_0^t \int_{Z_1} c_4(t, s, u, x_s, z_1, z_2) \tilde{\nu}(ds, dz_1) \right] \tilde{\nu}(dz_2, dt), \end{aligned} \quad (1)$$

за початковою умовою $x(t) = j(t)$, $-h \leq t \leq 0$, де $D(t, \psi) = x(t) - \Phi(t, \psi)$, $\Phi(t, \psi)$ – неперервна за сукупністю змінних $t \in (0, T]$ і $\psi \in \mathcal{S}_{[-h, 0]}$ обмежена скалярна функція; $\mathcal{S}_{[-h, 0]}$ – простір Скорохода неперервних справа функцій, що мають лівосторонні границі [1]; $\{x_t = x(t + \theta), -h \leq \theta < 0, h > 0\}$; $a_1(t, u, \psi)$ і $b_1(t, u, \psi)$ – неперервні за сукупністю змінних $t \in (0, T]$, $u \in U \subset \mathbb{R}^n$ і $\psi \in \mathcal{S}_{[-h, 0]}$ скалярні обмежені функції; $a_2, b_2, a_3, b_3 : (0, T] \times (0, T] \times U \times \mathcal{S}_{[-h, 0]} \rightarrow \mathbb{R}^1$, $a_4, b_4 : (0, T] \times (0, T] \times U \times \mathcal{S}_{[-h, 0]} \times \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$; $c_1 : (0, T] \times U \times \mathcal{S}_{[-h, 0]} \times \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$; $c_2, c_3 : (0, T] \times$

$\times(0, T] \times U \times S_{[-h, 0]} \times R^1 \rightarrow R^1$; $c_4 : (0, T] \times (0, T] \times U \times S_{[-h, 0]} \times R^1 \times R^1 \rightarrow R^1$ – скалярні, обмежені, неперервні за сукупністю змінних функції; $\varphi \in H_0$, H_0 – простір обмежених $B[-h, 0] \otimes F_0$ -вимірних функцій $\tilde{\psi}(\cdot) \equiv \tilde{\psi}(\cdot, \omega) \in R^1$, $\omega \in \Omega$, траєкторії яких визначені на $[-h, 0]$, неперервні справа і мають лівосторонні границі; $B[-h, 0]$ – σ -алгебра борелевих підмножин $[-h, 0]$; $Z_1, Z_2 \subset R^1$.

Одержано теорему існування і єдиності розв'язку поставленої вище задачі.

Література

1. Гихман И.И., Скороход А.В. *Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения*. – К.: Наук. думка, 1982. – 612 с.
2. Ясинський В.К., Юрченко І.В. *Теорема існування та єдиності сильного розв'язку стохастичних диференціальних рівнянь Іто-Вольтерри з необмеженою передісторією* // Крайові задачі для диференціальних рівнянь: Зб.наук.пр. – Чернівці: Прут, 2001. – Вип. 6. – С.246-262
3. Береза В.Ю., Ясинський В.К. Про існування розв'язків стохастичних диференціально-функціональних рівнянь нейтрального типу з пуассонівськими перемиканнями // Вісник Київського університету. Серія: Фізико-математичні науки. – Київ: КНУ, 2002. – Вип. 5. – С. 19-27.

ПРО ДЕЯКІ МЕТОДИ ГРАДІЄНТНОГО ТИПУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВЕКТОРНИХ ЗАДАЧ ОПУКЛОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Віктор В. Семенов

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

v_a_d_e_r@meta.ua

Нехай задані дійсні простори E , F . Простір F частково впорядкований замкнутим опуклим і гострим конусом $K \subseteq F$. Позначимо $K^* = \{y^* \in F^* : \langle y^*, y \rangle \geq 0 \quad \forall y \in K\}$ спряжений до K конус.

Розглянемо задачу векторної мінімізації в наступному вигляді:

$$f(x) \rightarrow \min_x, \quad (1)$$

де множина $X \subseteq E$, $X \neq \emptyset$, f - векторна функція, $f: E \rightarrow F$,
тобто задача полягає в знаходженні такої точки $\bar{x} \in X$, що
 $f(X) \cap (f(\bar{x}) - K \setminus \{0\}) = \emptyset$.

Множину розв'язків задачі (1) позначимо $E_K(f|X)$, а елементи цієї множини будемо традиційно називати оптимальними за Парето (ефективними) розв'язками.

Нехай B - опукла замкнена обмежена множина з $0 \notin B$.

$K^* = \text{con}(\text{conv } B)$. Визначимо опорну функцію множини $B: \sigma_B$

$$\sigma_B \stackrel{\text{def}}{=} \max_{z \in B} (y, z).$$

Далі наведемо два алгоритми, які є розвитком градієнтних методів для багатокритеріальної оптимізації, а у випадку однокритеріальної оптимізації співпадають з ними.

Алгоритм 1

1. $x_s \in X$ - s -е наближення;
2. Розв'язуємо задачу $\sigma_B(\nabla f(x_s)(x - x_s)) \rightarrow \min_{x \in X}$ і знаходимо $\bar{x}_s$;
3. $x_{s+1} = x_s + \rho_s(\bar{x}_s - x_s)$, де $\rho_s \in (0, 1)$ і $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_s = +\infty$;
4. Якщо $\nabla f(\bar{s})(x - \bar{x}) \notin -\text{int } K \quad \forall x \in X$, то $\bar{x}$ - оптимальний, тобто і є розв'язком задачі. Якщо ж ні, то переходимо до п.1 з $s = s + 1$.

Алгоритм 2

1. $x_s \in X$ - s -е наближення;
2. Розв'язуємо задачу $\sigma_B(\nabla f(x_s)(x - x_s)) + \frac{1}{2}\|x - x_s\|^2 \rightarrow \min_{x \in X}$ і знаходимо $\bar{x}_s$;
3. $x_{s+1} = x_s + \rho_s(\bar{x}_s - x_s)$, де $\rho_s \in (0, 1)$ і $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_s = +\infty$;
4. Якщо $\nabla f(\bar{s})(x - \bar{x}) \notin -\text{int } K \quad \forall x \in X$, то $\bar{x}$ - оптимальний розв'язок задачі. Якщо умова не виконується, то переходимо до п.1 з $s = s + 1$.

Зауваження. Замість вказаної у пункті 4 алгоритмів 1 і 2 умови оптимальності можна використовувати наступні, рівносильні їй, умови:

$$\sigma_B(\nabla f(\bar{x})(x - \bar{x})) \geq 0 \quad \forall x \in X \text{ та}$$

$$(\nabla f(\bar{x}), x - \bar{x}) \geq 0 \quad \forall x \in X.$$

Література.

- [1] Семенов В.В. Линейный вариационный принцип для выпуклой векторной оптимизации // Кибернетика и системный анализ, № 2, 2007, С. 105-113.
- [2] В.М. Лисюк, Вік.В. Семенов, В.В. Семенов, Ю.Б. Сорока., Метод послідовної квадратичної оптимізації розв'язання задач на передопуклих множинах // Вісник Київського національного університету, №5, 2006, С. -
- [3] Семенов В.В., Семенова Н.В. О векторной задаче оптимального управления в гильбертовом пространстве // Кибернетика и системный анализ. – 2005.– №2.– С.117-130

АСИМПТОТИЧНО-РОЗВ'ЯЗУЮЧІ ОПЕРАТОРИ ВИЩИХ ПОРЯДКІВ І АЛГОРИТМИ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРИСКОРЕНОЇ ЗБІЖНОСТІ.

Бейко І.В.

Українсько-Угорський інститут кібернетики та інформаційних технологій імені Арпада Гьонца МАУП

biw@iapm.edu.ua

Розробка математично-комп'ютерного інструментарію для відшукування оптимальних управлінських рішень за допомогою математичних методів оптимального моделювання і оптимального керування зводиться до розв'язання узагальненої задачі оптимізації моделі та керування (УЗОМК) на основі даних у натурних спостережень. УЗОМК формулюється як задача, яка включає:

(1) побудову математично-комп'ютерної моделі $A(x, u, p, q, y, z) = 0$ для моделювання причинно-наслідкових залежностей між вхідними даними (u, y, p, A) (керуваннями, спостереженнями, параметрами та структурою моделі) і вихідними даними (x, z) (траєкторією керованого процесу та значеннями критеріїв оптимальності) в умовах неповних даних $q \in Q$,

(2) відшукування множини неповних даних Q ,

(3) відшукування оптимальних значень $p = p^{opt}(y)$ і $u = u^{opt}(y)$ як розв'язків багатокритеріальної задачі оптимізації за критеріями, які включають значення z , похибки їх обчислень δ та понесені при

цьому витрати τ з урахуванням обсягу обчислювальних робіт та часу її виконання.

На практиці, здебільшого, будують три окремі підсистеми: модель $A(x,u,p,q)=0$ для обчислення траєкторії $x=x(u,p,q)$, модель $y=C(x,u,p,q)$ для вимірювання значень y та модель $z=B(x,u,p,q)$ для обчислення значень z критеріїв оптимальності B .

Оптимальна модель керованої системи будується як граф-операторна p -моделі, вузлами якої є моделі окремих підсистем $A_k(x_k, u_k, p_k, q_k, w_k)=0$, $k=1, 2, \dots, n$, доповнених залежностями $w_k=W_k(x, u_k, p_k, q_k)$ між станом x_k k -ої підсистеми та станом $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ всієї системи. Моделі різних підсистем можуть описуватися різними алгебраїчними, інтегро-диференціальними чи більш складними явними чи неявними системами з розподіленими параметрами та функціональними запізненнями загального виду

$$A(t, x, u, q) \equiv \{f^0(x(t_0), u, q, x'(t), x(t), u(t), t, \int_{D(t, u, x)} f^1(x(s), u(s), s, x(t), u(t), q(t), t) ds), F^0(x(t_0), x(T), u, \int_{t_0}^T F^1(x'(t), x(t), u(t), t, \int_{t_0}^T F^2(x'(s), x(s), u(s), s, x'(t), x(t), u(t), t) ds) dt)\} = 0 \quad (1)$$

з множинами інтегрування $D(t, u, x)$, які залежать від керування u і/або від траєкторії x .

Якщо на множині $X_2(u, p, q)$ розв'язків x p -моделі $A(x, u, p, q)=0$ і на множині $X_1(u, q)$ реально можливих при (u, q) значень x виконується нерівність $\rho(B(X_2(u, p, q), u, q), B(X_1(u, q), u, q)) \leq \delta$, то таку модель називаємо $B\delta$ -адекватною за метрикою ρ . Множину Q можливих збурень називаємо гарантованою на U , якщо $X_1(u, q)$ належить об'єднанню $X_2(u, p, Q)$. Якщо існує таке значення параметра $p=p^2$, при якому для всіх $u \in U$ діаметр множини $\{b | b=B(x(u, p^2, q), u, p^2, q), q \in Q\}$ не перевищує числа δ , то для гарантованої на U множини Q граф-операторна p -модель із параметром $p=p^2 \in B\delta$ -адекватною на множині U .

Практична побудова оптимального керування u^* , $u^* \in U$, яке для всіх $u \in U$ задовольняє нерівності

$$B(x(u^*, p, q), u^*, p, q) \geq B(x(u, p, q), u, p, q),$$

суттєво полегшується при використанні розв'язуючого оператора

С для критерію $B(x,u,p,q)$ (тобто, оператора C , який задовольняє рівнянню $B(x,u,p,q)=C(u,p,q,A(x,u,p,q))$). Дійсно, при наявності розв'язуючого оператора оптимальне керування u^* можемо будувати як розв'язок суттєво простішої оптимізаційної задачі

$$u^* = \arg \max_u C(u,p,q,0): u \in U,$$

а гарантоване в умовах неповних даних $q \in Q$ оптимальне керування u^{**} , $u^{**} \in U$, яке при всіх значеннях $u \in U$ задовольняє на множині $q \in Q$ нерівність

$$\min_q B_u(x(u^{**},p,q),u^{**},p,q) \geq \min_q B_u(x(u,p,q),u,p,q),$$

можемо будувати як розв'язок оптимізаційної задачі

$$u^{**} = \arg \max_u \min_q C(u,p,q,0)$$

на допустимих множинах $u \in U$, $q \in Q$.

Очевидно, в умовах існування $B\delta$ -адекватної моделі значенням параметра p , який визначає $B\delta$ -адекватну p -модель, є розв'язок задачі оптимізації

$$p = \arg \min_p \text{diam}(\{B(x(u,p,q),u,p,q) \mid q \in Q\}).$$

Практичне підвищення ефективності побудови розв'язку $x=x(u,q)$ граф-операторної моделі $A(x,u,q)=0$ досягається за допомогою представлення оператора A композицією $A(x,u,q) \equiv A_1(x,u,q,B_1(x,u,q))$ таких операторів A_1 , B_1 , для яких існують ефективні алгоритми побудови розв'язку $x=x(u,q,y)$ системи $A_1(x,u,q,y)=0$ та розв'язуючого оператора $B_A(u,q)$ для функції $B_1(x,u,q)$. У такому випадку розв'язок $x=x(u,q)$ граф-операторної моделі $A(x,u,q)=0$ будується як розв'язок суттєво спрощеної робочої моделі $A_1(x,u,q,B_A(u,q))=0$.

У нелінійних системах, де побудова розв'язуючого оператора може виявитися надто трудомісткою, для побудови оптимального керування будуємо ітераційні алгоритми з використанням асимптотично-розв'язуючих операторів. Асимптотично-розв'язуючим оператором s -го порядку називаємо

оператор B_s , який у околі допустимого керування u_1 задовольняє асимптотичному рівнянню (за вибраною метрикою ρ)

$$\forall u \in \Omega \quad B_s(u, z) = B(\text{Arg}_x[A(x, u, z) = 0], u, z) + o(\rho^s(u, u_1)).$$

Прикладом такого ітераційного алгоритму є A_1 -алгоритм. Початок: обираємо довільне допустиме керування $u^1 \in \Omega$, довільні додатні числа $C_1, C_2, C_3, \Delta_1 > 0$ і покладаємо $k=1$. Основний цикл: обчислюємо $(k+1)$ -е наближення $u^{k+1} \in \Omega$ із умови максимізації B_s на множині $E(\Delta_k, u^k) = \{u \in \Omega, \rho(u, \bar{u}) \in [\Delta_k, C_2, \Delta_k]\}$, де Δ_k є максимальним серед чисел $\{C_3 \Delta_{k-1} 2^{-s}\}_{s=0}^{\infty}$, яке задовольняє нерівність

$$B(x(u^{k+1}, z), u^{k+1}, z) \geq B(x(u^k, z), u^k, z) + C_1 \Delta_k^{s+1}.$$

Доведено, що для довільних чисел $\varepsilon > 0$ і $\delta > 0$ послідовність $\{u^k\}_{k=1}^{\infty}$ збігається до множини s, ε -екстремальних розв'язків за кінцеве число ітерацій.

Якщо замість $B_A(u, q)$ скористатися асимптотично-розв'язуючим оператором $B_s(u, q)$ обчисленим у околі k -го наближення x^k до розв'язку $x=(u, q)$ системи $A(x, u, q)=0$, то ітераційний A_2 -алгоритм, за яким наступне $(k+1)$ -е наближення x^{k+1} обчислюється як розв'язок x спрощеної системи

$$A_1(x, u, q, B_s(u, q)) = 0,$$

має прискорену збіжність до розв'язку $x=(u, q)$ з порядком ms , де m є порядком похибки наближеного розв'язку $x=(u, q, v)$ системи $A_1(x, u, q, v)=0$ відносно перемінної v . Для узагальненої системи (1) побудовано асимптотично-розв'язуючий оператор другого порядку.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗУЮЧИХ ОПЕРАТОРІВ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО ІНТЕГРУВАННЯ РІВНЯННЯ ДАРСІ

Зінько¹ П.М., Бодачівська² Л.Ю.

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка,

²Інститут біоорганічної хімії та нафтохімії НАНУ

zinko@unicyb.kiev.ua

З метою відновлення територій, забруднених багаторічними накопиченнями і формуванням техногенних покладів високотоксичних органічних речовин в процесі експлуатації нафтогазоконденсатних родовищ, екологічно недосконалих продуктопроводів, застарілих нафтогазопереробних заводів, баз зберігання паливно-мастильних і хімічних матеріалів виникає необхідність оптимізації моделі комплексної технології очистки ґрунтів, яка базується на використанні рівнянь гідродинаміки.

Припускається, що в момент часу $t_0=0$ на поверхню землі попадає шар рідини (полютант) товщиною h_0 . Порова середовище – ізотропне, однорідне, недеформоване, насичене повітрям, знизу підпирається ґрунтовими водами. За нижню границю фільтрації полютанта приймемо глибину капілярної кайми H .

В цьому випадку узагальнений закон Дарсі для обох фаз (1 – полютант, 2 – повітря) можна записати у вигляді:

$$v_1 = -\frac{k}{\mu_1} k_1(s) \left(\frac{\partial p_1}{\partial z} - \rho_1 g \right), \quad v_2 = -\frac{k}{\mu_2} k_2(s) \left(\frac{\partial p_2}{\partial z} - \rho_2 g \right),$$

а рівняння нерозривності

$$\frac{m ds}{dt} = -\frac{dv_i}{dz}, \quad i = 1, 2,$$

рівняння насиченості

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = k \frac{\partial}{\partial z} \left[k_1(s) \left(\frac{\partial p_2}{\partial z} - \frac{\partial p_c}{\partial z} - \rho_1 g \right) \right],$$

рівняння капілярного тиску

$$p_c(s) = \alpha J(s) \cos \theta / \sqrt{k/m},$$

які повинні задовольняти умови

$$s(z, t=0)=0,$$

$$s|_{z=0, t < T} = 1 - s^*,$$

$$p_c \frac{\partial s}{\partial z} \Big|_{z=0, t \geq T} = \frac{\partial p_2}{\partial z} - \rho_1 g, \quad p_c \frac{\partial s}{\partial z} \Big|_{z=H} = \frac{\partial p_2}{\partial z} - \rho_1 g,$$

де v_i – швидкість фільтрації відповідних фаз, s – насиченість, μ_i, ρ_i – в'язкість і густина відповідних фаз, m – пористість, k, k_i – абсолютна та фазові проникності, H – товща шару насичення, s^* – залишкова насиченість, σ – поверхневий натяг ТС, θ – статичний кут змочування.

Побудована робоча кінцево-різницева модель з неповними даними з використанням методів розв'язуючих операторів:

$$m \frac{ds_i(t)}{dt} = - \frac{w_i^+ - w_i^-}{h},$$

$$w_i^- = - \frac{k_{i-1}k(s_{i-1}(t)) + k_i k(s_i(t))}{2} \left[\frac{\sigma \cos \theta}{h\sqrt{k_{i-1}/m}} J(s_{i-1}(t)) - \frac{\sigma \cos \theta}{h\sqrt{k_i/m}} J(s_i(t)) - \rho g \right];$$

$$w_i^+ = - \frac{k_i k(s_i(t)) + k_{i+1} k(s_{i+1}(t))}{2} \left[\frac{\sigma \cos \theta}{h\sqrt{k_i/m}} J(s_i(t)) - \frac{\sigma \cos \theta}{h\sqrt{k_{i+1}/m}} J(s_{i+1}(t)) - \rho g \right].$$

Побудований таким способом алгоритм підвищеної точності для чисельного інтегрування рівняння Дарсі дозволяє оперативно оптимізувати моделі комплексної технології очистки водної поверхні і землі від вуглеводневих забруднень.

Література:

1. Поп Г.С., Кучеровський В.М. Поверхнево-активні композиції для очистки привибійної зони свердловин на Ямбурському газоконденсатному родовищі //Мат-ли наук.-техн. конф. "Підвищення ефективності використання поверхнево-активних речовин в нафтогазовидобутку".- Ів.-Франківськ: І-ФДТУНГ, 2000.- С.82-85.
2. Зінько П.М. Побудова явних різницевих схем для неоднорідного рівняння теплопровідності зі змінними коефіцієнтами //Вісник Київ. ун-ту. Серія: фіз.-мат. науки.– 2005.– Вип. №1.– С.177–181.
3. Зінько П.М. Неявна різницева схема для розв'язування неоднорідного рівняння теплопровідності зі змінними коефіцієнтами //Вісник Київ. ун-ту. Серія: фіз.-мат. науки.– 2006.– Вип. №2.– С.186–191.

ОПТИМІЗАЦІЯ МАТЕМАТИЧНО-КОМП'ЮТЕРНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ ПІДТРИМКИ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ

Бейко¹ І.В., Бодачівська² Л.Ю., Коробко³ Т.В.

¹Українсько-Угорський інститут кібернетики та інформаційних
технологій імені Арпада Гьонца МАУП

²Інститут біоорганічної хімії та нафтохімії НАНУ

³Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Використання методів системного аналізу для оптимізації складних керованих систем в умовах неповних даних і неповних знань про взаємодіючі підсистеми ґрунтується на побудові адекватних робочих моделей усіх керованих підсистем об'єднаних у комплексну робочу граф-операторну модель, яка забезпечує адекватне прогнозування розвитку керованих процесів у їх взаємодії під дією реальних внутрішніх і зовнішніх збурень. До таких керованих систем і процесів відносяться досліджувані у даній роботі процеси екологічного забруднення річкових басейнів та еколого-економічні процеси глушіння нафтогазових свердловин для підвищення їх техніко-експлуатаційних характеристик свердловин. В усіх випадках побудова адекватних робочих моделей підсистем здійснюється з використанням природознавчих законів збереження у поєднанні з параметрично-регресійними апроксимаціями моделей за даними натурних спостережень та числових експериментів. Типи та структура адекватних робочих моделей, які будуються у класі граф-операторних параметричних p -моделей $A(x, u, p, q) = 0$ з параметричним оператором A залежать від характеру модельованих причинно-наслідкових залежностей $(u, q) \rightarrow y$ між допустимими керуваннями $u \in U$, допустимими збуреннями $q \in Q$ та значеннями $B(x, u, q)$ їх наслідків на множині розв'язків x p -моделі.

Важливими критеріями оптимальності p -моделі є обсяг обчислювальних робіт та отримана при цьому похибка результатів прогнозування та оптимізації. На цій основі будуються оптимізаційні моделі та інформаційні системи для підтримки прийняття оптимальних рішень в управлінні природоохоронним захистом процесів глушіння нафтогазових свердловин та процесів природоохоронного менеджменту у басейнах рік.

МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕПЛО- ВОЛОГОПЕРЕНОСЕННЯ У ДІЄВОМУ ШАРІ ҐРУНТУ

Панчук В.І., Панчук О.В.

Інститут кібернетики імені Арпада Ґьонца МАУП
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
vicpanch@ukr.net

Описана структура числової локально-одновимірної моделі вертикального тепло-вологоперенесення в шарі відкритого ґрунту. Доцільність розробки такої моделі базується на необхідності її використання як складової частини мезомасштабних моделей прогнозування атм осферних процесів. Відомо, що у регулюванні інтенсивності теплового потоку між атмосферою і землею суттєву роль відіграє вологість ґрунту.

Для прогнозування вертикального розподілу температури використовується рівняння

$$C_g \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial G}{\partial z}, \quad (1)$$

де T – абсолютна температура ґрунту, $G = \lambda_g \frac{\partial T}{\partial z}$ потік тепла на довільній глибині z , $\lambda_g = C_g k_g$, $C_g = c_g \rho_g$, c_g , ρ_g , k_g – відповідно коефіцієнт теплопровідності, об'ємна та питома теплоємності, густина та коефіцієнт температуропровідності ґрунту.

В якості граничних умов на межі розподілу «атмосфера-ґрунт» $z = 0$ використовується рівняння балансу енергії:

$$H_0 - \rho c_p \left(v_g \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_0 - \rho L_w \left(v_g \frac{\partial q}{\partial z} \right)_0 - I_0 (1 - A_s) + F_e = 0, \quad (2)$$

а на деякій глибині $z = h_d$ – припущення про затухання коливань навколо середньодобової температури T_d , тобто

$$T(-h_d) = T_d. \quad (3)$$

У виразі (2) $H_0 = \lambda_g \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)$ – теплопередача через поверхню

ґрунту; два наступні члени – реальний та прихований турбулентні теплові потоки ($\theta, q, \rho = \text{const}, c_p = \text{const}, L_w = \text{const}, v_g$ – потенціальна температура, питома вологість, густина та питома теплоємність повітря, прихована теплота конденсації або випаровування, вертикальний коефіцієнт турбулентного обміну теплоти); четвертий та п'ятий члени – приток сумарної короткохвильової

радіації I_0 , з урахуванням альбеда A_s поверхні підстилання, та ефективного довгохвильового випромінювання F_e .

Об'ємна теплоємність ґрунту C_g визначається за формулою $C_g = (1 - \theta_{max}) C_{gi} + \theta C_w$, де θ і θ_{max} – об'ємна вологоємність і вологоємність насичення ґрунту, C_{gi} і $C_w = c_w \rho_w$ – об'ємні теплоємності скелету сухого ґрунту типу i та води відповідно.

Швидкості переміщення рідкої та пароподібної фаз води є переважно малими і визначаються тільки дією гравітаційних сил, градієнта тиску та сил опору [1].

Для прогнозування переміщення води в ненасиченій зоні використовується рівняння вертикального вологоперенесення [2]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \tilde{D}(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{K}(\theta) - s_k(z, t), \quad (4)$$

в якому $s_k(z, t)$ – зміна об'ємної вологості за одиницю часу з урахуванням джерел та витоків, зокрема поглинання води кореневою системою, $\tilde{D}(\theta) = K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + K(\theta) \frac{\partial \tilde{\varphi}_g}{\partial \theta} z$, $\tilde{K}(\theta) = K(\theta) \tilde{\varphi}_g$ – узагальнені коефіцієнти дифузії води та гідравлічної провідності ґрунту, описувані аналогічно коефіцієнтам Клаппа-Хорнбергера [3], $K(\theta)$ – коефіцієнт гідравлічної провідності ґрунту, $\varphi_g(z, \theta) = \tilde{\varphi}_g(\theta) z$, $\tilde{\varphi}_g(\theta) = -((\theta - \theta_{zl}) / (\theta_{max} - \theta_{zl}))^n$ – осереднені значення гравітаційного потенціалу на відстані z від поверхні ґрунту θ_{zl} – об'ємна вологість на глибині прояву дії тільки капілярних сил, n – експериментально встановлюваний показник.

Розв'язання рівнянь (1), (4) при різних заданих граничних умовах та значень характеристик ґрунту здійснюється методом різницевої схеми Кранка-Ніколсона, модифікованої на випадок нелінійних коефіцієнтів.

Література.

1. Кучмент Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю.Г. Формирование речного стока. Физико-математические модели. - М.: Наука, 1983. – 216 с.
2. Волкович В.Л., Чечко Г.А., Панчук В.И. Математическое прогнозирование смыва почвы дождевыми осадками. // Проблемы управления и информатики. – 1995. – №5. – С.125-134.
3. Clapp R.B., Hornberger M.G. Empirical equation for some soil hydraulic properties // Water Resources Research. 1978. V.14. P. 601 – 604.

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗАБРУДНЕННЯ
ПОВІТРЯНОГО БАСЕЙНУ МІСТА
Бейко І.В., Ночвай В.В.**

Українсько-Угорський інститут кібернетики та інформаційних
технологій імені Арпада Ґьонца МАУП

Побудовано оптимізовані моделі процесів розповсюдження домішок в атмосфері міста для прогнозування стану повітряного середовища при різних метеоумовах. Модель можна використовувати спільно з прогностичною мезометеорологічною моделлю розрахунку поля вітру і коефіцієнтів турбулентної дифузії. Форма рельєфу і характеристики місцевості задаються за допомогою міських геоінформаційних систем. За допомогою розв'язуючих операторів будується алгоритм ідентифікації джерел забруднення в умовах множини локальних і розподілених джерел

У ситуаціях, коли концентрації забруднень, обчислені за допомогою моделі, перевищують допустимі значення, обраховуються оптимізовані сценарії емісій для даної метеоситуації. Вводиться основний функціонал для сумарної концентрації на поверхні землі і для кожної зони враховуються обмеження на допустиму концентрацію.

У сітковій емісійній моделі всі міські джерела домішок різної інтенсивності представлені дискретно у відповідних вузлах сітки. Облік емісії викидів для кожного осередку моделі проводиться за допомогою емісійної моделі ГІС.

Для оцінки значення концентрації використовуємо функцію вертикально-усередненої концентрації з приведенням системи до двовимірного рівняння дифузії з усередненими по висоті параметрами. Завдання багатоцільової оптимізації із заданими обмеженнями вирішується за допомогою методів розв'язуючих операторів.

Отримана в результаті оптимізації матриця викидів підприємств використовується в чисельній моделі визначення значень концентрацій домішок в тривимірному просторі.

ІНТЕГРОВАНІЙ ІНТЕНСІОНАЛЬНО-ЕКСТЕНСІОНАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ ЛОГІЧНИХ ФОРМАЛІЗМІВ, ОРІЄНТОВАНИХ НА ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ

М. С. Нікітченко, С. С. Шкільняк

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
tp@unicyb.kiev.ua

Логічні формалізми, орієнтовані на моделювання предметних областей, повинні враховувати їх змістовні особливості. Тому при побудові логічних систем будемо розглядати поняття в єдності їх інтенсiональних (змістовних) та екстенсiональних (об'ємних) аспектів із пріоритетом змістовного, інтенсiонального. Пропонований підхід базується на таких основних принципах: *розвитку, інтегрованості, підпорядкованості, композиційності, номінативності*. Цей підхід є природним розвитком спільного для логіки та програмування композиційно-номінативного підходу.

Принцип *розвитку* говорить про послідовне уточнення логічних понять від абстрактного до конкретного. Це веде до ієрархії визначень об'єкту різного рівня абстрактності та загальності. Тому визначення об'єкту на певному рівні абстракції (інтенсiональний аспект) має бути доповнене визначенням класу об'єктів, які належать цьому рівню (екстенсiональний аспект), причому обидва аспекти повинні вивчатись у їх єдності. Звідси маємо принцип *інтегрованості інтенсiональних та екстенсiональних аспектів*: поняття подаються у єдності їх інтенсiональних та екстенсiональних аспектів із пріоритетом інтенсiонального. Втіленням такого пріоритету є принцип *підпорядкованості* синтаксичного аспекту логіки семантичному. Згідно принципу *композиційності* складніші об'єкти будуються із простіших за допомогою композицій. Принцип *номінативності* стверджує, що відношення іменування є первісними конструктами структурування.

На початковому рівні розгляду логіка уточнюється як *класова над-абстрактна*, на наступному рівні – як *індивідна над-абстрактна*. Подальша конкретизація веде до *абстрактної логіки моделей світів* $(I_M, C_{EM}, Fr, \mu, |=, |-)$. На цьому рівні головне поняття – *модель світу*, яка має дві складові: *інтенсiональну модель* I_M та *клас екстенсiональних моделей* C_{EM} . Іntenсiональна модель індукує мову логіки, яка задається *класом формул* Fr (синтаксичний аспект). Кожна $\Phi \in Fr$ інтерпретується в екстенсiональній моделі $M \in C_{EM}$ за допомогою *відображення інтерпретації* $\mu_M: Fr \rightarrow M$. Істинність Φ ($|\models \Phi$) індукується I_M і

задається згідно значень $\mu_M(\Phi)$. Вивідність Φ ($|\neg\Phi$) задається певним формалізмом, визначеним на Fr .

Структуру інтенціональної та екстенціональної моделі можна розкрити лише на наступному рівні конкретизації. На цьому рівні модель світу задається: деяким класом D станів світу (*даних*); класом предикатів Pr , заданих на станах світу; операторами (композиціями) породження нових предикатів. Екстенціональна модель задається як *предикатна композиційна система* (D, Pr, C).

Центральним поняттям в моделях світів є поняття *композиції*. Саме композиції визначають універсальні методи побудови предикатів, виступаючи ядром логіки певного типу. Визначення композицій є інтенціональним, що дозволяє надалі інтерпретувати їх уніформним чином в різних екстенціональних моделях.

Для конкретного опису інтенціональних аспектів основних понять логік і, зокрема, визначення їх композицій та мови логіки, треба розглянути інтенціонали даних та предикатів. Тому передусім розглянемо розвиток поняття даного з інтенціонального погляду.

При розгляді логічних понять природно виділити три рівні:

1. Рівень W: об'єкт як ціле
2. Рівень P: об'єкт як структурований (з частинами)
3. Рівень H: об'єкт як ієрархічний

Дані розглядаються як об'єкти, до яких застосовуються функції (предикати). Для даних кожен з трьох рівнів розпадається (згідно розвитку від абстрактного до конкретного) на три підрівні:

1. Рівень A: абстрактний;
2. Рівень C: конкретний – заперечення абстрактного рівня;
3. Рівень S: синтетичний – подвійне заперечення (синтез).

Таким чином, отримуємо 9 рівнів розгляду даних:

1. D.W • D.W.A • D.W.C • D.W.S	2. D.P • D.P.A • D.P.C • D.P.S	3. D.H • D.H.A • D.H.C • D.H.S
--	--	--

На рівні D.P частини даних незв'язані (слабко зв'язані) між собою. Тому дані цього рівня будемо називати *сукупностями*. Такі незв'язані між собою частини будемо називати *елементами* даних.

Для даних рівня D.P.A. (скупчень) можна робити перевірку на порожність, можна робити об'єднання даних

("звалити" дві "купи" в одну), проте перетин таких даних визначити неможливо.

Дані рівня D.P.C – множини. З інтенціонального погляду множини складаються з *незв'язаних* між собою елементів, які *розрізняються* один від одного, при цьому належність елемента множині *розв'язна*.

На рівні D.P.S елемент ми розглядаємо як такий, що має дві сторони: одна конкретна, друга абстрактна. Зв'язок частин в даному цього рівня є *зв'язком іменування*. Тому говоримо про *номінативні елементи*. Сукупності номінативних елементів назвемо *номінатами*.

Рівень D.H є синтетичним, це рівень *ієрархічних* даних.

Розвиток поняття функції (предикату) подібний до розвитку поняття даного. Тому отримуємо наступні 9 рівнів розгляду функції:

1. F.W • F.W.A • F.W.C • F.W.S	2. F.P • F.P.A • F.P.C • F.P.S	3. F.H • F.H.A • F.H.C • F.H.S
---	---	---

На відміну від даних, частини функцій зв'язані між собою. Тут F.P – це рівень (*функціональних*) *комплексів*, а частини цього рівня – (*функціональні*) *компоненти*. Вони мають певні (нетривіальні) зв'язки. Найважливішим підрівнем F.P є F.P.S (синтетичний комплекс) – із фіксованими зв'язками між абстрактними компонентами. Провівши абстракцію від компонент на рівні синтетичного комплексу, отримуємо *композицію*. Зв'язок компонент (функцій) відбувається через їх імена. Отже, композицію можна уточнити як оператор, що визначений на іменованих функціях.

Враховуючи роль іменування у визначенні основних понять, будемо говорити про *композиційно-номінативні логіки* (КНЛ). Інтенціональні моделі КНЛ в першу чергу задаються рівнями розгляду даних (станів світів). Отже, отримуємо наступні рівні КНЛ:

- рівню D.W – *пропозиційні та сингулярні логіки*;
- рівню D.P – *логіки першого порядку*;
- рівню D.H – *логіки номінативних даних*.

Рівню D.W.A відповідають *пропозиційні логіки*, рівню D.W.C – *сингулярні логіки*. Рівню D.W.S відповідають пропозиційні логіки *змішаного* (абстрактно-сингулярного) типу.

На рівні D.P дані *номінативні*. Цей рівень дуже багатий і розпадається на низку підрівнів. Рівням D.P.A та D.P.C відповідають спеціальні логіки, які вимагають окремого дослідження.

На рівні D.P.S дані трактуються як однозначні відображення із множини предметних імен у множину предметних значень. Такі дані названі *іменними множинами* (ІМ).

Функції та предикати, задані на ІМ, називають *квазіарними*.

Найабстрактнішим підрівнем рівня D.P.S є *реномінаційний*. Починаючи з цього підрівня можна перейменовувати компоненти даних. Це дає змогу ввести композицію *реномінації* (перейменування).

На *кванторному* рівні можна застосовувати квазіарні предикати до всіх предметних значень (тотальна аплікативність предикатів). Це дозволяє ввести композиції квантифікації. На *кванторно-екваційному* рівні з'являються можливості ототожнення і розрізнення значень за допомогою спеціальних предикатів рівності.

На *функціональному* рівні маємо розширені можливості формування нових аргументів для функцій та предикатів. Це дає змогу ввести композицію суперпозиції. На *функціонально-екваційному* рівні можна ототожнювати і розрізняти предметні значення. Це дозволяє ввести спеціальну композицію рівності =.

На наступному рівні абстракції (D.H) дані розглядаються як ієрархічні. Рівням D.H.A та D.H.C тут відповідають спеціальні логіки, які вимагають окремого дослідження.

Рівень D.H.S є рівнем *ієрархічних номінативних* даних. Відповідні логіки названі логіками номінативних даних (ЛНД).

Клас квазіарних предикатів дуже потужний. Для збереження основних властивостей класичної логіки цей клас треба обмежити. Дуже природне обмеження – *еквітонність* – означає, що значення відображення не змінюється при розширенні даних. Логіки еквітонних предикатів (ЕП) зберігають основні закони класичної логіки, але для них вже не діють деякі правила виведення.

Узагальненням ЕП є *локально-еквітонні* предикати (ЛЕП). Для ЛЕП вимагається збереження значення при розширенні даних лише на скінченну кількість іменованих компонент.

Логіки, орієнтовані на такі особливості ПО, як невизначеність, частковість, неповнота наявної інформації, базуються на класах предикатів, визначених на даних з неповною інформацією. Такими є *еквісумісні* (ЕСП) та *локально-еквісумісні* (ЛЕСП) предикати.

Синтаксичні властивості логік ЕП, ЛЕП, ЕСП та ЛЕСП ідентичні. У той же час при переході від логік ЕП до логік ЛЕП та логік ЕСП, від логік ЛЕП та логік ЕСП до логік ЛЕСП ми отримуємо все ширші класи семантичних моделей.

Висновки. Запропоновано інтегрований інтенціонально-екстенсціональний підхід до побудови логічних систем. Визначено

рівні абстракції та інтенціонали понять даного, функції, композиції. На цій основі розглянуто спектр композиційно-номінативних логік.

[1] Nikitchenko M.S. Basics of intensionally-oriented informatics // TAAPSD'2006. Thesis of conference reports. – К., 2006. – Р. 219–224.

[2] Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Основи математичної логіки. – К.: Київський ун-т. – 2006. – 246 с.